

# 国债一级市场拍卖投标的影响因素研究<sup>①</sup>

闫妍<sup>1</sup>, 于浩<sup>2\*</sup>, 陈晓松<sup>3</sup>

(1. 中国科学院虚拟经济与数据科学研究中心, 北京 100190; 2. 中国科学院大学经济与管理学院, 北京 100190; 3. 北京师范大学系统科学学院, 北京 100875)

**摘要:** 国债已经成为中国政府重要的筹资工具之一, 在整个金融体系中处于核心地位。一级市场是国债流通的初始环节, 拍卖结果将直接决定国债发行成本。但是由于国债一级市场公开的数据有限, 国内相关研究文献较少, 难以为中国国债市场进一步发展提供理论指导。本文基于2014年1月~2017年7月中国国债一级市场拍卖数据, 建立市场投标函数模型, 刻画拍卖投标的过程。创新性地提出通过求解非线性方程组方法计算市场投标函数参数, 进而分析其影响因素。研究发现: 中国国债一级市场与二级市场联系紧密, 一级市场的投标利率、投标积极性和投标分散程度都受到国债二级市场到期收益率曲线、交易量和银行体系流动资金的充裕程度等因素的影响。

**关键词:** 国债; 一级市场; 市场投标函数; 逻辑斯蒂曲线

**中图分类号:** F812.5   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1007-9807(2020)04-0080-18

## 0 引言

改革开放以来, 中国债券市场迅速发展, 规模现已居世界第三位。国债是债券市场中最重要品种, 在整个金融体系中处于核心地位, 其收益率曲线是金融产品定价的基准。自1981年中国恢复国债发行以来, 国债发行规模逐年增加, 已经成为政府筹集财政资金的重要工具之一。根据中国人民银行公布的《2018年金融市场运行情况》显示, 2018年中国国债发行规模达3.5万亿元。2019年4月, 中国国债纳入彭博巴克莱全球综合指数, 海外投资者增大中国国债的买入额, 从而刺激国债发行量进一步提高。

一级市场是国债交易的初始环节, 发行结果直接决定了政府未来将支付的利息成本, 是国债市场的基础<sup>[1]</sup>。国债一级市场拍卖已经成为世界经济界重要的研究领域之一, 但是国内研究国

债一级市场拍卖的相关文献很少, 这与我国国债一级市场拍卖数据公开较少有直接关系。在中国国债市场亟需进一步发展的背景下, 对一级市场拍卖投标的影响因素做进一步研究具有重要的现实意义: 既有助于财政部制定合理的招标计划, 以尽可能低的利率募足资金; 也有助于投资者选择最优的投标策略, 获得相对较高的投资收益。

在我国, 财政部通过招标的方式确定国债的发行利率<sup>[2]</sup>。作为国债发行方, 财政部需提前公布招标计划, 确定招标时间和金额。如果招标额定的过低, 本次国债发行不能满足国家的融资需求。如果招标额定的过高, 会导致筹资的边际成本增加, 甚至出现拍卖流标的情况。

投标倍率是投标金额与招标金额的比率, 这一指标反映了市场投资者参与国债一级市场拍卖的积极性。投资者的积极性越高意味着以低利率发行高额度国债的成功率越大<sup>[3]</sup>。投标倍率小于

① 收稿日期: 2019-06-10; 修订日期: 2019-10-08.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71103179; 1121403).

通讯作者: 于浩(1995—), 男, 山东济南人, 硕士生. Email: yuhao17@mails.ucas.ac.cn

1 则意味着拍卖流标,本次国债发行失败.2014 年 1 月~2017 年 7 月间,中国 10 年期及以下国债的投标倍率均值为 2.6,投标倍率小于等于 1.5 的拍卖仅占 4.8%.但是仍然存在因高估投资者的投标积极性导致发行计划制定不合理的情况,例如:2015 年记账式贴现(六期)国债计划招标发行总量为 150 亿元,实际收到投标量为 144.6 亿元,最终发行量仅为 101.4 亿元,此次拍卖实际已经流标.

国债的拍卖标的多为利率,由于发行人希望募集资金的成本(利息)尽可能低,所以按照低利率优先的原则对投标逐笔募入,当达到招标量时终止.终止利率是中标者中最高投标利率,投标利率等于或低于终止利率的投标者中标.目前,全世界国债拍卖的方式有三种:荷兰式拍卖、美国式拍卖和混合式拍卖<sup>[4]</sup>.在荷兰式拍卖中,所有中标者未来都将按照终止利率获得利息.在美国式拍卖中,中标者将按照自己的投标利率获得利息.在混合式拍卖中,首先计算所有中标者加权平均中标利率.等于或低于加权平均中标利率的中标者,按照加权平均中标利率获得利息;高于加权平均中标利率的中标者,按照自己的投标利率获得利息<sup>[5]</sup>.根据中国财政部印发的《记账式国债招标发行规则》,2014 年~2015 年,1 年期(不含)以下国债采用美国式拍卖,1 年期~10 年期(含)国债采用混合式拍卖;2016 年至今,10 年期(含)以下国债统一采用混合式拍卖.

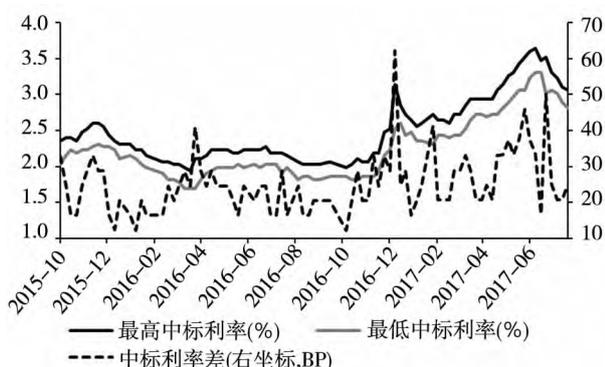


图1 0.25 年期国债中标利率

Fig. 1 The winning bid of 0.25y treasury auctions

无论采用哪种拍卖方式,国债发行利率都受到投资者的投标额和投标利率的影响.投资者会根据投标时国债二级市场到期收益率走势、交易量等因素制定投标策略,希望尽可能以更高的利率中标.

图1 描述了我国在 2015 年 10 月~2017 年 7 月间 0.25 年期国债中标利率的情况.由此注意到一个重要现象:同一期国债投资者的中标利率存在着差异,最高中标利率与最低中标利率平均差 25.7BP.以 2016 年记账式贴现(五十五期)国债为例,贴现价格转化为利率后,最高中标利率与加权平均中标利率的差值达到 21.6BP.如果投资者的中标利率超过加权平均中标利率(票面利率),甚至恰好为最高中标利率,则会获得超过市场平均水平的收益.因此,研究国债发行结果的影响因素可以帮助投资者制定最优的投标策略.

近年来,国外学者对国债一级市场拍卖的影响因素进行了深入研究.Keloharju 等<sup>[6]</sup>通过研究芬兰国债拍卖数据发现,当二级市场利率波动增大时,投资者会减少在一级市场的需求量,并增加投标利率的分散性.Elsinger 和 Zulehner<sup>[7]</sup>根据奥地利数据、Rocholl<sup>[8]</sup>根据德国数据、Álvarez 和 Mazón<sup>[9]</sup>根据西班牙数据,都得到了相似的结论.另外,Tchuindjo<sup>[10]</sup>证明了,由于国债期货的空头需要在拍卖中获得足额债券进行交割,所以投资者的投标量会随着期货空头头寸的增大而增大.这些研究都说明国债的一级市场不是独立存在的,会受到二级市场、期货市场等因素影响.但是客观而言,中国国债市场与西方发达国家存在着明显差异,如:二级市场流动性较差、购买者以大型金融机构为主等.上述研究结论是否适用于中国国情还需要进行验证.

国内相关研究文献主要集中在国债期货市场<sup>[11,12]</sup>或二级市场(利率期限结构<sup>[13-16]</sup>或国债与信用债的利差<sup>[17-19]</sup>等).而对一级市场拍卖的研究较少,且绝大多数研究没有结合实际数据,停留在理论模型推导或者政策建议的阶段.徐永国<sup>[20]</sup>在国内首次全面综述拍卖理论的主要研究进展,展望了我国拍卖领域应该重点研究的方向.随后,油晓峰等<sup>[21]</sup>、白艳萍<sup>[22]</sup>、宫汝凯<sup>[23]</sup>从政策层面为我国国债拍卖方式变革提出建议.财政部 2004 年将中长期国债拍卖方式由荷兰式拍卖变化为混合式拍卖,谢志军<sup>[24]</sup>运用这一变化前后的数据,研究上述两种拍卖方式的优劣,发现采用混合式拍卖发行国债的成本更低.而白艳萍<sup>[25]</sup>也同样研究了这一拍卖方式变化的影响,得出不同的结论,她认为荷兰式拍卖和混合拍卖结果没有显

著差别,但是荷兰式拍卖能够避免赢家诅咒和串谋,是一种更好的拍卖方式。孟庆斌等<sup>[26]</sup>将一级市场与二级市场关联起来,研究国债拍卖结果对于二级市场相关债券的影响。

但2013年以后,国内期刊没有检索到与国债一级市场拍卖影响因素相关的研究内容。究其原因,与利率未完全市场化、对外公布的一级市场数据较少有一定关系。近年来,中国国债拍卖的频率明显提高,数据资料逐渐丰富。随着利率市场化的逐步推进,国债投资者投标更加理性。这些都为进一步推进对中国国债一级市场拍卖的研究创造了有利条件。

本文采用市场投标函数模型刻画国债一级市场的投标过程,根据财政部公布的历次国债发行招标情况数据,检验了二级市场等因素对一级市场拍卖投标的影响。本文的实证结果显示,中国国债一级市场、二级市场联系紧密,一级市场的投标利率、投标积极性和投标分散程度都受到二级市场到期收益率、交易量的影响,银行体系流动资金的充裕程度及其他宏观经济因素也会影响国债一级市场的需求变动。中国财政部既要在制定国债发行计划时对投标情况进行预测,提高招投标文件的效率;同时也要进一步推动国债二级市场建设,增强其流动性和价值发现功能,为一级市场国债发行定价提供基准。

本文的主要目标是提出符合中国实际的国债一级市场拍卖理论,在以下两个方面对已有研究进行了补充。第一,结合中国财政部公布国债一级市场数据不详细的特点,创新性地提出了通过求解非线性方程组计算市场投标函数参数的方法,为实证研究创造了条件。第二,就目前了解的现有文献范围内,2013年以来,本文第一次对中国国债一级市场拍卖的影响因素进行实证研究,为国债市场未来进一步发展提供了理论指导。

## 1 相关文献综述

现有关于国债拍卖的文献,一般从发行方角度出发,研究哪种拍卖方式可以最大程度降低发行成本。同时,国债拍卖中还存在着“赢家诅咒”(只有当投标利率低于公允利率时,才可能中标)

的现象。导致投资者虽然中标但是会受到损失,这会降低投标积极性<sup>[27]</sup>。因此,关于国债拍卖的研究也在关注如何避免“赢家诅咒”的出现。由于荷兰式拍卖和美国式拍卖在西方最为常见,所以现有研究较多的集中在对于两种拍卖方式的比较上。混合式拍卖使用范围较小,并且价格确定方式复杂,不易建模,关于这种拍卖方式的文献还相对较少<sup>[28]</sup>。

在国债拍卖的研究领域,最早也最常见的方法是应用博弈论构造拍卖模型。Vickrey<sup>[29]</sup>在1961年第一次正式构建博弈论拍卖模型,分析了有关拍卖的私人信息、报价策略等问题,是研究拍卖问题的开山之作。从博弈论的角度看,国债拍卖属于同质多物品的非完全信息静态博弈。Back和Zender<sup>[30]</sup>指出,由于边际成本不同,单一物品拍卖的理论并不能推广到多物品拍卖中。多物品拍卖比单一物品拍卖复杂,特别是在标的物可以无限分割或者投标者数量极多时,国债拍卖恰好符合这些特点。Smith<sup>[31]</sup>以美国短期国债为研究对象,首次刻画了多物品拍卖的特征,但是在简化模型时,他认为投标者只会对自己最有利的价格投标,所以假设每个人只有一个投标价格(single price bid)。这个假设被Nautz<sup>[32]</sup>等学者质疑,他们证明投标者在国债拍卖中使用多个价格投标往往是最优的。

虽然很多文献在建模时假设只存在共同信息,但是实际的国债拍卖是非完全信息(有私人信息)的博弈。Armantier和Sbai<sup>[33]</sup>通过研究法国国债的拍卖数据发现,投标者会对未来的利率有不一样的预期,即存在私人信息。类似地,Hortacsu和Kastl<sup>[34]</sup>在加拿大国债拍卖中也验证了私人信息的存在。相较于完全信息的博弈,私人信息会对拍卖市场带来额外的影响,进一步增加建模的复杂性<sup>[35]</sup>。比较成熟的国债拍卖模型是在Wilson<sup>[36]</sup>的研究基础上发展出来的。他通过对称贝叶斯-纳什均衡,得到多物品拍卖中最优投标函数应该满足的欧拉方程。模型允许投标者存在一个私人信息,即对拍卖品价值的估计值。他的研究为分析多物品拍卖提供了开创性的思路。

但是,采用哪种拍卖方式对国债的发行人更有利,在理论研究上还没有得到统一的结论。Milgrom<sup>[37]</sup>、Damianov和Becker<sup>[38]</sup>证明由于荷兰式

拍卖不存在“赢家诅咒”,可以激发投标的积极性,因此对发行人更有利。可是 Back 和 Zender<sup>[30]</sup>、Markakis 和 Telelis<sup>[39]</sup> 则认为荷兰式拍卖会使投标者“串谋”,给发行人带来损失。Álvarez 等<sup>[40]</sup> 认为,单纯讨论拍卖方式的优劣没有意义,预期拍卖结果取决于私人信息和公共信息的精确程度。

Wilson<sup>[36]</sup> 指出,具体哪种拍卖方式更有利,需要实证研究的检验。Hortacsu 和 Mcadams<sup>[41]</sup> 总结了相关实证研究的最新进展。但是,实证研究的结论同样存在分歧。Kastl<sup>[42]</sup> 通过对捷克国债数据的实证研究,认为荷兰式拍卖能为发行人带来更多收益。现有的大部分实证研究也支持这一观点。但是, Marszalec<sup>[43]</sup> 的实证结果却支持美国式拍卖。

通过博弈论构造的拍卖模型在理论和实证上没有得到统一的结论,学术界已经进行了长达几十年的讨论,但是远未达成共识。主要有以下原因:一是国债拍卖的实际经济环境复杂,而博弈论模型给定的假设过于严格,结论仅适用于理论研究,对实际应用的帮助有限;二是理论模型需要假设投标者的期望等指标满足特定的分布(正态分布等),但是在实际情况中,真正满足正态分布的情况很少,也难以验证结论的正确性。

基于以上原因,本文没有使用博弈论构建模型,而是选择 Boukai 和 Landsberger<sup>[44]</sup> (后文简称为 BL) 提出的市场投标函数 (market bid functions) 模型。BL 研究了以色列银行 300 多次国债拍卖的投标情况,通过观察每个利率处投资者具体的投标量,发现尽管各次投标之间存在着巨大的波动,但是投标过程中存在稳定的市场投标函数。它是一条 S 形状、由三个参数决定的逻辑斯蒂曲线 (logistic curve)。同时, BL 发现曲线的参数并不是完全随机的,其中两个参数与债券二级市场收益率有紧密的联系。

在 BL 提出市场投标函数模型后,多名学者将其应用于不同国家国债拍卖的研究中。Berg 等<sup>[45]</sup> 根据挪威和瑞士国债拍卖的结果,验证了 BL 提出的市场投标函数的正确性,他们还将挪威与以色列的市场投标函数进行比较,发现存在共同特征,例如:参数的值都会受到二级市场的影响、投标倍率都大于 1 等。Prèget 和 Waelbroeck<sup>[46]</sup>

应用法国国债拍卖数据,使用计量经济学的方法研究了市场投标函数模型参数的影响因素,发现投标者的投标利率与二级市场利率高度相关,而投标积极性则会受到拍卖次数、二级市场利率的影响,但是并没有找到投标分散程度的影响因素。在此之后,没有研究者对市场投标函数模型做进一步的应用和研究。与博弈论模型相比,市场投标函数模型关注的是整体投标的结果,而不是每个人的投标策略,这使得该模型更符合实际复杂的投标情况。同时,中国财政部每次国债拍卖结束后公布的数据极其有限,无法具体获得每个利率处的投标量。BL 的市场投标函数模型假定了投标量的分布,并且在以色列、挪威、瑞士、法国得到验证,为在有限数据下研究中国国债拍卖提供了有效的方法。

上述研究文献加深了本文对于拍卖理论的理解,提供了必要的研究基础和方法。但是,与欧美国家相比,中国财政部公布的国债一级市场数据不详细。Boukai 和 Landsberger<sup>[44]</sup>、Prèget 和 Waelbroeck<sup>[46]</sup> 都可以获得每个投标利率处的具体投标量,进而采用简单的最小二乘估计法获得每次投标函数的参数值。而对于中国的国债投资者,每次国债拍卖后只能够获得五个数据:招标总量、投标总量、最高中标利率、最低中标利率和加权平均中标利率(票面利率)。由于不知道每个利率处具体的投标情况,不能继续使用现有模型方法计算参数值。后文中结合中国的实际情况,创新性地提出了通过求解非线性方程组来计算市场投标函数三个参数的方法,这也是本文重要的创新点之一。

## 2 理论模型

本文借鉴 Boukai 和 Landsberger<sup>[44]</sup> 的研究成果,将逻辑斯蒂曲线作为具体的市场投标函数 (market bid functions),刻画国债拍卖的投标情况。模型统一以利率为拍卖标的,对于以价格为标的的贴现国债,则通过复利方式计算其年化利率。在研究样本中,仅 2014 年~2015 年间的 1 年期(不含)以下国债拍卖采用美国式拍卖,占总样本的 14%,其余均为混合式拍卖。拍卖方式的变化影响范围不大,同时在两种拍卖方式中,投标利率

较高的投资者均有可能获得超额收益,但是也会承受投标失败的风险.因此,利率对投标量的影响相似,在研究时不区分具体采用哪种拍卖方式.

### 2.1 市场投标函数模型

在某次国债拍卖中,使用  $Q_0$  表示招标总量,在投标前已经对外公布.  $Q(r)$  表示所有投标者在利率区间  $[0, r]$  内的累计投标总量,称为市场投标函数.若  $Q(r^*) = Q_0$ ,则  $r^*$  为本次拍卖的最高中标利率(终止利率),投标利率在  $[0, r^*]$  内的所有投标者中标.本文沿用之前的研究成果,选择逻辑斯蒂曲线作为市场投标函数,具体形式为

$$Q(r) = \frac{aQ_0}{1 + e^{-\frac{r-\tau}{\lambda}}}, (a, \tau, \lambda > 0) \tag{1}$$

函数(1)的图像是一条S形的曲线,由三个参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$  共同决定.这三个参数分别从三个不同的角度影响市场投标函数的形状,反映了一级市场中投资者投标时的选择.图2为  $Q_0 = 1, a = 4, \lambda = 1, \tau = 4$  时的市场投标函数图像.

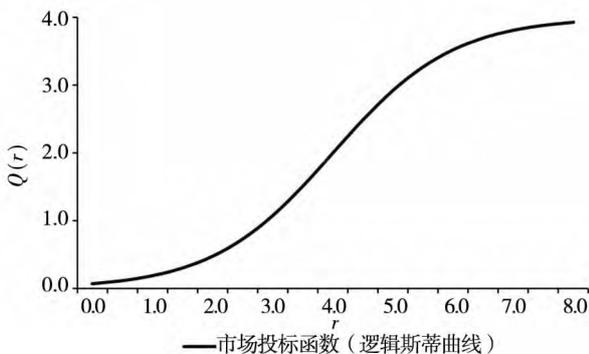


图2 逻辑斯蒂曲线  
Fig. 2 The logistic curve

下面将讨论这三个参数的实际含义.

1)  $a$  决定市场投标函数在竖直方向上的压缩程度,反映了投标者投标积极性.当利率  $r$  趋近于正无穷时,投标总量  $Q(r)$  的极限为  $aQ_0$ .投标积极性越高,  $a$  的值越大,投标者会忽视投标失败的风险,增大每个利率处的投标量,使得投标总量  $Q(r)$  增大.

2)  $\lambda$  决定市场投标函数在水平方向上的压缩程度,反映投标者投标的分散程度.对于  $\forall a_1, a_2 \in (0, a)$ ,当投标总量达到  $a_1Q_0, a_2Q_0$  时的利率为

$$r_1 = \tau - \lambda \ln\left(\frac{a}{a_1} - 1\right) \tag{2}$$

$$r_2 = \tau - \lambda \ln\left(\frac{a}{a_2} - 1\right) \tag{3}$$

假设  $a_1 < a_2$ ,则投标量由  $a_1Q_0$  增加至  $a_2Q_0$  时,投标利率的增加值为

$$r_2 - r_1 = \lambda \left[ \ln\left(\frac{a}{a_1} - 1\right) - \ln\left(\frac{a}{a_2} - 1\right) \right] \tag{4}$$

根据式(4)可知,  $\lambda$  越小,则  $r_2 - r_1$  越小,市场投标函数曲线增长越快.当拍卖过程有多名投标者时,每个拍卖者对中标利率的预期不同,因此投标利率会有所差异.投标者对拍卖投标过程和结果的预期越统一,投标利率分散程度越小,则  $\lambda$  会越小,市场投标函数的增长也会越快.

3)  $\tau$  决定市场投标函数斜率最大的点,即  $Q'(r)$  最大的点,反映投标者投标最集中的位置.  $Q(r)$  的二阶导函数为

$$Q''(r) = \frac{aQ_0 e^{-\frac{r-\tau}{\lambda}} (e^{-\frac{r-\tau}{\lambda}} - 1)}{\lambda^2 (1 + e^{-\frac{r-\tau}{\lambda}})^3} \tag{5}$$

令式(5)中的  $Q''(r) = 0$ ,解得  $r = \tau$ .  $Q'(r) \cdot \Delta r$  表示在区间  $[r, r + \Delta r]$  内投资者的投标量.  $r = \tau$  时,  $Q'(r)$  得到最大值,则该处投标最为集中.当投标利率  $r$  处于  $(0, \tau)$  内,投标失败的风险较小,但投标者获得的利息收益会随着  $r$  的增大而增大,为了获得更高收益会逐步增大投标量;当投标利率  $r$  处于  $(\tau, +\infty)$  内,随着利率  $r$  的增大,投标利率很可能超过终止利率,投资者为了规避投标失败风险而减少投标量.所以  $r = \tau$  是市场投标函数斜率最大的点.不同投标者的投标利率存在差异,但是并不是毫无规律的.作为理性的投标者,对拍卖结果的预测并不会太大的偏差.  $r = \tau$  是投标者认为收益与风险最平衡的点,因此投标量也最多.当投标倍率  $a$  大于2时,拍卖的中标利率会小于投标最集中的位置  $\tau$ .

综上所述,参数  $a$  反映了投资者投标积极性,  $\lambda$  反映了投标的分散程度,  $\tau$  则代表着投标最集中的利率.但是这些参数并不能从发行结果中直接得到,下面将介绍如何使用中国财政部公布的数据计算上述三个参数值.

### 2.2 模型参数的计算方法

作为普通投资者,每次拍卖后可以获得的数据有招标总量、投标总量、最高中标利率、最低中标利率和加权平均中标利率(债券的票面利率),后文统一简称为“公开数据”.基于有限的公开数

据,本文提出通过求解非线性方程组计算出三个参数的方法. 参数  $a$  的计算较为简便. 根据前文对市场投标函数性质的分析,  $Q(r)$  存在一个上极限, 定义为  $A = \lim_{r \rightarrow \infty} Q(r) = aQ_0$ . 其中,  $Q_0$  是这次国债拍卖的招标总量;  $A$  是投标量的上极限, 即为每次国债拍卖的投标总量.  $a$  是实际投标量与计划发行量之间的比值, 可以表示为

$$a = \frac{A}{Q_0} \tag{6}$$

最高中标利率  $r_{\max}$  (终止利率) 使小于等于该利率的累计投标量等于招标总量, 即  $Q(r_{\max}) = Q_0$ . 代入市场投标函数表达式(1), 得到

$$\tau = r_{\max} + \lambda \ln(a - 1) \tag{7}$$

加权平均中标利率是指对不同的中标利率赋予以该利率处的中标量为权重计算出来的平均利率, 考虑连续情况, 表示为

$$\begin{aligned} r_{\text{mid}} Q_0 &= r_{\text{min}} Q(r_{\text{min}}) + \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} r \times \frac{dQ}{dr}(r) dr \\ &= r_{\text{max}} Q_0 - \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} Q(r) dr \end{aligned} \tag{8}$$

其中  $r_{\text{mid}}$  是加权平均中标利率,  $r_{\text{min}}$  是最低中标利率. 将  $Q(r)$  的原函数代入式(8)后化简, 得到

$$\begin{aligned} (1 - a)r_{\max} + ar_{\text{min}} - r_{\text{mid}} &= \\ a\lambda [\ln(a) - \ln(1 + e^{-\frac{r_{\text{min}} - \tau}{\lambda}})] & \end{aligned} \tag{9}$$

为后续计算中简便, 令

$$b = \frac{(1 - a)r_{\max} + ar_{\text{min}} - r_{\text{mid}}}{a} \tag{10}$$

对每次拍卖而言,  $b$  可以通过公开数据直接求出. 将式(10)代入式(9), 化简后得到关于  $\lambda$  和  $\tau$  的方程

$$\tau = r_{\text{min}} + \lambda \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) \tag{11}$$

将式(7)和式(11)联立后, 得到

$$\begin{cases} \tau = r_{\text{min}} + \lambda \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) \\ \tau = r_{\text{max}} + \lambda \ln(a - 1) \end{cases} \tag{12}$$

观察方程组(12), 其中包含两个方程和两个未知数. 但是, 非线性方程组难以获得解析解, 是否有解以及解的具体个数也无法直接确定. 如果证明解的存在唯一性, 就可以使用数值计算的方法求出方程组数值解. 不难发现, 式(7)和式(11)等式左边都只有未知数  $\tau$ , 对等式右边做差得到

$$\begin{aligned} F(\lambda) &= r_{\max} - r_{\text{min}} + \lambda \ln(a - 1) - \\ &\lambda \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) \end{aligned} \tag{13}$$

**命题** 当  $r_{\max} > r_{\text{mid}} > r_{\text{min}}$ 、 $a > 1$  时, 函数(13)在  $\lambda \in (0, +\infty)$  内单调递减且存在唯一零点, 方程组(12)在区间  $\lambda \in (0, +\infty)$  内的解存在且唯一. (证明过程见附录1)

在正常的投标过程中, 命题条件  $r_{\max} > r_{\text{mid}} > r_{\text{min}}$  和  $a > 1$  普遍成立. 特别是当证明了函数(13)单调递减后, 采用不同数值方法计算出方程组(12)的解不会有显著差异.

上述结论表明, 应用中国财政部公开的投标总量  $A$ 、招标总量  $Q_0$ 、最高中标利率  $r_{\max}$ 、加权平均中标利率  $r_{\text{mid}}$  和最低中标利率  $r_{\text{min}}$ , 通过等式(6)以及数值方法求解方程组(12), 可以计算出决定市场投标函数的三个参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$  的值.

上述过程将有限的公开数据通过市场投标函数的形式刻画出来. 引入市场投标函数后, 三个参数从不同角度刻画了投标过程整体的情况, 相比于初始的利率和招投标量而言, 这三个参数具有更实际的经济含义. 特别是参数  $\lambda$  代表了投标分散程度, 反映了投资者面对不同经济环境时的投标选择, 这是从公开数据中无法直接考察的, 但对于研究投标的影响因素具有重要意义.

### 3 数据说明和研究思路

#### 3.1 数据来源及说明

以2014年1月~2017年7月中国所有期限在10年期(含)以下的记账式国债为初始研究样本, 通过如下程序进行数据筛选: 1) 0.75年期国债最后一次发行的时间为2015年6月26日, 2年期国债发行间隔接近于一年, 这两种债券发行次数和发行金额占总体的比例较小, 研究结果对实际一级市场意义不大, 因此本文剔除了期限为0.75年期和2年期的样本; 2) 编号169923.IB的0.25年期国债, 在最低中标价格处中标量为49.7亿元, 占到总中标量的三分之一, 投标过于集中, 不具有代表性, 因此本文剔除了这一样本. 最终, 得到195次国债拍卖的数据, 期限包括0.25年期、0.5年期、1年期、3年期、5年期、7年期和10年期, 共7个类别. 发行总量达到3.2万亿元人民

币. 国债一级市场拍卖数据均来源于中国债券信息网以及 Wind 数据库, 其他数据均来源于 Wind 数据库和中国人民银行官网.

样本中不同期限国债的发行次数、总发行量和单次平均发行量如表 1 所示, 数据显示: 1) 期限为 0.25 年的国债在国债拍卖中占的比重最大, 共发行 89 次(占发行总数的 45.6%), 累计发行

9 150 亿元(占发行总量的 28.2%). 2) 各期限国债在单次发行规模以及发行频率上有明显的差异. 贴现发行的国债单次发行规模较小, 但是发行频率较高, 0.25 年期国债平均发行量仅为 102.8 亿元, 0.5 年期国债平均发行量为 120.3 亿元; 而 1 年期~10 年期付息国债的单次发行额较大, 平均发行量达到 260.8 亿元.

表 1 国债拍卖的情况

Table 1 The information of treasury auctions

期限(年)	0.25	0.5	1	3	5	7	10	合计
发行次数	89	31	23	12	13	14	13	195
总发行量(亿元)	9 150	3 730	5 250	3 340	3 440	3 810	3 720	32 440
单次平均发行量(亿元)	102.8	120.3	228.3	278.3	264.6	272.1	286.2	166.4

### 3.2 研究思路

首先根据本文第三部分的方法, 依据 195 个样本的数据分别计算得到 195 组市场投标函数参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$ . 考虑到影响不同期限国债的因素是不同的, 本文将样本分成三组进行研究, 分别为 0.25 年期国债(89 个样本)、0.5 年期和 1 年期国债(54 个样本)和 3 年期至 10 年期国债(52 个样本).

本文选择 SUR (Seemingly Unrelated Regressions) 模型对三个参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$  建立回归方程组, 主要基于以下两个原因: 1) 三个参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$  分别具有不同的经济学含义, 每个参数的影响因素和解释变量是不相同的, SUR 模型是由多个回归方程组成的方程组, 它与多元回归模型的区别在于允许各方程存在不同的自变量, 这样的特性给统计建模带来很大的灵活性; 2) 通常采用的 OLS 回归假设各个方程之间的残差项互不相关(残差的协方差矩阵为对角矩阵), 但是三个参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$  之间是互相联系的. 例如, 投标倍率  $a$  越大, 说明投资者对于国债的需求量越旺盛, 投资者为了能够获得足量的债券, 可能会选择降低自己的投标利率, 使得  $\tau$  减小. 所以, 需要考虑各方程残差项之间的关联. SUR 模型允许残差之间存在相关关系, 符合实际情况. 为检验选择模型的合理性, 本文将对 SUR 模型的原假设  $H_0: \sigma_{ij} (i \neq j) = 0$  进行检验. 检验的方法采用极大似然比检验(LR 检验)和 Breusch 提出的 LM 检验.

本文希望在分析国债一级市场拍卖投标影响因素的同时, 建立相应的预测模型, 为中国财政部

制定国债发行计划以及投资者制定投标策略提供理论和实际帮助. 因此, 在建模的过程中, 要求各解释变量均保持显著. 本文选择的  $P$  值的临界值为 0.1. 在回归过程中, 如果某个解释变量的  $P$  值大于 0.1, 则选择类似的变量进行替代或者直接剔除. 选择解释变量的原则为: 在保证解释变量前系数能够合理解释以及在 10% 水平上保持显著的前提下, 使三个参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$  各自的调整后  $R^2$  最大, 类似于逐步回归.

### 3.3 变量定义

由于中国国债一级市场的拍卖投标在上午进行, 所以可以认为投资者能够获得以及利用的二级市场数据应截止到前一交易日. 对于月度以及季度的统计数据, 只能参考上一月度或者上一季度的数据. 解释变量涵盖了国债现货二级市场和银行体系相关数据: 1)  $M$  年期国债到期收益率  $N$  日算数平均值  $\bar{r}_{M,N}$ , 衡量了二级市场中同期限国债到期收益率的高低. 2) 10 年期国债到期收益率 20 日波动率  $\sigma$ , 衡量了二级市场中国债利率的波动变化情况. 10 年期国债是交易最活跃的长期限国债品种, 同时有相对应的国债期货市场, 不易受短期市场因素影响, 作为国债利率波动测度指标更为稳健. 3) 二级市场交易量  $N$  日算数平均值  $\bar{Q}_N$ , 衡量了二级市场中交易的活跃程度以及流动性. 4) 隔夜上海银行间同业拆借利率 (Shibor) 10 日算数平均值  $\bar{r}_{shibor,10}$ , 隔夜 Shibor 基本可以视为无风险利率的一种, 衡量了银行体系资金面的紧缺程度. 隔夜 Shibor 利率越高, 流动资金越紧缺. 5) 上季度银行超储率  $ERR$ , 同样衡量了银行

体系流动资金(超额准备金)的充裕程度.同时,由于利率受到通货膨胀率的影响,本文引入了上月度 *CPI* 作为宏观经济变量.

表 2 中的解释变量  $\Delta r_M$ 、 $\Delta \bar{Q}$ 、 $\Delta R1$  至  $\Delta R5$  都是通过对同期同频的变量做差得到的,衡量了到期收益率、交易量的变化情况以及不同期限利率之间的

利差.虚拟变量按照期限长短进行划分,用于衡量实证研究中不同期限国债的固定效应.从表面看,本文的解释变量数量很多,这主要是将样本分成三组造成的.各组样本之间因为期限不同,需要选择二级市场中不同期限的到期收益率作为解释变量.各个解释变量具体的含义详见本文附录 2.

表 2 解释变量定义

Table 2 The definition of explanatory variables

变量	定义及解释
$\bar{r}_{M,N}$	<i>M</i> 年期国债到期收益率(中债) <i>N</i> 日算数平均值,衡量了二级市场中同期限国债到期收益率的高低
$\sigma$	10 年期国债到期收益率 20 日波动率,衡量了二级市场中国债利率的波动变化情况.
$\Delta r_M$	$\bar{r}_{M,20} - \bar{r}_{M,10}$ , 衡量了二级市场中 <i>M</i> 期国债到期收益率的走势.当 $\Delta r_M > 0$ 时,国债到期收益率下行,债券市场处于牛市
$\Delta Ri$	$i = 1, 2, 3, 4, 5$ , 通过对不同期限的 $\bar{r}_{M,N}$ 做差得到. $\Delta R1 = \bar{r}_{10,10} - \bar{r}_{1,10}$ 、 $\Delta R2 = \bar{r}_{1,10} - \bar{r}_{0.25,10}$ 、 $\Delta R3 = \bar{r}_{10,20} - \bar{r}_{1,20}$ 、 $\Delta R4 = \bar{r}_{10,20} - \bar{r}_{5,20}$ , 衡量了不同期限国债利率之间的利差. $\Delta R5 = \Delta R3 - \Delta R1 = \Delta r_{10} - \Delta r_1$ , 衡量了利率期限结构的变化
$\bar{Q}_N$	国债现货二级市场(银行间、上交所、深交所)交易量 <i>N</i> 日算数平均值,衡量了国债二级市场交易的活跃程度
$\Delta \bar{Q}$	$\bar{Q}_{20} - \bar{Q}_{10}$ , 衡量了二级市场交易量的变化情况.当 $\Delta Q < 0$ 时,国债现货二级市场交易量增大,交易更加活跃、流动性提高
$\bar{r}_{shibor,10}$	隔夜上海银行间同业拆借利率( <i>Shibor</i> ) 10 日算数平均值,衡量了银行间资金市场的利率的高低,间接反映了银行体系资金的紧缺程度
<i>ERR</i>	上季度银行体系的超额准备金率(超储率),衡量了银行体系超额准备金的充裕程度
<i>CPI</i>	上月度国家统计局公布的居民消费价格指数,衡量了通货膨胀率
<i>dum<sub>i</sub></i>	虚拟变量, $i = 1, 2$ . <i>dum<sub>1</sub></i> : 0.5 年期国债为 0, 1 年期国债为 1. <i>dum<sub>2</sub></i> : 3 年期和 5 年期国债为 0, 7 年期和 10 年期国债为 1
<i>DD<sub>i</sub></i>	虚拟变量, $i = 1, 2, 3, 4$ . 3 年期国债 <i>DD<sub>1</sub></i> = 1, 5 年期国债 <i>DD<sub>2</sub></i> = 1, 7 年期国债 <i>DD<sub>3</sub></i> = 1, 10 年期国债 <i>DD<sub>4</sub></i> = 1, 其余均为 0

## 4 实证分析

本文将从国债拍卖中获得的数据带入市场投标函数模型,根据本文“2.2 模型参数的计算方法”,每次拍卖得到一组对应的  $(a, \lambda, \tau)$ . 根据期限,将样本分为三组:分别为 0.25 年期、0.5 年期和 1 年期、3 年期 ~ 10 年期. 各组样本分别进行 LR 检验以及 LM 检验, *F* 值均小于 0.01, 适用

SUR 模型进行回归分析.

### 4.1 投标倍率

表 3 分期限报告了对投标倍率 *a* 的回归结果. 发现,波动率  $\sigma$  的回归系数在三组期限样本中都显著为负(0.25 年期、0.5 年期和 1 年期置信水平为 1%, 3 年期 ~ 10 年期置信水平为 5%), 说明当二级市场到期收益率剧烈波动时,投资者为规避未来不确定性带来的风险,会减少自己的投标. 三组期限样本中, *ERR* 的回归系数在 1% 的置信水平下显著为

正;0.25 年期样本中,  $\bar{r}_{shibor,10}$  的回归系数在 1% 的置信水平下显著为负. 经济含义上, *Shibor* 利率和超额储备金率反映了银行体系资金的流动性. *Shibor* 利率越低、超额率越高, 银行的资金流动性越宽松. 现阶段, 国有大中型商业银行仍然是国债的主要购买者, 当银行流动资金增多时, 会增大一级市场的投标量, 通过购买国债进行资产配置.

投资者的投标积极性还受到对未来利率预期的影响, 投资者对利率的普遍预期可以通过二级市场不同期限国债到期收益率之间的利差体现.

如果长短期利率差值减小, 则说明未来利率将会下降, 投资者持有国债的收益率提高, 会在一级市场中增加投标以获得足量债券. 而从回归结果来看,  $\Delta R1$  和  $\Delta R3$  的回归系数在 1% 置信水平下显著为负支持了上面的结论.

表 3 中其他解释变量的估计系数表明, 如果二级市场到期收益率呈下降趋势(处于牛市)、交易活跃(交易量增加)以及通货膨胀率高(*CPI* 高), 能够显著提高一级市场投标的积极性. 同时, 投资者更倾向于购买期限长的债券.

表 3 投标倍率的回归结果

Table 3 The regression result of Bid-to-Cover ratio

<i>a</i>	(1) 0.25 年期	(2) 0.5 年期和 1 年期	(3) 3 年期 ~ 10 年期
$\bar{r}_{shibor,10}$	-2.241 *** (-6.35)	-	-
$\sigma$	-0.025 ** (-2.00)	-2.993 ** (-2.12)	-6.972 *** (-3.92)
<i>ERR</i>	0.803 *** (3.24)	0.982 *** (4.43)	1.037 *** (4.54)
$\Delta r_M$	-	1.742* (1.95)	1.528 *** (2.63)
$\Delta R1$	-3.118 *** (-5.75)	-	-
$\Delta R3$	-	-0.947 *** (-4.61)	-1.024 *** (-5.00)
$\bar{Q}_{10}$	1.615 *** (2.73)	0.865 ** (2.04)	3.609 *** (6.22)
$\Delta \bar{Q}$	-	-	8.059 *** (3.06)
<i>CPI</i>	-	0.322 ** (2.31)	0.398 ** (2.52)
<i>dum_2</i>	-	-	0.314 ** (2.09)
<i>Constant</i>	-7.383 *** (5.48)	0.532 (0.96)	-0.293 (-0.48)
<i>N</i>	89	54	52
$R^2$	0.513	0.498	0.599
Adj $R^2$	0.490	0.446	0.535

注: 本表汇报了各变量回归系数与 *z* 值(括号内), \*\*\*, \*\* 和 \* 分别代表 1%、5% 和 10% 的显著性水平. 下文同.

#### 4.2 投标最集中利率

表 4 汇报了投标最集中利率  $\tau$  的回归结果. 三组期限样本的  $R^2$  分别为 0.969、0.971 和 0.979, 调整后  $R^2$  分别为 0.967、0.968、0.976, 如此高的拟合优度并不是偶然的. 这主要是因为二级市场具有价格发现功能, 到期收益率曲线为一级市场投标提供了利率基准. 从表 4 第一行可以看出, 三组样本中, 相似期限国债的到期收益率  $\bar{r}_{M,N}$  的回归系数均接近 1, 且均在 1% 置信水平下显著. 投资者选择投标利率时, 将相似期限国债的

到期收益率作为最重要的参考, 其他因素只能起到辅助的作用. 同时, 虚拟变量的回归系数显著为正, 且随期限增加而增大, 说明期限利差存在.

从表 4 还可以得到如下结论: 1) 二级市场到期收益率的变动趋势同样会影响投资者的投标利率. 从回归结果看, 相似期限国债的到期收益率变化  $\Delta r_M$  的回归系数显著为负(0.25 年期置信水平为 5%, 0.5 年期和 1 年期、3 年期 ~ 10 年期置信水平为 1%), 说明当二级市场短期内到期收益率处于上升趋势(熊市)时, 投资者面临未来利率进

一步上升的风险,因此会提高自己的投标利率以对冲风险带来的损失. 而  $\Delta R1$  和  $\Delta R3$  的回归系数在 1% 置信水平下显著为正,  $\Delta R2$  的回归系数在 5% 置信水平下显著为正,说明如果长短期到期收益率差值增大,未来利率可能上升,那么投资者同样会提高投标利率. 2) 投标利率还受到需求量变动的影响.  $\bar{r}_{shibor,10}$  的回归系数显著为正(0.5 年期和 1 年期置信水平为 10%, 0.25 年期、3 年期 ~ 10 年期置信水平为 1%)、 $ERR$  的回归系数显著为负(0.25 年期、0.5 年期和 1 年期置信水平为 1%), 都说明当银行体系流动资金增多时,为了在一级市场中购买足量国债,会适当降低投标利率. 此外,二级市场到期收益率的波动也会带来投资者的避险情绪,进而提高投标利率.

### 4.3 投标分散程度

表 5 汇报了投标分散程度  $\lambda$  回归结果,显示二级市场到期收益率的波动率  $\sigma$  的回归系数显著为正(0.25 年期置信水平为 1%, 0.5 年期和 1 年期、3 年期 ~ 10 年期置信水平为 10%). 二级市场中到期收

益率波动率越大,说明市场投资者对利率的预期越不统一,这种不统一同样会体现在一级市场投标中. 这与大多数研究结果一致<sup>[6-9]</sup>.

研究还发现,当银行体系流动资金增多时,投标分散程度会减小.  $\bar{r}_{shibor,10}$  的回归系数在 1% 置信水平下显著为正、 $ERR$  的回归系数在 1% 置信水平下显著为负. 在混合式拍卖的背景下,这一现象可以从投资者购买国债的目的出发进行分析. 目前投资者购买国债主要有两个目的: 资产配置(持有至到期,以获得票息为主)和交易(二级市场中卖出,以获得资本利得为主). 当银行流动资金增多时,资产配置的需求增强,参与一级市场投标的主要目的为获得足量债券,所以投标相对保守,集中在稳定中标的利率处.

表 5 中其他解释变量的估计系数表明,长期限债券投标分散程度更小; 利率期限结构越陡峭,投标越分散. 同时,二级市场交易越活跃、不同期限利差变化越快,短期限国债一级市场投标越分散,长期限国债一级市场投标越集中.

表 4 投标最集中利率的回归结果

Table 4 The regression result of maximum bid volumes

$\tau$	(1) 0.25 年期	(2) 0.5 年期和 1 年期	(3) 3 年期 ~ 10 年期
$\bar{r}_{M,N}$	1.075 *** (28.01)	1.039 *** (23.67)	0.947 *** (30.62)
$\Delta r_M$	-0.322 ** (-2.12)	-1.669 *** (-7.03)	-0.618 *** (-2.98)
$\bar{r}_{shibor,10}$	0.203 *** (3.61)	0.096* (1.77)	0.156 *** (6.13)
$ERR$	-0.112 *** (-3.18)	-0.142 *** (-2.86)	-
$\bar{Q}_{10}$	-	-	0.029 ** (2.35)
$\Delta R1$	0.532 *** (5.21)	-	-
$\Delta R2$	0.228 ** (1.96)	-	-
$\Delta R3$	-	0.367 *** (6.50)	-
$\Delta R5$	-	-	0.558 *** (3.20)
$dum\_1$	-	0.047* (1.67)	-
$DD\_2$	-	-	0.147 *** (4.54)
$DD\_3$	-	-	0.280 *** (8.66)
$DD\_4$	-	-	0.356 *** (10.57)
$Constant$	-0.639 *** (-3.96)	-0.236* (-1.65)	-0.623 *** (-4.01)
$N$	89	54	52
$R^2$	0.969	0.971	0.979
$Adj R^2$	0.967	0.968	0.976

注: 解释变量  $\bar{r}_{M,N}$ 、 $\Delta r_M$  与样本的期限相关. 第(1)组 0.25 年期国债对应  $\bar{r}_{0.25,10}$  和  $\Delta r_{0.25}$ ; 第(2)组 0.5 年期和 1 年期国债对应  $\bar{r}_{1,20}$  和  $\Delta r_1$ ; 第(3)组 3 年期 ~ 10 年期国债对应  $\bar{r}_{10,20}$  和  $\Delta r_{10}$ .

表 5 投标分散程度的回归结果

Table 5 The regression result of bidders' heterogeneous behavior

$\lambda$	(1) 0.25 年期	(2) 0.5 年期和 1 年期	(3) 3 年期 ~ 10 年期
$\sigma$	0.002 *** (4.20)	0.086* (1.76)	0.038* (1.8) -
$ERR$	-0.023 *** (-2.93)	-0.024 *** (-3.34)	-
$\bar{r}_{shibor,10}$	0.044 *** (3.92)	-	-
$\Delta r_{10}$	-	-	-0.037* (-1.93)
$\Delta R1$	0.072 *** (4.20)	-	-
$\Delta R5$	-0.089 ** (-1.99)	0.038 *** (3.05)	0.033 ** (2.23)
$\Delta R4$	-	-	0.020* (1.76)
$\bar{Q}_{10}$	-	-	-0.002 *** (-3.17)
$\Delta \bar{Q}$	-0.101 *** (-2.93)	-0.096* (-1.88)	-
$DD_2$	-	-	-0.0065 ** (-2.35)
$DD_3$	-	-	-0.0066 ** (-2.32)
$DD_4$	-	-	-0.0069 ** (-2.35)
$Constant$	-0.062* (-1.79)	-0.086 *** (6.08)	0.038 *** (7.22)
$N$	89	54	52
$R^2$	0.319	0.348	0.361
Adj $R^2$	0.278	0.309	0.259

## 5 投标情况预测模型

### 5.1 预测结果分析

本文应用市场投标函数模型,对 2017 年 8 月 ~ 2018 年 7 月的国债一级市场拍卖的投标情况进行预测,并将预测出的投标倍率和加权平均中标利率与实际情况进行比较.通过这一过程,在验证模型以及实证研究准确性的同时,希望可以为未来实际的国债发行提供预测参考.在选定的时间内,累计发行国债 80 次,总发行金额为 1.4 万亿元.其中,0.25 年期国债发行 48 次,0.5 年期国债发行 12 次,1 年期、3 年期、5 年期、7 年期、10 年期国债分别各发行 4 次.

具体的预测方法为:根据本文“4 实证分析”得到的回归系数以及每次国债发行前解释变量的实际数值,预测出每次拍卖投标分别对应的 3 个参数  $a$ 、 $\lambda$  和  $\tau$ .通过公式  $r_{\max} = \tau - \lambda \ln(a - 1)$  求出最高中标利率.通过模型无法预测得到最低中

标利率,因此假定  $r_{\min}$  分别取样本期间内各期限国债最低中标利率的平均值.通过尝试,不同的最低中标利率对最终的预测结果不会产生显著影响.根据下述公式,计算得到预测的加权平均中标利率

$$r_{\text{mid}} = r_{\max} - a \left[ \lambda \ln \left( 1 + e^{-\frac{r_{\max} - \tau}{\lambda}} \right) + r_{\max} \right] + a \left[ \lambda \ln \left( 1 + e^{-\frac{r_{\min} - \tau}{\lambda}} \right) + r_{\min} \right] \quad (14)$$

在比较预测值与实际值差异时,采用绝对数指标和相对数指标衡量误差的大小.绝对数指标为误差绝对值,即实际值与预测值之间差的绝对值.相对数指标为误差率,即误差绝对值与实际值之比.从预测结果的总体情况来看,债券期限越长,使用市场投标函数模型预测的效果越好.长期债券更不易受偶然因素影响,利率波动小,投标结果稳定.对加权平均中标利率和投标倍率预测结果的比较如表 6 所示,所列各数均为样本绝对误差和相对误差的算数平均值.

加权平均中标利率直接决定了国债发行成本和投资者收益,是拍卖投标中最关键的指标.从数据看,模型对加权平均中标利率的预测误差很小,表现出了非常好的预测效果.样本总体的绝对误差平均值仅为0.142%,即14.2BP.对于期限较长的国债(3年期~10年期),利率波动相对小,模型预测效果进一步提高,绝对误差的平均值为9.6BP.而2014年1月~2017年7月间3年期~10年期国债最高中标利率与最低中标利率平均差为25.2BP,模型预测结果可以为国债招投标提供更为准确的参考.

投标倍率是反映投标积极性的指标,并不直

接影响最终的拍卖结果.由于本文只获得期间内3年期及以下国债的实际投标倍率,所以仅对0.25年期国债和0.5年期、1年期国债这两组样本,比较投标倍率的预测误差.在所有样本中,投标倍率的绝对误差平均值为0.527,相对误差平均值为22.48%.对0.5年期、1年期国债投标倍率预测的绝对误差平均值为0.382,相对误差平均值为16.22%.投标倍率会受到多种不确定性因素的影响,无法像中标利率一样找到一个基准,预测误差较大.因此在预测结果实际应用时,还需要结合具体的市场情绪(如降息降准、政府刺激经济等预期)加以判断.

表6 预测结果比较

Table 6 The comparison of prediction results

期限	样本数量	加权平均中标利率		投标倍率	
		绝对误差	相对误差	绝对误差	相对误差
0.25年期	48	0.169%	5.81%	0.575	24.57%
0.5年期、1年期	16	0.109%	3.36%	0.382	16.22%
3年期~10年期	16	0.096%	2.75%		
合计	80	0.142%	4.70%	0.527	22.48%

## 5.2 预测结果的应用

使用市场投标函数模型提前对国债一级市场拍卖投标情况进行预测,可以应用于财政部制定发行计划,也可以应用于投资者制定投标策略.首先,参照5.1节的方法,使用模型预测出此次国债拍卖的加权中标利率、最高中标利率和投标倍率.

从国债发行方财政部角度考虑,希望达到的目标是:以较低的利率募足需要的资金.由于国债具有期限长、规模大的特点,利率的一点点差异,就会对未来的利息成本产生重要影响.主要参考的指标是加权中标利率.如果预测的加权中标利率过高,则财政部需要适当减少本次国债的发行量,以降低筹资成本.同时,可以粗略的根据预测的投标倍率,判断投资者参与国债拍卖的积极性.当预测的投标倍率小于2,甚至是小于1.5时,市场的投标积极性较低.此时,应减小国债招标规模,甚至取消本次国债发行.

从国债投资者角度考虑,希望达到的目标是:

将投标失败风险控制一定范围内,以超过市场平均水平(加权平均中标利率或票面利率)的利率中标,使自己获得超额收益.主要参考的指标是加权中标利率和最高中标利率.首先,投资者应在预测的加权平均中标利率和最高中标利率之间确定自己的投标利率.制定投标策略时,投资者需要在投标失败风险与中标收益之间权衡.投标利率超过预测的加权平均中标利率越多,越可能会投标失败.此外,预测的投标倍率可以为投资者预测市场的投标积极性提供参考.如果预测的投标倍率较大,中标利率很可能降低,投资者为保证中标需要适当降低自己的投标利率.

## 6 结束语

改革开放以来,国债已经成为中国政府重要的筹资工具之一,在整个金融体系中处于核心地位.但是,一级市场作为整个国债流通的初始环

节,至今仍缺少符合中国实际的研究作为理论指导.由于流动性不足等原因,中国国债市场与其他国家有所不同,难以从发达国家直接获得经验.在这一背景下,本文基于市场投标函数模型,结合财政部公布数据不详细的特点,创新性地提出了使用公开数据估算市场投标函数参数的方法,对中国国债一级市场投标的影响因素进行实证研究.

研究表明,国债一级市场与二级市场到期收益率曲线及其变动联系密切,也会受到银行体系流动资金情况等因素影响.具体研究结果如下:

(1) 投标倍率反映投资者投标购买国债的积极性,当二级市场到期收益率剧烈波动、不同期限国债利差反映未来利率上升、处于熊市或交易不活跃时,投资者为规避风险会减少投标量.同时,如果银行体系流动资金充足(超储率高、*Shibor* 利率低时),投资者会将国债作为资产配置的途径,导致投标量增加.(2) 投标最集中的利率以同期限国债在二级市场中的到期收益率为基准,但是其他因素也会带来影响.降低投资者投标积极性的因素,都会导致投标利率上升,符合经济学中需求与价格的一般关系.(3) 投标分散程度随着二级市场到期收益率波动率的增加而增加,二级市场对于未来利率预期的分歧同样会传导到一级市场.若银行体系流动资金充足,需要获得足量债券

配置资产时,投标会更集中在稳定中标的利率处.本文的研究结果仍存在一定的不足,找到的投标分散程度影响因素仍然较少,实证分析的拟合优度有限.未来如果能够获得更多直接反映投标情况数据的支持,可以在这一方面进行扩展研究.(4) 根据本文提出的投标情况预测模型,加权平均利率预测值与实际情况非常接近:样本总体的误差平均值为 14.2BP,而对 3 年期~10 年期国债的误差减小至 9.6BP.可以为国债招投标提供参考.

本文结果对于理解中国国债一级市场运行机制、合理制定国债发行计划具有重要的政策意义.一方面,中国财政部制定国债发行计划时,应充分考虑投资者对本次国债的投标积极性和期望利率,制定恰当的发行量并选择合适的发行时间,确保以较低的利率募足所需资金.另一方面,国债一级市场与二级市场联系紧密.中国正逐步完善国债期货、现货市场建设,努力使其与中国世界第二的经济总量相匹配.在这一过程中,应充分发挥二级市场价格发现功能,努力改变国债流动性较低的现状,稳定到期收益率曲线.与此同时,银行作为国债的主要购买者,应注意对其资金流动性的监管,为一级市场国债发行提供有力支持.

## 参 考 文 献:

- [1] 娄 洪, 韦士歌. 关于推进现代国债市场建设的几点思考[J]. 财政研究, 2018, 424(6): 86-90.  
Lou Hong, Wei Shige. Promoting the modernization of government bond market framework in new era of China[J]. Public Finance Research, 2018, 424(6): 86-90. (in Chinese)
- [2] 徐 忠. 中国债券市场发展热点问题及其认识[J]. 金融研究, 2015, (2): 29-35.  
Xu Zhong. Hot issue on the development of China's bond market[J]. Journal of Financial Research, 2015, (2): 29-35. (in Chinese)
- [3] Beetsma R, Giuliodori M, Hanson J, et al. Bid-to-cover and yield changes around public debt auctions in the euro area[J]. Journal of Banking & Finance, 2017, (87): 118-134.
- [4] 王治国. 政府干预与地方政府债券发行中的“利率倒挂”[J]. 管理世界, 2018, 34(11): 31-41.  
Wang Zhiguo. Government intervention and “interest rates ppside down” in the issuance of Chinese local government bonds[J]. Management World, 2018, 34(11): 31-41. (in Chinese)
- [5] Garbade K, Ingher J. The treasury auction process: Objectives, structure, and recent adaptations[J]. Current Issues in Economics & Finance, 2005, 11(2): 1-11.
- [6] Keloharju M, Nyborg K G, Rydqvist K. Strategic behavior and underpricing in uniform price auctions: Evidence from finnish

- treasury auctions [J]. *Journal of Finance*, 2010, 60(4): 1865 – 1902.
- [7] Elsinger H, Zulehner C. Bidding behavior in Austrian-treasury bond auctions [J]. *Monetary Policy & the Economy*, 2009, (2): 109 – 125.
- [8] Rocholl J. Discriminatory Auctions with Seller Discretion: Evidence from German Treasury Auctions [R]. Frankfurt am Main: Deutsche Bundes Bank, Discussion Paper, 2005.
- [9] Álvarez F, Mazón C. Price volatility in the secondary market and bidders' heterogeneous behavior in Spanish treasury auctions [J]. *Empirical Economics*, 2016, 50(4): 1435 – 1466.
- [10] Tchuidjo L. Pre-auction short positions and impacts on primary dealers' bidding behavior in US Treasury auctions [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2013, 59: 193 – 201.
- [11] 罗嘉雯, 陈浪南. 基于贝叶斯因子模型金融高频波动率预测研究 [J]. *管理科学学报*, 2017, 20(8): 13 – 26.  
Luo Jiawen, Chen Langnan. High-frequency volatility forecast of financial futures based on Bayesian factor model [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2017, 20(8): 13 – 26. (in Chinese)
- [12] 杨宝臣, 张玉桂, 姜中锡. 基于凸度的套期保值模型及分析 [J]. *管理科学学报*, 2005, 8(6): 69 – 82.  
Yang Baochen, Zhang Yugui, Jiang Zhongxi. Convexity based hedge with treasury futures: Model and numerical analysis [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2005, 8(6): 69 – 82. (in Chinese)
- [13] 赵晶, 张洋, 尹浩明. 中国国债利率期限结构的动态特征: 基于 NS 和 SV 模型的实证判别 [J]. *管理世界*, 2014, (11): 164 – 165.  
Zhao Jing, Zhang Yang, Yin Haoming. Empirical study on term structure of interest rate in Chinese treasury market: Based on NS model and SV model [J]. *Management World*, 2014, (11): 164 – 165. (in Chinese)
- [14] 强静, 侯鑫, 范龙振. 基准利率、预期通胀率和市场利率期限结构的形成机制 [J]. *经济研究*, 2018, 607(4): 94 – 109.  
Qiang Jing, Hou Xin, Fan Longzhen. Base interest rate, expected inflation and the mechanism for determining the term structure of market interest rates in China [J]. *Economic Research Journal*, 2018, 607(4): 94 – 109. (in Chinese)
- [15] 尚玉皇, 郑挺国. 基准收益率曲线与宏观经济: 基于混频 DSGE 模型的研究 [J]. *经济研究*, 2018, 609(6): 38 – 53.  
Shang Yuhuang, Zheng Tingguo. The benchmark yield curve and macroeconomy: A mixed frequency monetary DSGE model [J]. *Economic Research Journal*, 2018, 609(6): 38 – 53. (in Chinese)
- [16] 牛霖琳, 林木材. 中国超长期国债的相对流动性溢价与收益率曲线的结构性建模 [J]. *金融研究*, 2017, (4): 21 – 35.  
Niu Linlin, Lin Mucai. Structural modeling and analysis of liquidity premium in ultra-long term yields [J]. *Journal of Financial Research*, 2017, (4): 21 – 35. (in Chinese)
- [17] 刘善存, 牛伟宁, 周荣喜. 基于 SV 模型的我国债券信用价差动态过程研究 [J]. *管理科学学报*, 2014, 17(3): 37 – 48.  
Liu Shancun, Niu Weining, Zhou Rongxi. Research on the dynamic process of credit spreads of China's bonds based on SV model [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(3): 37 – 48. (in Chinese)
- [18] 范龙振, 张处. 中国债券市场债券风险溢酬的宏观因素影响分析 [J]. *管理科学学报*, 2009, 12(6): 116 – 124.  
Fan Longzhen, Zhang Chu. Explanation of macro economic variables on bond risk premia in China [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(6): 116 – 124. (in Chinese)
- [19] 王安兴, 解文增, 余文龙. 中国公司债利差的构成及影响因素实证分析 [J]. *管理科学学报*, 2012, 15(5): 33 – 41.  
Wang Anxing, Xie Wenzeng, Yu Wenlong. Empirical research on China's corporate bond yield spread [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2012, 15(5): 33 – 41. (in Chinese)
- [20] 许永国. 拍卖经济理论综述 [J]. *经济研究*, 2002, (9): 84 – 91.  
Xu Yongguo. An overview of auction theory [J]. *Economic Research Journal*, 2002, (9): 84 – 91. (in Chinese)
- [21] 油晓峰, 宋永明. 对我国国债拍卖招标发行方式的政策性思考 [J]. *财政研究*, 2007, (7): 39 – 41.  
You Xiaofeng, Song Yongming. The consideration on Chinese treasury auction modes [J]. *Public Finance Research*, 2007,

- (7): 39–41. (in Chinese)
- [22] 白艳萍. 国债拍卖理论综述 [J]. 经济与社会发展, 2007, 5(2): 77–81.  
Bai Yanping. An overview of treasury auction theory [J]. Economic and Social Development, 2007, 5(2): 77–81. (in Chinese)
- [23] 宫汝凯. 考虑竞拍者市场势力的可分物品拍卖机制设计 [J]. 管理科学学报, 2015, 18(9): 47–60.  
Gong Rukai. Designing auctions for divisible goods with bidders' market power [J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(9): 47–60. (in Chinese)
- [24] 谢志军. 中国债券拍卖方式比较分析 [J]. 金融研究, 2006, (5): 33–41.  
Xie Zhijun. Comparative analysis of treasury auction modes [J]. Journal of Financial Research, 2006, (5): 33–41. (in Chinese)
- [25] 白艳萍. 中国债券拍卖市场实证研究 [D]. 北京: 对外经济贸易大学, 2007.  
Bai Yanping. An Empirical Study on the Chinese Treasury Auctions [D]. Beijing: University of International Business and Economics, 2007. (in Chinese)
- [26] 孟庆斌, 范 为, 吴 琮, 等. 中国国债发行的价格冲击现象研究 [J]. 管理评论, 2017, 29(10): 34–41.  
Meng Qingbin, Fan Wei, Wu Cong, et al. The impact of price shocks on the issuance of Chinese national debt [J]. Management Review, 2017, 29(10): 34–41. (in Chinese)
- [27] Malmendier U, Lee Y H. The bidder's curse [J]. American Economic Review, 2011, 101(2): 749–787.
- [28] Álvarez F, Mazón C. Comparing the spanish and the discriminatory auction formats: A discrete model with private information [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 179(1): 253–266.
- [29] Vickrey W. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders [J]. Journal of Finance, 1961, 16(1): 8–37.
- [30] Back K, Zender J F. Auctions of divisible goods: On the rationale for the treasury experiment [J]. Review of Financial Studies, 1993, 6(4): 733–764.
- [31] Smith V L. Bidding theory and the treasury bill auction: Does price discrimination increase bill prices? [J]. Review of Economics & Statistics, 1966, 48(2): 141–146.
- [32] Nautz D. How auctions reveal information: A case study on German REPO rates [J]. Journal of Money Credit & Banking, 1997, 29(1): 17–25.
- [33] Armantier O, Sbaï E. Estimation and comparison of treasury auction formats when bidders are asymmetric [J]. Journal of Applied Econometrics, 2006, 21(6): 745–779.
- [34] Hortacsu A, Kastl J. Valuing dealers' informational advantage: A study of Canadian treasury auctions [J]. Econometrica, 2012, 80(6): 2511–2542.
- [35] Vives X. Strategic supply function competition with private information [J]. Econometrica, 2011, 79(6): 1919–1966.
- [36] Wilson R B. Auction of shares [J]. Quarterly Journal of Economics, 1979, 79(6): 675–689.
- [37] Milgrom P. Auctions and bidding: A primer [J]. Journal of Economic Perspectives, 1989, 3(3): 3–22.
- [38] Damianov D S, Becker J G. Auctions with variable supply: Uniform price versus discriminatory [J]. European Economic Review, 2010, 54(4): 571–593.
- [39] Markakis E, Telelis O. Uniform price auctions: Equilibria and efficiency [J]. International Conference on Algorithmic Game Theory, 2012, 57(3): 227–238.
- [40] Álvarez F, Cristina M. Multi-unit auctions with private information: An indivisible unit continuous price model [J]. Economic Theory, 2012, 51(1): 35–70.
- [41] Hortacsu A, Mcadams D. Empirical work on auctions of multiple objects [J]. Journal of Economic Literature, 2018, 118(5): 57–184.
- [42] Kastl J. Discrete bids and empirical inference in divisible good auctions [J]. Review of Economic Studies, 2011, 78(3): 974–1014.
- [43] Marszalec D. The impact of auction choice on revenue in treasury bill auctions: An empirical evaluation [J]. International Journal of Industrial Organization, 2017, 53: 215–239.
- [44] Boukai B, Landsberger M. Market Bid Functions for Treasury Securities as Logistic Growth Curves [R]. Indiana: Indiana

University Purdue University Indianapolis, Working Paper, 1998.

[45] Berg S A, Boukai B, Landsberger M. Bidding for Treasury Securities Under Different Auction Rules: The Norwegian Experience [R]. Oslo: Norges Bank, Working Paper, 1998.

[46] Prèget R, Waelbroeck P. Treasury bill auction procedures: Empirical perspectives from French market bid functions [J]. Journal of International Money & Finance, 2005, 24(7): 1054 – 1072.

## Influencing factors of Chinese treasury auctions bidding in the primary market

YAN Yan<sup>1</sup>, YU Hao<sup>2\*</sup>, CHEN Xiao-song<sup>3</sup>

1. CAS Research Center On Fictitious Economy & Data Science, Beijing 100190, China;

2. School of Economics and Management, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

3. School of Systems Science, Beijing Normal University, Beijing 100875, China

**Abstract:** Treasury has been one of the most important financial funding instruments of the Chinese government and the core of Chinese financial system. The primary market is the initial stage of issuance, and the auction results affect future interest costs directly. However, because of limited data published by the Ministry of Finance, there is a lack of related studies on treasury auctions in China, which impedes the development of Chinese treasury market. Based on data from January 2014 to July 2017, an innovative method is proposed to calculate the three parameters of market bid functions by solving nonlinear equations so as to analyze the factors influencing Chinese treasury auctions bidding. The result illustrates that the primary market of treasuries is highly correlated with the yield curve and trading volumes in the secondary market, and is influenced by the liquidity of the banking system.

**Key words:** treasury; primary market; market bid function; logistic curve

### 附录 1

#### 命题的证明

已知  $F(\lambda) = r_{\max} - r_{\min} + \lambda \ln(a - 1) - \lambda \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1)$ , 设  $\lambda_0$  是方程  $F(\lambda) = 0$  在  $(0, +\infty)$  内的根. 下面分两步证明这个根的存在唯一性. 第一步, 证明  $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} F(\lambda) > 0$  和  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} F(\lambda) < 0$  成立. 由于  $F(\lambda)$  是一个连续函数, 那么一定存在满足条件的  $\lambda_0 \in (0, +\infty)$ , 使得  $F(\lambda) = 0$ , 即证明了解的存在性. 第二步, 证明函数  $F(\lambda)$  在  $(0, +\infty)$  范围内单调递减, 即证明了解的唯一性.

1) 第一步: 证明解的存在性.

首先证明, 当  $r_{\max} > r_{\text{mid}} > r_{\min}$  且  $a > 1$  时,  $b < 0$ . 因为  $r_{\max} > r_{\text{mid}} > r_{\min}$ , 所以  $r_{\max} - r_{\min} > r_{\max} - r_{\text{mid}} > 0$ , 又因为  $a > 1$ , 得到不等式

$$a(r_{\max} - r_{\min}) > r_{\max} - r_{\min} > r_{\max} - r_{\text{mid}}$$

根据上述不等式, 可得

$$b = \frac{(1-a)r_{\max} + ar_{\min} - r_{\text{mid}}}{a} = -\frac{a(r_{\max} - r_{\min}) - (r_{\max} - r_{\text{mid}})}{a} < 0$$

当  $\lambda$  从正向趋近于 0 时, 得到

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} F(\lambda) = r_{\max} - r_{\min} - \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \lambda \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1)$$

因为  $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) = +\infty$  和  $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{1}{\lambda} = +\infty$ , 则应用 L. Hospital 法则可得

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \lambda \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{\ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1)}{\frac{1}{\lambda}} = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{[\ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1)]'}{(\frac{1}{\lambda})'} = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{\frac{ae^{-\frac{b}{\lambda}}}{\lambda} \cdot \frac{b}{\lambda^2}}{-\frac{1}{\lambda^2}} = -b \times \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{ae^{-\frac{b}{\lambda}}}{ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1} = -b$$

因此得到

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} F(\lambda) = r_{\max} - r_{\min} + b = r_{\max} - r_{\min} + \frac{(1-a)r_{\max} + ar_{\min} - r_{\text{mid}}}{a} = \frac{r_{\max} - r_{\text{mid}}}{a}$$

根据表达式,若  $r_{\max} > r_{\text{mid}}$ ,则  $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} F(\lambda) > 0$  成立.

同理,当  $\lambda \rightarrow +\infty$  时得到

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \lambda \ln(a-1) - \lambda \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) &= \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{\ln(a-1) - \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1)}{\frac{1}{\lambda}} = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{[\ln(a-1) - \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1)]'}{(\frac{1}{\lambda})'} \\ &= b \times \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{ae^{-\frac{b}{\lambda}}}{ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1} = \frac{ab}{a-1} \end{aligned}$$

代入  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} F(\lambda)$  中可以得到

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} F(\lambda) = r_{\max} - r_{\min} + \frac{ab}{a-1} = r_{\max} - r_{\min} + \frac{a}{a-1} \times \frac{(1-a)r_{\max} + ar_{\min} - r_{\text{mid}}}{a} = \frac{r_{\min} - r_{\text{mid}}}{a-1}$$

根据表达式,若  $r_{\text{mid}} > r_{\min}$ ,则  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} F(\lambda) < 0$ .

综上所述,当  $r_{\max} > r_{\text{mid}} > r_{\min}, a > 1$  时,  $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} F(\lambda) > 0$  和  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} F(\lambda) < 0$  恒成立. 又因为  $F(\lambda)$  是一个连续函数,根据连续函数介值定理,一定存在  $\lambda_0 \in (0, +\infty)$  使得  $F(\lambda_0) = 0$  成立,即证明了解的存在性.

2) 第二步: 证明解的唯一性.

利用导数证明函数  $F(\lambda)$  在  $(0, +\infty)$  范围内的单调性. 首先对数  $F(\lambda)$  求导可以得到

$$F'(\lambda) = \ln(a-1) - \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) - \frac{ae^{-\frac{b}{\lambda}}}{ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1} \times \frac{b}{\lambda} = \ln(a-1) - \ln(ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1) - \frac{b}{\lambda} \left( 1 + \frac{1}{ae^{-\frac{b}{\lambda}} - 1} \right)$$

定义新函数  $H(y) = \ln(a-1) - \ln(ae^y - 1) + y \left( 1 + \frac{1}{ae^y - 1} \right)$ , 其中  $a > 1, y > 0$ . 对  $y$  求导可得

$$H'(y) = -\frac{ae^y}{ae^y - 1} + 1 + \frac{ae^y - 1 - yae^y}{(ae^y - 1)^2} = \frac{-(ae^y)^2 + ae^y + (ae^y - 1)^2 + ae^y - 1 - yae^y}{(ae^y - 1)^2} = -\frac{yae^y}{(ae^y - 1)^2}$$

当  $a > 1$  且  $y > 0$  时,  $H'(y) < 0$ , 所以  $H(y)$  在  $(0, +\infty)$  范围内单调递减. 又因为  $\lim_{y \rightarrow 0^+} H(y) = 0$ , 所以  $H(y) < 0$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立.

当  $b < 0$  且  $\lambda > 0$  时,  $-b/\lambda > 0$  恒成立, 则  $F'(\lambda) = H(-b/\lambda) < 0$ , 即证明函数  $F(\lambda)$  在  $(0, +\infty)$  范围内单调递减, 如果方程  $F(\lambda) = 0$  有解, 则这个解是唯一的.

综上所述, 当  $r_{\max} > r_{\text{mid}} > r_{\min}, a > 1$  时,  $F(\lambda) = 0$  在  $(0, +\infty)$  范围内存在唯一的解  $\lambda_0$ , 再根据  $\tau_0 = r_{\max} + \lambda_0 \ln(a-1)$  可以计算出方程组的唯一解  $(\tau_0, \lambda_0)$ , 即证明在给定条件下方程组(12)解的存在唯一性.

### 附录 2

#### 解释变量描述分析

所有解释变量的原始数据均来自于 wind 数据库、中国人民银行和中国债券信息网. 下面将介绍各变量的构造方法以及其代表的经济学含义. 在叙述时, 统一假设拍卖投标日为  $T$ , 用  $r_{M,T-t}$  表示  $M$  年期国债在投标日前  $t$  日的到期收益率,  $Q_{T-t}$  表示国债现货二级市场投标日前  $t$  日交易量.

1)  $\bar{r}_{M,N}$ : 国债现货二级市场  $M$  年期国债到期收益率  $N$  日算数平均值, 计算公式为  $\bar{r}_{M,N} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N r_{M,T-t}$ .  $\bar{r}_{M,N}$  越大, 则二级市场中国债到期收益率越高. 模型中有  $N = 10$  和  $N = 20$  两种情况,  $N = 10$  衡量较短期的平均国债到期收益率,  $N = 20$  衡量相对长期的平均国债到期收益率.

2)  $\sigma$ : 国债现货二级市场 10 年期国债到期收益率 20 日历史波动率, 衡量了拍卖前二级市场国债到期收益率的波

动剧烈程度.  $\sigma$  越大, 波动变化越大.

3)  $\bar{Q}_N$ : 国债现货二级市场交易量  $N$  日算数平均值, 计算公式为  $\bar{Q}_N = \sum_{t=1}^N Q_{T-t}/N$ .  $\bar{Q}_N$  越大, 则国债二级市场交易越活跃, 债券的需求和流动性越高. 与前面的到期收益率一样,  $N = 10$  衡量较短期的二级市场平均交易量,  $N = 20$  衡量相对长期的二级市场平均交易量.

4)  $\bar{r}_{shibor,10}$ : 隔夜上海银行间同业拆借利率 (*Shibor*) 10 日算数平均值, 计算公式为  $\bar{r}_{shibor,10} = \sum_{t=1}^{10} r_{shibor,T-t}/10$ . 隔夜 *Shibor* 利率越高, 则银行体系的流动资金越紧缺.

5) *ERR*: 上一季度银行超额存款准备金比率 (超储率), 由中国人民银行按季度公布. *ERR* 越大, 则银行体系的资金越充裕, 需要寻找资产进行投资以提高准备金的利用率. 国债是无风险资产, 并且流动性较好, 还可以进行回购交易, 因此是银行的超额准备金投资的理想选择之一.

6)  $\Delta r_M$ :  $\bar{r}_{M,20} - \bar{r}_{M,10}$ . 进一步计算可得

$$\Delta r_M = \bar{r}_{M,20} - \bar{r}_{M,10} = \sum_{t=1}^{20} r_{M,T-t}/20 - \sum_{t=1}^{10} r_{M,T-t}/10 = \left( \sum_{t=11}^{20} r_{M,T-t} - \sum_{t=1}^{10} r_{M,T-t} \right) / 20$$

衡量了国债现货二级市场中  $M$  期国债到期收益率的走势. 如果  $\Delta r_M > 0$ , 则有  $\sum_{t=11}^{20} r_{M,T-t}/10 > \sum_{t=1}^{10} r_{M,T-t}/10$ , 说明  $M$  期国债到期收益率 10 日算数平均值在下降, 债券市场处于牛市; 反之, 如果  $\Delta r_M < 0$ , 说明  $M$  期国债到期收益率 10 日算数平均值在上升, 债券市场处于熊市.

7)  $\Delta Q$ :  $\bar{Q}_{20} - \bar{Q}_{10}$ . 与  $\Delta r_M$  类似, 进一步计算可得

$$\Delta Q = \bar{Q}_{20} - \bar{Q}_{10} = \sum_{t=1}^{20} Q_{T-t}/20 - \sum_{t=1}^{10} Q_{T-t}/10 = \left( \sum_{t=11}^{20} Q_{T-t} - \sum_{t=1}^{10} Q_{T-t} \right) / 20$$

衡量了国债现货二级市场交易量的变化情况. 如果  $\Delta Q > 0$ , 则有  $\sum_{t=11}^{20} Q_{T-t}/10 > \sum_{t=1}^{10} Q_{T-t}/10$ , 说明了国债现货二级市场交易量 10 日算数平均值在减小, 投资者交易热情减小; 反之, 如果  $\Delta Q < 0$ , 说明国债现货二级市场交易量 10 日算数平均值在增大, 交易逐渐活跃.

8)  $\Delta R1$ :  $\bar{r}_{10,10} - \bar{r}_{1,10}$ . 国债现货二级市场 10 年期国债到期收益率 10 日算数平均值与 1 年期国债到期收益率 10 日算数平均值的差值, 衡量了国债到期收益率的利差. 在正常情况下,  $\Delta R1 > 0$ .  $\Delta R1$  越大, 则长短期利率的差值越大, 根据利率期限结构理论, 未来利率将会上升.  $\Delta R2$ 、 $\Delta R3$  和  $\Delta R4$  的含义与  $\Delta R1$  相似.

9)  $\Delta R5$ :  $\Delta r_{10} - \Delta r_1$ . 国债现货二级市场 10 年期国债到期收益率变动量与 1 年期国债到期收益率变动量之间的差值. 一般情况下, 长期利率和短期利率同向变动, 但是变动幅度会有所不同. 同时, 从另一个方面来看

$$\begin{aligned} \Delta R5 &= \Delta r_{10} - \Delta r_1 = (\bar{r}_{10,20} - \bar{r}_{10,10}) - (\bar{r}_{1,20} - \bar{r}_{1,10}) \\ &= \left( \sum_{t=11}^{20} r_{10,T-t} - \sum_{t=1}^{10} r_{10,T-t} \right) / 20 - \left( \sum_{t=11}^{20} r_{1,T-t} - \sum_{t=1}^{10} r_{1,T-t} \right) / 20 \\ &= \left[ \left( \sum_{t=11}^{20} r_{10,T-t} - \sum_{t=11}^{20} r_{1,T-t} \right) / 10 - \left( \sum_{t=1}^{10} r_{10,T-t} - \sum_{t=1}^{10} r_{1,T-t} \right) / 10 \right] / 2 \end{aligned}$$

$\Delta R5$  衡量了利差的变化. 若  $\Delta R5 > 0$ , 则有

$$\left( \sum_{t=11}^{20} r_{10,T-t} - \sum_{t=11}^{20} r_{1,T-t} \right) / 10 > \left( \sum_{t=1}^{10} r_{10,T-t} - \sum_{t=1}^{10} r_{1,T-t} \right) / 10$$

说明了长短期利率的利差在减小, 到期收益率曲线变平缓.