

# 考虑展期风险的可赎回 CoCo 债券定价<sup>①</sup>

李平<sup>1</sup>, 李芳芳<sup>1</sup>, 刘洁<sup>1</sup>, 黄光东<sup>2\*</sup>

(1. 北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191; 2. 中国地质大学(北京)数理学院, 北京 100083)

摘要: 始于 2007 年的次贷危机结束之后, CoCo 债券( contingent convertible bond) 因为其能够在金融危机时迅速提高银行资本充足率而受到关注. 本文考虑了展期风险对 CoCo 债券价格的影响, 用 Copula 函数刻画股票价格与核心一级资本比率( Core Tier 1 Ratio, CTR) 的相关性, 用 CIR 模型刻画利率期限结构, 并对 CoCo 债券的赎回进行判定, 采用蒙特卡罗模拟法为带有可赎回条款的 CoCo 债券定价. 将此模型应用于巴克莱银行发行的可赎回 CoCo 债券验证模型的有效性. 最后, 结合国际上已发行的 CoCo 债券的相关条款和我国银监会对于减记债( 中国版 CoCo 债券) 的基本要求, 设计了中国版的 CoCo 债券, 并在数值计算的基础上进行了股价冲击和银行业监管要求对 CoCo 债券价格影响的敏感性分析.

关键词: 可赎回 CoCo 债券; 展期风险; Copula; CIR 模型; 跳扩散模型

中图分类号: F832.2 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2019)04-0016-11

## 0 引言

爆发于 2007 年的次贷危机显示出银行体系的脆弱性, 为了提升银行体系的整体稳定性, 巴塞尔委员会通过了加强银行资本监管的巴塞尔协议 III, CoCo 债券作为一种解决“太大而不能倒”的金融工具以及金融机构的自救手段受到广泛关注. 为增强银行的损失吸收能力, 尽量避免用纳税人的钱来救助陷入危机的金融机构, 监管机构鼓励银行建立应急资本机制, 如设立或有资本和发行自救债券. CoCo 债券正是作为应急资本机制的核心及或有资本的重要表现形式而逐渐兴起.

CoCo 债券是一种混合资本债券, 具有股本和债务工具的双重特性, 这种债券可以在特定的触发条件下转换为股权. 因此, 从补充资本充足率的角度而言, CoCo 债券也被称为或有资本债券. 从 2009 年劳埃德银行集团发行第一支 CoCo 债券

以来, CoCo 债券在国际和国内市场发展得十分迅速. 据 Bloomberg 数据显示, 截止 2018 年 6 月, 全球发行的 CoCo 债券数量达到了 6 027 亿美元. 我国《商业银行资本管理办法( 试行) 》的实施, 使多数商业银行面临不小的资本缺口. 中国证监会和银监会 2013 年联合发布了《关于商业银行发行公司债券补充资本的指导意见》, 为商业银行通过发行包含减记条款的公司债券( 中国版 CoCo 债券) 来拓宽资本补充渠道提出了新的制度规范.

关于 CoCo 债券的相关研究涵盖了 CoCo 债券设计、定价及对银行资本结构影响等方面. Spiegeleer 和 Schoutens<sup>[1]</sup> 首次提出用股权衍生品方法及信用衍生品方法对 CoCo 债券进行定价. Barucci 等<sup>[2]</sup> 通过对 CoCo 债券发债量的不同选择来获得最优的资本结构. French 等<sup>[3]</sup> 和 McDonald<sup>[4]</sup> 设计了双重价格触发机制, 只有银行股价以及金融机构指数均低于阈值时才触发 CoCo 债

① 收稿日期: 2016-12-30; 修订日期: 2017-09-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目( 71571008 ).

通讯作者: 黄光东( 1971- ), 男, 湖北宜城人, 博士, 副教授. Email: gdhuang@cugb.edu.cn

券的转换。文章认为这一机制既在金融危机时保护大部分的金融机构,又能在非金融危机时让那些经营不善的银行破产,可以比较好的适应市场竞争环境。Corcuera 等<sup>[5]</sup>给出了息票可取消的 CoCo 债券的定价公式。同时指出了息票可取消这一条款可以减少 CoCo 债券临近出发时刻的死亡螺旋。Lou 和 Yang<sup>[6]</sup>应用区制转换模型,在 Co-Co 的定价中考虑了经济周期的因素,发现发行 CoCo 可以减少债券的代理成本并比较了经济繁荣和经济衰退两个不同时期 CoCo 债券对代理成本的不同影响。Li 等<sup>[7]</sup>研究了中国减记债发行对银行资本结构的影响。他们的研究表明发行减记债能够稳定银行系统提升银行价值。Ammann 等<sup>[8]</sup>研究了发行 CoCo 债券的宣告效应,经实证研究发现宣布发行 CoCo 债券会导致正的股票收益以及 CDS 费率下降这样的变动。

国内近年来也对或有可转换证券的定价进行了深入的研究和分析。秦学志等<sup>[9]</sup>基于二叉树模型构建了或有可转债的定价模型。赵志明和杨招军<sup>[10]</sup>分析了最优资本结构条件下或有可转换债券的均衡价格。李平等<sup>[11]</sup>运用 copula 模拟股票价格以及核心资本比率之间的关系,并基于此给出了对 CoCo 债券定价模型。秦学志等<sup>[12]</sup>给出了一种兼顾了发行方和投资方利益的含股权回售与赎回条款的或有可转债的定价方法。

本文建立带赎回条款的 CoCo 债券定价模型,进而通过实证研究和数值分析说明考虑展期风险对 CoCo 债券定价的必要性,并给出投资和政策建议。

## 1 可赎回 CoCo 债券与展期风险

CoCo 债券的损失吸收特征使投资者暴露在相比普通公司债券更大的风险当中,此部分金融风险需要更高的息票率来补偿。较高的息票率吸引了大量的投资者认购 CoCo 债券,导致在发行日出现超过总发行量几倍的超额认购现象。巴塞尔协议 III 明确要求监管资本应具有吸收损失的性质,CoCo 在危机时转股或减记的性质使 CoCo 债券可以充当其他一级资本或二级资本。此框架下,CoCo 债券可以包含赎回条款,但是由于息票

递增条款被认为是提前赎回债券的一种激励而被禁止。

在 2007 年金融危机之前,可赎回债券通常包含息票递增条款。息票递增意味提高的债券利率是债券发行者没有提前赎回债券的惩罚,因此对于理性的债券发行方来说,提前赎回债券并发行新的债券可以免受利率递增的惩罚。由于此种息票递增条款的激励效应,投资者倾向于把可赎回的 CoCo 债券当作在第一赎回日到期的固定收益证券来定价,此种假设导致投资者忽视了发行方可能放弃在第一赎回日赎回债券的权利,并使债券到期日至少延期至下一预先设定的赎回日。债券发行方放弃在赎回日赎回债券导致债券面值偿还被推迟是投资者面临的一类展期风险,此类展期风险应当考虑到债券定价中,否则投资者将会遭受损失。

德意志银行在 2004 年发行的 10 亿欧元混合式债券<sup>[13]</sup>是忽视债券展期风险的案例。该债券的预期第一赎回日为 2009 年 1 月 16 日,作为该债券的发行方,德意志银行需在 2008 年 12 月 16 日前决定是否赎回此债券并发布通告。2008 年秋季,金融市场受次贷危机的影响,德意志银行出于理性选择,放弃赎回债券,忽视展期风险的投资者由此遭受巨大损失。如图 1 所示,投资者普遍认为发行方会在 2009 年 1 月 16 日赎回债券,此时债券价格逐渐逼近面值。然而德意志银行放弃赎回债券的决定使投资者遭受超过 10% 的损失,这只债券的价格由 2008 年 12 月 15 日的 97.75 欧元急剧降低,12 月 16 日以 85 欧元收盘。2007 年爆发次贷危机,相较于金融债券投资者更偏好于政府债券,德意志银行股价下降,CDS 价差增大,意味着投资者如果在 CDS 市场购买债券保险需要支付更加昂贵的价格。2008 年 12 月 27 日,德意志银行的 CDS 报价是 244.62 基点。如果德意志银行提前赎回 10 亿欧元债券再发行债券融资,将会付出远比息票递增所带来的更高的利息。这支债券最终在 2013 年 12 月被赎回,此时债券市场状况已变得良好。因此,在巴塞尔协议 III 新的框架规定下,充当其他一级资本的 CoCo 债券面临的展期风险应该是债券定价时需要考虑的重要因素之一。



图1 德意志银行发行的 Tier2 债券 DE0003933511 的历史价格

Fig. 1 The historical price of the Tier2 bond DE0003933511 issued by Deutsche bank

## 2 基于 Copula 方法的可赎回 CoCo 债券定价模型

CoCo 的价格由股票价格以及转股触发事件决定,已有的定价方法均试图找到一种将二者联系起来的方法. 由于转股触发条件是定义在账面价值之上,而股价是市场价值,因而这种联系或多或少会存在问题. 正如前文所述,本文模型将同时拟合股价和 CTR 的边缘分布,并使用 Copula 方法来刻画二者的相关关系.

利率期限结构是资产定价、风险管理等的基准,包括各种债券定价和金融衍生产品定价. 针对巴塞尔协议 III 中对可充当监管资本的 CoCo 债券新规定,本文在定价时将考虑赎回条款对债券价格的影响,用 CIR 模型刻画利率期限结构,用条件最小二乘法估计 CIR 模型的参数,进而判别 CoCo 债券是否在赎回日被赎回,以考虑 CoCo 债券估值中展期风险的影响.

### 2.1 核心一级资本比率 (CTR) 的边缘分布

商业银行补充资本的类别主要有核心一级资本、其他一级资本和二级资本,而在我国核心一级资本占比最大. 因此,本文中主要考虑核心一级资本充足率 (CTR) 与股价的相关性.

另外,根据对国内外银行真实数据的实证分析发现,银行的 CTR 具有一定的均值回复和尖峰厚尾特性. 因此,本文中应用带跳的 Vasicek 模型<sup>[14]</sup>来刻画 CTR 的变化率  $x(t)$

$$dx(t) = \alpha_{CTR} [\theta_{CTR} - x(t)]dt + \sigma_{CTR}dW_1(t) + dJ(t)$$

$$J(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} Y_j$$

$$dJ(t) = Y_{N(t)} dN(t) \tag{1}$$

其中  $\alpha_{CTR}$  是均值回复参数,  $\theta_{CTR}$  是 CTR 的目标值,  $\sigma_{CTR}$  是  $x(t)$  的波动率,  $W_1(t)$  是维纳过程,  $J(t)$  表示 CTR 变化率  $x(t)$  的跳跃部分,用于刻画 CTR 的厚尾特征,  $N(t)$  是强度为  $\lambda_{CTR}$  的泊松过程,  $Y_j$  是独立同分布的随机变量.  $N(t)$ ,  $W_1(t)$  与  $Y_j$  相互独立.

假设在一个时间段中最多只有一次跳跃发生,即  $N(t) = 1$ ,并使用 Ball 和 Torous<sup>[15]</sup>中提到的方法,即泊松分布的强度为  $\lambda$ ,在  $[t, t + \Delta t]$  时间段中发生跳跃的概率为  $Q = \lambda \Delta t$ ,不发生跳跃的概率为  $1 - Q$ .

假设跳跃的幅度服从正态分布  $N(\mu_j, \sigma_j^2)$ . 由于本文假设了每一个时间段中只有一次跳跃发生,因而模型中刻画的跳跃其实是时间段内多次跳跃相互作用后的结果,而且当时间段分割得足够多,认为使用正态分布进行近似刻画是合理的.

### 2.2 股价的边缘分布

能够刻画股价尖峰厚尾特性的模型有很多, Merton 的跳扩散模型由于较好地平衡了度量误差与计算速度,而且同时考虑资产价格在一般变动过程中的连续扩散过程,从而可考虑到关于资产的重要信息到达时资产价格的偶然跳跃,因此被广泛应用于期权定价中<sup>[16]</sup>. 下面假设股票价格服从如下过程

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = (\mu_{s1} - \lambda_s \theta_s) dt + \sigma_{s1} dW_2(t) + (e^y - 1) dq(t) \tag{2}$$

其中  $y$  服从  $N(\mu_{s2}, \sigma_{s2}^2)$ ,  $\theta_s = E(e^y - 1)$ ,  $\mu_{s1}$  为股票的预期回报率,  $\lambda_s$  为跳跃发生的频率,  $\theta_s$  为平均跳跃幅度占股票价格上升幅度的比率.  $W_2(t)$  是维纳过程,同时被波动率系数  $\sigma_s$  放大,股价的跳过程  $q(t)$  是强度为  $\lambda_s$  的泊松过程. 其中  $q$

$(t)$ ,  $W_2(t)$  独立.

### 2.3 利率模型的选择与拟合

选择合适的利率模型对债券定价非常重要, 可赎回 CoCo 债券也不例外. 学者在利率模型方面进行了较多研究. 谢赤和吴雄伟<sup>[17]</sup> 利用广义矩方法和银行间同业拆借利率数据验证了中国货币市场的 Vasicek 模型和 CIR 模型, 结果表明两个模型都很显著. 谢为安和蔡益润<sup>[18]</sup> 建立了我国国债收益率的 BK 模型, 并基于此计算市场上可赎回和可回售债券的价格. 考虑到 Vasicek 模型下利率可能出现负值, 本文采用 CIR 模型来模拟利率的变化过程, 拟合方法来自 Overbeck 和 Rydén<sup>[19]</sup> 中叙述的条件最小二乘法.

根据 CIR 模型,  $R(t)$  的变化服从以下的随机微分方程

$$dR(t) = (a + bR(t)) dt + \sigma\sqrt{R(t)} dZ(t) \quad (3)$$

其中  $Z$  是标准布朗运动,  $a, b, \sigma$  满足条件:  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $\sigma > 0$ .  $-a/b$  表示长期利率水平,  $b$  表示均值回复速度.

运用条件最小二乘选取参数, 拟合利率方程的参数后, 对 CIR 模型进行欧拉离散

$$\begin{aligned} \Delta R(t) &= R(t + \Delta t) - R(t) \\ &= (a + bR(t)) \Delta t + \sigma\sqrt{R(t)} \Delta t Z \end{aligned} \quad (4)$$

有初始利率值之后, 据上式计算  $R_n$ , 可以得到一条未来的利率运动路径, 并据此为债券定价.

### 2.4 Copula 函数的选择

李平<sup>[11]</sup> 根据对国内外银行真实数据的实证分析发现, 银行股价与 CTR 是不独立的, 二者之间的相关性程度随银行不同而变化, 因此他们建议用 Copula 函数刻画银行股价与 CTR 之间的关系. 本文沿用该文的方法, 用 Copula 函数刻画银行股价与 CTR 在危机时的尾部相关性.

通过对几种 Copula 函数刻画的尾部相关性特征的分析, 本文建议选择 Clayton、Gumbel 以及 Student  $t$  Copula 来刻画银行股价与 CTR 在危机时的尾部相关性. 然后用 AIC 准则选择合适的 Copula, 即选择 AIC 值最小的 Copula 作为最优 Copula, 因为 AIC 值越小, 说明该模型的拟合效果越好.

### 2.5 可赎回 CoCo 债券定价模型

针对巴塞尔协议 III 对于可充当额外一级资

本的 CoCo 债券的新规定, 本文在定价时将考虑赎回条款对债券价格的影响, 用 CIR 模型刻画利率变化过程, 判别 CoCo 债券是否会在赎回日被赎回, 充分考虑 CoCo 债券估值中展期风险的影响. CoCo 的价格由股票价格以及转股触发事件决定, 已有的定价方法均试图找到一种将二者联系起来的方法. 由于转股触发条件是定义在账面价值之上, 而股价是市场价值, 因而这种联系或多或少会存在问题. 正如前文所述, 本文将同时拟合股价和 CTR 的边缘分布, 并使用 Copula 方法来刻画二者的相关关系.

#### 2.5.1 赎回判定条件

考虑一支可赎回债券, 面值为  $M$ , 期限为  $N$  年, 息票为  $c$ . 从现在起, 在第  $k$  年有权赎回债券, 赎回价格为  $X$ ,  $t$  时期的利率为  $r_t$ , 服从 CIR 模型.

如果发行人在第  $k$  年行使赎回权, 那么债券的预期价值为

$$p_1 = \sum_{t=1}^k \frac{c}{(1+r_t)^t} + \frac{X}{(1+r_k)^k} \quad (5)$$

如果不行使赎回权, 债券预期价值为

$$p_2 = \sum_{j=1}^N \frac{c}{(1+r_j)^j} + \frac{M}{(1+r_N)^N} \quad (6)$$

理性的发行人会根据  $p_1$  和  $p_2$  两者大小决定是否行使赎回权.

#### 2.5.2 可赎回 CoCo 债券估值模型

假设转股触发事件始终会发生在银行违约之前, 带赎回条款的 CoCo 债券的理论价格为

$$\begin{aligned} PV_{CoCo_{call}} &= \sum_t c_t P_{ntr_{nc}}(t_i) B(t_i) + \\ &N \times P_{ntr_{nc}}(T) B(T) + \\ &R_{tr_{nc}} \int_0^T P_{tr_{nc}}(t \downarrow + \Delta t) B(t \downarrow + \Delta t) dt \\ &R_{c_{ntr}} \int_0^T P_{c_{ntr}}(t \downarrow + \Delta t) B(t \downarrow + \Delta t) dt \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $B(t_i)$ ,  $B(T)$  以及  $B(t + \Delta t)$  为折现因子. 公式 8 表明, 带赎回条款的 CoCo 债券的价值由三部分构成: CoCo 债券既未触发也未赎回时 (该事件的概率用  $P_{ntr_{nc}}$  表示) 普通债券的息票和本金收益、触发时 (该事件的概率用  $P_{tr_{nc}}$  表示) 回收的本金或转换出的股票的价值、根据赎回条款回收的本金 (事件的概率用  $P_{c_{ntr}}$  表示) 的价值, 其中  $R_{tr_{nc}}$  与  $R_{c_{ntr}}$  分别表示触发但未提前赎回时和提前赎回但未触发时的回收率, 计算方式同上.

不考虑展期风险即假设 CoCo 债券会在第一赎回日赎回,此时 CoCo 债券的理论价格为

$$PV_{CoCo} = \sum_i P_{nr}(t_i) B(t_i) + N \times P_{nr}(T) B(T) + R_{tr} \int_0^T P_{tr}(t, t + \Delta t) B(t, t + \Delta t) dt \quad (8)$$

此时 CoCo 债券的价值由两部分构成: CoCo 债券未减记时(该事件的概率用表示  $P_{no\ Trigger}$  表示)普通债券的息票和本金收益,以及减记时(该事件的概率用  $P_{Trigger}$  表示)回收的本金或转换出的股票的价值,其中  $R_{Trigger}$  表示减记时的回收率,在数值上等于减记时得到的股票的价值与减记债券面价值的比值。

本文用 Copula 函数将股价与 CTR 联系起来,目的就是使用股价较为精确的估计来修正 CTR 的估计,使之更好地反应当前市场对于银行未来风险的看法。

### 3 关于巴克莱的可赎回 CoCo 债券的实证研究

债券 US06739FHK03 是由巴克莱银行发行的一支全额减记可赎回 CoCo 债券,该产品于 2013 年 4 月 10 日发行,2023 年 4 月 10 日到期。

表 1 巴克莱银行的 US06739FHK03 债券条款

Table 1 Terms of the bond US06739FHK03 issued by Barclays bank PLC

ISIN	US06739FHK03
息票率	7.75%
发放频率	半年期
息票取消条款	否
到期日	2023 年 4 月 10 日
发行日	2013 年 4 月 10 日
监管者认可级别	Tier2
下一赎回日	2018 年 4 月 10 日
赎回频率	一次
CTR 触发条件	7.00%
损失吸收方式	全额减记

本文选取这支债券作为实证研究对象来检验

本文模型的定价效果。使用巴克莱银行的股价、银行核心一级资本比率以及 CoCo 债券的相关历史数据,数据来源于法兰克福证券交易所网站、巴克莱资本公司官方网站以及 Datastream 数据库。

### 3.1 模型参数估计

#### 3.1.1 利率模型参数估计

本文选取英国 5 年期公债利率来近似无风险利率,并作为贴现率。根据 2.3 节的公式得到 CIR 模型的参数拟合结果见表 2。

表 2 利率模型参数拟合结果

Table 2 Estimation results of the CIR model

	$a$	$b$	$\sigma$
参数	0.060 2	-0.036 5	0.040 3

以 5 年期公债在 2013 年 4 月 10 日的无风险利率 1.78% 为初值模拟的一条利率路径如下图所示。



图 2 利率模拟图

Fig. 2 Simulate result of the interest rate under CIR process

#### 3.1.2 CTR 序列边缘分布的参数估计

选用 2009 年 3 季度至 2013 年一季度的 CTR 数据,基于 MCMC 方法得到 CTR 所服从的均值回复跳扩散过程的最优参数估计值如表 3。

表 3 CTR 序列均值回复跳扩散过程的参数估计

Table 3 Parameter estimation for CTR's marginal distribution model

	系数
$\alpha_{CTR}$	0.019 4
$\theta_{CTR}$	10.480 0
$\sigma_{CTR}$	0.404 9
$\lambda_{CTR}$	0.120 2
$\mu_J$	1.588 0
$\sigma_J$	0.641 1

#### 3.1.3 股票价格边缘分布的参数估计

与 CTR 中的参数估计方法相同,用巴克莱银行的日股票数据估计股票价格的 Merton 跳扩散

过程参数。结果显示在表 4 中。

表 4 股票价格的 Merton 跳扩散过程参数估计  
Table 4 Parameter estimation for the stock price's marginal distribution

	系数
$\mu_{S1}$	0.000 371
$\sigma_{S1}$	0.015 300
$\lambda_S$	0.005 278
$\theta_S$	0.175 400
$\mu_{s2}$	0.093 000
$\sigma_{s2}$	0.260 000

### 3.2 Copula 参数估计与检验

本文使用 Copula 函数主要是用来度量股价与 CTR 在危机时的尾部相关性, Clayton, Gumbel 以及 Student's t Copula 是对尾部相关性刻画较好的 Copula 函数。因此备选的 Copula 函数包括: 高斯 Copula、t-Copula、Clayton Copula、Frank Copula 和 Gumbel Copula。

应用 AIC 准则确定拟合最好的 Copula 函数用来估计 CTR 与股价的相关性。AIC 准则检验结果如表 5。

表 5 不同 Copula 函数的 AIC 检验结果  
Table 5 AIC test results for different Copula

	AIC
Gaussian	-730.95
Student's t	-770.69
Gumbel	-89.40
Clayton	-4 493.50
Frank	-1 775.40

表 5 的结果显示, 在备选 Copula 函数中 Clayton Copula 的拟合效果最好, 而 Gumbel Copula 的拟合效果最差。因而, 在实证检验中本文将使用 Clayton Copula 来刻画 CTR 与股价之间的相关性。然后用极大似然估计法得到 Clayton Copula 的参数估计值为  $\theta_{copula} = 1.12$ 。

### 3.3 定价结果与展期风险对可赎回 CoCo 债券价格的影响分析

#### 3.3.1 发行首日定价分析

2013 年 4 月 10 日债券发行当日巴克莱银行股票价格为 \$15.27。在参数估计的基础上, 应用 2.1 节的模型模拟利率, 用 Clayton Copula、2.2 节

与 2.3 节中的模型模拟巴克莱银行的未来股价和 CTR, 进而根据转股触发条款和赎回条款计算转股概率和赎回概率, 计算减记概率时, 在蒙特卡罗方法模拟出的 CTR 数据路径的基础上, 根据减记条款“核心一级资本比率 CTR 小于 7%”计算出减记概率, 然后依据 2.5.2 节的公式(7)通过蒙特卡罗模拟算法计算出 CoCo 债券的价格。通过 1 万次的模拟计算, 同时考虑展期风险、CTR 与股价的相关性, 得到 CoCo 债券的价格为 \$90.9, 低于发行当日的 \$100.75。

#### 3.3.2 各季度末定价结果

图 3 给出了基于 Copula 方法考虑展期风险和不考虑展期风险两种情况下各季度末 CoCo 债券的定价结果与 CoCo 债券市场价格的对比如。

从图 3 可以看出, 采用 Copula 方法而不考虑展期风险时计算出的 CoCo 债券价格与 CoCo 债券市场价格走势大体一致。考虑了展期风险的 CoCo 债券价格一直低于没有考虑展期风险的 CoCo 债券价格。

模型计算的 2014 年 12 月末考虑展期风险的 CoCo 债券价格高于市场价格, 分析原因为 2014 年的上半年市场利率大幅飙升, 并在 6 月达到那一时期的顶峰, 9 月美联储又宣布退出量化宽松, 所以市场对于长期无风险利率上涨预期进一步增强, 相应的市场上债券价格随之下降。然而实际数据中, 国债利率在 6 月份达到顶点之后, 便开始下降。投资者对于利率变化的预期难以在均值回复的利率模型中表现出来, 导致这个时期的模型计算的价格比市场价格高。

采用 Copula 方法同时考虑展期风险时计算出的 CoCo 债券价格明显低于 CoCo 债券市场价格以及不考虑展期风险的债券估计价格。这说明可赎回 CoCo 债券的市场价格在一定程度上被高估, 投资人没有认识到展期风险带来的问题。发行方可以在赎回日根据利率情况来决定是否赎回, 这是发行方的一项权利, 这项权利是有价值的。所以投资者应该要求更高的收益率, 债券定价应该更低。如果不考虑展期风险, 直接认定发行方会在第一赎回日赎回债券, 会使债券价格在一定程度上被高估, 一旦发行方放弃赎回的权利, 债券面临较大的价格下跌风险, 使投资者遭受损失, 即出现第 2 节中德意志银行 Tier2 债券价格急

剧下跌的案例.

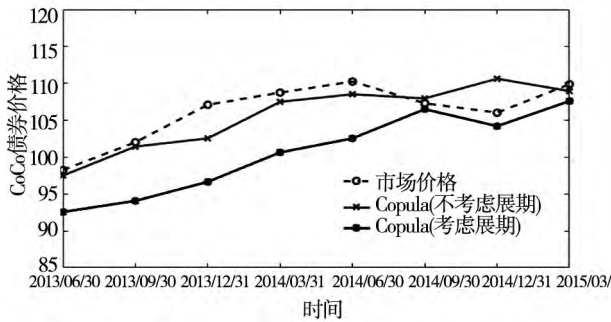


图3 CoCo债券各季度末的定价结果  
Fig. 3 Pricing results of the CoCo bond

### 3.4 参数的敏感性分析

模型能否准确刻画股票价格和 CTR 的动态变化取决于历史数据能在多大程度上代表未来数据. 例如由于近几年欧洲金融市场动荡可能导致 CoCo 债券的转换概率的理论值低于实际值. 分析变量的偏差在多大程度上影响定价结果具有重要意义, 同时进行敏感性分析可以更好的探索模型的动态特征, 并指出哪一个参数需要更多关注.

#### 3.4.1 CoCo 债券价格对 CTR 边缘分布参数的敏感性分析

图4为 CoCo 债券价格对于 CTR 边缘分布参数的敏感性分析结果. 从图中可以看到, CTR 边缘分布主要参数中  $\theta_{CTR}$  以及  $\lambda_{CTR}$  两个参数对债券价格的估计影响较大, 模型计算的债券价格会随这两个参数的增加而增加.

随着  $\sigma_{CTR}$  增加会导致 CTR 的波动率增加, 因此, 减记概率增加, 债券价格随之下降.

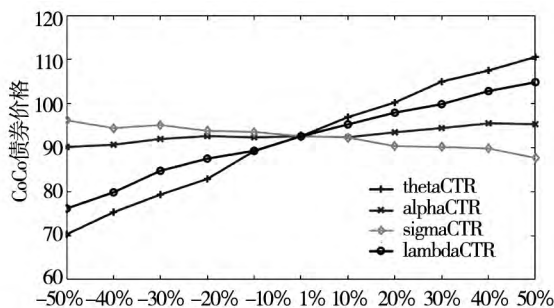


图4 CoCo 价格对于 CTR 边缘分布参数的敏感性分析  
Fig. 4 Sensitivity analysis of CoCo bond to the parameters of CTR

#### 3.4.2 CoCo 债券价格对 Copula 参数敏感性分析

图5是 CoCo 债券理论价格对 Copula 参数敏感性分析, 从图中可以看出随着  $\theta_{Copula}$  增加, CoCo 债券模型估计价格会随之下降. 由 Clayton Copula

的相关系数  $\tau$  的计算公式  $\tau = \theta / (\theta + 2)$  可以看出, 随着  $\theta_{Copula}$  增加,  $\tau$  也会增大, 因此二者之间下尾相关关系增强. 股价处于下行趋势中, 因此二者下尾相关性增强会导致 CoCo 债券减记概率增加, 从而债券估计价格下降.

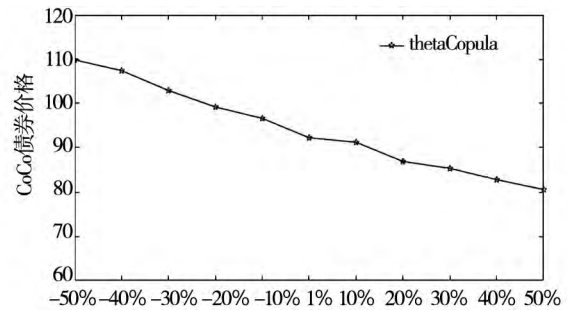


图5 CoCo 债券价格对 Copula 参数敏感性分析  
Fig. 5 Sensitivity analysis of CoCo bond to the parameters of Copula

#### 3.4.3 CoCo 债券价格对股价边缘分布参数的敏感性分析

图6为 CoCo 债券理论价格对于股价边缘分布主要参数的敏感性分析结果. 从图中数据来看, CoCo 债券理论价格对股票价格参数都比较敏感. 这是因为当股票价格服从几何布朗运动时, 股票的价格波动率的漂移项不仅和  $\mu_{S1}$  有关, 它与  $\lambda_S$ ,  $\theta_S$  以及  $\sigma_{S1}$  都相关. 当这些参数的大小相差不大时, 他们对债券价格的影响都比较大.

随着  $\sigma_{S1}$  的增大, 股票价格下降的概率增大, 因此债券的价格会随之下降. 随着  $\mu_{S1}$  的增加, 股票价格上升的概率会增大, 因此债券减记的概率就会下降, 债券价格会随之上升.  $\lambda_S$  增加, 股票价格下降的概率会增加, 因此, 债券价格会下降.

这里敏感性分析的结果与之前在定价结果分析中看到的是一致的, 即模型的定价结果也会受到股价的较大影响.

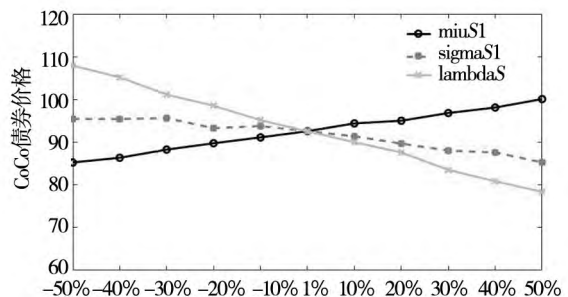


图6 CoCo 价格对股票价格边缘分布参数的敏感性分析  
Fig. 6 Sensitivity analysis of CoCo bond to the parameters of stock price

## 4 中国版可赎回 CoCo 债券的设计与定价

在上一节中选取巴克莱银行发行的 CoCo 债券作为实证研究对象检验本文模型的定价效果并进行了模型参数的敏感性分析,为了更好地借鉴国际上 CoCo 债券的发行经验并适用于国内市场实际情况,本节将进行中国版 CoCo 债券(减记债)的设计与定价。

### 4.1 中国版可赎回 CoCo 债券的条款设计

2012 年以来,我国银监会先后发布了两份关于国内银行发行减记债的指导意见,允许国内银行发行减记债。从其特征来看,减记债可以看作是中国版的 CoCo 债券。截至 2018 年底,中国的

商业银行共发行了 389 支减记债,总发行额超过了 1.8 万亿元人民币。2018 年 2 月 27 日发布的《中国人民银行公告(2018)第 3 号》进一步规范了银行业金融机构发行资产补充债券,明确了资本补充债券既可以减记也可以进行转股。

本文设计中国版的可赎回 CoCo 债券,选择市场化程度相对较高、且在国内市场有一定影响力的上市银行。民生银行是中国大陆第一家由民间资本设立的全国性商业银行,已在香港和上海证券交易所两地上市,具有发行多支可转换债券的经验,且已发行减记债资本工具。

假设民生银行(股票代码 60016)于 2012 年 2 月 1 日发行了一支 CoCo 债券。假设该 CoCo 债为其他一级资本工具的监管范围,设定转股触发事件时直接使用了银监会的要求,而没有加入更多的转股触发事件要求。

表 6 中国版可赎回 CoCo 债券条款

Table 6 Terms of the Chinese version callable CoCo bond

项目	详细资料
公司名称	中国民生银行股份有限公司
发行日期	2012 年 2 月 1 日
发行额度(亿)	40.0
发行价(元)	100.00
面额	100.00
票面利率	3%
存续期间	10
下一赎回日	2017 年 2 月 1 日
转股触发事件	满足下列 3 项之一:(1) 核心一级资本比率低于 5.125%; (2) 银监会认定,若不进行减记或转股,该商业银行将无法生存; (3) 相关部门认定,若不进行公共部门注资或提供同等效力的支持,该商业银行将无法生存。
转股价格	转股日前 30 天股票平均价格

### 4.2 中国版可赎回 CoCo 债券定价与敏感性分析

根据民生银行股票价格的历史数据,采用 Copula 定价方法计算出的 CoCo 债券在 2013 年 3 月 10 日的理论价格为 105.94。

除了定价模型中各变量对 CoCo 债券价格的影响,现实金融市场的变动情况也会对 CoCo 债券的价格产生影响,下面分别分析股价冲击和愈加严格的银行业监管两种情境对 CoCo 债券价格的影响。

#### 4.2.1 股价冲击对 CoCo 债券价格的影响分析

股票价格分布与转股声明发出前股价的变动均会对 CoCo 债券的价格产生影响,考虑上述因素中的股价变动并进行前瞻性预期,会提升模型的估计效果。

前文定价模型中假设季度报告的发布不会对股价变动产生影响,转股为既成事实。然而糟糕的季度报告信息很可能造成股价降低,公司价值向优先级债券持有者转移。由于转股价格是由转股前 30 日平均股价决定的,并且在季度报告发布



之前已经确定,股价在季报发出后的较大降低幅度对 CoCo 债券持有者将造成直接损失.

为了显示此种情况下的股票价格震荡对

CoCo 债券价格的影响,本文估计了股票价格降低不同百分比时 CoCo 债券价格的变化,如表 7 所示.

表 7 股票价格冲击对 CoCo 债券价格的影响

Table 7 The influence of the change of stock price to the price of the CoCo bond

股票价格变化幅度	0%	5%	10%	20%	30%	40%
CoCo 债券的价格	105.94	104.3	102.66	99.37	96.04	92.79

股价冲击对 CoCo 债券价格相对较大的影响这一现象能够被较高的转股概率解释,由于 CoCo 债券的转股率高达 38%,导致股价 10% 的降低会造成 CoCo 债券价格降低 3%. 这一结论与本文模型的预期是一致的.

#### 4.2.2 银行业监管要求的影响分析

从 CoCo 债券的作用来看,它的目的是为高等级债权人提供损失缓冲,保障银行经营的稳健.在实际发行中,Basel 银行监管委员会以及我国银监会都要求在转股条款中加入监管层指定的条款,即当监管机构认定银行陷入危机需要救助时,可以要求 CoCo 债券进行减记.

前文所述定价模型对于仅由 CTR 约束转股触发的 CoCo 债券是适用的,但是学界和业界认为由监管机构决定是否转股的条款让 CoCo 债券的定价更加复杂,难以用模型来刻画监管者行为.例如有时监管机构认为银行无法改善其偿付能

力,但此时银行的 CTR 仍位于 CoCo 债券条款规定的转股触发条件之上.

为了描述监管机构对银行业越来越严格的资本充足率要求,本文假设触发条件 CTR 值随时间不断提高,即仿效当监管机构对银行资本充足率的要求不断提高时,银行提高自身的目标资本充足率的情境.自 2013 年 1 月 1 日起实施的《商业银行资本管理办法(试行)》规定,核心一级资本充足率不得低于 5%. 表 8 给出了自 2012 年起转股触发条件的变化情况.表 8 中第二行为 5.1 节假设的中国版可赎回 CoCo 债券的转股触发条件,第三行表示监管机构对银行业要求的资本充足率,假设自 2018 年起核心一级资本充足率不得低于 5.25%,2020 年及以后核心一级资本充足率不得低于 5.5%,第四行表示当监管机构进一步加强监管时对银行资本充足率的各种要求.

表 8 转股触发条件的变化情况

Table 8 The change of the trigger event

年份	2012~2015	2016	2017	2018	2019	2020 及以后
基本假设	5.125	5.125	5.125	5.125	5.125	5.125
监管要求	5	5	5	5.25	5.25	5.5
情景假设	5.125	5.125	5.125	5.375	5.375	5.625

当引入更高的资本充足率要求时,由公式(4)计算的转股概率变高,进而使得 CoCo 债券价格降低,降低的幅度如表 9 所示.由表 9 可以看出,情景假设中采用较高的转股触发条件得出的 CoCo 债券价格要高于基本假设中采用较

低的转股触发条件得出的 CoCo 债券价格 2.7%. 说明随着银行业的监管要求不断提高,条款中包含由监管机构决定是否转股的 CoCo 债券的转股概率增大,债券价格有逐渐降低的趋势.

表 9 更严格的监管要求对应的 CoCo 债券价格及转股概率

Table 9 The price of CoCo bond and conversion probability with more rigid regulatory requirement

	价格	期限	转股概率
基本假设	105.9	1 698.5	28.4%
情景假设	103.1	1 689.1	34.4%

## 5 结束语

本文用 Copula 函数刻画股票价格与核心资本比率(CTR)的相关性,用 CIR 模型刻画利率期限结构,并对 CoCo 债券的赎回条款进行判定,采用蒙特卡罗模拟法为可赎回 CoCo 债券进行定价。

实证结果显示,可赎回 CoCo 债券的价值在一定程度上被高估,说明投资人没有认识到展期风险对投资收益带来的限制。使用 Copula 函数将股票价格和 CTR 联系起来,一方面可以用较精确的股价估计修正对 CTR 的估计;另一方面,当 CTR 没有新数据到达时,可以利用股价的变动将市场观点考虑到对减记概率的估计中来。

将 CoCo 债券应用于我国金融市场实际需要

考虑到中国金融市场的实际情况。鉴于我国银行业的复杂多样性和差异化,同时考虑到系统性风险的防范,市场指标与监管机构共同决定转股触发条件是我国较好的选择。我国金融市场发展程度相较于发达金融市场仍有很大差距,信息披露制度仍待完善,因此转股触发条件不能全部依赖于市场,否则将会面临较大的市场操纵风险。

CoCo 债券在欧洲金融市场取得较大发展,但在我国与亚洲也开始发行,但它仍面临着一些不确定性因素。鉴于其在危机期间对企业强大的救助功效以及防范危机进一步蔓延的能力,发展前景仍值得期待。为进一步推动 CoCo 债券市场的发展,现阶段我国监管机构的工作开展,可以从明确 CoCo 债券的定位并建立完善的制度环境、对 CoCo 债券的转股条件以及转股价格进行框架性规定等方面入手。

## 参考文献:

- [1]Spiegel J D, Schoutens W. Pricing contingent convertibles: A derivatives approach [J]. The Journal of Derivatives, 2012, 20(2): 27-36.
- [2]Barucci E, Del V L. Countercyclical contingent capital [J]. Journal of Banking & Finance, 2012, 36(6): 1688-1709.
- [3]French K, Baily M, Campbell J, et al. The squam lake report: Fixing the financial system [J]. Journal of Applied Corporate Finance, 2010, 22(3): 8-21.
- [4]McDonald R L. Contingent capital with a dual price trigger [J]. Journal of Financial Stability, 2013, 9(2): 230-241.
- [5]Corcuera J M, Spiegel J D, Fajardo J, et al. Close form pricing formulas for coupon cancellable CoCos [J]. Journal of Banking and Finance, 2014, 42(3): 339-351.
- [6]Lou P, Yang Z. Real options and contingent convertibles with regime switching [J]. Journal of Economic Dynamics & Control, 2017, 75: 122-135.
- [7]Li P, Meng H, Yu H. Chinese write-down bonds and bank capital structure [J]. Quantitative Finance, 2018, 18(9): 1-16.
- [8]Ammann M, Blickle K, Ehmann C. Announcement effects of contingent convertible securities: Evidence from the global banking industry [J]. European Financial Management, 2017, 23(1): 127-152.
- [9]秦学志,胡友群,尚勤,等. 基于转换点生存概率的或有可转债定价研究 [J]. 管理工程学报, 2015, 29(2): 182-189.  
Qin Xuezhi, Hu Youqun, Shang Qin, et al. Research on pricing contingent convertible bonds with survival probability-based trigger [J]. Journal of Industrial Engineering/Engineering Management, 2015, 29(2): 182-189. (in Chinese)
- [10]赵志明,杨招军. 或有可转换债券的定价和公司资本结构 [J]. 管理科学学报, 2015, 18(12): 27-35.  
Zhao Zhiming, Yang Zhaojun. Pricing of contingent convertible bonds and capital structure [J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(12): 27-35. (in Chinese)
- [11]李平,尹菁华,来娜,等. 基于 Copula 双变量模拟的 CoCo 债券定价 [J]. 系统工程学报, 2016, 31(6): 772-782.  
Li Ping, Yin Jinghua, Lai Na, et al. CoCo bond pricing based on copulas bivariate simulation [J]. Journal of Systems En-

- gineering, 2016, 31(6): 772–782. (in Chinese)
- [12] 秦学志, 胡友群, 石玉山. 含有股权回售与赎回条款的或有可转债定价研究[J]. 管理科学学报, 2016, 19(7): 102–114.  
Qin Xuezhi, Hu Youqun, Shi Yushan. Pricing of share-puttable & callable CoCos[J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(7): 102–114. (in Chinese)
- [13] De Spiegeleer J, Schoutens W. Cocos bonds with extension risk[J]. Wilmott, 2014, (71): 78–91.
- [14] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of Financial Economics, 1977, 5(2): 177–188.
- [15] Ball C A, Torous W N. A simplified jump process for common stock returns[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1983, 18(01): 53–65.
- [16] Merton R C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous[J]. Journal of Financial Economics, 1976, 3(1): 125–144.
- [17] 谢 赤, 吴雄伟. 基于 Vasicek 和 CIR 模型中的中国货币市场利率行为实证分析[J]. 中国管理科学, 2002, 10(3): 22–25.  
Xie Chi, Wu Xiongwei. An empirical analysis of the interest rate behavior in China's monetary market using the Vasicek and CIR models[J]. Chinese Journal of Management Science, 2002, 10(3): 22–25. (in Chinese)
- [18] 谢为安, 蔡益润. 我国可回售债券的定价——基于同期限国债收益率曲线的模拟[J]. 复旦学报: 自然科学版, 2011, 50(1): 103–108.  
Xie Weian, Cai Yirun. The pricing of puttable bond in Chinese bond market: A simulation based on the yield curve of government bonds with the same term[J]. Journal of Fudan University (Natural Science), 2011, 50(1): 103–108. (in Chinese)
- [19] Overbeck L, Rydén T. Estimation in the Cox-Ingersoll-Ross model[J]. Econometric Theory, 1997, 13(3): 430–461.

## Pricing of callable contingent convertible bonds with extension risk

LI Ping<sup>1</sup>, LI Fang-fang<sup>1</sup>, LIU Jie<sup>1</sup>, HUANG Guang-dong<sup>2\*</sup>

1. School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. School of Science, China University of Geosciences, Beijing 100083, China

**Abstract:** The financial crisis since 2007 has highlighted the fragility of the banking system. CoCo bonds have been a hot topic as both a solution to the “too big to fail” problem and a measure by which financial institutions can raise the capital adequacy ratio and save themselves during crises. In this paper, CoCo bonds with extension risk are analyzed. Stock price and Core Tier 1 Ratio are simultaneously simulated and copula functions are introduced to measure the correlation between stock price and Core Tier 1 Ratio. CIR model is used to describe the term structure of interest rates, and Monte-Carlo simulation method is employed to price callable CoCo bonds. Further, callable CoCo bonds issued by Barclays bank are applied to test the performance of our model. Finally, the paper designs the Chinese version of CoCo bonds, and gives the numerical calculation and scenario analysis.

**Key words:** callable CoCo bonds; extension risk; Copula; CIR model; jump-diffusion model