耦合风险视角下基于 GARCH-Copula 模型的基金组合风险研究①

胡扬斌[1], 谢 赤[1,2*], 曹 玺[1]
（1. 湖南大学工商管理学院, 长沙 410082; 2. 湖南大学金融与投资管理研究中心, 长沙 410082）

摘要：在资本市场不断多样化的投资方式中,投资组合以其相对稳定的风险与收益而得到广泛应用,其中基金组合凭借在收益一定的情况下的低风险成为投资者关注的热门品种. 传统的投资组合研究大多只考虑市场风险的影响,忽略了信用风险的耦合效应,从而往往导致对组合总体风险的低估. 首先借助于 GARCH 模型获得边缘分布,然后选择 Copula 函数刻画各基金之间的相关结构,建立联合分布模型,进而采用 Monte Carlo 方法模拟生成基金组合中各基金的收益率序列,最后根据损失函数计算基金组合的风险价值. 实证结果表明,市场风险大的基金组合其信用风险不一定大,并且基金组合能有效分散基金风险. 同时,耦合风险视角下基金组合的 CVaR 值大于市场风险视角下的 CVaR 值,耦合风险能更好地衡量基金组合的风险. 另外,Student t-Copula 模型较之其它模型能更好地刻画耦合风险的联合相依结构.

关键词：基金组合; 耦合风险; GARCH-Copula 模型; 信用风险; 市场风险
中图分类号：F832 **文献标识码**：A **文章编号**：1007 -9807(2019)06 -0113 -14

0 引 言

证券投资基金作为目前资本市场中重要的投资产品之一,其价格波动性所带来的风险是不容忽视的. 通常而言,基金的风险首先体现在单只基金在某一时段内的时间序列的波动,其次是整个市场中不同基金在某一时段内的终值差异. 基金作为具有较高风险的投资品种,对其采取“正反馈”等简单投资策略的效果并不理想,进行组合投资也许不失为解决上述问题的一个办法. 所谓基金组合,就是以若干基金为投资标的,根据其不同属性从中挑选出若干只而构造的一种投资组合. 它具有专业优势、效率优势、成本优势以及流动性与风险控制优势. 基金组合可以帮助投资者规避单只基金波动的风险,是基金投资在一定程度上更好的替代品. 相关研究表明,基金组合收益率的平均标准差低于传统的共同基金②的标准差,同时在行情下跌环境中最大回撤③也小于传统的共同基金[1].

毫无疑问,深入考察基金组合的风险,无论是对投资决策还是市场监管,乃至对市场运行都具有十分重要的意义. 金融风险的测量方法一直是学术界探讨的热点,早期大多偏重对市场风险的研究,随着对金融市场认识的深化,人们逐渐意识到了其它风险的重要性,其中信用风险更是受到众多学者的重视. 例如,Boris, Ivana 和 Anna 研究发现,基于信用配置的资产组合的收益明显高于

① 收稿日期: 2017 -05 -20; 修订日期: 2018 -03 -10.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71373072; 71340014); 国家社会科学基金资助项目(19BTJ018).
通信作者: 谢 赤(1963—), 男, 湖南株洲人, 博士, 教授, 博士生导师, Email: xiechi@ hnu. edu. cn

② 通过发行基金单位,集中投资者的资金用于投资股票、债券、外汇、货币等,从而获得投资收益和资本增值,是一种利益共享、风险共担的集合投资方式.

③ 在选定的一段时间内从任一时点往后退,产品净值到达最低点时收益率回撤幅度的最大值.

基于市场大盘指数的收益,而且相应的选股策略具有优化效应[2]. 基金的信用风险是指基金在交易过程中由于基金当事人违约而造成资产损失的可能性[3]. 基金可以投资于股票、债券等多项金融工具,由于相关数据获取困难,通过计算各项金融工具的信用风险来综合衡量基金的信用风险难度较大,因此本文拟采用简化的形式对基金的信用风险进行描述:假设基金运行良好,则不存在信用风险;若基金无法正常运行,存在违约情况,则会引发信用风险.

目前应用最为普遍的风险管理模型大多都是单独(分别)衡量市场风险和信用风险,并未将它们进行综合管理. 理论上,金融市场存在的风险是紧密相关、相互影响的,信用风险的变化往往会造成资产价格和收益率的变化,而资产本身价值的变化也会相应地引起信用风险的变化. 2008 年爆发的金融危机也表明,将市场风险和信用风险独立考量可能会造成对风险的严重低估. Wang 和 Yao、陈荣达和陆金荣以及汪冬华, 黄康和龚朴都认为,市场风险和信用风险都不容忽视,必须考虑各类风险之间的相关性,对整合风险进行估计和度量[4~6].

为了准确地描述金融市场中数据的波动性和聚集性特征,Bollerslev 提出 GARCH 模型来对时变的波动率进行描述. Goo, Chang 和 Chiu 以及严兵, 张禹和刘娜证实,GARCH 模型能很好地捕获时间序列数据中波动聚类的特征[7, 8]. 但有学者发现,一般的 GARCH 模型不能很好反映风险溢价,进而提出 GARCH-M 模型,它能较好地刻画金融市场中多数资产收益率自身波动对其收益率的影响. Trypsteen 以及曹栋和张佳指出,GARCH-M 模型能很好地对波动聚集性关系进行拟合[9, 10]. 虽然 GARCH 模型对于单个金融资产收益的边缘分布已经能够很好地进行刻画,但是对于多个金融资产之间的非线性相关性的描述则存在不足,Copula 函数可以解决这一问题,并且可以很好地描述变量分布的尾部相关性. Chen, Wang 和 Yu、陈荣达, 王泽和李泽西以及邓洋和何旭彪运用 Copula 模型对资产组合的信用风险进行衡量,发现该模型可以准确地估计资产组合的相依性和尾部相关性[11~13]. 吴鑫育, 任森春和马超群等构建随机 Copula 模型研究了中国股票市场杠杆效应的时变性[14]. 同时需要注意的是,风险耦合效应会使得资产组合风险间呈现非线性相依的特征,因此 Copula 理论也被用于集成不同类型风险的综合度量[15, 16]. Rosenberg 和 Schuermann 采用 Copula 函数构建联合风险分布以考察资产之间的耦合关系,并提出了综合风险管理的框架[17].

对于资产组合的风险价值通常采用 VaR 和 CVaR 来衡量. Monte Carlo 方法主要是以金融资产风险所对应的可能分布为基础,通过计算机随机模拟未来的场景,并根据模拟出的数据构造投资组合的经验分布来计算 VaR. Wang, Song 和 Lin 以及黄金波, 李仲飞和姚海祥通过 Monte Carlo 仿真对投资组合的 VaR 和 CVaR 进行度量,认为采用该方法来度量资产组合是可靠的[18,19]. 近年来,越来越多的学者将 Copula 模型与 Monte Carlo 模拟、VaR 理论、CVaR 理论、GARCH 模型等结合起来,对资产组合开展更加细致深入的研究. Wells, Farhat 和 Richardson 等通过 vine Copula-Garch 模型对投资组合资产风险进行描述,发现它能够持续捕获尾部相关性和尾部风险,更加准确地预测极端事件的发生[20]. Aloui, Aïssa 和 Nguyen 以及 Budiarti, Wigena 和 Purnaba 等采用 Copula-GARCH 模型探讨资产间的相依性,并结合 Monte Carlo 模拟计算出资产 VaR 值[21, 22]. Kemaloglu, Sibel 和 Emel 使用动态 Copula 模型对资产组合之间的相关性进行拟合,采用 Monte Carlo 模拟方法基于均值-CVaR 模型对投资组合进行优化[23].

综上所述并考虑到基金组合的特殊性,本文拟构建 GARCH 模型对基金收益率序列的波动性进行建模,使用 Copula 函数建立联合分布,采用 Monte Carlo 方法模拟基金未来收益率,从而实现对基金组合耦合风险的考察.

1 理论分析与方法选择

1.1 市场风险的度量

GARCH(p, q)模型可表示为

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \xi_t \sigma_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum\limits_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum\limits_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \\ \xi_t \mid I_{t-1} \sim \text{n. i. d}(0,1) \end{cases} \tag{1}$$

其中 $p \geqslant 0, q \geqslant 0; \alpha_0 > 0, \alpha_i \geqslant 0, i = 1, 2, \cdots, q$; $\beta_j \geqslant 0, j = 1, 2, \cdots, p$.

GARCH-M(1, 1)模型为

$$\begin{cases} r_t = \theta + \lambda \sigma_t + \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 = \omega + \eta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 \end{cases} \tag{2}$$

其中 $\omega > 0, \eta \geqslant 0, \gamma \geqslant 0$，且 $\eta + \gamma < 1$. λ 为风险升水，$\lambda > 0$ 表示期望收益率与波动呈正相关；反之，$\lambda < 0$ 表示期望收益率与波动呈负相关.

根据 CAPM 模型，资产的期望收益率可表示为

$$\mathrm{E}(r_i) = r_{ft} + \beta(\mathrm{E}(r_m) - r_{ft}) \tag{3}$$

其中 $\mathrm{E}(r_i)$ 为资产 i 的期望收益率，r_{ft} 为无风险利率，β 是用来衡量资产相对于市场的波动性的 Beta 系数，$\mathrm{E}(r_m)$ 为市场期望收益率.

风险升水 λ

$$\lambda = \frac{\mathrm{E}(r_{mt}) - r_{ft}}{\sigma_{mt}} \tag{4}$$

因此，时刻 t 市场综合收益率 r_{mt} 为

$$r_{mt} = \mathrm{E}(r_{mt}) + \varepsilon_{mt} = r_{ft} + \lambda \sigma_{mt} + \varepsilon_{mt} \tag{5}$$

对金融市场的研究发现，金融资产的价格波动是随机的，且具有明显的集聚性. 因此，本文选用 GARCH 模型以期更为准确地描述金融资产收益率的时变波动性，其一般形式如式(1). 针对误差项 ε 的条件分布形式，考虑到基金综合指数中资产充分分散，仅剩下市场风险这一情况，因此其收益率 r_{mt} 误差项服从正态分布. 而单个基金由于包含有市场风险和其它风险，其收益率 r_t 往往具有比正态分布更为宽厚的尾部，所以采用广义误差分布(GED 分布)来描述其收益的误差项条件分布. 于是，可以针对基金收益率 r_t 和基金综合指数收益率 r_{mt} 构建 GARC(1, 1)-M 模型

$$\begin{cases} r_t - r_{ft} = \alpha + \beta[\mathrm{E}(r_{mt}) - r_{ft}] + \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 = \omega + \eta \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \sigma_{t-1}^2 \\ r_{mt} - r_{ft} = \theta + \lambda \sigma_{mt} + \varepsilon_{mt} \\ \sigma_{mt}^2 = \omega_m + \eta_m \varepsilon_{m(t-1)}^2 + \gamma_m \sigma_{m(t-1)}^2 \end{cases} \tag{6}$$

其中 $\alpha, \beta, \omega, \eta, \gamma, \theta, \lambda, \omega_m, \eta_m$ 和 γ_m 为待估计参数，且有 $\omega > 0, \eta \geqslant 0, \gamma \geqslant 0, \eta + \gamma < 1, \omega_m > 0, \eta_m \geqslant 0, \gamma_m \geqslant 0, \eta_m + \gamma_m < 1$，$\varepsilon_t$ 服从 GED 分布，ε_{mt} 服从条件正态分布.

1.2　信用风险的度量

根据 KMV 模型的违约距离概念构建违约概率模型. 假设基金在 t 时刻的收益率为

$$r_t = \mathrm{E}(r_t) + \varepsilon_t \tag{7}$$

其中 $\mathrm{E}(r_t)$ 为期望收益率，ε_t 是均值为 0、方差为 ${\sigma_t}^2$ 的随机误差. 因此，基金价值可以表示为

$$S_t = S_{t-1}(1 + \mathrm{E}(r_t) + \varepsilon_t) \tag{8}$$

$$\mathrm{E}(S_t) = S_{t-1}(1 + \mathrm{E}(r_t)) \tag{9}$$

当基金净值小于 0 时，违约发生，即 $NS_t \leqslant 0$ 时，基金发生违约，N 为基金总的发行量. 于是，基金在 $[t-1, t]$ 期间的违约概率为

$$\begin{aligned} P(NS_t \leqslant 0 \mid NS_{t-1} > 0) &= P(NS_{t-1}(1 + \mathrm{E}(r_t) + \varepsilon_t) \leqslant 0 \mid NS_{t-1} > 0) \\ &= P(1 + \mathrm{E}(r_t) + \varepsilon_t \leqslant 0 \mid NS_{t-1} > 0) \\ &= P\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \leqslant -\frac{1 + \mathrm{E}(r_t)}{\sigma_t} \mid NS_{t-1} > 0\right) \end{aligned} \tag{10}$$

结合 KMV 模型违约距离 DD

$$\begin{aligned} DD &= \frac{\mathrm{E}(NS_t) - 0}{\sqrt{\mathrm{Var}(NS_t)}} \\ &= \frac{NS_{t-1}(1 + \mathrm{E}(r_t))}{NS_{t-1}\sigma_t} \\ &= \frac{1 + \mathrm{E}(r_t)}{\sigma_t} \end{aligned} \tag{11}$$

可得基金违约概率为

$$P(NS_t \leqslant 0 \mid NS_{t-1} > 0) = P\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \leqslant -DD \mid NS_{t-1} > 0\right) \tag{12}$$

在资本市场中，实际上人们通常关心的是一段时间内基金的收益率，而并非每日收益率，因此需要对方程(11)中的违约距离进行处理. T 天内基金违约距离 DD 为

$$DD = \frac{\prod_{i=0}^{T-1}[1 - \mathrm{E}(r_{t+i})]}{\sqrt{\sum_{i=0}^{T-1} \sigma_{[t+i, t+i+1]}^2}} \tag{13}$$

再根据 T 天内违约距离 DD，由方程(12)计算基金的违约概率.

1.3　Copula 函数及其 Monte Carlo 模拟

上文所述的基金综合指数回报中仅包含市场风险，而单只基金的回报中则含有市场风险和信用风险，这两种金融数据之间存在一定的相关性，即 ε_t 与 ε_{mt} 是相互关联的. 由此可见，简单的线性相关概念无法完整地描述资产之间的相关性，

Copula 函数在这方面具有明显的优势,能够较好地描述风险非线性耦合后的相关性. 本文采用椭圆 Copula 函数来描述多个基金之间的相关关系,它包括 Gaussian Copula 和 Student t-Copula 函数.

1.3.1 Gaussian Copula 函数

Gaussian Copula 是多元正态分布下的 Copula 函数,它可以表示为

$$C(u_1,u_2,\dots,u_n)=\Phi(\Phi^{-1}(u_1),\Phi^{-1}(u_2),\dots,\Phi^{-1}(u_n)) \tag{14}$$

其中 Φ 表示线性相关矩阵为 $\boldsymbol{R}$ 的 n 维正态分布函数,Φ^{-1} 为一元正态分布函数的反函数 . Gaussian Copula 函数的 Monte Carlo 模拟步骤为

1)根据式(14)估计出相关矩阵 $\hat{\boldsymbol{R}}$;

2)根据 Gaussian Copula 分布随机产生 n 个变量 $x_1, \cdots, x_n$,这些变量之间的相关性由估计出的协方差矩阵决定;

3)将模拟的 n 个变量 $x_1, \cdots, x_n$ 代入多元正态分布得到对应的概率,即令

$u_i = \Phi(x_i), i = 1, 2, \cdots, n$

$(u_1, u_2, \dots, u_n)^{\mathrm{T}}$ 是来自于 n 维 Gaussian Copula (C_R)的一组随机变量,即

$(u_1,u_2,\dots,u_n)^{\mathrm{T}} \sim C_R$

4)根据边缘分布函数对其进行逆变换,可得到一次模拟情景值.

1.3.2 Student t-Copula 函数

Student t-Copula 函数可以表示为

$$C^t_{v,R}(u) = t^n_{v,R}[t_v^{-1}(u_1),t_v^{-1}(u_2),\dots,t_v^{-1}(u_n)] \tag{15}$$

其中 $t^n_{v,R}$ 表示线性相关矩阵为 $\boldsymbol{R}$,自由度为 v 的 n 维 t 分布函数,t_v 为其边缘分布函数. Student t-Copula 函数的 Monte Carlo 模拟步骤为

1)根据式(15)估计出自由度 $\hat{v}$ 和线性相关矩阵 $\hat{\boldsymbol{R}}$;

2)根据 Student t-Copula 分布随机产生 n 个变量 $x_1, \cdots, x_n$,这些变量之间的相关性由估计出的协方差矩阵决定;

3)将模拟的 n 个变量 $x_1, \cdots, x_n$ 代入多元 Student t 分布得到对应的概率,即

令 $u_i = t_v(x_i), i = 1, 2, \cdots, n$

$(u_1, u_2, \dots, u_n)^{\mathrm{T}}$ 为来自于 n 维 student t-Copula($C^t_{v,R}$) 的一组随机变量,即

$(u_1,u_2,\dots,u_n)^{\mathrm{T}} \sim C^t_{v,R}$

4)根据边缘分布函数对其进行逆变换,可得到一次模拟情景值.

1.4 VaR 风险耦合的 Monte Carlo 模拟

计算风险价值 VaR 时需要得到耦合风险资产收益率的分布情况,而基金的耦合风险包括市场风险和信用风险,其中信用风险可以通过 Monte Carlo 模拟基金的违约情况来描述. 假定在 $t_0 = 0$ 时刻基金 i 的初始价值为 S_0, $t_j = j$ 时该基金的模拟价值为 S_j,则此时其损失(率) 为

$$L_j = -\frac{S_j - S_0}{S_0}, j = 1, 2, \cdots, N \tag{16}$$

因为 S_j 包含了市场风险和信用风险对未来价值的影响, 所以必须对这两种风险进行模拟. 市场风险可以由 GARCH-Copula 模型求出,信用风险则可以简化为基金违约和基金未违约两种情况. 于是, S_j 可以表示为

$$S_j = \begin{cases} S_j^* \\ \delta S_0 \end{cases} \tag{17}$$

其中 $S_j{}^*$ 是 $t_j = j$ 时基金未违约情况下的模拟值, δ 是基金违约后基金价值的残存比例.

David 提出的残存时间可以用来模拟基金违约,它表示基金从 $t_0 = 0$ 时刻到违约发生时的时间长度 t,记为 Γ,其分布函数为[24]

$$F(t) = P\{\Gamma \leqslant t\}, t \geqslant 0 \tag{18}$$

则残存函数为

$$S(t) = 1 - F(t) = P(\Gamma > t) \tag{19}$$

它表示基金直到 t 时刻还未违约的概率. 残存时间 Γ 的概率密度函数为

$$\begin{aligned} f(t) &= F'(t) = -S'(t) \\ &= \lim_{\Delta \to 0+} \frac{P(t \leqslant \Gamma < t + \Delta)}{\Delta} \end{aligned} \tag{20}$$

则在时刻 t,基金的瞬间条件违约概率为

$$\begin{aligned} P[t<\Gamma\leqslant t+\Delta t \mid \Gamma>t] &= \frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{1 - F(t)} \\ &\approx \frac{f(t)\Delta t}{1 - F(t)} \end{aligned} \tag{21}$$

条件概率密度 $h(t)$ 为

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} \tag{22}$$

那么,残存函数 $S(t)$ 为

$$S(t) = \mathrm{e}^{-\int_0^t h(s)\mathrm{d}s} \tag{23}$$

即有

$$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t h(s)ds} \tag{24}$$

由于基金的损失会受到残存时间 Γ 的影响，而 Γ 的分布是由违约强度 h 决定的，因此需要根据违约概率 P 校正 h. 为了简化，假设 $h(t)$ 的时间结构是平坦的，将上式变形为

$$F(t) = P\{\Gamma \leqslant t\} = 1 - e^{-ht} \tag{25}$$

令(0, t)内的平均累积违约率为 $q(0, t)$，于是有

$$\begin{gathered} F(t) = 1 - e^{-ht} = q(0,t) \\ \Rightarrow h = -\ln(1 - q(0,t))/t \end{gathered} \tag{26}$$

假设有 m 支基金发生违约事件的可能性是相互影响的，则可以根据以下具体过程模拟出各只基金的残存时间 $\Gamma = (\Gamma_1, \cdots, \Gamma_m)^T$

(1) 根据 Copula 函数随机模拟 m 个变量 $(u_1, u_2, ..., u_m)$；

(2) 则残存时间为 $\Gamma_i = F_i^{-1}(u_i)$, $i = 1, 2, \cdots, m$.

若基金 i 的残存时间 Γ_i 短于研究时间 T，则表示该基金在该时间内已经违约；反之，则没有违约.

因此，通过 Monte Carlo 模拟和 GARCH- Copula 函数可以得到基金 i 在 $t_j = j$ 时的模拟结果，进而得到 r_j，$S_j^* = S_0(1 + r_j)$. 然后依据基金残存时间判断基金 i 是否违约，得到基金 i 在 $t_j = j$ 时的模拟值 S_j. 将以上步骤模拟10 000次，即可以获得基金 i 的价值分布，从而计算基金的耦合风险价值 VaR.

1.5　CvaR 的计算

条件风险价值 CvaR 是在一定置信水平下超过风险价值 VaR 的期望损失，它更加全面地描述了资产的风险价值. 对于随机变量 X，假设其分布为 $F_X(x) = P(X \leqslant x)$，若 $\omega \in \Omega$，$X(\omega)$ 是一个损益方程，即 $X(\omega) \geqslant 0$ 是损失，$X(\omega) < 0$ 是收益. 可以做出如下定义

对于给定的 X，在一定的置信水平 $\alpha \in (0, 1)$ 下，有

$$\begin{cases} \mathrm{VaR}_\alpha(X) = \min(x: F_x(x) \geqslant \alpha) \\ \mathrm{CVaR}_\alpha^+(X) = \mathrm{E}(X \mid X > \mathrm{VaR}_\alpha(X)) \\ \mathrm{CVaR}_\alpha(X) = \mathrm{E}(X^\alpha) \end{cases} \tag{27}$$

X 在 α 置信水平下 X^α 的分布为

$$F_{x^\alpha}(x) = \begin{cases} 0, & x < \mathrm{VaR}_\alpha(X) \\ \dfrac{F_X(x) - \alpha}{1 - \alpha}, & x \geqslant \mathrm{VaR}_\alpha(X) \end{cases} \tag{28}$$

Rockafellar 和 Uryasev 提出，CVaR 可以用 VaR 和 CVaR$^+$来表示[25]

$$\begin{aligned} \mathrm{CVaR}_\alpha(X) = {} & \lambda_\alpha(x)\, \mathrm{VaR}_\alpha(X) + \\ & [1 - \lambda_\alpha(x)]\, \mathrm{CVaR}_\alpha^+(X) \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{gathered} \lambda_\alpha(x) = \frac{F_X(\mathrm{VaR}_\alpha(X)) - \alpha}{1 - \alpha}, \\ 0 \leqslant \lambda_\alpha(x) \leqslant 1 \end{gathered} \tag{30}$$

因此，如果已知耦合风险下的资产损益，就能够求出 CVaR. 由上所述，即可以模拟出耦合风险作用下的单只基金损失情景 $L_j (j = 0, 1, \cdots, N)$，$N$ 为模拟的情景数. 对于基金组合的损失情景，若基金组合的头寸为 $\omega(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_d)^T$，则有

$$L_j^P(\omega) = \sum_{i=1}^{d} \omega_i L_j^i \tag{31}$$

对于单只基金 VaR 的计算，假定根据 $F(x)$ 选择的每一种模拟情景占比一致，均为 $1/N$，将 L_j 进行排序：$L_1 \leqslant L_2 \leqslant, \cdots, \leqslant L_N$. 其中，$L_N$ 为第 N 个次序统计量，模拟的场景 j 其损失不超过 $F(x)$ 的概率服从二项分布

$$P_r\{j \leqslant x\} = \binom{N}{j} [F(x)]^j [1 - F(x)]^{N-j} \tag{32}$$

这样，样本中至少有 r 个场景不超过 x 的概率也服从二项分布：

$$G_r(x) = \sum_{j=r}^{N} \binom{N}{j} [F(x)]^j [1 - F(x)]^{N-j} \tag{33}$$

其中 $G_r(x)$ 为次序统计量的分布函数，VaR 是次序统计量，因此

$$\mathrm{VaR}_\alpha^{OS}(X) = L_k, \ \frac{k-1}{N} < \alpha \leqslant \frac{k}{N} \tag{34}$$

所以，有

$$\begin{aligned} \mathrm{CVaR}_\alpha^+(X) &= \mathrm{E}(X \mid X > \mathrm{VaR}_\alpha(X)) \\ &= \sum_{j=k^*+1}^{N} L_j/(N - k^*) \\ & L_{k^*} \leqslant L_k < L_{k^*+1} \end{aligned} \tag{35}$$

根据式(29)，可得

$$\begin{aligned} \mathrm{CVaR}_\alpha^{OS}(X) &= \frac{k^*/N - \alpha}{1 - \alpha} \mathrm{VaR}_\alpha(X) + \frac{1 - k^*/N}{1 - \alpha} \mathrm{CVaR}_\alpha^+(X) \\ &= \frac{1}{N(1-\alpha)} \left[(k^* - N\alpha) L_k + \sum_{j=k^*+1}^{N} L_j \right] \end{aligned} \tag{36}$$

2 实证分析与结果讨论

2.1 样本基金筛选

众所周知,基金主要包括开放式基金和封闭式基金. 其中,开放式基金能够根据市场状况和投资者本身的投资决策而增加基金份额或赎回份额;开放式基金是以基金单位净值为基准进行交易的,能够保证投资者获得充分的回报;开放式基金的每日净值信息都会公布,具有信息透明性. 因此,本文选择开放式基金作为实证对象.

通过晨星开放式基金星级评级系统,选取 2010 年 1 月 1 日之前成立的 581 只开放式基金作为筛选范围,截至 2015 年这些基金的经营期均超过 5 年,其投资风格和资产配置情况较为均衡,更具研究价值. 在以上 581 只开放式基金中,选取"晨星评级"三年星级及五年星级均为五级的 27 只基金作为初选基金,首先根据基金类别和晨星投资风格箱对基金的收益及风险进行初步的考察,投资风格不同的开放式基金具有不同的收益和风险,相对投资于大盘股票的基金而言,投资于小盘股票的基金其波动较为剧烈,收益也会较高. 所以,考察基金的投资风格十分重要. 晨星投资风格箱就是根据投资风格对基金进行分类的,它依据投资股票的市值确定基金规模为"大盘""中盘"或"小盘",根据其价值和成长风格分为"价值型""平衡型"或"成长型". 本文选取收益和风险相对较为稳定的"大盘平衡型"基金作为重点考察对象. 然后根据基金 3 个月回报率、1 年回报率、3 年回报率及 5 年回报率,综合考虑基金短、中、长期的收益情况,将收益率较高的基金纳入重点考察范围,如表 1;结合基金收益情况,根据基金 3 年及 5 年标准差、晨星风险系数、最差 3 个月回报和最差 6 个月回报以及 Sharpe 比率对基金的风险进行深入观察,如表 2.

表 1 基金筛选基本情况(a)

Table 1 Fund Screening(a)

代码	基金名称	基金分类	股票投资风格箱	3 个月回报(%)	1 年回报(%)	3 年回报(%)	5 年回报(%)
210002	金鹰红利价值混合	标准混合型	中盘平衡	-1.78	4.70	24.98	20.88
519697	**交银优势行业混合**	标准混合型	中盘成长	**-1.02**	**11.43**	**36.52**	**22.11**
460005	华泰柏瑞价值增长混合	激进配置型	小盘平衡	0.43	5.10	34.24	22.53
202101	**南方宝元债券**	保守混合型	大盘平衡	3.00	8.01	14.93	11.84
540002	**汇丰晋信龙腾混合**	激进配置型	大盘平衡	2.10	22.62	29.34	20.27
519185	**万家精选混合**	激进配置型	大盘平衡	**1.24**	**23.44**	**33.31**	**22.19**
420003	**天弘永定价值成长混合**	激进配置型	大盘平衡	-2.57	16.87	26.82	16.75
320006	**诺安灵活配置混合**	标准混合型	大盘平衡	1.84	8.77	26.68	18.23
050111	博时信用债券-C	激进债券型	大盘价值	2.45	5.88	27.99	17.10
050011	博时信用债券-A/B	激进债券型	大盘价值	2.51	6.23	28.42	17.53
160716	嘉实中证锐联基本面 50 指数(LOF)	股票型	大盘价值	8.97	32.47	31.80	16.76
100032	富国中证红利指数增强	股票型	大盘价值	6.57	27.39	30.60	16.75
166005	中欧价值发现混合-A	激进配置型	大盘价值	7.03	24.75	30.14	21.18
540006	汇丰晋信大盘股票 A	股票型	大盘价值	**10.38**	**36.94**	**44.06**	**24.26**
160505	博时主题行业混合(LOF)	激进配置型	大盘价值	6.41	21.72	29.98	20.16
690002	民生加银增强收益债券-A	激进债券型	大盘成长	-0.95	-0.95	18.45	12.49
570005	诺德成长优势混合	激进配置型	大盘成长	7.04	11.66	34.11	23.67
519066	汇添富蓝筹稳健混合	激进配置型	大盘成长	12.54	24.29	33.98	21.12
090007	大成策略回报混合	激进配置型	大盘成长	8.64	18.06	28.73	21.65
110011	易方达中小盘混合	激进配置型	大盘成长	11.97	34.14	31.87	20.50
160211	**国泰中小盘成长混合**(LOF)	激进配置型	大盘成长	**8.58**	**20.53**	**37.37**	**31.22**
519069	汇添富价值精选混合 A	激进配置型	大盘成长	7.70	21.21	35.44	25.49
166001	中欧新趋势混合(LOF)-A	激进配置型	大盘成长	6.01	14.46	26.72	18.47
163402	兴全趋势投资混合(LOF)	激进配置型	大盘成长	3.65	11.92	26.16	17.81
110007	**易方达稳健收益债券-A**	激进债券型	-	**1.55**	**4.87**	**15.44**	**11.74**
110008	**易方达稳健收益债券-B**	激进债券型	-	**1.61**	**5.20**	**15.77**	**12.09**
090002	大成债券-A/B	普通债券型	-	1.14	0.80	11.86	8.87

表 2　基金筛选基本情况(b)

Table 2 Fund Screening(b)

代码	标准差(%)				晨星风险系数				最差 3 个月回报(%)	最差 6 个月回报(%)	夏普比率			
	3 年	评价	5 年	评价	3 年	评价	5 年	评价			3 年	评价	5 年	评价
210002	17.06	低	16.45	低	6.37	低	7.07	低	−16.75	−23.12	1.42	高	1.16	高
519697	**26.86**	偏低	**23.16**	偏低	**14.94**	偏低	**13.17**	低	**−23.39**	**−15.11**	**1.33**	高	**0.94**	高
460005	30.82	偏低	27.35	偏低	17.37	低	15.62	低	−28.21	−21.16	1.13	高	0.82	高
202101	13.01	中	10.95	中	8.03	中	6.75	中	−12.51	−15.22	1.04	偏低	0.94	高
320006	20.59	低	18.01	低	10.99	低	9.95	低	−33.98	−48.54	1.26	高	0.95	高
540002	30.20	偏低	26.53	偏低	15.47	低	13.80	低	**−27.81**	**−26.97**	**1.06**	高	**0.79**	高
519185	**30.03**	偏低	**25.85**	偏低	**16.32**	低	**14.51**	低	−27.16	−25.98	0.96	高	0.75	高
420003	25.68	低	25.04	低	16.71	低	16.03	偏低	−21.91	−18.46	1.04	高	0.91	高
050011	22.52	高	19.31	高	4.27	中	6.48	高	−13.90	−14.15	1.20	偏低	0.84	偏低
050111	22.53	高	19.32	高	4.30	中	6.53	高	−13.79	−13.96	1.21	偏低	0.86	偏低
540006	**29.75**	低	**25.97**	偏低	**13.05**	低	**12.38**	低	−22.16	−28.70	1.08	高	0.79	高
160505	25.96	低	23.89	低	13.27	低	12.71	低	−27.04	−25.87	1.12	高	0.88	高
160716	33.22	高	28.99	高	14.63	低	14.36	低	−24.76	−18.67	1.03	高	0.62	高
166005	24.60	低	22.48	低	14.87	低	13.80	低	**−15.73**	**−17.51**	**0.89**	高	**0.54**	高
100032	26.28	低	24.49	低	16.00	低	15.16	低	−29.32	−41.02	1.23	高	0.86	高
690002	14.94	高	12.78	高	6.53	高	5.96	高	−13.42	−7.66	1.20	偏低	0.93	偏低
163402	18.78	低	17.76	低	10.48	低	10.12	低	−32.19	−22.27	1.18	高	0.90	高
110011	23.28	低	20.72	低	12.25	低	11.29	低	−31.53	−16.61	1.30	高	0.90	高
166001	25.01	低	23.17	低	13.73	低	13.23	低	−23.01	−24.33	1.03	高	0.77	高
090007	23.50	低	21.18	低	14.23	低	12.68	低	−19.51	−23.48	1.07	高	0.88	高
570005	26.19	低	24.28	低	14.47	低	13.71	低	−33.52	−25.61	1.04	高	0.95	高
519066	28.17	低	23.73	低	15.27	低	13.12	低	−26.32	−17.50	1.16	高	0.96	高
519069	27.00	低	24.31	低	15.28	低	13.36	低	−40.55	−52.32	1.00	高	0.78	高
160211	33.11	中	29.94	中	18.56	偏低	16.79	偏低	−21.81	−34.94	1.14	高	0.83	高
110007	**5.74**	偏低	**5.99**	偏低	**2.25**	偏低	**2.62**	偏低	**-3.81**	**-4.56**	**2.53**	高	**1.68**	高
110008	**5.77**	偏低	**5.99**	偏低	**2.22**	偏低	**2.58**	偏低	**−3.65**	**4.38**	**2.57**	高	**1.74**	高
090002	8.76	高	7.27	高	4.19	高	3.50	高	-7.93	-4.04	1.34	偏低	0.98	偏低

结合基金收益和风险情况,本文最终挑选出易方达稳健收益债券-B(110008)、万家精选混合(519185)、汇丰晋信大盘股票 A(540006)、交银优势行业混合(519697)等 4 种不同投资风格的基金作为研究对象,构成投资组合并对其展开分析. 同时,因为指数反映了市场的综合变动情况,所以选取开放式基金指数作为基金综合指数,对基金市场的综合变动进行度量. 最终筛选出的结果如表 3.

表 3　基金筛选结果

Table 3 Fund screening results

基金序号	基金名称	基金代码	基金类别	3 年回报率(%)	3 年晨星风险系数	3 年夏普比率
1	交银优势行业	519697.OF	标准混合型基金	36.52	14.94	1.33
2	万家精选混合	519185.OF	激进配置型基金	33.31	16.32	1.06
3	汇丰晋信大盘 A	540006.OF	股票型基金	44.06	13.05	1.23
4	易方达稳健收益 B	110008.OF	激进债券型基金	15.77	2.22	2.57
m	开放式基金指数	885050.WI	—	—		—

根据这 4 只基金的基金类别,本文构造 5 组较为特殊的基金组合,其权重如表 4.

表 4 基金组合权重

Table 4 Fund portfolio weight

基金组合序号	519697.OF	519185.OF	540006.OF	110008.OF
zh1	0.40	0.20	0.20	0.20
zh2	0.20	0.40	0.20	0.20
zh3	0.25	0.25	0.25	0.25
zh4	0.20	0.20	0.40	0.20
zh5	0.20	0.20	0.20	0.40

其中,基金组合 5 中激进债券型基金占比较大,风险相对较小,将这个组合划定为为风险相对厌恶型的基金组合;基金组合 1 中标准混合型基金占比较大④,风险相对适中,基金组合 3 中各基金占比较为均衡,因此将这两只基金组合划分为风险相对中性的基金组合;基金组合 2 中激进配置型基金占比较大⑤,风险相对较大,基金组合 4 中股票型基金占比较大,风险也相对较大,所以将这两组划分为风险相对偏好型的基金组合.

本文认为,市场风险和信用风险都会对基金组合的风险造成影响,在耦合作用下,若基金组合发生了违约,基金组合价值将会从 S_0 变成 δS_0,为了简化模拟情况,假设基金组合的残存比例 δ 为 0,即基金组合发生违约时其价值降为 0.

选取自 2014 年 11 月 3 日至 2015 年 12 月 31 日的 287 个日数据作为样本,在这段期间内包含了 2014 年年末至 2015 年上半年开放式基金市场上升行情,也包含了 2015 年下半年总体上的下降行情,能够较好地反映开放式基金的真实状况. 研究及模拟的时间跨度为一年,即 $T = 300$(交易日),采用 GARCH 模型估计基金收益率的边缘分布,进而通过 Copula 函数模拟多只基金的联合分布,通过 Monte Carlo 模拟未来基金回报,最后计算出基金组合的风险 CVaR 值.

2.2 ARCH 效应检验

一般而言,在波动率的研究中收益率序列都是不相关的或是低阶序列相关的. 这里采用 ARCH-LM 检验对收益率序列进行自回归条件异方差性检验,结果如表 5 所示.

表 5 收益序列 ARCH-LM 检验

Table 5 ARCH-LM test of time series

序号	滞后阶数	LM-Statistic	Prob. *	F-Statistic	Prob. *
1	1	14.797 3	0.000 1	15.498 1	0.000 1
2	1	40.011 5	0.000 0	46.219 5	0.000 0
3	1	8.940 4	0.002 8	9.165 2	0.002 7
4	1	26.823 0	0.000 0	29.402 0	0.000 0
m	1	22.606 0	0.000 0	24.381 3	0.000 0

可以看出,对于收益率序列的条件异方差检验,在默认的显著性水平 5%、滞后阶数为 1 情形下,均拒绝原假设(H_0). 可以认为,各样本收益率序列均存在 ARCH 效应.

2.3 GARCH 模型参数估计

鉴于样本收益率序列均存在 ARCH 效应,可以对其建立 GARCH 模型. 使用极大似然法估计 GARCH-M-GED 模型中的参数,如表 6 和表 7 所示.

---

④ 混合型基金能同时使用激进和保守的投资策略,其收益和风险一般低于股票型基金,高于债券和货币市场的基金.

⑤ 配置型基金能够灵活地将资金投资于股票、债券及货币市场工具以获取高额投资回报,该类型基金可以根据市场情况的变化调整资产配置比例,投资于任何一类证券的比例都可以高达 100%.

表 6　基金综合指数 GARCH-M 参数估计

Table 6 The parameters estimations of GARCH-M for fund composite index

序号	$\hat{\theta}$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\omega}_m$	$\hat{\eta}_m$	$\hat{\gamma}_m$
m	0	0.125 861 **	0.027 381 ***	0.085 454 ***	0.889 095 ***

注：*** 表示在 1%水平下显著，** 表示在 5%水平下显著.

表 7　基金和基金组合 GARCH-GED 参数估计

Table 7　The parameters estimations of GARCH for funds and fund portfolios

序号	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\gamma}$	GED 分布的自由度
1	0	3.243 903 ***	0.091 78 **	0.058 789 **	0.921 883 ***	1.597 877 ***
2	0	2.958 624 ***	0.094 18 **	0.108 496 ***	0.875 911 ***	1.540 163 ***
3	0	2.527 684 ***	0.260 481 *	0.077 897 **	0.877 617 ***	1.263 325 ***
4	0	0.627 315 ***	0.046 121 ***	0.374 157 ***	0.330 232 ***	1.230 469 ***

注：*** 表示在 1%水平下显著，** 表示在 5%水平下显著，* 表示在 10%水平下显著.

2.4　K-S 检验

本文采用 K-S 检验法来验证 GARCH 模型边缘分布的假设，如果 K-S 检验结果为 0 则证明假设的边缘分布是正确的，其结果如表 8.

表 8　基金和基金组合 K-S 检验结果

Table 8　The Kolmogorov-Smirnov Test for the marginal distribution

序号	H	K-S 统计	P 值
1	0	0.037 2	0.808 6
2	0	0.038 6	0.770 9
3	0	0.039 9	0.734 7
4	0	0.041 8	0.682 2
m	0	0.060 7	0.232 1

结果显示，4 只基金和开放式基金指数 K-S 检验的 P 值都大于 0.05，在给定的置信水平上，接受原假设，可以认为 4 只基金残差服从假设的 GED 分布，开放式基金指数服从假设的正态分布，表明对上述基金和开放式基金指数收益率建立的边缘分布模型是合理的.

2.5　基金违约概率和违约强度

本文为了考察基金的违约概率，根据公式(15)得出基金的方差和期望价格序列，然后根据式(15)和式(14)计算基金的违约概率，结果如表 9 所示.

表 9　基金和基金组合的违约概率

Table 9 The probability of default for funds and fund portfolios

序号	违约概率			
	3 个月	6 个月	9 个月	1 年
1	0.000 0	0.000 0	0.000 6	0.002 4
2	0.000 0	0.000 0	0.000 1	0.001 6
3	0.000 0	0.000 0	0.000 3	0.002 0
4	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
zh1	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 3
zh2	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 2
zh3	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 2
zh4	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 3
zh5	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0

表中给出了 4 个时间跨度的基金违约概率（$T=3$ 个月，$T=6$ 个月，$T=9$ 个月和 $T=1$ 年）.不难看出，基金 4 的违约概率较小，基金 1、基金 2 和基金 3 的违约概率比较大，存在着较大的信用风险，因此不能直接忽略信用风险的影响.

基金组合因为其权重不同违约概率也不一样，基金组合 1 由于混合型基金的权重较大，基金组合 4 由于股票型基金的权重较大，这两只基金组合的信用风险比其它基金组合的风险更大，因此不能直接忽略信用风险的影响.但是，基金组合 4 的信用风险比单只基金 3 的风险小，由此可以看出基金组合能够有效地分散基金的信用风险.从表中还可以得知，随着持有基金的时间加长，基金违约的概率将会增大，因此后文选择一年为研究的时间范围，这样能使得研究结果更显著稳定.

2.6 Copula 函数的相关参数

在使用 GARCH 模型确定边缘分布后，通过概率积分变换将各时间变量转换为[0, 1]时间序列，借助 Copula 函数建立联合分布，估计相关参数，Gaussian Copula 的相关性矩阵和 Student t-Copula 函数的自由度参数以及相关性矩阵见表 10 和表 11.

表 10 基金的 Gaussian Copula 相关性矩阵

Table 10 Correlation matrix R for the Gaussian Copula of funds

序号	1	2	3	4	m
1	1	0.861 185	0.674 636	0.713 778	0.928 814
2	0.861 185	1	0.614 383	0.646 746	0.894 191
3	0.674 636	0.614 383	1	0.793 855	0.791 948
4	0.713 778	0.646 746	0.793 855	1	0.785 190
m	0.928 814	0.894 191	0.791 948	0.785 190	1

表 11 基金的 student t-Copula 相关性矩阵及其自由度

Table 11 Correlation matrix R and the degrees of freedom for the student t-Copula of funds

序号	1	2	3	4	m	自由度
1	1	0.881 339	0.700 969	0.736 818	0.930 934	
2	0.881 339	1	0.668 348	0.690 788	0.914 546	
3	0.700 969	0.668 348	1	0.817 915	0.816 105	6.581 042
4	0.736 818	0.690 788	0.817 915	1	0.811 579	
m	0.930 934	0.914 546	0.816 105	0.811 579	1	

2.7 基金和基金组合的耦合风险

下面，根据 Gaussian Copula 和 student t-Copula 模型估计的参数及相关性矩阵，通过 Monte Carlo 法模拟基金未来一年的收益率，依照损失函数计算基金的风险价值.

表 12 不同 Copula 下不同置信水平基金耦合风险的 CVaR 和 VaR 值

Table 12 The CVaR and VaR of the funds for the different Copulas at different significant levels

序号	Gaussian Copula						student t-Copula					
	$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.1$		$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.1$	
	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR
1	0.438 3	0.522 0	0.711 6	0.759 5	0.774 6	0.821 9	0.442 3	0.531 0	0.739 4	0.784 1	0.801 3	0.841 7
2	0.514 6	0.586 3	0.725 2	0.767 3	0.795 0	0.833 6	0.532 1	0.588 4	0.743 2	0.794 0	0.810 8	0.848 7
3	0.529 8	0.629 9	0.798 1	0.841 7	0.870 8	0.901 9	0.536 9	0.635 4	0.823 5	0.867 3	0.890 8	0.923 9
4	0.434 0	0.497 1	0.641 1	0.688 9	0.717 0	0.759 5	0.437 0	0.511 8	0.672 8	0.719 9	0.747 5	0.792 2
zh1	0.508 7	0.576 6	0.710 3	0.761 8	0.783 4	0.823 3	0.518 3	0.581 8	0.734 8	0.784 1	0.806 1	0.845 4
zh2	0.515 1	0.581 8	0.719 4	0.764 5	0.785 8	0.824 0	0.527 4	0.587 2	0.740 1	0.787 7	0.807 6	0.848 1
zh3	0.509 2	0.580 3	0.719 0	0.761 9	0.784 5	0.823 7	0.523 8	0.583 8	0.739 5	0.785 2	0.806 8	0.847 4
zh4	0.520 7	0.585 0	0.730 5	0.778 1	0.801 0	0.837 9	0.535 0	0.596 8	0.751 4	0.800 5	0.822 4	0.860 2
zh5	0.493 4	0.555 6	0.708 3	0.750 9	0.769 7	0.810 7	0.511 0	0.563 7	0.726 1	0.771 9	0.794 2	0.834 1

从表 12 可以看出，基金 2 和基金 3 的耦合风险较大，基金 4 的耦合风险最小. 同时，基金组合耦合风险均小于基金 3 的耦合风险，说明基金组合能有效地分散基金的耦合风险.

总体上看，基金和基金组合的 CVaR 值都小于 VaR 值，这是因为 CVaR 值包含了更多的尾部风险，后文将使用 CVaR 方法对不同基金组合的市场风险和耦合风险进行比较. 另外，随着置信水平的提高，基金和基金组合的 CVaR 值也随之增加，说明基金和基金组合收益率呈现明显的厚尾性. 另外，student t-Copula 方法下计算得到的 CVaR 值比 Gaussian Copula 方法下得到的值更大，这是因为 student t-Copula 函数比 Gaussian Copula 函数更能充分地反映出基金和开放式基金指数之间的尾部相依性.

2.8　基金组合市场风险和耦合风险比较

本文下面考察仅考虑市场风险情况下的风险价值（MCVaR），并与耦合风险视角下基金组合的风险价值进行比较，结果如表 13.

表 13　不同置信度下基金组合耦合风险与市场风险的比较

Table 13 The comparison of fund portfolios’ risk under two risk situations at different significant levels

序号	Gaussian Copula						student t-Copula					
	$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.1$		$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.1$	
	MCVaR	误差（%）	MCVaR	误差（%）	MCVaR	误差（%）	MCVaR	误差（%）	MCVaR	误差（%）	MCVaR	误差（%）
zh1	0.574 2	0.41	0.757 6	0.55	0.816 5	0.83	0.579 4	0.42	0.579 4	0.58	0.837 9	0.88
zh2	0.580 1	0.30	0.761 2	0.43	0.818 8	0.64	0.585 2	0.34	0.585 2	0.47	0.842 3	0.68
zh3	0.578 7	0.27	0.758 9	0.39	0.818 9	0.58	0.582 1	0.30	0.582 1	0.43	0.841 8	0.66
zh4	0.582 4	0.44	0.773 6	0.58	0.830 4	0.89	0.594 0	0.46	0.594 0	0.61	0.852 2	0.93
zh5	0.555 6	0.00	0.750 7	0.03	0.810 2	0.07	0.563 6	0.02	0.563 6	0.05	0.833 4	0.08

注：相对误差 =（CVaR − MCVaR）/CVaR.

可以看出，耦合风险下基金组合的 CVaR 值不小于仅考虑市场风险下的 CVaR 值，这说明仅考虑市场风险的情况下基金组合的风险被低估了，不能很好地控制信用风险. 由耦合风险下的 CVaR 值与市场风险下的 CVaR 值的相对误差值可以看出，信用风险是不容忽视的. 因此，对一些信用风险较大的基金组合应该充分考虑其耦合风险，这样将有助于基金经理更好地进行资本配置. 其次，随着置信水平的提高，不同权重下的基金组合 CVaR 值也在增加，说明基金组合的收益率也呈现明显的厚尾性. 在所选择的 Copula 模型中，Gaussian Copula 模型比 Student t-Copula 模型的误差小，原因是 Gaussian Copula 缺乏尾部相关性，不能捕捉尾部风险. 但是，两者之间的误差并不大，这是因为极端事件发生的概率对于基金组合而言并不常见. 因此，Student t-Copula 模型比 Gaussian Copula 模型能更好地度量基金组合的耦合风险.

结合表 9 和表 13 可以发现，风险偏好型基金组合 4 的市场风险最大，其信用风险也最大；风险厌恶型基金组合 5 的市场风险最小，其信用风险也最小；风险偏好型基金组合 2 的市场风险大于风险中性型基金组合 1，但其信用风险却小于基金组合 1，这说明市场风险大的基金组合信用风险不一定大.

3　结束语

本文通过构建 GARCH-Copula 模型对基金组合的耦合风险进行评估，采用 GARCH 模型估计基金收益率的边缘分布，进而借助于 Copula 函数模拟多只基金的联合分布，使研究结果更能反映

基金投资的真实情况,运用 Monte Carlo 模拟基金未来回报,计算基金组合的风险价值. 相关实证研究得出以下主要结论:

(1) CVaR 能够更全面地反映基金组合收益率分布的尾部风险,对风险的度量效果比 VaR 好. 同时,随着置信水平的提高,基金组合的 CVaR 值也逐渐增加,证明基金组合收益序列存在厚尾效应.

(2) 耦合风险视角下的基金组合 CVaR 值不小于仅考虑市场风险的基金组合 CVaR 值,因此不能忽视信用风险对基金组合的影响,仅度量市场风险会低估基金组合的总体风险.

(3) Student t-Copula 模型包含更多的尾部相关性,比 Gaussian Copula 模型更能较好地描述基金组合的耦合风险.

(4) 基金组合同时含有市场风险和信用风险,市场风险大的基金组合其信用风险不一定大,构建基金组合能够有效地分散风险.

总之,GARCH-copula 模型可以准确地测量基金组合的耦合风险,依此可以有效预防基金组合的综合风险,并帮助投资者更准确地了解基金风险做出更合适的投资决策. 需要指出的是,本文还未考虑其它衡量边缘分布的方法,没有涉及更高维,更复杂的 Copula 函数,如果将多种边缘分布的估计方法以及不同的 Copula 方法进行对比分析,结论的可靠性可能会更大.

参 考 文 献:

[1] 张彩江, 李 湧. 国内证券投资基金组合规模与风险关系的实证研究[J]. 价值工程, 2012, 31(14): 132 – 134.
Zhang Caijiang, Li Yong. An empirical analysis on the relationship between fund portfolio size and risk of domestic securities investment fund[J]. Value Engineering, 2012, 31(14): 132 – 134. (in Chinese)

[2] Boris K, Ivana W, Anna S. Quantification of credit risk with the use of CreditMetrics[J]. Procedia Economics & Finance, 2015, 26(1): 311 – 316.

[3] 郑 勇. 我国个人基金理财的风险及其控制[J]. 商业时代, 2008, (5): 82 – 82.
Zheng Yong. The risk and control of personal fund management in China[J]. Commercial Times, 2008, (5): 82 – 82. (in Chinese)

[4] Wang W, Yao D. Risk assets optimized configuration under integrated risks-in view of banker's risk appetite[J]. International Journal of Simulation: Systems, Science and Technology, 2016, 17(6): 5.1 – 5.6.

[5] 陈荣达, 陆金荣. 可违约零息债券风险综合度量 Monte Carlo 方法[J]. 管理科学学报, 2012, 15(4): 88 – 98.
Chen Rongda Lu Jinrong. A Monte Carlo method of integrated risk measurement for defaultable zero-coupon bonds[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(4): 88 – 98. (in Chinese)

[6] 汪冬华, 黄 康, 龚 朴. 我国商业银行整体风险度量及其敏感性分析——基于我国商业银行财务数据和金融市场公开数据[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(2): 284 – 295.
Wang Donghua, Huang Kang, Gong Pu. Integrated risk measurement of Chinese commercial banks and its sensitivity: Based on the financial data of Chinese commercial banks and the open data of the financial market[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2013, 33(2): 284 – 295. (in Chinese)

[7] Goo Y J, Chang F H, Chiu K L. Stock selection and timing ability of the Taiwan Equity Funds: The application of stochastic Beta, GARCH, and nonlinear GLS[J]. Modern Economy, 2015, 6(2): 153 – 164.

[8] 严 兵, 张 禹, 刘 娜. 人民币离岸与在岸汇率差异及其波动研究[J]. 世界经济研究, 2017, (5): 12 – 27.
Yan Bing, Zhang Yu, Liu Na. Study on the difference and fluctuation of RMB offshore and onshore exchange rate[J]. World Economy Studies, 2017, (5): 12 – 27. (in Chinese)

[9] Trypsteen S. The growth-volatility nexus: New evidence from an augmented GARCH-M model[J]. Economic Modelling, 2017, 63: 15 – 25.

[10]曹　栋，张　佳. 基于 GARCH-M 模型的股指期货对股市波动影响的研究[J]. 中国管理科学，2017，25(1)：27 –34.

Cao Dong，Zhang Jia. The impact of the stocks index future on stock marketvolatility based on the GARCH-M model[J]. Chinese Journal of Management Science，2017，25(1)：27 –34.（in Chinese）

[11]Chen R，Wang Z，Yu L. Importance sampling for credit portfolio risk with risk factors having t-Copula[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making，2017，16(4)：1101 –1124.

[12]陈荣达，王　泽，李泽西，等. 厚尾分布情形下的信用资产组合风险度量[J]. 管理科学学报，2017，20(3)：46 –55.

Chen Rongda，Wang Ze，Li Zexi，et al. Risk measurement for portfolio credit risk with risk factors with heavy-tailed distribution[J]. Journal of Management Sciences in China，2017，20(3)：46 –55.（in Chinese）

[13]邓　洋，何旭彪. 基于条件蒙特卡罗方法的信用违约互换合约定价[J]. 系统工程理论与实践，2017，37(8)：2043 –2051.

Deng Yang，He Xubiao. Pricing credit default swap based on conditional Monte Carlo method[J]. Systems Engineering：Theory & Practice，2017，37(8)：2043 –2051.（in Chinese）

[14]吴鑫育，任森春，马超群，等. 中国股票市场的时变杠杆效应研究——基于随机 Copula 模型的实证分析[J]. 管理科学学报，2017，20(9)：70 –84.

Wu Xinyu，Ren Senchun，Ma Chaoqun，et al. Time-varying leverage effects in Chinese stock markets：Empirical analysis based on stochastic Copula models[J]. Journal of Management Sciences in China，2017，20(9)：70 –84.（in Chinese）

[15]Embrechts P，McNeil A，Straumann D. Correlation：pitfalls and alternatives[J]. Risk Magazine，1999，(12)：69 –71.

[16]何旭彪. 金融风险综合评估方法最新研究进展[J]. 国际金融研究，2008，(6)：63 –68.

He Xubiao. Recent progress in the comprehensive evaluation of financial risk[J]. Studies of International Finance，2008，(6)：63 –68.（in Chinese）

[17]Rosenberg J V，Schuermann T. A general approach to integrated risk management with skewed，fat-tailed risks[J]. Journal of Financial Economics，2006，79(3)：569 –614.

[18]Wang D，Song J，Lin Y. Does the VaR measurement using Monte-Carlo simulation work in China? Evidence from Chinese listed banks[J]. Journal of Financial Risk Management，2017，6：66 –78.

[19]黄金波，李仲飞，姚海祥. 基于 CVaR 两步核估计量的投资组合管理[J]. 管理科学学报，2016，19(5)：114 –126.

Huang Jinbo，Li Zhongfei，Yao Haixiang. Investment portfolio management based on the two-step kernel estimator of CVaR [J]. Journal of Management Sciences in China，2016，19(5)：114 –126.（in Chinese）

[20]Wells C M，Farhat A，Richardson C，et al. A vine Copula-GARCH approach to corporate exposure management[J]. Social Science Electronic Publishing，2017，20(2)：27 –51.

[21]Aloui R，Aïssa M S B，Nguyen D K. Conditional dependence structure between oil prices and exchange rates：A copula-GARCH approach[J]. Journal of International Money & Finance，2013，32(1)：719 –738.

[22]Budiarti R，Wigena A H，Purnaba I G P，et al. Estimation of the value-at-risk using the copula-garch approach：Application in Indonesian market[J]. Far East Journal of Mathematical Sciences，2017，102(8)：1789 –1807.

[23]Kemaloglu A，Sibel S，Emel E. Modeling dependent financial assets by dynamic copula and portfolio optimization based on CVaR[J]. Communications，2015，64(1)：1 –13.

[24]David X L. On default correlation：A Copula function approach[J]. The Journal of Fixed Income，2000，9(4)：43 –54.

[25]Rockafellar R T，Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions[J]. Journal of Banking and Finance，2002，26(7)：1443 –1471.

Fund portfolio risk based on GARCH-Copula model from the perspective of coupled risk

HU Yang-bin[1], *XIE Chi*[1,2*], *CAO Xi*[1]

1. College of Business Management, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. Center of Finance and Investment Management, Hunan University, Changsha 410082, China

Abstract: Among the various diversified investment tools in the capital market, fund portfolio, with relatively low risks and good returns, is popular with investors. Traditional portfolio researches mainly consider the impact of market risk and ignore the coupled effect of credit risk and market risk, which often leads to underestimation of the overall risk of the portfolio. The edge distribution of the fund return is described with the GARCH model, and then the Copula function is used to describe the related structures between funds to establish the joint distribution model. Monte Carlo method is used to simulate the return sequence of funds in the fund portfolio. Finally, the value at risk of fund portfolios is calculated according to the loss function. The empirical results show that: (i) the credit risk of the fund portfolio is not necessarily greater when its market risk is greater, and the fund portfolio can effectively diversify fund risk; (ii) the CVaR of the coupled risk of fund portfolios is greater than the CVaR of market risk, which shows that coupled risk is better than market risk in measuring the overall risk when there is underestimation of the risk of fund portfolios; (iii) compared with Gaussian model, the student t-Copula model can better depict the co-dependent structure of coupled risks.

Key words: fund portfolio; coupled risk; GARCH-Copula model; credit risk; market risk