

# 基于概率统计不确定性模型的 CCA 方法<sup>①</sup>

宫晓琳<sup>1</sup>, 杨淑振<sup>2</sup>, 孙怡青<sup>1</sup>, 张双娜<sup>3</sup>

(1. 山东大学经济学院, 济南 250100; 2. 山东大学中泰证券金融研究院, 济南 250100;  
3. 山东青年政治学院经济管理学院, 济南 250103)

**摘要:** 文章旨在优化与完善未定权益分析(CCA)这一重要宏、微观金融风险度量与监管模型,以期助益于我国风险管理技术的储备与创新,促进审慎风险监管理论、方法和实践的发展. 利用我国随机分析与计算领域的国际领先成果,将CCA方法进益至对经济学发展具有重要意义的“不确定性”假设条件下更为敏锐、审慎、更适合我国金融市场发展现状的风险计量与分析模型. 同时,通过纳入漂移率风险因素,拓展了经典CCA方法的风险监控覆盖范围.

**关键词:** 未定权益分析方法; 不确定性; G-期望理论

**中图分类号:** F830   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1007-9807(2020)04-0055-10

## 0 引言

未定权益分析方法(contingent claims analysis, CCA)源于Black-Scholes和Merton对期权定价理论的开创性研究<sup>②</sup>,后经Merton<sup>[1]</sup>将其应用有效地拓展至信用风险分析与管理领域. 继而穆迪公司(Moody's KMV)又对CCA方法的这一应用作了进一步完善,使其成为国际范围内广泛使用的风险测度方法.

该方法的应用见诸颇多金融领域,如:金融衍生品定价、债务资产定价、信用差价(credit spread)测算、信用评级等等;而在信用风险度量领域,亦称其为莫顿模型,是银行业、投资业中重要的风险分析工具. 不仅如此,认识到传统经济学方法难以有效评测与分析主权部门的偿付力<sup>③</sup>以及系统性分析宏观金融风险,近年来,诺贝尔经济学奖得主Merton与另外两位学者(Gray, IMF和Bodie, BU)

又成功拓展了该方法的适用范围,实现了其从微观到宏观的应用提升,提出了以结构性模型测度主权信用风险与改善中央银行监测和管理国民经济宏观金融风险的新方法<sup>[2]④</sup>. 而且,CCA方法不仅被直接应用于不同范围内的宏观金融风险测度和传染机制分析,还被用于对系统性风险、宏观审慎政策设计、风险国际传导等问题的研究之中. 譬如,在系统性风险研究领域, Kelly等<sup>[3]</sup>直接从期权定价模型角度探讨了系统性风险的测度问题;而就其在主权信用风险评测领域的理论与实证应用而言, Gray等<sup>[4]</sup>、Gómez-Puig等<sup>[5]</sup>学者们分别讨论了主权风险分析建模、主权财富管理、基于风险的主权债务可持续性框架等问题. 随着该方法在国际范围内获得普遍关注,其重要性也得到了国内学界的认可,如:巴曙松等<sup>[6]</sup>较为详尽地阐述了CCA方法在金融机构违约风险度量、“大而不倒”风险度量和金融体系系统性风险度量等领

① 收稿日期: 2015-06-28; 修订日期: 2016-11-08.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71371109; 11971268); 泰山学者工程专项经费资助项目; 山东大学杰出青年、青年学者未来计划资助项目.

作者简介: 宫晓琳(1975—), 女, 山东莱阳人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: gxiaolin@sdu.edu.cn

② 其中Myron Scholes和Robert Merton两位学者也因此研究获得了诺贝尔经济学奖.

③ 相关传统的经济学方法如: 常见的衡量主权债务水平的会计性指标——债务数额与GDP比值等. 有关文献已颇多, 在此不再赘述.

④ 其“主权信用风险”所对应的主权部门有时统指政府及货币当局.

域的应用价值与广阔前景。

因而,本文对 CCA 方法的实质性优化,将同时辅助金融监管界与业界分别在宏观和微观领域更为审慎地测度、分析和各类风险,从而以金融工程技术的进步促进金融与经济的稳定发展。具体而言,本文旨在通过深入剖析 Merton-CCA 方法的根本性假设前提<sup>⑤</sup>,利用我国在随机分析与随机计算领域的国际领先成就,开拓对金融风险在“不确定性”条件下的度量与分析,以期在更为贴近经济与金融现实的假设条件下,建立具有干扰包容性、包含“不确定性”因素的风险测度模型,从而实现动态、复杂经济/金融系统中金融风险的审慎性测度。

此外,将基于“确定性”假设条件的金融、经济分析进益为“不确定性”条件下的研究,构建在概率统计模型不确定情况下的、新一代的 G-CCA 风险测度模型,不仅旨在增益相应的国际学术前沿研究和监管实践,而且是探索在我国特殊的经济、金融发展现状下对金融风险进行审慎性监控的技术及方法。现阶段我国的金融市场与体系仍处在发展过程之中,体现出波动性相对较大、不确定性较强、显性或隐性干扰因素较多等特点,而且金融衍生品市场发展尚不完善。我国金融发展的这些特殊性在很大程度上影响一般性 Merton-CCA 模型的适用性和测度审慎性<sup>⑥</sup>;与此相反,具有干扰包容性的 G-CCA 则更为适宜我国现阶段的审慎性风险测度。

## 1 简评 Merton-CCA 方法

### 1.1 Merton-CCA 方法用于宏、微观金融风险管理的优势<sup>⑦</sup>

以 CCA 方法测度与分析生产性企业、金融机

构等微观主体的信用风险,或者主权信用风险、宏观金融风险、系统性风险等的主要优势在于: 1) 市场信息与财务信息的有效结合; 2) 对风险的度量可基于金融衍生品市场的实时信息与数据,所以具有一定的前瞻性和预警性; 3) 该方法是在综合考量债务水平、流动性状况、资本市场稳定性、利率水平等等金融与经济实体运行状况各方面因素的基础上对风险实施度量的,因而是对相应风险状况的较为全面的评测; 4) 在 CCA 模型框架下,国民经济各机构部门<sup>⑧</sup>被视作相互关联的、由显性和隐性金融资产与负债所构成的投资组合,因而基于该方法所建立起来的国民经济 CCA 账户体系,可用于具体分析宏观金融风险的传染机制和轨迹,进而厘清系统性风险和危机的演生机制<sup>⑨</sup>; 5) 利用该方法可有效揭示宏观金融风险、系统性风险演化的非线性速度; 6) 亦可用于设计、完善一定的宏观审慎政策和工具<sup>⑩</sup>; 7) 尤其是对于主权信用风险的评测而言,不仅可用于预测信用差价、估计市场风险的负面冲击,而且有利于评估主权债务状况的脆弱性、模拟测验相应政策措施的效用,以及设计主权风险的缓解与控制措施<sup>⑪</sup>。

### 1.2 Merton-CCA 方法需进益之处

鉴于该方法应用的广泛性,世界范围内的学者们始终在通过放宽与修订其部分假设条件而不断提出模型的改善与增益方案,其中不乏甚具理论与应用价值的研究<sup>⑫</sup>。但是,迄今为止,该模型的核心问题依然没有得到有效解决。

Merton-CCA 方法的关键性问题之一是: 停留并建立在经济学与金融研究中的“确定性”这一假设前提之上,体现在模型设定上即概率统计模型是确定的,具体包涵均值确定性和标准差确定

⑤ 本文也将一般性 CCA 模型称为 Merton-CCA 模型。

⑥ 详尽分析请见后文。

⑦ CCA 方法的理论、模型、相关推导以及各风险指标的测算方法等详见 Merton<sup>[1]</sup>、Gray 等<sup>[2, 4]</sup>、宫晓琳<sup>[7]</sup>等文献。

⑧ 机构部门分类参见国民经济核算体系对所有常住和非常住机构单位的分类。

⑨ CCA 方法不仅可用于分析宏观金融层面国民经济各机构部门之间的风险联动关系,而且通过将家庭部门的消费视作该部门 CCA 风险财务报表中的红利项目等方法,其又建立了金融与实体经济之间的有效关联,从而有利于分析金融动荡与经济危机期间金融与实体经济间的恶性回馈循环。

⑩ 如 N' Diaye<sup>[8]</sup>等。

⑪ 详见 Gray 等<sup>[4]</sup>。

⑫ 如: Ericsson 和 Reneby<sup>[9]</sup>、Briys 和 Varenne<sup>[10]</sup>、Glanzer 等<sup>[11]</sup>。

性等方面. 然而, 从简单的经验判断、经典的经济学论述以及随机分析与计算领域的前沿研究等各方面来看, 这一假设均是不现实的.

其中, 就预期资产收益率( 概率分布的均值) 而言, 显而易见, 在现实经济中其取值是非恒定的, 即在  $t_0$  时刻的取值不恒等于其在未来时域上  $H$  时刻的取值<sup>⑬</sup>. 下面本文则将深入探讨较为复杂的波动率( 概率分布的标准差) 不确定性. 在一般性的 Merton-CCA 模型中, 资产价值在  $H$  时概率分布的标准差是个确定值. 从模型推导和实证研究中该确定的  $\sigma_A$  的测算方法来看, 因为资产价值<sup>⑭</sup>本身及其波动率的不可直接观测性, 此“确定值”是通过利用迭代优化算法解一非线性方程组求得的<sup>⑮</sup>. 而其所需要的核心数据是可在资本市场上直接观测到的低等索取权价值及其波动率数值等等<sup>⑯</sup>. 在现有的研究中, 低等索取权波动率数值一般是通过两种方法计算获得的. 下面将分别探讨两种方法的问题所在<sup>⑰</sup>.

**方法一** 在一定跨度历史数据的基础上, 计算低等索取权对数收益率的标准差<sup>⑱</sup>. 然而, 正如所知, 金融市场价格波动, 进而基于价格变化而计算的波动率指标, 具有很强的不稳定性; 而能够引致金融市场波动乃至剧烈波动的原因又非常广泛. 具体而言, 经济领域中为数众多的情况均会导致此波动率数值在短期内迅速攀高, 譬如: 政策环境、外汇市场、产品市场、企业经营的基本面、市场竞争等等方面的负面变化以及蕴藏于各类国际市场中的、不同类型和级别的冲击均会引起波动率的不良变动. 2007 年以来, 国际金融市场一次又一次见证了次贷危机、欧债危机、西班牙银行业危机、俄罗斯银行业危机等一系列事件对全球金融

市场波动性的显著影响. 由此可见, 利用历史数据 ( $t_0$  时刻之前的数据) 较为直接地推算资产价值 (未来时域上  $H$  时刻) 概率分布的标准差这一方法本身就是有“风险”的. 因为, 从  $t_0$  时刻到未来时刻  $H$  之间, 任何的干扰因素都会切实影响到资产价值在  $H$  时刻的可能的“真实”分布. 也即, 此类通过历史数据而推算的资产价值波动率数据与  $H$  时刻该波动率可能的“真实”情况之间通常会有所偏差; 而且, 如果  $t_0 \rightarrow H$  之间所发生的经济、政治、社会等领域的事件冲击力较大, 该偏差也将较大<sup>⑲</sup>.

**方法二** 对于相对成熟的、拥有股票及指数期权的金融市场, 采用隐含波动率/引申波幅来推算资产价值在  $H$  时的波动率. 虽然相对于如上基于历史数据的计算, 因隐含波动率纳入了市场预期因素, 从理论上讲, 是对未来资产波动率相对更好的估算. 但是, 从 VIX 指数、“波动率微笑”现象以及针对该现象的多方研究易知,  $t_0$  时刻特定金融工具或指数的隐含波动率依然不是推算相应资产价值  $H$  时  $\sigma_A$  的稳定的数据基础. 而且, 国际相关研究领域的学者们, 如 Heston<sup>[13]</sup>, Dai 等<sup>[14]</sup>, Burdejová 和 Härdle<sup>[15]</sup> 等等, 亦通过提出随机波动率模型( stochastic volatility model, SVM) 等不同方案, 以期更好地诠释由相关金融衍生产品的现实市场数据所反映出的隐含波动率数值的变化情况.

进而, 对历史波动率( 基于  $t_0$  时刻之前的数据)、隐含波动率和实现了的波动率( 基于  $H$  时刻之前的数据) 三者的比较研究也已表明: 三者之间通常有所不同. 因而, 不论是以低等索取权的历

⑬ 在 CCA 模型中, 在以“实际”违约风险为测度对象的研究中, 资产价值的漂移率为其预期收益率; 而在“风险中性”违约风险分析中, 相对应的则是无风险利率. 本文中对概率统计模型均值不确定性的讨论同时适用于这两种情况, 为简化起见, 将其统称为“预期资产收益率”的不确定性.

⑭ 或更为严谨地称之为“隐含资产价值”.

⑮ 此非线性方程组由 CCA 模型中的隐性看涨期权公式  $J = AN(d_1) - Be^{-rT}N(d_2)$  和  $J\sigma_J = AN(d_1)\sigma_A$  所构成.

⑯ 此处隐含的逻辑为通过假定低等索取权价值波动率在当前 ( $t_0$  时刻) 所计算得出的与未来 ( $H$  时刻) 的一致性, 假定了隐含资产价值波动率在此两时刻的一致性. 由于这两种假定所存在的问题的实质属性是相同的, 后续分析中将不对其进行分类探讨, 而是以汇总分析的方式展开.

⑰ 由此可知, 即使在标的资产价值和波动率可直接观测的 CCA 应用环境下, Merton-CCA 方法对于概率统计模型的不确定性假设同样是有问题的.

⑱ 基础数据观察值一般为相应金融工具、指数或股票的交易日收盘价.

⑲ 对于动态经济环境中一般概率统计方法适用性的进一步分析可见后文, 亦可参见 Knight<sup>[12]</sup>.

史波动率还是隐含波动率来推算隐含资产价值  $H$  时概率分布的波动率都是不审慎的。

关键在于,由 CCA 理论与模型可知,资产价值的波动率  $\sigma_A$  和预期资产收益率均是决定基于 CCA 模型所测算的各风险指标大小的核心因素.在其他条件不变的情况下, $\sigma_A$  越大,预测的违约风险则越大,也即企业违约风险或相应的金融和经济脆弱性越高;反之, $\sigma_A$  较小,违约风险较小,即企业、宏观金融或经济的稳定性相对较好;而预期资产收益率越高(低),所测得的风险值则越小(大).因而,预期收益率取值和隐含资产的波动率(即概率分布的均值与标准差取值)是否审慎直接影响到风险测度的审慎程度.所以,虽然如 Castren 和 Kavonius<sup>[16]</sup> 就 2007 年~2008 年全球性金融危机对宏观金融稳定负面影响的实证分析所体现的, Merton-CCA 方法对风险测度的结论性数据具有相当的研究与决策参考价值.但是,由于其基本假设条件和基于此假设的模型设计偏离经济现实,致使关键性参数取值有偏差,所以其测算结果并非是对相应的主权信用、宏观金融以及系统性风险的审慎性测度.不言而喻,基于对风险的非审慎性度量将不利于对风险的审慎性监管和有效防范.

### 1.3 相关解决方案

因而,需要首先反思 Merton-CCA 方法的相应假设前提,从本质上改变对概率统计模型的基本假设.也即,需从基于“确定性”的金融、经济分析进益为“不确定性”条件下的研究;从确定性概率统计模型下的分析转入概率统计模型不确定情况下的研究.而这意味着不同于此前的各类相关解决方案——主要从问题的表现形式入手着力实现对波动率变化规律的刻画,而是从哲学-经济学角度深入探究相应的理论依据,并利用更为精密与前沿的数学工具来支持和实现新假设条件下对风险的审慎测度.

自 2011 年起,在对不确定性理论追本溯源的

基础上,本文开始尝试利用我国随机分析与计算领域的国际领先成就完善与优化 CCA 模型,且已获得部分重要成果.基于相近的本源性研究思路,与中国银行业监督管理委员会(现中国银行保险监督管理委员会)相关部门合作的研究成果成为第一次被巴塞尔银行监管委员会所召集的、世界范围内银行监管研讨会所接受和关注的国内论文;同样,在此研究方法的启示下, Epstein 和 Ji<sup>[17]</sup> 在基础理论层面探讨了连续时间下模糊波动率与资产定价问题,在国际金融数学领域产生了相当的影响.而在系统性解决了实际模型构建、算法实现、参数赋值等问题的前提下,本文致力于全面、切实实现非线性期望理论框架下未定权益方法的改进与提升.

## 2 审慎性 CCA 模型的核心理论基础及模型

芝加哥学派的鼻祖 Frank Knight、新奥地利学派经济学家 Friedrich Hayek、宏观经济学创始人 Maynard Keynes 等世界范围内最具影响力的经济学家们虽然经济学观点各不相同、甚至完全对立,但在不确定性问题上却有着相对共性的理念.在经济活动中,受限于信息的不完整、知识的不完备以及有限理性,必定存在无法被一般概率统计方法所测度的不确定性.而随机分析与计算领域的国际前沿理论与模型:非线性期望(G-期望),是当前数学领域可较好考量此种不确定性的理论和方法<sup>①</sup>.这促使本文以此为工具从本质上改变 Merton-CCA 方法的假设条件,重塑和优化该重要风险测度模型.囿于篇幅,本文不再系统阐述经济学领域中相关的不确定性理论,而侧重于介绍基于 G-期望理论所构建的概率统计模型不确定情况下的审慎性风险测度方法<sup>②</sup>.概括而言,利用 G-CCA 方法进行风险度量主要包括 4 方面的内容:

<sup>①</sup> 关于 G-期望理论相关内容的详述请见 Peng<sup>[18-20]</sup>, 彭实戈<sup>[21]</sup>, Hu 等<sup>[22, 23]</sup> 等文献,在此不再详述.

<sup>②</sup> 关于在基础理论、基本假设层面系统性探讨、论证一般概率统计理论和方法在经济、金融领域的不完全适用性及相应领域概率统计模型不确定性存在的根源、必然性及其具体表现形式等内容详见宫晓琳等<sup>[24, 25]</sup>.同时,相关文献较为详尽地诠释了非线性期望理论对概率统计模型均值不确定性、方差不确定性、分布形状不确定性的理论构建、模型设计与量化分析方式及其基于无穷概率分布审慎测算风险的原理,阐明了随机分析与计算领域的这一国际领先成就将成为引致风险管理等领域深刻变革的重要技术理论与工具.

1) 模型设计与检验; 2) 算法推演与编程; 3) 数据汇总编制; 4) 风险值计算. 而本文核心内容即为风险测度核心模型的推导与设计及简要探讨算法的实现, 而其他两方面内容不再具体阐述, 已体现和包含在后文的实证过程之中.

**2.1 同时纳入波动率不确定性和均值不确定性 (预期资产收益率不确定性) 的 G-CCA 审慎性风险测度模型<sup>②</sup>**

在线性概率统计模型下, 以几何布朗运动刻画资产价值的变动过程, 进而在此基础上构建基于确定性概率统计模型的 CCA 模型. 而在非线性概率统计模型下, 为实现对不确定性因素的系统性考量, 需首先将几何布朗运动推广至 G-布朗运动<sup>③</sup>. 当在 G-期望框架下同时将波动率与均值不确定性因素纳入考量之时, 资产价值  $A_t$  在时域上的随机波动可表示为

$$dA_t = \mu_A A_t dt + A_t db_t + \sigma_A A_t dZ_t \quad (1)$$

式中  $b_t$  服从  $N(\underline{\mu}t, \bar{\mu}t) \times \{0\}$ ;  $Z_t$  与 Merton-CCA 模型不同, 服从 G-布朗运动. 从而考虑 G-期望框架下的包含预期资产收益率不确定性和资产波动率不确定性的违约概率为

$$\begin{aligned} \hat{E}[1_{A_t \leq B_t}] &= O(A_t \leq B_t) \\ &= O(A_0 e^{\mu_A t + b_t - \frac{\sigma_A^2}{2} \langle Z \rangle_t + \sigma_A \varepsilon t^{0.5}} \leq B_t) \quad (2) \\ &= O(\varepsilon \leq -d_{2, \mu_A}) \\ &\leq O(\varepsilon \leq -\tilde{d}_{2, \mu_A}) \end{aligned}$$

式中  $O(A) := \hat{E}[1_A]$ ;  $\varepsilon \cong N(\{0\} \times [\sigma_0^2, 1])$ ;  $\langle Z \rangle_t \cong N(\{0\} \times [\sigma_0^2 t, t])$ , 称  $\langle Z \rangle_t$  为  $Z_t$  的二次变差过程

$$\begin{aligned} d_{2, \mu_A} &= \frac{\ln\left(\frac{A_0}{B_t}\right) \left(\mu_A t + b_t - \frac{\sigma_A^2}{2} \langle Z \rangle_t\right)}{\sigma_A t^{0.5}} \\ \tilde{d}_{2, \mu_A} &= \frac{\ln\left(\frac{A_0}{B_t}\right) + \left(\mu_A + \underline{\mu} - \frac{\sigma_A^2}{2}\right)t}{\sigma_A t^{0.5}} \end{aligned}$$

由于随机变量  $d_{2, \mu_A}$  不便于带入数值计算, 引入其下界  $\tilde{d}_{2, \mu_A}$ . 由极大分布的定义<sup>④</sup>可得  $\underline{\mu}t \leq b_t \leq \bar{\mu}t$  和  $\sigma_0^2 t \leq \langle Z \rangle_t \leq t$ , 即有  $\tilde{d}_{2, \mu_A} \leq d_{2, \mu_A}$ .

而模型化为隐性看涨期权的低等索取权则表示为

$$J = A_0 N(d_1) - B e^{-rt} N(d_2) \quad (3)$$

并有低等索取权波动率与资产波动率之间的关系如下

$$\sigma_J = \frac{N(d_1) A_0}{J} \sigma_A \quad (4)$$

其中

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{B_t}\right) + b_t + rt + \frac{\sigma_A^2}{2} \langle Z \rangle_t}{\sigma_A t^{0.5}} \quad (5)$$

**2.2 G-CCA 模型的数值实现**

为实现 G-CCA 的数值计算, 需以  $d_{2, \mu_A}$  的下界  $\tilde{d}_{2, \mu_A}$  简化上述式(3)、式(4), 也即在线性框架下基于式(2)同时优化各项中间变量, 从而不仅可提高计算速度, 且可实现对风险的审慎测度.

在通过式(3)与式(4)求解  $A_0$  和  $\sigma_A$  的基础上<sup>⑤</sup>, 进而可计算 G-CCA 模型的一系列风险指标和风险敏感性指标, 如: 财务危机距离(DD)、违约概率(PD)、预期损失净现值(EL)、信用差价(CS)、Delta (风险状况对隐含资产价值的敏感性指标)等等. 其中, 已知 DD 即为  $\tilde{d}_{2, \mu_A}$ ; PD 为  $O(\varepsilon \leq -\tilde{d}_2)$ ; EL 则可模型化为行使价格为到期承诺偿付金额的隐性看跌期权, 如式(6)

$$P = B e^{-rt} N(-d_2) - A_0 N(-d_1) \quad (6)$$

② 在不考虑波动率不确定性而单纯拓展 Merton-CCA 模型对预期资产收益率风险的测度之时, 可在 G-期望框架下实现相应的模型优化与提升. 关于 G-期望的相关理论可参见 Peng<sup>[26]</sup>.

③ 关于 G-布朗运动的理论和模型亦见脚注<sup>②</sup>相关文献.

④ 关于极大分布的定义详见 Peng<sup>[20]</sup>.

⑤ 在概率统计模型不确定情况下, 对此两数值的推算涉及到偏微分方程的数值算法, 相应计算方法包括: 显格式有限差分方法; 隐格式有限差分方法; 以及有限元方法. 参数估计方法详见宫晓琳等<sup>[24, 25]</sup>, 且为持续提升 G-期望理论处理不确定性的有效性, 已进一步确认与优化相应参数估计方法.

并基于上述非线性期望理论框架下的参数厘定与计算方法完成数值实现<sup>⑥</sup>。

### 3 G-CCA 模型对风险审慎测度的实证分析

简言之,与 Merton-CCA 模型相比,G-CCA 模型不仅能够覆盖对预期收益率风险的监控与测度,而且具有更好的风险敏感性。如:对  $X \cong N(\{0\} \times [\sigma_0^2, 1])$  的随机变量  $X$ ,有  $\hat{E}[X^3] > 0$ ,其中  $0 < \sigma_0 < 1$ ,即  $\hat{E}[X^3] > 0 = \sup_{\sigma_0 \leq \sigma \leq 1} E_\sigma[X^3]$ <sup>⑦</sup>。由此可知,G-CCA 模型更具风险敏感性,是对风险更为审慎与有效的测度工具。

为了更加显性化地说明 G-CCA 模型的相对审慎性,分别就近年来国际金融领域的重大事件,如次贷危机、欧债危机、西班牙银行业危机、塞布鲁斯银行业危机、俄罗斯银行业危机等,检验了模型的风险揭示能力。鉴于本文旨在助益于我国金融风险监管的理论发展与工具储备,特以 2007 年 ~ 2008 年全球性金融危机对我国宏观金融稳定的冲击为例,通过与 Merton-CCA 方法的比较分析,说明 G-CCA 模型的优势所在。以 2006 年第 1 季度至 2008 年第 4 季度为分析时域,通过 CCA 方法的 3 个主要风险指标—— $PD$ 、 $EL$  和  $DD$ ,图 1、图 2 具体展示了次贷危机之前与初期我国宏观金融风险的演变状况<sup>⑧</sup>。由于此次危机原发于海外,并在相应金融体系遭受严重冲击后,迅速演变为金融与实体经济间的恶性回馈循环。因而,从我国宏观金融风险监管的角度审视,在国民经济 5 部门分析框架下,需重点关注国外部门(RoW: rest of the world)、金融部门(FIs: financial institutions)和非金融企业部门(NFCs: non-financial corporations)。其具体原因如下:1) RoW 的金融资产-负债表反映了我国对外的所有金融资产与负债关系,明晰了金融风险国际传导的可能渠道;而 RoW 风险财

务报表则不仅包含相关财务信息而且纳入了部分海外金融市场信息,因而可揭示与我国存在商品与资金往来国家的金融风险状况以及我国对其的风险敞口;2) 系统性传染是 2007 年 ~ 2008 年全球性金融危机的重要特征之一,危机期间美国及世界范围内不同类型的金融机构以不同的方式受到波及,所以我国 FIs 的风险状况也必是监控重点;3) 当风险与损失在危机发源地自 Wall Street 迅速殃及 main street 时,金融与实体经济间的恶性回馈循环遂逐步展开。美国作为中国的主要贸易国,我国 NFCs 也必然蒙受损失,P&L 的对应变化也将及时反映在其风险财务报表之中。

图 1 与图 2 中的标记线均为 G-CCA 模型对分析时域上国民经济相关机构部门的风险测算值连线;而平滑线则标示了 Merton-CCA 方法的相应测度值。其中,图 1 左侧 3 图,分别通过违约概率、预期损失净现值和违约距离 3 个风险指标展现了 RoW 的风险演变状况。该组图显示:G-CCA 风险预测与 Merton-CCA 测度同样于 2006 年第 4 季度到达低点,即  $PD$  与  $EL$  取值相对最低,而  $DD$  值相对最高。从而充分反映了 2005 年 ~ 2006 年期间国际金融市场的流动性充裕、市场信心充足且风险预期较低等特征。然而,不同于 Merton-CCA 方法,G-CCA 模型更加敏锐地监测到了分析时域上的风险与金融动荡,如 2007 年第 3 季度全球货币市场的流动性突然干涸与 2008 年危机的加速酝酿与爆发。其中,就 2007 年的市场僵局而言,以违约概率  $PD$  为例,两种方法的风险监测值差别迥异。不言而喻,与 Merton-CCA 方法相比,非线性期望框架下的 CCA 方法较为成功地预测了风险。而针对次贷危机,两类模型的审慎差异度更为显著。以 Merton-CCA 方法测度的风险值,尤其是  $PD$  与  $EL$ ,均是在 2008 年第 4 季度突然飙升,也即随着雷曼兄弟轰然倒塌、危机高潮到来之际达到峰值,而此前却并未有效揭示风险隐患。显著区别于

⑥ G-CCA 模型可派生出所有 Merton-CCA 方法的风险指标(如  $CS$  等)和敏感性指标(如  $\Delta$ 、 $\gamma$ 、 $\nu$  等)。此处仅给出与后文中实证分析相关的风险指标公式。

⑦ 详见 Peng<sup>[20]</sup>。

⑧ 宏观金融风险实证分析所需数据的汇整编制与参数厘定等详见宫晓琳<sup>[7]</sup>。

此,G-CCA 方法则适时实现了风险揭示,反映出 2007 年底至 2008 年初美国金融市场已然暗潮汹

涌的现实情况,如自 2008 年 3 月 10 日起,贝尔斯登迅速走向被收购的终点.

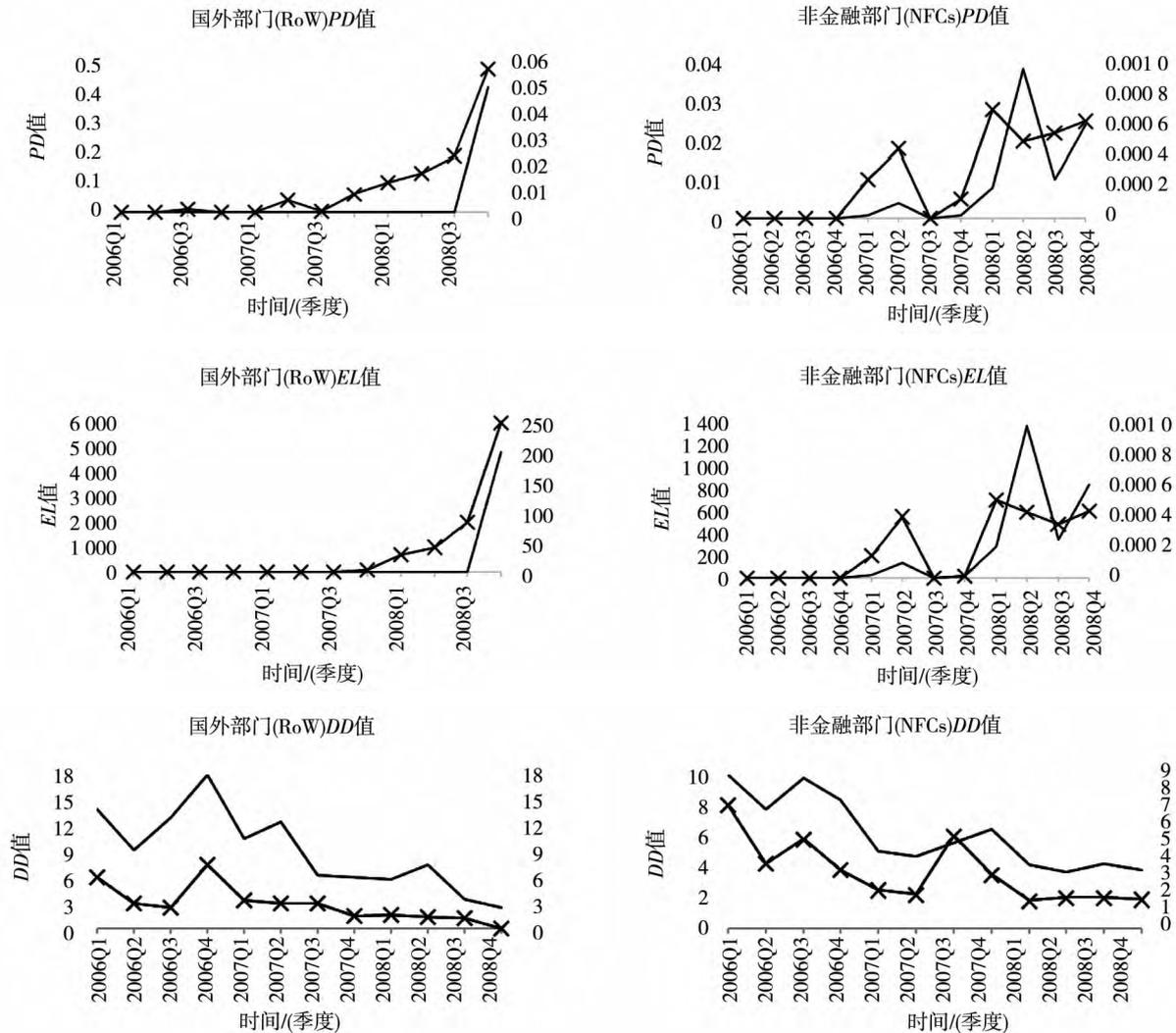


图 1 比较 2006 年第 1 季度 ~ 2008 年第 4 季度期间 Merton-CCA 与 G-CCA 模型对我国 RoW 与 NFCs 的风险监测

Fig. 1 Different risk measurements of RoW and NFCs sectors with Merton-CCA and G-CCA approaches for the period 2006Q1 ~ 2008Q4

此外,如图 1 中右侧组图所示,在 2006 年第 1 季度至 2008 年第 4 季度期间,就 G-CCA 与 Merton-CCA 对我国非金融企业部门的风险监测而言,其变化趋势与国外部门有相似之处,不再赘述分析.但是,与 Merton-CCA 模型不同,G-CCA 对我国企业因(预期)出口减少、损益表不良变动所引起的部门层面金融风险积增给出了完全不同量级的评测,从而更加真实地反映出我国实体经济在 2007 年 ~ 2008 年全球性金融危机中所遭受的负面冲击.

然而,如图 2 所示,与 RoW 和 NFCs 两部门的风险揭示情况不同,对我国 FIs 在此次危机期间的风险状况,G-CCA 模型的风险评估甚至明显小于经典 CCA 模型的测算值.我国金融部门因基本或及时隔绝于具有风险直接传染渠道作用的、与国外相应金融部门的资产、负债关系,且我国金融体系当前所具备的可模型化为隐性看跌期权的政府隐性担保预期价值充足,所以其风险状况并未在危机期间异常恶化.这也充分反映出,与 Merton-CCA 模型相比,G-CCA 模型并非恒定地高估风险测度值,

而是在兼顾风险防控成本与效率的同时,更为切实与审慎地对风险具有敏感性.

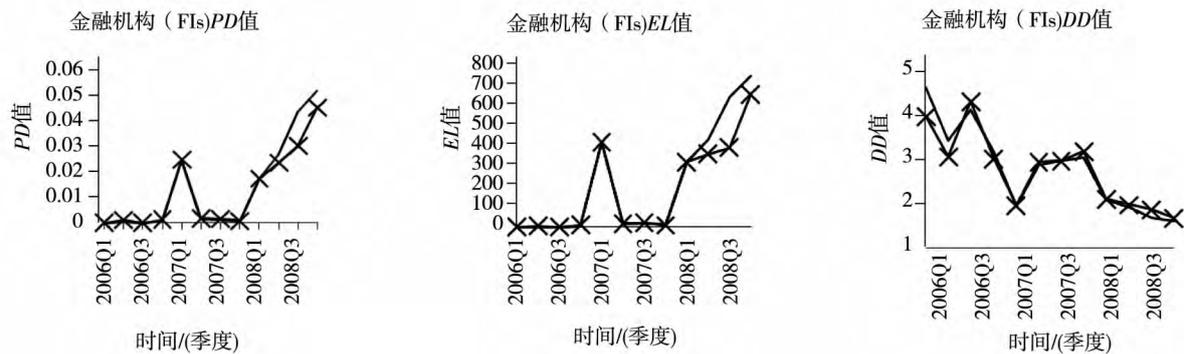


图2 比较2006年第1季度~2008年第4季度期间Merton-CCA与G-CCA模型对我国FIs的风险监测

Fig. 2 Different risk measurements of FIs sector with Merton-CCA and G-CCA approaches for the period 2006Q1 ~ 2008Q4

## 4 结束语

基于对未定权益分析方法广泛适用性与重要实用性的充分肯定,本文首先深入剖析了其仍需进益之处,阐明:模型构建所依据的确定性概率统计模型是偏离经济与金融现实的,也必将导致其所测度的风险值有失审慎,从而无法避免危机在低估风险、继而疏于防范的情况下演生.进而,利用近年来在概率统计模型不确定情况下的定量分析和计算方面的一系列国际领先成就,文章在更为贴近经济现实的假设前提下提出了G-CCA模型.一方面,该模型保留了Merton-CCA方法用于测度、分析和管理的(主权)信用风险、宏观金融风险以及分析系统性风险的原有优势,还可更为有效地解释宏观金融风险演变的非线性速度、量化分析主权危机时期信用差价的迅速飙升、辅助设计新的控制和转移主权风险的工具与合约等等<sup>②</sup>.另一方面,更为重要的是,G-CCA方法利用G-期望理论和模型将动态预期资产收益率对金融风险的影响纳入了分析范畴;同时,将大量具有

干扰性的“不确定性”因素纳入考量,从而实现了风险更为审慎、有效的测度.最后,为助益于我国宏观金融风险、系统性风险监控,文章以2007年~2008年全球性金融危机为例,实证分析了2006年第1季度至2008年第4季度期间,我国国民经济主要机构部门金融风险的演变状况.尤其,通过与Merton-CCA方法的比较分析,证实了G-CCA模型风险测度与监管的敏感性、预警性和审慎性,以及避免高估风险、过度防范的有效性.

概言之,本文是在我国随机分析与计算领域国际前沿研究成果的基础上,通过从本质上改变未定权益分析方法对概率统计模型的基本假设,将“确定性”假设条件下的风险度量进益至对经济学发展具有重要意义的“不确定性”假设条件下的分析,从而在更为贴近经济、金融现实的模型基础上实现对风险更为审慎的监测.其将不仅有益于我国风险评估与管理技术的储备及相应学术探讨<sup>③</sup>,而且是探索在我国特殊的经济、金融发展现状下对金融风险进行审慎性监控的技术及方法.

## 参考文献:

- [1] Merton R. Continuous-Time Finance [M]. Oxford: Basil Blackwell, 1992: 22 - 66.
- [2] Gray D, Merton R, Bodie Z. Measuring and Managing Macrofinancial Risk and Financial Stability: A New Framework

<sup>②</sup> 相关理论与实证分析详见后续研究.

<sup>③</sup> 如王安兴和杜琨<sup>[27]</sup>,陈森鑫和武晨<sup>[28]</sup>等.

- [M] // Loayza N, Céspedes L F. Santiago: Central Banking, Analysis, and Economic Policies Book Series, ch5, 2011, 125 – 157.
- [3] Kelly B T, Lustig H N, Nieuwerburgh S V. Too-systemic-to-fail: What option markets imply about sector-wide government guarantees [J]. *American Economic Review*, 2016, 106(6): 1278 – 1319.
- [4] Gray D, Merton R, Bodie Z. Contingent claims approach to measuring and managing sovereign credit risk [J]. *Journal of Investment Management*, 2007, 5(4): 1 – 24.
- [5] Gómez-Puig M, Singh M, Sosvilla-Rivero S. The robustness of the sovereign-bank interconnection: Evidence from contingent claims analysis [R/OL]. Available at SSRN: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3131426>.
- [6] 巴曙松, 金玲玲. 巴塞尔资本协议Ⅲ的实施——基于金融结构的视角 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2014, 357 – 381.
- Ba Shusong, Jin Lingling. Implementation of Basel III: Based on the Perspective of Financial Structure [M]. Beijing: China Renmin University Press, 2014: 357 – 381. (in Chinese)
- [7] 宫晓琳. 未定权益分析方法与中国宏观金融风险的测度与研究 [J]. *经济研究*, 2012, 47(3): 76 – 87.
- Gong Xiaolin. Measuring and analyzing China's macro-financial risk with CCA approach [J]. *Economic Research Journal*, 2012, 47(3): 76 – 87. (in Chinese)
- [8] N' Diaye P. Countercyclical Macro Prudential Policies in a Supporting Role to Monetary Policy [R]. Washington: IMF Working Paper 09/257, 2009.
- [9] Ericsson J, Reneby J. A framework for valuing corporate securities [J]. *Applied Mathematical Finance*, 1998, 5(3/4): 143 – 163.
- [10] Briys E, Varenne F. Valuing risky fixed rate debt: An extension [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1997, 32(2): 239 – 248.
- [11] Glanzer M, George P, Pichler A. Incorporating statistical model error into the calculation of acceptability prices of contingent claims [J]. *Mathematical Programming*, 2019, 174(1/2): 499 – 524.
- [12] Knight F. Risk, Uncertainty, and Profit [M]. Mineola: Dover Publications ( Republication of the 1957 Edition of the Work Originally Published in 1921 by the Houghton Mifflin Company ), 2006.
- [13] Heston S. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options [J]. *The Review of Financial Studies*, 1993, 6(2): 327 – 343.
- [14] Dai M, Tang L, Yue X. Calibration of Stochastic Volatility Models: An Optimal Control Model [R/OL]. Available at SSRN: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2009342>.
- [15] Burdejová P, Härdle W. Dynamic semi-parametric factor model for functional expectiles [J]. *Computational Statistics*, 2019, 34(2): 489 – 502.
- [16] Castren O, Kavonius I. Balance Sheet Interlinkages and Macro-financial Risk Analysis in the Euro Area [R]. Frankfurt: European Central Bank: ECB Working Paper Series No. 1124, 2009.
- [17] Epstein L, Ji S. Ambiguous volatility and asset pricing in continuous time [J]. *Review of Financial Studies*, 2013, 26(7): 1740 – 1786.
- [18] Peng S. G-expectation, G-Brownian motion and related stochastic calculus of Itô type [J]. *Stochastic Analysis and Applications*, 2006, 2(4): 541 – 567.
- [19] Peng S. Multi-dimensional G-Brownian motion and related stochastic calculus under G-expectation [J]. *Stochastic Processes and Their Applications*, 2008, 118(12): 2223 – 2253.
- [20] Peng S. Nonlinear Expectations and Stochastic Calculus under Uncertainty [M]. NY: Springer, 2010.
- [21] 彭实戈. 非线性期望的理论、方法及意义 [J]. *中国科学: 数学*, 2017, 47(10): 1223 – 1254.
- Peng Shige. Theory, methods and meaning of nonlinear expectation theory [J]. *Scientia China( Mathematica )*, 2017, 47(10): 1223 – 1254. (in Chinese)
- [22] Hu M, Ji S, Peng S, et al. Backward stochastic differential equations driven by G-Brownian motion [J]. *Stochastic Processes*

- ses and their Applications, 2014, 124(1): 759 – 784.
- [23] Hu M, Ji S, Peng S, et al. Comparison theorem, Feynman-Kac formula and Girsanov transformation for BSDEs driven by G-Brownian motion [J]. Stochastic Processes and Their Applications, 2014, 124(2): 1170 – 1195.
- [24] 宫晓琳, 彭实戈, 杨淑振, 等. 基于不确定性分布的金融风险审慎管理研究 [J]. 经济研究, 2019, 54(7): 64 – 77.  
Gong Xiaolin, Peng Shige, Yang Shuzhen, et al. Prudential management of financial risk with uncertain probability distribution [J]. Economic Research Journal, 2019, 54(7): 64 – 77. (in Chinese)
- [25] 宫晓琳, 杨淑振, 胡金焱, 等. 非线性期望理论与基于模型不确定性的风险度量 [J]. 经济研究, 2015, 50(11): 133 – 147.  
Gong Xiaolin, Yang Shuzhen, Hu Jinyan, et al. Non-linear expectation theory and risk measurement based on model ambiguity [J]. Economic Research Journal, 2015, 50(11): 133 – 147. (in Chinese)
- [26] Peng S. Nonlinear Expectations, Nonlinear Evaluations and Risk Measures [R]. Bressanone/Brixen, Italy: Stochastic Methods in Finance, 2003.
- [27] 王安兴, 杜 琨. 债务违约风险与期权定价研究 [J]. 管理科学学报, 2016, 19(1): 117 – 126.  
Wang Anxing, Du Kun. Option pricing given corporate financial information [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(1): 117 – 126. (in Chinese)
- [28] 陈淼鑫, 武 晨. 随机跳跃强度与期权隐含风险溢价 [J]. 管理科学学报, 2018, 21(4): 28 – 42.  
Chen Miaoxin, Wu Chen. Stochastic jump intensity and option implied risk premiums [J]. Journal of Management Sciences in China, 2018, 21(4): 28 – 42. (in Chinese)

## Prudential risk management and adapted CCA approach based on probability model with ambiguity

GONG Xiao-lin<sup>1</sup>, YANG Shu-zhen<sup>2</sup>, SUN Yi-qing<sup>1</sup>, ZHANG Shuang-na<sup>3</sup>

1. School of Economics, Shandong University, Jinan 250100, China;
2. Zhongtai Securities Institute for Financial Studies, Shandong University, Jinan 250100, China;
3. School of Economics and Management, Shandong Youth University of Political Science, Jinan 250103, China

**Abstract:** The paper is to improve the famous contingent claims analysis (CCA) approach. It first demonstrates that the core assumption of Merton-CCA model is unrealistic and is not apt to measure risk in a realistic, dynamic economic environment. Then, a probability model with ambiguity, which incorporates model uncertainty, volatility uncertainty and mean uncertainty, is proven to be more effective for measuring and managing risk in the real business world. Based on the recent progress in stochastic analysis and calculus, the paper proposes a G-CCA model, a more risk sensitive, thus a more prudential risk measurement model, especially in emerging financial markets. Moreover, adding to all the valuable advantages of the Merton-CCA model, the new model extends the risks covered by traditional CCA models by taking into account risks arising from the uncertainty of expected asset returns.

**Key words:** contingent claims analysis; uncertainty; G-expectation theory