

# 供应商融资中买方担保机制的价值影响研究<sup>①</sup>

黄佳舟<sup>1</sup>, 鲁其辉<sup>2</sup>, 陈祥锋<sup>1\*</sup>

(1. 复旦大学管理学院, 上海 200433; 2. 浙江工商大学工商管理学院, 杭州 310018)

**摘要:** 文章分析了资金约束供应商和资金充足零售商组成的供应链中, 买方提供融资担保机制对各参与方和供应链整体价值的影响。研究表明: 当综合融资成本与传统供应商融资模式的融资成本相等时, 买方替代了银行角色承受了融资风险, 但双方不存在共赢的局面; 当综合融资成本较低时, 在一定条件下, 买方担保机制能够实现帕累托改进效应, 达到三方共赢; 反之, 买方担保机制的帕累托改进效应消失。

**关键词:** 供应链金融; 供应商融资; 买方担保; 担保机制

**中图分类号:** C934 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2020)07-0099-17

## 0 引言

供应链金融服务是指第三方企业(物流企业、金融机构、平台公司)以及供应链中的核心企业为其他企业提供综合金融服务(融资、结算、担保、退税等)。供应链金融为中小企业提供了融资便利, 降低了融资成本, 为银行等金融机构带来了经济收益, 实现互利共赢。据研究机构 Demica 统计结果显示, 2011年到2013年, 国际银行供应链金融业务年增长率为30%~40%, 并在2020年前, 供应链金融业务年增长率都将高于10%<sup>[1]</sup>。根据前瞻产业研究院的供应链金融行业报告, 2020年中国供应链金融市场规模可达约14.98万亿元。由此可见, 供应链金融业务已经成为中小企业融资的重要方式。

据统计, 我国中小企业平均寿命只有2.5年。在限制中小企业发展的因素中, 自有资金缺乏且融资难尤其关键。资金不足会影响企业正常生产, 如产品质量下降与缺货问题。目前银行等金融机构的贷款审核标准主要是贷款企业抵押资产或商业信誉, 而中小企业经营有限很难获得银行

较高信用评级, 且可抵押给银行的固定资产较少, 很难获得银行融资。

在现实中, 供应链上下游企业都可能面临资金约束问题。关于下游企业资金约束问题, 已有较丰富的研究成果, 如商业信用交易<sup>[2-6]</sup>以及以存货质押<sup>[7,8]</sup>为主的融资方式。除以上融资方式, 部分文献考虑基于上游为下游担保的融资模式。黄晶和杨文胜<sup>[9]</sup>围绕供应商信用担保贷款, 建立供应商担保费率, 风险担保比率和银行利率的组合模型, 确定担保融资中各成员最优决策。张义刚和唐小我<sup>[10]</sup>研究了资金约束零售商融资问题, 考虑制造商提供融资担保, 以报童模型为基础, 建立制造商和零售商的预期利润模型, 并通过与不融资时的最优进行比较, 确定制造商最优策略。

另外, 当上游供应商存在资金不足时, 会影响正常生产, 导致了产品质量、交货延期等问题, 从而影响自身及下游企业, 甚至是整条供应链的收益。例如, 在零售行业中, 由于产品促销, 如京东618、天猫“双十一”等促销活动, 会导致大量订单

① 收稿日期: 2018-07-13; 修订日期: 2019-06-24。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71872051; 71472049; 71531005; 71629001; 91746302; 71672179); 浙江省哲学社会科学基金资助项目(15NDJC150YB); 教育部人文社会科学研究基金资助项目(15YJC630083)。

通讯作者: 陈祥锋(1973—), 男, 福建泉州人, 教授, 博士生导师。Email: chenxf@fudan.edu.cn

产生,从而可能导致上游供应商出现经营过程中的资金短缺问题.显然,资金短缺问题使得供应商无法进行正常生产,供应商可能无法向下游提供满足质量与数量要求的产品,从而影响买方企业销售收益.常见解决方式是下游买方企业为上游供应商融资进行担保.如京东于2012年开始与银行合作,为供应商融资提供担保:京东与供应商共同确定交货日期,在一段时间后向供应商付款,但上游供应商需要在付款到期日之前拿到现金以支付其运营成本并继续生产.为了解决这个问题,京东将供应商和第三方商业银行连接了起来,由银行向供应商提供运营资金,供应商向京东支付担保费用.作为回报,京东保证在到期日向银行支付全额款项<sup>[11]</sup>.

在研究供应商资金约束的供应链融资模型中,多数文献基于资产抵押和采用提前支付的融资模式展开分析. Buzacott 和 Zhang<sup>[7]</sup> 讨论通过资产质押从利润最大化的商业银行进行融资,探讨融资如何影响企业运营决策. Lai 等<sup>[12]</sup> 考虑由资金约束制造商和零售商组成的二级供应链,比较推式、拉式和提前购买折扣三种契约下的供应链效益. 王文利和骆建文<sup>[13]</sup> 研究预付款融资模式下供应商和制造商的最优生产和融资决策,并分析了供应商的自有资金、价格折扣两种因素对供应链融资绩效的影响. Deng 等<sup>[14]</sup> 考虑供应链中有一个装配商和多个异质的资金约束供应商,比较了买方融资和传统的银行融资对供应链的影响. Tang 等<sup>[15]</sup> 讨论采购订单融资解决供应商资金约束问题. 钟远光等<sup>[16]</sup> 研究资金约束零售商如何借助外部的融资做出最优的订货与定价决策,探讨了供应链中核心制造商担保下的外部融资服务及核心制造商提供商业信用的内部融资服务对零售商决策与利润的影响. 鲁其辉等<sup>[17]</sup> 基于供应链应收账款融资交易,建立多阶段供应链决策模型,研究有无融资情况下企业的决策问题.

也有文献研究基于下游为上游提供融资担保. Huang<sup>[18]</sup> 等通过二阶段随机模型研究买方为供应商融资担保的作用与价值,他们发现当市场需求较大,供应商资金不充足以及银行融资利率较高时,买方担保是非常必要的,并且买方担保机制可为买方带来收益. 易雪辉和周宗放<sup>[19]</sup> 通

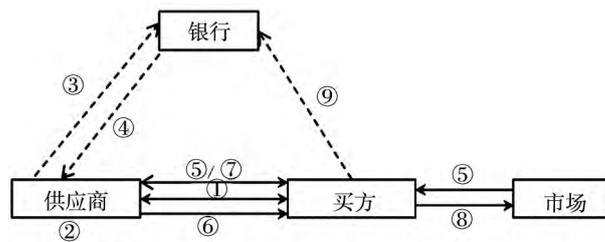
通过对剩余产品回购率来描述买方担保程度,并研究存货质押率、贷款利率和担保程度的关系. 王宗润等<sup>[20]</sup> 考虑零售商破产概率,银行控制货权,买方承诺回购一定比例的剩余产品,分析零售商,供应商和银行最优决策. Tunca 和 Zhu<sup>[11]</sup> 通过建立博弈模型,在类似反向保理框架下,研究供应商融资中买方介入的作用与价值. 研究表明,该模式不仅可以提高供应链效益,还能使得供应链中各方成员受益.

不同于以往研究,本文研究不同场景(融资利率发生变化)下,买方担保机制对供应链成员收益的影响以及帕累托改进效应;并分析了市场风险与供应商自有资金对买方担保机制的影响. 本文丰富了供应链金融的研究内容,并对现实企业具有指导作用,存在一定的理论价值与实际应用意义.

## 1 模型假设

考虑由买方,供应商以及第三方商业银行组成的供应链,买方资金充足,供应商初始资金为  $B$ ,存在生产或采购资金约束. 本文考虑 MTS (make-to-stock) 供应链运营机制(拉式供应链),即卖方承担库存风险,下游按需求下订单. Cachon<sup>[21]</sup> 认为寄销存货 (consignment inventory), 供应商管理库存 (VMI) 以及转运配送 (drop shipping) 等都属于拉式运营. 通用性强以及标准化程度较高的产品都适用 MTS 运营模式. 不同于 Wang 等<sup>[22]</sup> 以及 Lu 和 Chen<sup>[23]</sup> 关于拉式供应链的运营决策或产能投资问题,本文考虑买方担保机制的影响.

在销售季节前,买方与供应商达成采购协议,考虑买方与上游供应商是长期稳定合作伙伴,较强的买方对供应商具有议价优势,在签署双方长期合作协议后,买方确定的采购价格  $w$  较稳定,即考虑批发价为常数. 在现实中,资金约束供应商的生产活动会受资金情况影响,因此本文强调供应商不同资金状况对于供应链均衡策略的影响. 假设供应商产能为  $Q$  (文献 [21]), 即供应商依据产能决策与自有资金  $B$  向第三方商业银行进行融资生产,产量为  $Q$ .



- ① 双方确定批发价  $w$
- ② 供应商设定产能  $Q$
- ③ 若初始资金不足, 则在有或没有买方担保的情况下向银行融资
- ④ 提供融资
- ⑤ 市场实际需求  $D$  产生
- ⑥ 供应商按照买方的订单要求发出订货量  $\min(D, Q)$
- ⑦ 买方向供应商支付货款
- ⑧ 买方以价格  $p$  向市场供货
- ⑨ 若买方提供担保, 则当供应商破产时, 由买方向银行代偿

图 1 供应商融资模式

Fig. 1 Supplier financing scheme

供应商生产单位成本为  $c$ . 若  $cQ > B$ , 说明供应商自有资金无法满足产能需要, 需向第三方商业银行获得融资  $V$ , 融资利率为  $R_b$ . 假设融资企业过度融资的收益小于其过度融资的成本, 所以  $V = \max \{0, cQ - B\}$  [5]. 在销售季节中, 买方根据市场需求  $D$  向供应商采购量, 供应商按订单提供产品. 产品零售价为  $p$ . 不失一般性, 有  $p > w > c(1 + R_b) > 0$ .

市场需求  $D$  的累计概率分布函数为  $F(x)$ , 其概率密度函数为  $f(x)$ .  $\bar{F}(Q) = 1 - F(Q)$ . 假设市场需求的损失函数  $h(x) = f(x) / \bar{F}(x)$  是递增的, 即市场随机需求分布函数具有 IFR 性质. 记  $S(Q) = E \min(D, Q) = Q \bar{F}(Q) + \int_0^Q xf(x) dx$ ,  $H(Q) = Qh(Q)$ . 记  $\bar{Q}$  满足  $H(\bar{Q}) = 1$ . 供应链所有参与主体为风险中性. 下标  $b$  表示传统供应商融资模式, 下标  $g$  表示买方担保下供应商融资模式. 下标  $nb$  表示无融资情形. 在关于  $B$  的阈值中, 下标 0 表示传统供应商融资模式, 下标 1 表示买方担保下供应商融资模式. 模型参数与变量解释见附录 A 中表 1.

## 2 传统供应商融资模式的均衡分析

在上游弱势, 下游强势的供应链中, 银行考虑到下游较强的货款支付能力, 会对资金约束的上游提供一定的融资 [24]. 供应商完成生产后现

金余额为  $B_0 = B + V - cQ$ , 借款额  $V = \max \{0, cQ - B\}$ . 销售季节后, 供应商现金状态为

$$B_T(D) = B_0 + w \min(D, Q) - V(1 + R_b).$$

定义阈值

$$L_b(Q) = (1 + R_b)(cQ - B) / w,$$

$$\bar{B}_0 = c \bar{F}^{-1}(c(1 + R_b) / w).$$

若  $Q \leq B/c$ , 供应商自有资金满足产能需求, 供应商无须融资, 供应商期望利润为  $\Pi_b(Q) = wS(Q) - cQ$ , 其最优决策为  $Q_{nb} = \bar{F}^{-1}(c/w)$ .  $Q_{nb}$  关于  $w$  单调递增. 当  $w = c(1 + R_b)$  时,  $Q_{nb}$  值为  $\bar{Q}_{nb} = \bar{F}^{-1}(1/(1 + R_b))$ .

若  $Q > B/c$ , 供应商需要融资进行生产. 当  $D \leq L_b(Q)$  时,  $B_T(D) = w(D - L_b(Q)) \leq 0$ .  $L_b(Q)$  是关于供应商产能的阈值, 当市场需求小于该阈值时, 供应商利润为负. 供应商期望利润为

$$\begin{aligned} \Pi_b(Q) &= E(B_T(D)) - B \\ &= w \int_{L_b(Q)}^Q xf(x) dx + wQ \bar{F}(Q) - \\ &\quad w L_b(Q) \bar{F}(L_b(Q)) - B \end{aligned}$$

供应商最优生产决策  $Q_b$  满足

$$w \bar{F}(Q_b) = c(1 + R_b) \bar{F}(L_b(Q_b)) \quad (1)$$

供应商利润函数关于  $Q$  的二阶导数为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Pi_b(Q_b)}{dQ^2} &= -w \bar{F}(Q_b) [h(Q_b) - \\ &\quad \frac{c(1 + R_b)}{w} h(L_b(Q_b))] \end{aligned}$$

由 IFR 性质,  $\frac{d^2 \Pi_b(Q_b)}{d Q_b^2} < 0$ , 则  $Q_b$  是唯一最优解.

$$\text{当 } B = \bar{B}_0 \text{ 时, } Q_b = \frac{\bar{B}_0}{c} = \bar{F}^{-1}\left(\frac{c(1+R_b)}{w}\right),$$

满足式(1)且恰好等于  $Q_{nb}$ .  $\bar{B}_0$  表示供应商自有资金正好满足其产能要求. 因此, 当  $0 \leq B \leq \bar{B}_0$  时, 供应商最优决策为  $Q_b$ .

当  $B = 0$  时, 供应商决策为  $Q_b^0$ , 即满足  $w \times \bar{F}(Q_b^0) = c(1+R_b) \bar{F}\left(\frac{c(1+R_b)}{w} Q_b^0\right)$ .

引理 1 当  $B = 0$  时,  $H(L_b(Q_b^0)) \leq 1 \leq H(Q_b^0)$ ; 当  $B > 0$  时,  $1 - H(L_b(Q_b)) > 0$ .

由式(1)进行隐函数求导得

$$\frac{d Q_b}{d B} = \frac{-(1+R_b)h(L_b(Q_b))}{wh(Q_b) - (1+R_b)ch(L_b(Q_b))} < 0$$

供应商融资后最优决策随初始资金增大而减小. 同理, 供应商融资后产能决策与融资利率的关系为

$$\frac{d Q_b}{d R_b} = \frac{w}{1+R_b} \frac{H(L_b(Q_b)) - 1}{wh(Q_b) - (1+R_b)ch(L_b(Q_b))} < 0$$

产能决策随着融资利率增大而减小.

当  $0 \leq B \leq \bar{B}_0$ , 供应链中三个成员期望利润之和为  $\Gamma_b^* = pS(Q_b) - cQ_b$ , 其中供应商最大期望利润为

$$\Pi_b^* = w \int_{L_b(Q_b)}^{Q_b} xf(x) dx - F(L_b(Q_b))B + R_b \bar{F}(L_b(Q_b))B \quad (2)$$

买方期望利润  $\Omega_b^* = (p-w)S(Q_b)$ ; 银行期望利润

$$\Theta_b^* = wS(L_b(Q_b)) + B - cQ_b \quad (3)$$

定义阈值  $\tilde{B}_0$ , 如下

i) 情况  $\bar{Q} < \bar{Q}_{nb}$ , 令  $\tilde{B}_0 = 0$ ;

ii) 情况  $\bar{Q} \geq \bar{Q}_{nb}$  且当  $w = p$  时  $L_b(Q_b^0(p)) \geq \bar{Q}_{nb}$ , 令  $\tilde{B}_0$  满足  $L_b(Q_b) = \bar{Q}_{nb}$ ;

iii) 情况  $\bar{Q} \geq \bar{Q}_{nb}$  且当  $w = p$  时  $L_b(Q_b^0(p)) < \bar{Q}_{nb}$ . 如果  $w \in [c(1+R_b), \hat{w}_0]$ , 令  $\tilde{B}_0$  满足  $L_b(Q_b) = \bar{Q}_{nb}$ ; 如果  $w \in (\hat{w}_0, p]$ , 令  $\tilde{B}_0 = 0$ . 其中阈值  $\hat{w}_0$  满足, 当  $B = 0$  时,  $L_b(Q_b^0) = \bar{Q}_{nb}$ .

命题 1 当  $0 \leq B \leq \bar{B}_0$ ,  $d \Omega_b^* / dB < 0$ . 当  $0 \leq B \leq \tilde{B}_0$ ,  $d \Pi_b^* / dB \leq 0$ ,  $d \Theta_b^* / dB \geq 0$ ; 当  $\tilde{B}_0 < B \leq \bar{B}_0$  时,  $d \Pi_b^* / dB > 0$ ,  $d \Theta_b^* / dB < 0$ .

推论 1 存在一个  $\tilde{B}_0 \in [0, \bar{B}_0)$  使: 当  $0 \leq B \leq \tilde{B}_0$  时,  $\Theta_b^* \leq 0$ ; 当  $\tilde{B}_0 \leq B \leq \bar{B}_0$  时,  $\Theta_b^* > 0$ .

图 2 描述了命题 2 中阈值  $\tilde{B}_0$  和  $\bar{B}_0$  的变动规律. 命题 1 和图 2 指出供应商和银行期望利润与  $B$  的变动关系存在两种基本情况:

当  $0 \leq B \leq \tilde{B}_0$  时(即在区域 1 中), 供应商期望收益随着  $B$  增大而减少, 而银行期望收益随着  $B$  增大而增加. 在区域 1 中, 市场风险较大, 供应商初始资金小, 银行承担较大融资风险.

当  $\tilde{B}_0 < B \leq \bar{B}_0$  时(即在区域 2 中), 供应商期望收益随着  $B$  增大而增大, 而银行期望收益随着  $B$  增大而减少. 阈值  $\tilde{B}_0$  表示银行期望收益为 0 时供应商的自有资金量.

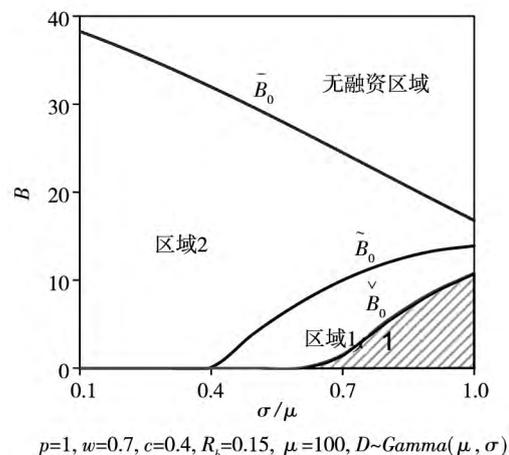


图 2  $\sigma/\mu$  对  $\tilde{B}_0, \bar{B}_0, \hat{B}_0$  的影响

Fig. 2 The impact of  $\sigma/\mu$  on  $\tilde{B}_0, \bar{B}_0, \hat{B}_0$

推论 1 说明当初始资金小于  $\tilde{B}_0$  时, 银行期望

收益为负. 当市场风险较小时,  $\bar{B}_0 = 0$ , 说明当市场风险较小时, 银行为供应商提供融资是有利的.

命题 2 当  $0 \leq B \leq \bar{B}_0$  时,  $d\Pi_b^*/dR_b < 0$ ,  $d\Omega_b^*/dR_b < 0$ .

图 3 描述了不同市场风险中银行和供应商最大期望利润与供应商初始资金的变动关系. 当市场风险比较小时 ( $\sigma/\mu$  较小), 银行向初始资金少的供应商提供融资, 较大融资量会带来较大回报, 银行收益随着  $B$  增大而减少; 当市场风险比较大时 ( $\sigma/\mu$  较大), 银行承担较大坏账风险, 银行向初始资金较少的供应商提供融资可能会带来较大损失. 所以银行不愿意为供应商提供融资, 这使供应商仅能提供  $B/c$  产能, 将使供应商和买方都受损.

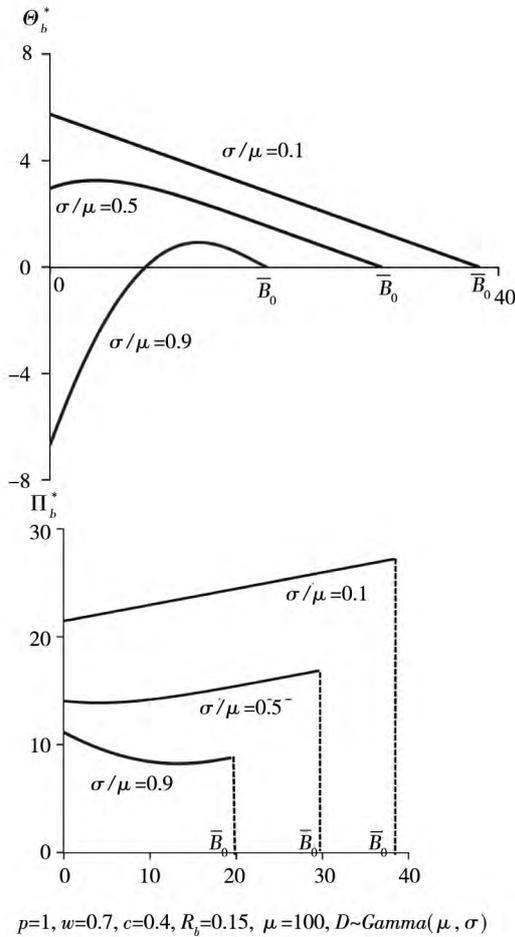


图 3  $B$  和  $\sigma/\mu$  对  $\theta_b^*$ 、 $\Pi_b^*$  的影响

Fig. 3 The impact of  $\sigma/\mu$  and  $B$  on  $\theta_b^*$ 、 $\Pi_b^*$

从供应商角度看, 当市场风险较小时, 较大自有资金量可减少融资额, 供应商获得较大收益; 当市场风险较大时, 自有资金较少的供应商

将更激进生产, 从而获得较大收益. 因此, 从双方收益变动情况看, 当市场风险大且供应商初始资金较小时, 银行将面临较大融资风险, 而供应商反而会大量融资而获得较大收益. 命题 2 同时指出, 融资利率低对供应商和买方都是有利的. 那么, 如何保障银行收益和降低供应商融资风险是融资中要解决的关键问题.

在传统供应商融资模型中, 银行是融资风险主要承担者, 买方不承担风险. 以上分析指出, 当供应商自有资金较小时, 买方期望利润反而会较大, 银行的收益较小甚至可能为负.

### 3 买方担保下供应商融资模式的均衡分析

在现实中, 缺乏良好信用以及抵押资产较少的中小企业很难从银行获得融资, 从而影响正常生产. 即使当市场需求较大时, 下游买方无法从供应商处获得充足产品, 对下游期望收益造成损失. 所以买方有动力为供应商提供担保, 解决资金不足问题. 同时, 买方考虑到为上游供应商提供担保, 能提升上下游之间合作关系, 使其具有议价优势. 而有了银行融资服务后, 买方可推迟货款支付, 一定程度上降低了买方财务成本.

本文假设下游买方可代偿其供应商融资坏账, 例如, 京东等较大买方企业为了解决供应商融资问题, 会主动寻找与银行合作, 基于上下游交易信息, 银行在买方担保下为供应商提供融资.

买方为供应商提供全额担保服务, 设担保费率为  $R_g$ . 根据文献 [25], 假设担保费率为常数. 若供应商破产, 买方为供应商向第三方商业银行代偿亏损. 设买方担保机制下融资利率为  $R_L$ . 于是, 定义两个阈值

$$L_g(Q) = (1 + R_g + R_L)(cQ - B) / w$$

$$\bar{B}_1 = c \bar{F}^{-1}(c(1 + R_g + R_L) / w)$$

当供应商产能阈值  $L_g(Q)$  等于市场需求时,

供应商资金状态为 0. 当供应商自有资金量为  $\bar{B}_1$  时, 刚好满足生产要求. 当  $Q > B/c$  时, 供应商期望利润为  $\Pi_g(Q) = wQ \bar{F}(Q) + w \int_{L_g(Q)}^Q xf(x) dx - w \times$

$L_g(Q) \bar{F}(L_g(Q)) - B$ . 因此, 当  $0 \leq B \leq \bar{B}_1$  时, 供应商最优决策  $Q_g$  满足

$$\bar{F}(Q_g) = \frac{c}{w}(1 + R_g + R_L) \bar{F}(L_g(Q_g)) \quad (4)$$

类似 1.2 节分析, 可得  $dQ_g/dB < 0$ ,  $dQ_g/dR_g < 0$ ,  $dQ_g/dR_L < 0$ . 当  $B=0$  时, 供应商决策为  $Q_g^0$ , 满足  $w \bar{F}(Q_g^0) = c(1 + R_g + R_L) \bar{F}(c(1 +$

$R_g + R_L) Q_g^0/w$ . 当  $B = \bar{B}_1$  时,  $Q_g = \bar{B}_1/c = \bar{F}^{-1}(c(1 + R_g + R_L)/w)$ . 类似引理 1, 当  $B = 0$  时,  $H(L_g(Q_g^0)) \leq 1 \leq H(Q_g^0)$ ; 当  $B > 0$  时,  $1 - H(L_g(Q_g)) > 0$ .

当  $D < L_g(Q_g)$  时, 买方需要为供应商代偿坏账. 买方收入函数为

$$\Omega_g(Q_g, D) = \begin{cases} (p - w) \min\{D, Q_g\} + R_g(c Q_g - B), & D \geq L_g(Q_g) \\ (p - w) \min\{D, Q_g\} + R_g(c Q_g - B) - w[L_g(Q_g) - D], & D < L_g(Q_g) \end{cases}$$

供应商融资后买方期望收益可表示为

$$\Omega_g^* = (p - w) S(Q_g) + wT(Q_g).$$

其中  $T(Q_g) = S(L_g(Q_g)) - \frac{1 + R_L}{w}(c Q_g - B)$ ,

银行期望利润为  $\Theta_g^* = R_L(c Q_g - B)$ , 供应商最大期望利润为

$$\Pi_g^* = w \int_{L_g(Q_g)}^{Q_g} xf(x) dx - F(L_g(Q_g)) B + (R_g + R_L) \bar{F}(L_g(Q_g)) B$$

下面分析参与者最大期望利润与初始资金的关系. 当  $w = c(1 + R_g + R_L)$  时,  $Q_{nb}$  为  $\bar{Q}_{nb}^g = \bar{F}^{-1}(1/(1 + R_g + R_L))$ . 阈值  $\tilde{B}_1$  的定义如下

- a) 情况  $\bar{Q} < \bar{Q}_{nb}^g$ . 令  $\tilde{B}_1 = 0$ ;
- b) 情况  $\bar{Q} \geq \bar{Q}_{nb}^g$  且当  $w = p$  时  $L_g(Q_g^0(p)) \geq \bar{Q}_{nb}^g$ . 令  $\tilde{B}_1$  满足  $L_g(Q_g(\tilde{B}_1)) = \bar{Q}_{nb}^g$ ;
- c) 情况  $\bar{Q} \geq \bar{Q}_{nb}^g$  且当  $w = p$  时  $L_g(Q_g^0(p)) < \bar{Q}_{nb}^g$ . 如果  $w \in [c(1 + R_g + R_L) \hat{w}_1]$ , 令  $\tilde{B}_1$  满足  $L_g(Q_g(\tilde{B}_1)) = \bar{Q}_{nb}^g$ ; 如果  $w \in (\hat{w}_1, p]$ , 令  $\tilde{B}_1 = 0$ . 当  $B=0$  时, 阈值  $\hat{w}_1$  满足  $L_g(Q_g^0(\hat{w}_1)) = \bar{Q}_{nb}^g$ .

**命题 3** 1) 当  $0 \leq B \leq \bar{B}_1$ ,  $d\Theta_g^*/dB < 0$ ;  
2) 当  $0 \leq B \leq \tilde{B}_1$ ,  $d\Pi_g^*/dB \leq 0$ ; 当  $\tilde{B}_1 \leq B \leq \bar{B}_1$ ,  $d\Pi_g^*/dB > 0$ .

由命题 3 可知, 当供应商需要融资时, 银行收益随供应商自有资金增大而减小; 当供应商自有资金较少时, 供应商期望收益随自有资金增大而减小; 当供应商自有资金较多时, 供应商期望

收益随自有资金增大而增大. 通过数值模拟发现: 当市场风险较小时, 买方期望收益随着供应商自有资金增大而减小; 当市场风险较大时, 买方期望收益随着供应商自有资金先增后减. 图 4 描述了买方担保下初始资金和市场风险对买方和银行期望利润的影响.

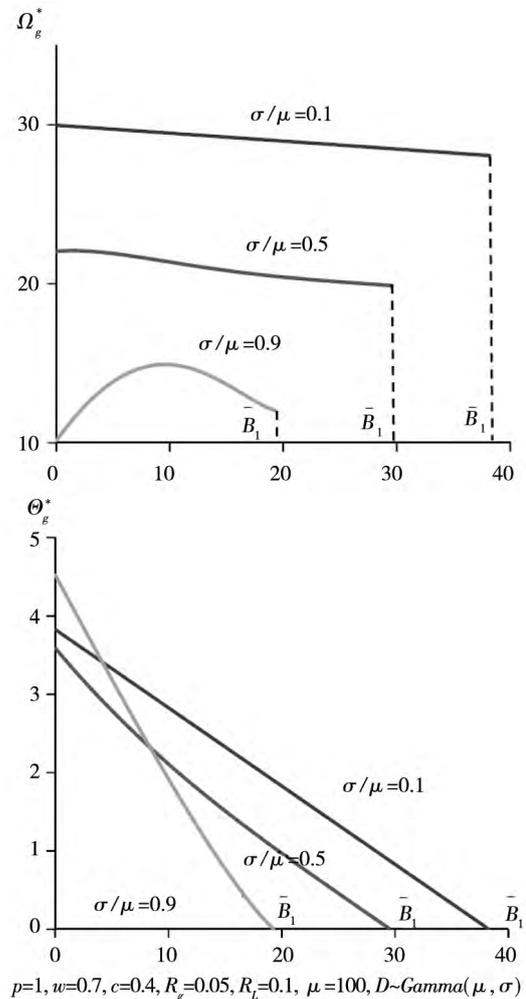


图 4 B 和  $\sigma/\mu$  对  $\Theta_g^*$ 、 $\Omega_g^*$  的影响

Fig. 4 The impact of  $\sigma/\mu$  and B on  $\Theta_g^*$ 、 $\Omega_g^*$

### 4 供应商融资中买方担保的价值分析

#### 4.1 综合融资成本不变 ( $R_g + R_L = R_b$ )

考虑买方担保机制下综合融资成本等于传统供应商融资模式的融资成本. 这时, 供应商最优决策不变, 即  $Q_g = Q_b$ ,  $L_b(Q_b) = L_g(Q_g)$ ,  $\Pi_b^* = \Pi_g^*$ . 令  $\Delta_1 = \Theta_b^* - \Theta_g^*$ ,  $\Delta_2 = \Omega_g^* - \Omega_b^*$ . 定义一个阈值

$$\bar{R}_g = \frac{L_b(Q_b^0) - S(L_b(Q_b^0))}{c Q_b^0 / w}$$

命题 4  $\bar{R}_g > 0$  且  $d\bar{R}_g/dR_b > 0$ .

$\bar{R}_g$  表示在综合融资成本不变且  $B=0$  时, 买方在两种模式下利润相等的担保费率. 这是用来判断买方与银行在两种融资模式下获益情况的阈值. 命题 4 描述了  $\bar{R}_g$  的性质, 命题 5 给出了  $\bar{R}_g$  和  $B$  对不同模式下买方和银行利润变动关系.

命题 5 考虑  $R_g + R_L = R_b$ .

1) 若  $R_g = 0$ ,  $B \in (0, \bar{B}_1)$ ,  $\Omega_b^* > \Omega_g^*$ ,  $\Theta_b^* < \Theta_g^*$ ;

2) 若  $R_g > 0$ , 当  $\bar{R}_g > R_b$  或  $\bar{R}_g < R_b$  且  $R_g \in (0, \bar{R}_g)$  时, 存在一个  $\hat{B}_1 \in (0, \bar{B}_1)$ , 当  $B \in (0, \hat{B}_1)$  时,  $\Omega_b^* > \Omega_g^*$ ,  $\Theta_b^* < \Theta_g^*$ ; 当  $B \in [\hat{B}_1, \bar{B}_1]$  时,  $\Omega_b^* \leq \Omega_g^*$ ,  $\Theta_b^* \geq \Theta_g^*$ .

3) 若  $R_g > 0$ ,  $\bar{R}_g < R_b$  且  $R_g \in (\bar{R}_g, R_b)$  时,  $\Omega_b^* < \Omega_g^*$ ,  $\Theta_b^* > \Theta_g^*$ .

推论 2 考虑  $R_g + R_L = R_b$ . 当  $0 \leq B \leq \bar{B}_1$ ,  $\Omega_b^* - \Omega_g^* = \Theta_g^* - \Theta_b^*$ .

命题 5 与图 5、图 6 指出买方和银行在不同模式下利润增减存在两种情况. 阈值  $\hat{B}_1$  表示综合融资成本不变时, 买方或银行期望收益在不同模式下相等的供应商自有资金量. 当  $0 \leq B \leq \hat{B}_1$  时(区域 1), 买方担保后, 期望利润低于传统供应商融资模式的期望利润. 当  $\hat{B}_1 \leq B \leq \bar{B}_1$  时(区域 2), 买方担保后, 期望利润高于传统供应商融资模式的期望利润.

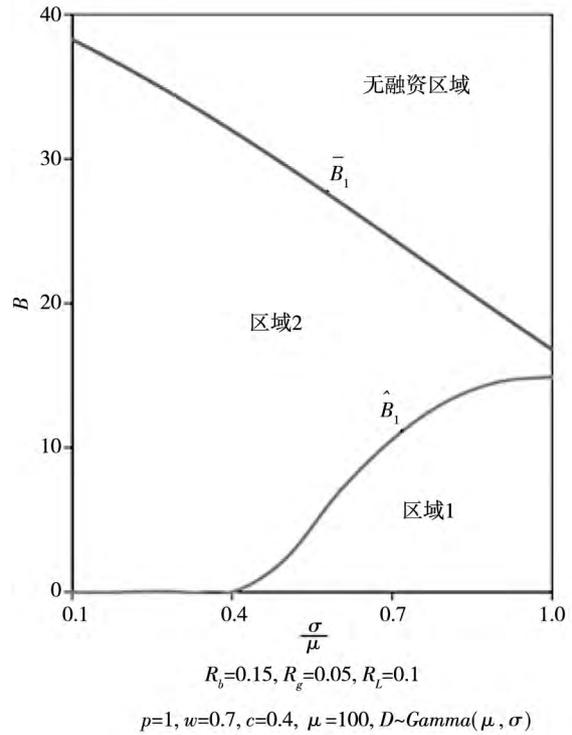


图 5  $\sigma/\mu$  对  $\hat{B}_1$  的影响

Fig. 5 The impact of  $\sigma/\mu$  on  $\hat{B}_1$

如图 5 所示, 市场风险较小时, 买方更可能从担保模式中获益, 当市场风险较大且供应商初始资金较少时, 买方利润受损.

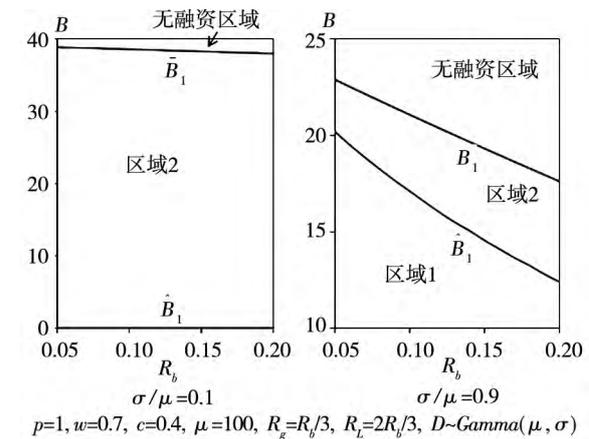


图 6  $R_b$  对  $\hat{B}_1$  的影响

Fig. 6 The impact of  $R_b$  on  $\hat{B}_1$

图 6 描述了在不同市场风险下, 融资利率对买方和银行利润的影响. 如图 6 所示, 当市场风险较小时, 买方始终在担保模式下获利; 当市场风险较大时, 买方只在供应商初始资金较多时获利; 随融资费率增大, 买方可在供应商初始资金较少时获利. 银行期望利润变化恰与买方相反.

表2 综合融资成本不变时参与方利润变化

Table 2 The change of members' profit when synthetical financing rate is constant

参与方	市场风险		低	高
	供应商自有资金			
买方	低		增多	减少
	高		增多	增多
供应商	低		不变	不变
	高		不变	不变
银行	低		减少	增多
	高		减少	减少

从推论 2 可见, 由于综合融资成本不变, 供应商产量、利润不变, 供应链总利润不变. 若买方不提供融资担保, 银行承担供应商破产风险. 反之, 买方承担供应商破产风险. 推论 2 阐述了买方担保机制下风险转移情况.

表 2 展示了综合融资成本不变时, 各参与方期望利润变化情况.

#### 4.2 综合融资成本较低 ( $R_g + R_L < R_b$ )

命题 6 描述了银行期望收益在两种模式下变动情况. 当  $B = 0$  时, 传统供应商融资模式下银行期望利润为  $\Theta_{b0}^*$ , 买方担保机制下为  $\Theta_{g0}^*$ .

命题 6 考虑  $R_g + R_L < R_b$ .

1) 如果  $\Theta_{g0}^* < \Theta_{b0}^*$ , 存在一个  $B_{b1}$  使  $\Theta_g^* = \Theta_b^*$ . 当  $B \in [0, B_{b1})$  时,  $\Theta_g^* < \Theta_b^*$ ; 当  $B \in [B_{b1}, \bar{B}_0]$  时,  $\Theta_g^* \geq \Theta_b^*$ .

2) 如果  $\Theta_{g0}^* \geq \Theta_{b0}^*$ , 存在两种情况:

i) 如果存在  $B_{b1}$  使  $d\Delta_1(B_{b1})/dB = 0$ : 如果  $\Delta_1(B_{b1}) \geq 0$ , 存在点  $\hat{B}_{b1}, B_{b1}$  使  $\Theta_g^* = \Theta_b^*$ . 当  $B \in [0, \hat{B}_{b1})$  或  $B \in [B_{b1}, \bar{B}_0]$  时,  $\Theta_g^* \geq \Theta_b^*$ . 当  $B \in [\hat{B}_{b1}, B_{b1})$  时,  $\Theta_g^* \leq \Theta_b^*$ . 如果  $\Delta_1(B_{b1}) < 0$ ,  $\Theta_g^* > \Theta_b^*$  恒成立.

ii)  $B \in [0, \bar{B}_0]$ , 若  $d\Delta_1/dB > 0$  则  $\Theta_g^* > \Theta_b^*$ .

由命题 2 得, 供应商期望利润随融资利率增大而减小, 所以有以下结论.

推论 3 当  $R_g + R_L < R_b$  时,  $\Pi_b^* < \Pi_g^*$ .

通过数值分析研究融资费率不相等时, 所有成员利润变动情况. 令  $p = 1, R_b = 0.15, R_g$  与  $R_L$  的大小在不同的模式下发生改变. 假设市场需求满足 Gamma 分布, 其概率密度函数为  $f(x) = \frac{x^{\tau-1} e^{-x/\nu}}{\nu^\tau \Gamma(\tau)}$ ,  $\tau = (\frac{1}{\sigma/\mu})^2, \nu = \mu/\tau$ .

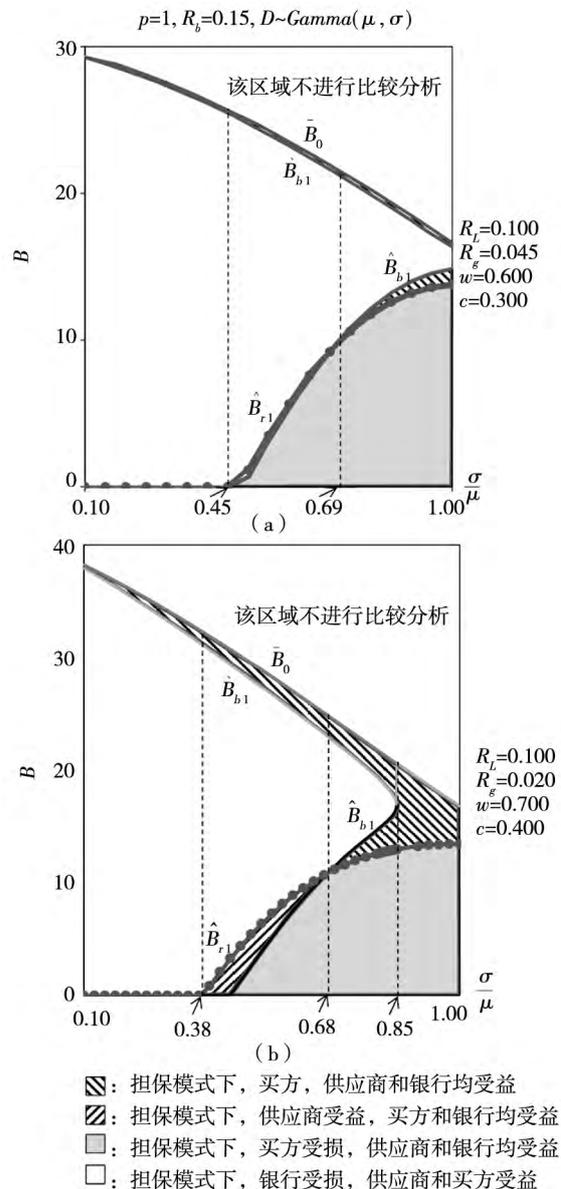


图 7  $B$  和  $\sigma/\mu$  对各参与方利润的影响

Fig. 7 The impact of  $\sigma/\mu$  and  $B$  on members' profit

图 7 描述了买方担保对于买方与银行收益变动的的影响. 从图 7 中可知市场风险大小与供应商自有资金共同影响银行期望利润变化, 这可为银行中小企业融资决策提供一定借鉴.

若市场风险较小(如图 7(a)中,  $0.1 \leq \sigma/\mu \leq 0.45$ ), 只有当供应商初始资金较多时, 银行才从担保模式中获益, 而买方始终可在担保模式中获益. 这是因为银行在买方担保下融资利率变低. 市场风险较小, 供应商无坏账风险, 银行期望利润低于传统供应商融资模式下期望利润. 买方通过担保费在市场风险较小时始终获利.

若市场风险处于中等大小(如图 7(a)中,  $0.45 \leq \sigma/\mu \leq 0.69$ ), 买方担保机制不仅可使银行在供应商初始资金较多时获益, 还可在供应商初始资金较少时获益, 而买方因为供应商初始资金太少而受损. 这是因为在买方担保机制下, 银行不需要考虑坏账风险, 而买方承担相应坏账风险, 但需要注意的是, 由于两种模式下融资费率不同, 银行与买方并不是完全风险抵消. 买方偏爱资金较多的供应商, 而银行偏爱向资金较少的供应商提供融资, 此时存在  $\hat{B}_{b1} < \hat{B}_{r1}$ . 阈值  $\hat{B}_{b1}$  与  $\hat{B}_{r1}$  分别表示: 当买方与银行期望收益在两种供应商融资模式中相等时, 供应商拥有的资金量. 当  $B \in [\hat{B}_{b1}, \hat{B}_{r1}]$  时,  $\Theta_g^* < \Theta_b^*$ ,  $\Omega_g^* < \Omega_b^*$ , 即买方和银行在买方担保机制中同时受损.

若市场风险较大(如图 7(a)中,  $0.69 \leq \sigma/\mu \leq 1$ ), 银行可在供应商初始资金较多或较少时获益, 买方在供应商初始资金较少时受损. 此时存在  $\hat{B}_{b1} > \hat{B}_{r1}$ . 当  $B \in [\hat{B}_{r1}, \hat{B}_{b1}]$  时,  $\Theta_g^* > \Theta_b^*$ ,  $\Omega_g^* > \Omega_b^*$ , 即买方和银行在买方担保机制中同时受益.

当担保费率较小时(如图 7(b)), 若市场风险较大(如图 7(b)中,  $0.85 \leq \sigma/\mu \leq 1$ ), 银行始终从买方担保机制中获益, 因为供应商产能决策随担保费率减小而增大, 银行在买方担保下获得无风险融资利息高于传统供应商融资模式下的融资利息.

表 3 描述了综合融资成本变低时, 各参与方期望利润变化情况.

表 3 综合融资成本变低时参与方利润变化

Table 3 The change of members' profit when synthetical financing rate is lower

参与方	市场风险 供应商 自有资金	低	中	高
		买方	低 增多	中 减少
买方	中	增多	增多	增多
	高	增多	增多	增多
	低	增多	增多	增多
供应商	中	增多	增多	增多
	高	增多	增多	增多
	低	增多	增多	增多
银行	中	减少	减少	增多
	高	增多	增多	增多
	低	减少	增多	增多

4.3 综合融资成本较高(  $R_g + R_L > R_b$  )

命题 7 考虑情况  $R_g + R_L > R_b$ .

1) 如果  $\Theta_{g0}^* > \Theta_{b0}^*$ , 存在一个  $\hat{B}_{b1}$  使  $\Theta_g^* = \Theta_b^*$ . 当  $B \in [0, \hat{B}_{b1})$  时,  $\Theta_g^* > \Theta_b^*$ ; 当  $B \in [\hat{B}_{b1}, \bar{B}_1]$  时,  $\Theta_g^* \leq \Theta_b^*$ .

2) 如果  $\Theta_{g0}^* \leq \Theta_{b0}^*$ ,  $\Theta_g^* < \Theta_b^*$  恒成立.

类似推论 3, 有如下结论.

推论 4 当  $R_g + R_L > R_b$  时,  $\Pi_b^* > \Pi_g^*$ .

买方在两种不同模式下的收益变化为  $\Delta_2 = (p - w) S(Q_g) + wS(L_g(Q_g)) - (1 + R_L)(cQ_g - B) - (p - w) S(Q_b)$ .

如图 8 所示, 若市场风险较小(如图 8 中,  $0.1 \leq \sigma/\mu \leq 0.4$ ), 则当供应商初始资金较多时, 买方无法从担保模式下获益, 其余情况均能从买方担保机制获益. 银行始终不能从担保模式中获益.

融资费率增大, 供应商产能变小. 初始资金较多的供应商所需融资量较小, 买方担保机制下担保费小于因供应商产能变小的损失. 当供应商初始资金较少时, 其融资额较大, 买方担保机制下担保费大于因供应商产能变小的损失, 故买方可以在担保机制下获益. 银行在传统供应商融资模式下坏账风险很小, 且在买方担保机制下银行融资利率低于传统供应商融资模式下的利率, 故银行在买方担保下期望收益低于传统供应商融资模式下的期望收益.

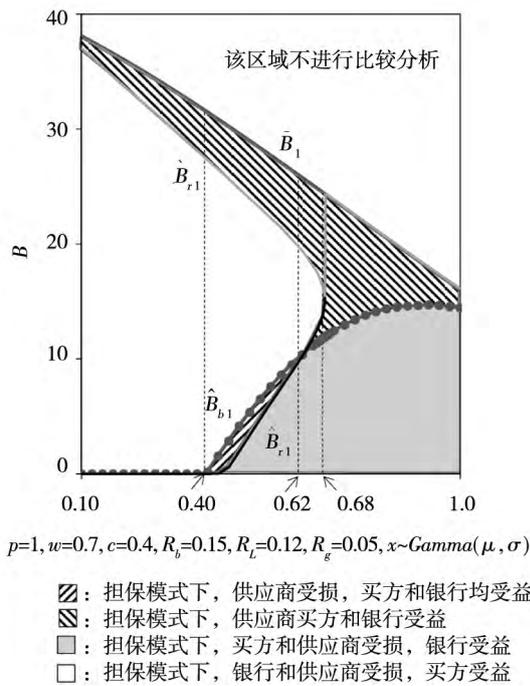


图8 B 和  $\sigma/\mu$  对各参与方利润的影响

Fig. 8 The impact of  $\sigma/\mu$  and B on members' profit

若市场风险处于中等大小(如图8中,  $0.4 \leq \sigma/\mu \leq 0.62$ ), 当供应商初始资金较多或较少时, 买方在担保模式下受损, 其余情况下能从担保模式中获益; 银行在供应商初始资金较少时可以从担保模式下获益. 因为若供应商初始资金较少, 银行在传统供应商融资模式下坏账风险大, 买方担保机制使银行规避了坏账风险. 买方承担供应商坏账风险而期望利润降低. 从图8可知, 存在  $\bar{B}_{b1} > \bar{B}_{r1}$ , 当  $B \in [\bar{B}_{r1}, \bar{B}_{b1}]$  时, 买方和银行在买方担保机制中同时受益.

若市场风险较大(如图8中,  $0.62 \leq \sigma/\mu \leq 0.68$ ), 当供应商初始资金较多或较少时, 买方在担保机制下受损, 其余情况下能从担保机制中获益, 而银行在供应商初始资金较少时可以从担保机制中获益. 存在  $\bar{B}_{b1} < \bar{B}_{r1}$ , 当  $B \in [\bar{B}_{b1}, \bar{B}_{r1}]$  时,  $\theta_g^* < \theta_b^*$ ,  $\Omega_g^* < \Omega_b^*$ , 即买方和银行在买方担保机制中同时受损.

若市场风险很大(如图8中,  $0.68 \leq \sigma/\mu \leq 1$ ), 买方无法在担保机制中获益, 而银行可在供应商初始资金较少时获益. 这是因为当市场风险非常大时, 担保费无法抵消过大的坏账风险. 而银行在买方担保机制下不存在坏账风险, 因此银行在买方担保机制下期望收益较高. 当供应商初

始资金较多时, 融资量减少使买方和银行均不能从买方担保机制下获益.

表4 综合融资成本变高时参与方利润变化

Table 4 The change of members' profit when synthetical financing rate is higher

参与方	市场风险 供应商 自有资金	市场风险			
		低	中	较高	极高
买方	低	增多	减少	减少	减少
	中	增多	增多	增多	减少
	高	减少	减少	减少	减少
供应商	低	减少	减少	减少	减少
	中	减少	减少	减少	减少
	高	减少	减少	减少	减少
银行	低	减少	增多	增多	增多
	中	减少	增多	减少	减少
	高	减少	减少	减少	减少

表4 汇总了综合融资成本变高时, 各参与方期望利润变化情况.

## 5 结束语

本文构建由资金约束供应商, 买方和银行组成的供应链模型, 探索了买方为资金约束供应商提供融资担保的价值影响. 研究发现, 在传统供应商融资模式下, 银行期望利润随供应商初始资金增大而先增大后减小, 并在市场风险较大或供应商初始资金较少时期望收益为负. 若融资利率越大, 供应商和买方收益越低.

在买方担保机制下, 若综合融资费率不变, 买方恰好承担了传统供应商融资模式下银行坏账风险, 且一方利润增加导致另一方利润减少. 当市场风险较小时, 买方期望利润随供应商初始资金增大而减小. 当市场风险较大时, 买方期望利润随供应商初始资金增大而先增大后减小.

若综合融资费率降低, 供应商融资成本减小. 当供应商初始资金较少时, 若市场风险较小, 则银行不能从买方担保机制中获益, 买方能从中获益; 若市场风险较大, 银行能从中获益, 买方不能获益; 比较有意思的是, 当市场风险处于中等且供应商资金较少时, 买方与银行可能同

时受损; 当市场风险略大一点, 且供应商初始资金处于中等水平时, 供应链存在三方同时受益的情形。

若综合融资费率增大, 供应链无法达到三方同时受益的情形, 但供应链中其他参与主体仍可能改进收益。市场风险较小时, 买方始终在担保机制中获益, 银行无法获益; 市场风险中等时, 若供应商初始资金较少, 银行在买方担保机制中获益, 存在买方与银行同时获益的情形; 市场风险较大且供应商初始资金处于中等水平时, 买方与银行可能同时受损; 当市场风险很大时, 担保机制对买方始终不利, 且供应商初始资金较多时, 买方担保机制对银行不利。

不同融资成本情形下的数值分析表明: 在现实的供应商融资中, 买方与银行应该降低供应商融资成本。对买方来说, 若市场风险较大, 则买方应为初始资金较多的供应商提供担保, 若市场风险较小, 买方总可以为供应商提供担保。对银

行来说, 若市场风险较小, 只有当供应商初始资金较多时, 银行才适合选择买方担保机制。当市场风险较大时, 银行能为资金较多或较少的供应商提供融资。若供应商初始资金较多, 买方与银行均适合采用买方担保机制。

当综合融资成本较高时, 对买方来说, 若市场风险较大, 则不应该为供应商提供担保。若市场风险较小, 买方应为资金不多的供应商提供担保。对银行来说, 当市场风险较小时, 不适合选择买方担保机制。而当市场风险较大时, 若供应商初始资金较少, 则可以选择买方担保机制。反之, 买方与银行均不适合采用担保机制。因此, 本文对供应商融资模式下各成员的决策具有一定的指导意义。

需要指出的是, 本文没有考虑将批发价和融资利率作为供应链决策变量, 在实际中资金实力较强的买方直接给上游供应商提供融资, 这些研究设定都可作为未来研究方向。

#### 参考文献:

- [1] Demica. Research Report: A Study on the Growth of Supply Chain Finance, as Evidenced by SCF [R]. London: Dedicated Job Titles at Top European Banks, Demica, 2014.
- [2] Gupta D, Wang L. A stochastic inventory model with trade credit [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2009, 11(4): 4-18.
- [3] Teng J T, Min J, Pan Q. Economic order quantity model with trade credit financing for non-decreasing demand [J]. *Omega*, 2012, 40: 328-335.
- [4] Moussawi-Haidar L, Jaber M Y. A joint model for cash and inventory management for a retailer under delay in payments [J]. *Computer & Industrial Engineering*, 2013, 66: 758-767.
- [5] 马中华, 陈祥锋. 筛选不同竞争类型零售商的贸易信用合同设计研究 [J]. *管理科学学报*, 2014, 17(10): 13-23+94.  
Ma Zhonghua, Chen Xiangfeng. Designing the trade credit contract with competitive retailers [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(10): 13-23+94. (in Chinese)
- [6] 陈祥锋. 资金约束供应链中贸易信用合同的决策与价值 [J]. *管理科学学报*, 2013, 16(12): 13-20.  
Chen Xiangfeng. The value of trade credit contract in capital-constrained supply chains [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2013, 16(12): 13-20. (in Chinese)
- [7] Buzacott J A, Zhang R Q. Inventory management with asset-based financing [J]. *Management Science*, 2004, 50(9): 1274-1292.
- [8] 李毅学, 汪寿阳, 冯耕中. 物流金融中季节性存货质押融资质押率决策 [J]. *管理科学学报*, 2011, 14(11): 19-32.  
Li Yixue, Wang Shouyang, Feng Gengzhong. Decision of loan-to-value ratios of seasonal invention/pledge financing based on logistics finance [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(11): 19-32. (in Chinese)

- [9]黄晶,杨文胜. 基于信用担保的资金约束供应链订货与定价决策[J]. 控制与决策, 2016, 10: 1803 – 1810.  
Huang Jing, Yang Wensheng. Ordering and pricing decisions in financial constraint supply chain with supplier credit guarantee [J]. Control and Decision, 2016, 10: 1803 – 1810. (in Chinese)
- [10]张义刚,唐小我. 供应链融资中的制造商最优策略[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 6: 1434 – 1440.  
Zhang Yigang, Tang Xiaowo. Manufacturer's optimal policies in supply chain finance [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2013, 6: 1434 – 1440. (in Chinese)
- [11]Tunca I T, Zhu Weiming. Buyer intermediation in supplier finance [J]. Management Science, 2018, 64(12): 5631 – 5650.
- [12]Lai G, Xiao W. Inventory decisions and signals of demand uncertainty to investors [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(1): 113 – 129.
- [13]王文利,骆建文. 基于价格折扣的供应链预付款融资策略研究[J]. 管理科学学报, 2014, 17(11): 20 – 32.  
Wang Wenli, Luo Jianwen. Advance payment financing strategies of supply chains based on price discount [J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(11): 20 – 32. (in Chinese)
- [14]Deng Shiming, Gu Chaocheng, Cai Gangshu (George), et al. Financing multiple heterogeneous suppliers in assembly systems: Buyer finance vs. bank finance [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(1): 53 – 69.
- [15]Christopher S, Tang S, Alex Y, et al. Sourcing from suppliers with financial constraints and performance risk [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(1): 70 – 84.
- [16]钟远光,周永务,李柏勋,等. 供应链融资模式下零售商的订货与定价研究[J]. 管理科学学报, 2011, 14(6): 57 – 67.  
Zhong Yuanguang, Zhou Yongwu, Li Baixun, et al. The retailer's optimal ordering and pricing policies with supply chain financing [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(6): 57 – 67. (in Chinese)
- [17]鲁其辉,曾利飞,周伟华. 供应链应收账款融资的决策分析与价值研究[J]. 管理科学学报, 2012, 15(5): 10 – 18.  
Lu Qihui, Zeng Lifei, Zhou Weihua. Research on decision-making and value of supply chain financing with accounts receivables [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(5): 10 – 18. (in Chinese)
- [18]Boray H, Andy W, David C. Supporting small suppliers through buyer-backed purchase order financing [J]. International Journal of Production Research, 2018, 56(18): 6066 – 6089.
- [19]易雪辉,周宗放. 基于供应链金融的银行贷款价值比研究[J]. 中国管理科学, 2012, 20(1): 104 – 110.  
Yi Xuehui, Zhou Zongfang. Study on loan-to-value ratios of bank in the supply chain finance [J]. Chinese Journal of Management Science, 2012, 20(1): 104 – 110. (in Chinese)
- [20]王宗润,马振,周艳菊. 买方回购担保下的保兑仓融资决策[J]. 中国管理科学, 2016, 11: 162 – 169.  
Wang Zongrun, Ma Zhen, Zhou Yanju. Financing decisions for confirming warehouse with core enterprise's buyback guarantee [J]. Chinese Journal of Management Science, 2016, 11: 162 – 169. (in Chinese)
- [21]Cachon G P. The allocation of inventory risk in a supply chain: Push, pull, and advance-purchase discount contracts [J]. Management Science, 2004, 50(2): 222 – 238.
- [22]Wang Y, Niu B, Guo P. The comparison of two vertical outsourcing structures under push and pull contracts [J]. Production & Operations Management, 2014, 23(4): 610 – 625.
- [23]Lu Q, Chen X. Capacity expansion investment of supplier under make-to-order and make-to-stock supply chains [J]. International Journal of Production Economics, 2018, 198: 133 – 148.
- [24]Esty B C, Mayfield E S, Lane D. Supply Chain Finance at Procter and Gamble [Z]. Harvard Business School, 2017.  
<https://hbsp.harvard.edu/product/216039-PDF-ENG?itemFindingMethod=Search&parentProductId=216039-PDF-ENG>
- [25]Funatsu H. Export credit insurance [J]. The Journal of Risk and Insurance, 1986, 53(4): 679 – 692.

## The impact of buyer guarantee mechanism on financing suppliers program

HUANG Jia-zhou<sup>1</sup>, LU Qi-hui<sup>2</sup>, CHEN Xiang-feng<sup>1\*</sup>

1. School of Management, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. School of Business Administration, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China

**Abstract:** This paper studies the impact of buyer guarantee mechanism on all members in a supply chain, which consists of a capital-constrained supplier and a capital-rich buyer. It is found that if the synthetic financing rate is equal to the financing rate in the traditional supplier financing, the buyer bears the financing risk instead of the bank and there is no possibility that the bank and the buyer can both benefit from the buyer guarantee mechanism; if the synthetic financing rate is lower, a Pareto improvement where all members can benefit from the buyer guarantee mechanism exists under certain circumstances. Otherwise, Pareto improvement cannot be achieved.

**Key words:** supply chain finance; supplier financing; buyer guarantee; guarantee mechanism

附录 A: 论文中用到的参数与变量

表1 模型中用到的符号列表

Table 1 Notations in the model

符号	含义
$p$	产品零售价
$w$	产品批发价
$c$	产能单位成本
$D$	市场随机需求 $D \geq 0$
$Q$	供应商的产品数量决策
$V$	融资企业的借款量
$R_b$	无买方担保时的融资利率
$R_g$	担保费用率
$R_L$	有买方担保时的融资利率
$B$	融资企业的初始资金
$L_i(Q)$	$B=0$ 时市场需求临界点, $i = b, g$
$\Pi_i$	供应商期望利润, $i = b, g$
$\Omega_i$	买方期望利润, $i = b, g$
$\Theta_i$	银行期望利润, $i = b, g$
利润函数的下标	
$b$	无买方担保的情形
$g$	有买方担保的情形

附录 B: 结论的证明

引理 1 的证明 当  $B = 0$  时,  $L_b(Q_b^0) = \frac{c(1+R_b)}{w} Q_b^0$ . 由式(2)得

$$Q_b^0 \bar{F}(Q_b^0) = \frac{c(1+R_b)}{w} Q_b^0 \bar{F}(L_b(Q_b^0))$$

即  $Q_b^0 \bar{F}(Q_b^0) = L_b(Q_b^0) \bar{F}(L_b(Q_b^0))$ . 定义  $V(Q) = Q\bar{F}(Q)$ . 显然,  $V(Q_b^0) = V(L_b(Q_b^0))$ .

因为  $V'(Q) = \bar{F}(Q)(1-H(Q))$ . 由  $\bar{F}(Q)$  关于  $Q$  单调递减和  $H(Q)$  关于  $Q$  单调递增可以得到  $V'(Q)$  关于  $Q$  单调递减. 所以  $V(Q)$  是关于  $Q$  的单峰函数, 当且仅当  $V'(Q) = 0$  时,  $V(Q)$  达到最大值. 此时的  $H(Q) = 1$ . 由此可知, 当  $0 < Q \leq \bar{Q}$  时,  $V'(Q) \geq 0$ ; 当  $Q > \bar{Q}$  时,  $V'(Q) < 0$ . 又因为  $V(Q_b^0) = V(L_b(Q_b^0))$ ,  $Q_b^0 > L_b(Q_b^0)$ , 可以得到  $L_b(Q_b^0) \leq \bar{Q} \leq Q_b^0$ , 所以有  $H(L_b(Q_b^0)) \leq H(\bar{Q}) \leq H(Q_b^0)$ .

又因为  $Q_b$  关于  $B$  是单调递减的, 所以  $L_b(Q_b) = \frac{(1+R_b)}{w}(cQ_b - B) < \frac{(1+R_b)}{w}cQ_b = L_b(Q_b^0)$ . 因此,  $H(L_b(Q_b)) < H(L_b(Q_b^0))$ . 那么, 当  $B > 0$  时,  $1 - H(L_b(Q_b)) > 1 - H(L_b(Q_b^0)) \geq 0$ .

命题 1 的证明 当  $0 \leq B < \bar{B}_0$  时, 对  $\Omega_b^*$  求关于  $B$  的导数, 有  $\frac{d\Omega_b^*}{dB} = (p-w)\bar{F}(Q_b)\frac{dQ_b}{dB}$ . 因为  $\frac{dQ_b}{dB} < 0$ , 故  $\frac{d\Omega_b^*}{dB} < 0$  成立.

下面考虑当  $B = 0$  时  $L_b(Q_b^0)$  的性质. 由  $w\bar{F}(Q_b^0) = c(1+R_b)\bar{F}(\frac{c(1+R_b)}{w}Q_b^0)$ , 采用隐函数求导可知,  $\frac{dQ_b^0}{dw} = \frac{1 - H(L_b(Q_b^0))}{wh(Q_b^0) - c(1+R_b)h(L_b(Q_b^0))} > 0$ , 即  $Q_b^0$  关于  $w$  单调递增. 同理

$$\frac{dL_b(Q_b^0)}{dw} = \frac{c(1+R_b)}{w} \frac{dQ_b^0}{dw} - \frac{L_b(Q_b^0)}{w} = \frac{c(1+R_b)}{w^2} \frac{1 - H(Q_b^0)}{h(Q_b^0) - \frac{c(1+R_b)}{w}h(L_b(Q_b^0))}$$

由引理 1 和 IFR 性质可知,  $\frac{dL_b(Q_b^0)}{dw} < 0$ , 即  $L_b(Q_b^0)$  关于  $w$  单调递减. 又由引理 1 的证明可知, 当  $w = c(1+R_b)$  时,  $Q_b^0 = \bar{Q}$ ,  $L_b(Q_b^0) = \bar{Q}$ .

当  $0 \leq B < \bar{B}_0$  时, 由式(3)和式(4)知  $\frac{d\Pi_b^*}{dB} = wQ_b f(Q_b)\frac{dQ_b}{dB} - wL_b(Q_b)f(L_b(Q_b))\frac{dL_b(Q_b)}{dB} - F(L_b(Q_b)) - Bf(L_b(Q_b))\frac{dL_b(Q_b)}{dB} + R_b\bar{F}(L_b(Q_b)) - R_bBf(L_b(Q_b))\frac{dL_b(Q_b)}{dB}$ . 化简后可以得到

$$\frac{d\Pi_b^*}{dB} = R_b - (1+R_b)F(L_b(Q_b)) = (1+R_b)(\bar{F}(L_b(Q_b)) - \bar{F}(\bar{Q}_{nb}))$$

$\frac{d\Theta_b^*}{dB} = (c\frac{dQ_b}{dB} - 1)(R_b - (1+R_b)F(L_b(Q_b))) = (c\frac{dQ_b}{dB} - 1)(1+R_b)(\bar{F}(L_b(Q_b)) - \bar{F}(\bar{Q}_{nb}))$ . 因此, 当  $\bar{F}(L_b(Q_b)) > \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$  时, 有  $\frac{d\Pi_b^*}{dB} > 0$ ,  $\frac{d\Theta_b^*}{dB} < 0$ ; 当  $\bar{F}(L_b(Q_b)) < \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$  时, 有  $\frac{d\Pi_b^*}{dB} < 0$ ,  $\frac{d\Theta_b^*}{dB} > 0$ .

在供应链中给定其他参数  $p, c, R_b$  时,  $L_b(Q_b)$  与  $\bar{Q}_{nb}$  的大小关系与  $B$  和  $w$  有关. 考虑如下三种情况.

1) 情况  $L_b(Q_b^0(p)) \geq \bar{Q}_{nb}$ . 则对于任意的  $w$  有  $\bar{F}(L_b(Q_b^0(w))) \leq \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ . 又由于  $Q_b$  关于  $B$  单调递减, 则  $L_b(Q_b)$  关于  $B$  单调递减,  $\bar{F}(L_b(Q_b))$  关于  $B$  单调递增. 当  $B = \bar{B}_0$  时,  $Q_b = \bar{B}_0/c$ , 此时  $L_b(Q_b) = 0$ , 所以  $\bar{F}(L_b(Q_b)) = 1 > \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ . 所以, 存在一个交点  $\tilde{B}_0$ , 满足  $\bar{F}(L_b(Q_b)) = \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ , 其等价于  $L_b(Q_b(\tilde{B}_0)) = \bar{Q}_{nb}$ . 当  $0 \leq B \leq \tilde{B}_0$  时, 有  $\bar{F}(L_b(Q_b)) \leq \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ , 则  $\frac{d\Pi_b^*}{dB} < 0$ ,  $\frac{d\Theta_b^*}{dB} > 0$ ; 当  $\tilde{B}_0 < B \leq \bar{B}_0$  时, 有  $\bar{F}(L_b(Q_b)) > \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ , 则  $\frac{d\Pi_b^*}{dB} > 0$ ,  $\frac{d\Theta_b^*}{dB} < 0$ .

2) 情况  $L_b(Q_b^0(p)) < \bar{Q}_{nb}$  且  $\bar{Q} \geq \bar{Q}_{nb}$ . 以上已证,  $L_b(Q_b^0)$  关于  $w$  单调递减. 已知, 当  $w = c(1+R_b)$  时,  $L_b(Q_b^0) = \bar{Q}$ ,

则存在  $\hat{w}_0 \in (c(1 + R_b), p)$  满足  $L_b(Q_b(\hat{w}_0)) = \bar{Q}_{nb}$ . 这里再分两种情形

(i) 如果  $w \in [c(1 + R_b), \hat{w}_0)$ , 有  $\bar{F}(L_b(Q_b^0(w))) \leq \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ . 同以上情况 (1) 中的分析, 命题中相关结论成立.

(ii) 如果  $w \in (\hat{w}_0, p)$ , 有  $\bar{F}(L_b(Q_b^0(w))) > \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ . 已知  $\bar{F}(L_b(Q_b))$  关于  $B$  单调递增, 所以对于任意的  $B \in [0, \bar{B}_0]$  均有  $\bar{F}(L_b(Q_b)) > \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ . 因此可以得到  $\frac{d\Pi_b^*}{dB} > 0$ ,  $\frac{d\Theta_b^*}{dB} < 0$ .

3) 情况  $\bar{Q} < \bar{Q}_{nb}$ . 因为  $L_b(\bar{B}_0)$  关于  $w$  单调递减, 且已知当  $w = c(1 + R_b)$  时,  $L_b(Q_b^0) = \bar{Q}$ . 对于所有的  $\hat{w}_0 \in (c(1 + R_b), p)$  均有  $L_b(Q_b^0) < \bar{Q}_{nb}$ , 故有  $\bar{F}(L_b(Q_b(w))) > \bar{F}(\bar{Q}_{nb})$ . 同以上情况 (2) 中 (ii) 的分析可知命题中的相关结论成立.

根据以上 3 种情况, 按照命题中的 3 种情况定义阈值  $\tilde{B}_0$ , 知命题结论成立.

推论 1 的证明 当  $B = \bar{B}_0$  时,  $Q_b = \frac{\bar{B}_0}{c}$ , 则  $L_b(Q_b) = 0$ , 此时有  $\Theta_b^* = 0$ .

由命题 1 可知, 当  $\tilde{B}_0 \leq B \leq \bar{B}_0$  时,  $\Theta_b^*$  关于  $B$  单调递减. 因此, 在区间  $[\tilde{B}_0, \bar{B}_0]$  有  $\Theta_b^* \geq 0$ .

由命题 1 可知, 当  $0 \leq B \leq \tilde{B}_0$  时,  $\Theta_b^*$  关于  $B$  单调递增. 因此, 若  $B = 0$  时,  $\Theta_b^* > 0$ , 则在区间  $[0, \tilde{B}_0]$  有  $\Theta_b^* > 0$ , 此时令  $\check{B}_0 = 0$ , 显然推论中的结论成立. 若  $B = 0$  时,  $\Theta_b^* < 0$ , 则一定存在一个  $\check{B}_0 \in (0, \tilde{B}_0)$  使得  $\Theta_b^*(\check{B}_0) = 0$ , 且有: 当  $0 \leq B \leq \check{B}_0$  时,  $\Theta_b^* \leq 0$ ; 当  $\check{B}_0 \leq B \leq \bar{B}_0$  时,  $\Theta_b^* \geq 0$ .

综合以上分析, 推论中的结论成立.

命题 2 的证明 对核心企业的最优期望利润  $\Omega_b^*$  求关于  $R_b$  的导数, 有

$$\frac{d\Omega_b^*}{dR_b} = (p - w) \bar{F}(Q_b) \frac{dQ_b}{dR_b}$$

因已证  $\frac{dQ_b}{dR_b} < 0$ , 所以易知  $\frac{d\Omega_b^*}{dR_b} < 0$ .

同理, 对供应商的最优期望利润求关于  $R_b$  的导数, 则有

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_b^*}{dR_b} &= wQ_b f(Q_b) \frac{dQ_b}{dR_b} - wL_b(Q_b) f(L_b(Q_b)) \frac{dL_b(Q_b)}{dR_b} - Bf(L_b(Q_b)) \frac{dL_b(Q_b)}{dR_b} + \\ &\quad \bar{B}F(L_b(Q_b)) - R_b B f(L_b(Q_b)) \frac{dL_b(Q_b)}{dR_b} \\ &= wQ_b \bar{F}(Q_b) \frac{dQ_b}{dR_b} [h(Q_b) - \frac{c(1 + R_b)}{w} h(L_b(Q_b))] + \bar{B}F(L_b(Q_b)) - cQ_b L_b(Q_b) f(L_b(Q_b)) \\ &= (B - cQ_b) \bar{F}(L_b(Q_b)) \end{aligned}$$

因为当  $0 \leq B < \bar{B}_0$ , 供应商需要进行融资生产, 故有  $B < cQ_b$ , 所以可以得到  $\frac{d\Pi_b^*}{dR_b} < 0$ .

命题 3 的证明 (1) 对银行的期望利润函数求关于  $B$  的导数

$$\frac{d\Theta_g^*}{dB} = R_L (c \frac{dQ_g}{dB} - 1)$$

和  $Q_b$  关于  $B$  的性质类似, 可以求出

$$\frac{dQ_g}{dB} = - \frac{(1 + R_g + R_L) h(L_g(Q_g))}{wh(Q_g) - (1 + R_g + R_L) ch(L_g(Q_g))} < 0$$

所以对于  $0 \leq B \leq \bar{B}_1$ ,  $\frac{d\Theta_g^*}{dB} < 0$  恒成立.

2) 记  $w = c(1 + R_g + R_L)$  时,  $Q_g^0 = \bar{Q}_{nb}^g$ , 此时  $L_g(Q_g^0) = \bar{Q}_{nb}^g$ . 对供应商的期望利润函数求关于  $B$  的导数

$$\frac{d\bar{R}_g^*}{dB} = (1 + R_g + R_L) (\bar{F}(L_g(Q_g)) - \bar{F}(\bar{Q}_{nb}^*))$$

同命题1的证明,命题3(2)中的结论分别成立.此处过程略.

命题4的证明 首先分析 $\bar{R}_g$ 的分子与 $R_b$ 的性质.令 $\Delta(L_b(Q_b^0)) = L_b(Q_b^0) - S(L_b(Q_b^0))$ ,对 $\Delta(L_b(Q_b^0))$ 求关于 $R_b$ 的导数得

$$\frac{d\Delta(L_b(Q_b^0))}{dR_b} = \frac{dL_b(Q_b^0)}{dR_b} F(L_b(Q_b^0)) = \frac{cQ_b^0}{w} \frac{H(Q_b^0) - 1}{H(Q_b^0) - H(L_b(Q_b^0))} F(L_b(Q_b^0))$$

结合引理1,当 $B = 0$ 时,有 $H(Q_b^0) > 1 > H(L_b(Q_b^0))$ ,所以 $\frac{d\Delta(L_b(Q_b^0))}{dR_b} > 0$ .

再分析 $\bar{R}_g$ 的分母 $R_b$ 的性质.因为已证 $Q_b$ 关于 $R_b$ 单调递减,所以当 $B = 0$ 时,依然有 $\frac{dQ_b}{dR_b} < 0$ ,即 $\bar{R}_g$ 的分母关于 $R_b$

单调递减.综合上述分析,得 $\frac{d\bar{R}_g}{dR_b} > 0$ .

下面分析 $\Delta(L_b(Q_b^0)) = L_b(Q_b^0) - S(L_b(Q_b^0))$ 的大小.易得 $\Delta(L_b(Q_b^0))$ 关于 $L_b(Q_b^0)$ 单调递增,且仅当 $L_b(Q_b^0) = 0$ 时, $\Delta(L_b(Q_b^0)) = 0$ .当 $B = 0$ 时,恒有 $L_b(Q_b^0) > 0$ ,所以 $\Delta(L_b(Q_b^0)) > 0$ 恒成立,即 $\bar{R}_g > 0$ .

命题5的证明 首先分析核心企业为供应商提供担保对银行的期望利润的影响.由上述分析得

$$\frac{d\Delta_1}{dB} = [R_g - (1 + R_g + R_L) F(L_g(Q_g))] \left[ c \frac{dQ_g}{dB} - 1 \right].$$

再分析核心企业为供应商担保对核心企业的期望利润的影响.同样地, $\Delta_2 = \Omega_g^* - \Omega_b^* = wS(L_b(Q_b)) - (1 + R_L)(cQ_g - B)$ ,对 $\Delta_2$ 求关于 $B$ 的导数,得

$$\frac{d\Delta_2}{dB} = [R_g - (1 + R_g + R_L) F(L_g(Q_g))] \left[ c \frac{dQ_g}{dB} - 1 \right].$$

不难发现, $\Delta_1$ 和 $\Delta_2$ 关于 $B$ 的单调性恰好相同,所以下面分析过程以核心企业为主,即研究 $\Delta_2$ 的性质,进而得出 $\Delta_1$ 的性质.

当且仅当 $F(L_g(Q_g)) = \frac{R_g}{1 + R_g + R_L}$ 时, $\frac{d\Delta_2}{dB} = 0$ .又因为 $Q_g$ 关于 $B$ 单调递减,所以 $F(L_g(Q_g))$ 也是关于 $B$ 的单调减函数.因此存在 $\bar{B} \in (0, \bar{B}_1)$ 使得 $F(L_g(Q_g(\bar{B}))) = \frac{R_g}{1 + R_g + R_L}$ .当 $B \in (0, \bar{B})$ 时, $\frac{d\Delta_2}{dB} > 0$ ;当 $B \in (\bar{B}, \bar{B}_1)$ 时, $\frac{d\Delta_2}{dB} < 0$ .所以当 $R_g \neq 0$ 时, $\Delta_2$ 是关于 $B$ 的单峰函数.

(1) 首先考虑 $R_g = 0$ 的情况.此时 $\frac{d\Delta_2}{dB} = -(1 + R_L) F(L_g(Q_g)) \left[ c \frac{dQ_g}{dB} - 1 \right] > 0$ .又因为当 $B = 0$ 时, $\Delta_2 = S(L_g(Q_b^0)) - L_g(Q_b^0) < 0$ 恒成立.当且仅当 $B = \bar{B}_1$ 时, $\Delta_2(Q(\bar{B}_1)) = 0$ ,所以若 $R_g = 0$ ,则 $\Delta_2 < 0, \Delta_1 < 0$ 恒成立,即 $\Omega_b^* > \Omega_g^*, \Theta_b^* < \Theta_g^*$ .

(2) 当 $R_g \neq 0$ 时,则若 $\bar{R}_g > R_b$ ,则对于任意的 $R_g \in (0, R_b)$ , $\Delta_2 < 0$ 恒成立.由上述分析得, $\Delta_2$ 是关于 $B$ 的单峰函数且 $\Delta_2(Q(\bar{B}_1)) = 0$ ,所以一定存在一个点 $\hat{B}_1$ 满足:当 $0 < B < \hat{B}_1$ 时,有 $\Delta_2 < 0, \Delta_1 < 0$ 恒成立,即 $\Omega_b^* > \Omega_g^*, \Theta_b^* < \Theta_g^*$ .当 $\hat{B}_1 < B < \bar{B}_1$ 时,则 $\Delta_2 > 0, \Delta_1 > 0$ ,即 $\Omega_b^* < \Omega_g^*, \Theta_b^* > \Theta_g^*$ .

同理,若 $\bar{R}_g < R_b$ 且当 $R_g \in (0, \bar{R}_g)$ 时,有 $\Delta_2 < 0$ .与上述分析类似,一定存在一个点 $\hat{B}_1$ 满足:当 $0 < B < \hat{B}_1$ 时,有 $\Delta_2 < 0, \Delta_1 < 0$ 恒成立,即 $\Omega_b^* > \Omega_g^*, \Theta_b^* < \Theta_g^*$ .当 $\hat{B}_1 < B < \bar{B}_1$ 时,则 $\Delta_2 > 0, \Delta_1 > 0$ ,即 $\Omega_b^* < \Omega_g^*, \Theta_b^* > \Theta_g^*$ .

(3) 若 $\bar{R}_g < R_b$ ,当 $R_g \in (\bar{R}_g, R_b)$ 时, $\Delta_2 > 0$ .此时对于任意的 $B \in (0, \bar{B}_1)$ 都有 $\Delta_2 > 0, \Delta_1 > 0$ ,即 $\Omega_b^* < \Omega_g^*, \Theta_b^* > \Theta_g^*$ .

推论2的证明 当 $R_g + R_L = R_b$ 时, $Q_b = Q_g, L_b(Q_b) = L_g(Q_g), \bar{B}_0 = \bar{B}_1, \Omega_g^* - \Omega_b^* = wT(Q_g) = wS(L_g(Q_g)) - (1 +$

$R_L)(cQ_g - B) \cdot \Theta_b^* - \Theta_g^* = (1 + R_L)(cQ_g - B) - wS(L_g(Q_g))$ . 所以  $\Omega_b^* - \Omega_g^* = \Theta_g^* - \Theta_b^*$ .

命题6的证明 (1)  $\Delta_1 = \Theta_b^* - \Theta_g^*$ . 由命题1得,  $\Theta_b^*$  是关于  $B$  的单峰函数, 当  $B \in (0, \bar{B}_0)$  时,  $\Theta_b^*$  关于  $B$  单调递增. 并且命题3已证  $\Theta_g^*$  在  $B \in (0, \bar{B}_1)$  上单调递减. 当  $R_b > R_g + R_L$  时,  $\bar{B}_0 < \bar{B}_1$ . 故这里只分析  $\Delta_1$  在区间  $(0, \bar{B}_0)$  上的性质. 并且有  $\Theta_b(\bar{B}_0) = \Theta_g(\bar{B}_1) = 0$ . 所以当  $B = \bar{B}_0$  时, 有  $\Theta_b(\bar{B}_0) - \Theta_g(\bar{B}_0) < 0$  成立. 即  $\Delta_1(\bar{B}_0) < 0$ . 当  $B = 0$  时, 若  $\Theta_{b0}^* > \Theta_{g0}^*$ , 则说明在区间  $(0, \bar{B}_0)$  上只存在一个点使得  $\Theta_g^* = \Theta_b^*$ .

(2) 当  $\Theta_{g0}^* \geq \Theta_{b0}^*$  时, 此时存在两种可能. 下面首先讨论  $\Delta_1$  关于  $B$  的性质. 因为当  $B \in (0, \bar{B}_0)$  时,  $\Theta_b^*$  关于  $B$  单调递增,  $-\Theta_g^*$  也是关于  $B$  的单调增函数. 因此  $\Delta_1$  在  $(0, \bar{B}_0)$  上关于  $B$  也是单调增函数. 所以  $\Delta_1$  达到最大值时的点  $\bar{B}_0$  一定满足  $\bar{B}_0 > \bar{B}_0$ . 即  $\Delta_1$  是关于  $B$  的单峰函数. 这里有两种可能  $\bar{B}_0 \in (0, \bar{B}_0)$  或  $\bar{B}_0 > \bar{B}_0$ .

如果  $\bar{B}_0 \in (0, \bar{B}_0)$ , 则需要判断当  $B = \bar{B}_0$  时  $\Delta_1$  的大小. 若  $\Delta_1(\bar{B}_0) > 0$ , 则  $\Delta_1$  在  $(0, \bar{B}_0)$  上有两个零点,  $\bar{B}_{b1} \in (0, \bar{B}_0)$ ,  $\bar{B}_{g1} \in (\bar{B}_0, \bar{B}_0)$ . 若  $\Delta_1(\bar{B}_0) < 0$ , 则说明在区间  $(0, \bar{B}_0)$  上,  $\Delta_1 < 0$  恒成立.

如果  $\bar{B}_0 > \bar{B}_0$ , 则说明在区间  $(0, \bar{B}_0)$  上,  $\frac{d\Delta_1}{dB} > 0$ . 又因为当  $B = \bar{B}_0$  时,  $\Delta_1(\bar{B}_0) < 0$ , 所以对于任意的  $B \in (0, \bar{B}_0)$ ,  $\Delta_1 < 0$ . 命题6(2)中的两种情形分别满足.

推论3的证明 由命题2可得,  $\frac{d\Pi_b^*}{dR_b} < 0$ . 所以当  $R_b > R_g + R_L$ , 供应商在核心企业提供担保时的最优期望利润在减小. 即  $\Pi_b^* < \Pi_g^*$ .

命题7的证明 当  $R_b < R_g + R_L$  时, 有  $\bar{B}_0 > \bar{B}_1$ . 所以与命题6不同的是, 这里分析的区间为  $(0, \bar{B}_1)$ . 且当  $B = \bar{B}_1$  时,  $\Theta_b(\bar{B}_1) > \Theta_g(\bar{B}_1)$ . 即  $\Delta_1(\bar{B}_1) > 0$  恒成立. 与命题6的分析相同,  $\Delta_1$  同样是关于  $B$  的单峰函数. 证明略. 假设当  $B = \bar{B}_1$  时,  $\Delta_1$  达到最大值. 这里也有两种可能  $\bar{B}_1 \in (0, \bar{B}_1)$  或者  $\bar{B}_1 > \bar{B}_1$ .

当  $B = 0$  时, 若  $\Theta_{b0}^* \geq \Theta_{g0}^*$ . 结合  $\Theta_b(\bar{B}_1) > \Theta_g(\bar{B}_1)$ . 则无论  $\bar{B}_1$  在什么位置, 对于任意的  $B \in (0, \bar{B}_1)$ ,  $\Delta_1 > 0$  恒成立.

若  $\Theta_{b0}^* < \Theta_{g0}^*$  且  $\bar{B}_1 \in (0, \bar{B}_1)$ , 则恒有  $\Delta_1(\bar{B}_1) > 0$ . 所以在区间  $(0, \bar{B}_1)$  中, 存在一个交点  $\bar{B}_{b1}$  使得  $\Theta_g^* = \Theta_b^*$ . 在区间  $(\bar{B}_1, \bar{B}_1)$  上,  $\Theta_b^* > \Theta_g^*$  恒成立. 若  $\bar{B}_1 > \bar{B}_1$ , 则  $\Delta_1$  在区间  $(0, \bar{B}_1)$  上单调递增. 又因为  $\Theta_{b0}^* < \Theta_{g0}^*$ ,  $\Theta_b(\bar{B}_1) > \Theta_g(\bar{B}_1)$ . 所以在  $(0, \bar{B}_1)$  上始终存在一个交点  $\bar{B}_{b1}$  使得  $\Theta_g^* = \Theta_b^*$ . 命题7中的1)和2)分别成立.

推论4的证明 由命题2可得,  $\frac{d\Pi_b^*}{dR_b} < 0$ . 所以当  $R_b < R_g + R_L$ , 供应商在核心企业提供担保时的最优期望利润在减小. 即  $\Pi_b^* > \Pi_g^*$ .