Make-to-Order 模式下多产品占线生产策略研究①

代文强，左永恒，孙朝苑，雷　东
(电子科技大学经济与管理学院，成都 611731)

摘要：本文研究的是按订单生产模式企业面对需求不确定条件下的生产决策问题．这类企业经常会遇到如下情形：客户的产品订单需求变动具有不可预期性，同时生产单批产品的固定成本较高，企业在承担一定的延期惩罚费用的条件下可以延期交货．因此需要考虑采用某种适当的生产策略来减少成本损失，即需要研究在未来产品订单需求不确定的条件下确定在什么时间对哪个产品进行生产使得总的固定生产成本及延期惩罚成本最优的决策问题．以往的研究一般都是假设包括订单到达时刻和订单需求量等需求信息是随机波动的，而实际情况中这些信息常常是不可预测且不能用概率分布刻画的．因此，本文从占线理论出发考虑了未来订单需求信息未知情形下的最优生产决策问题，构造了相应的数学模型，设计了一个竞争策略，证明了其具有较好的常数竞争比．数值分析进一步验证了该策略的有效性．

关键词：占线；MTO；竞争策略；竞争比
中图分类号：O221.7　　文献标识码：A　　文章编号：1007－9807(2020)08－0101－08

0 引　言

随着市场竞争的加剧和顾客越来越显著的个性化需求，越来越多的制造型企业开始由传统的按库存生产(Make-to-Stock，MTS)模式转向按订单生产(Make-to-Order，MTO)模式，此类生产模式的运作活动是由动态的客户订单触发的，在库存中不保留任何产品[1]．这类企业经常碰到的问题是，生产单件产品的固定生产成本较高，同时客户的产品订单需求信息，例如订单到达时刻和订单需求量等信息呈现高度的不确定性．企业可以承诺一定的交货期以延期交货，从而导致一定的延期惩罚成本．因此，企业决策者需要考虑采用适当的策略来减少成本损失，即需要研究在未来订单需求信息不确定的条件下确定在什么时间对哪个产品进行生产使得总的固定生产成本及延期惩罚成本最优的决策问题．

研究者针对MTO背景下的生产运作管理问题已经进行了很多的研究，目前研究主要集中在对交货时间、定价策略、服务水平和库存问题等方面[2－5]．例如，曹裕等[2]研究了随机需求情况下依据MTO订单的生产线匹配属性的订单准入条件，Thürer和Stevenson[3]研究了MTO企业的短期产能管理决策，Eungab和Taeho[4]在随机交付期和需求的情形下，通过利用马尔科夫过程考虑了MTO模式下是否对订单进行生产的问题．Garmdare等[5]考虑了需求随价格和交货时间变化的情形，并将快速响应订单和企业生产能力作为约束条件，利用混合非线性规划模型研究了MTO企业最优定价和最优交货期的决策问题．这些研究大多在需求信息服从某个随机分布或随机过程的条件下进行分析的．例如，假设订单到达时刻服从泊松过程或马尔科夫过程，需求量为某个随机变量等．最近的研究工作可以参考如文献[3，6]

① 收稿日期：2018－04－24；修订日期：2020－01－14．
基金项目：国家自然科学基金资助项目(71871045；71432003)；国家社会科学基金资助项目(17XGL011；18BGL108)．
作者简介：代文强(1978—)，男，四川彭州人，博士，教授，博士生导师．Email：wqdai@uestc.edu.cn

等,以及最新的综述性文献[7]及他们所引用的文献.

然而,由于实际中的产品订单到达需求信息不确定性较高,决策者常常并不能假设未来产品订单需求(无论是订单需求到达时刻,还是订单需求量等信息)随机分布的存在. 现有的研究大都是在假设这些未来需求分布不变的条件下给出最优决策方案,如果需求假设一旦发生变化,这些方法所给出的最优方案就会失去其最优性. 从理论上说,这些优化处理方法对变化因素的某个特例都可能给出离实际最优解相距甚远的解. 因此,企业需要一种在不假设任何未来订单需求分布条件下的最优决策方法.

近年来,理论界将传统方法对应的问题称为离线(offline)问题,把决策者只掌握当前信息,在对未来既无确定性信息也无概率信息的条件下必须立即对当前状态做出决策的一类问题称为占线(online)情形. 占线问题与竞争策略主要针对的是问题具有较强的动态特征,它在变化因素的每一个特例中都能给出一个方案,使得这一方案所得到的解离最优方案给出的解总在一定的比例之内,因此能够避免传统的静态优化方法所得到的结论对初始假设依赖强的弊端[8-13].

从理论上来说,本文考虑的占线问题的模型在单产品、每次订单需求量为单位需求量的情形下,等价于经典的占线 TCP 动态延迟(TCP dynamic acknowledge)问题. Dooly 等[12]首先利用占线问题与竞争策略的研究方法对该问题进行了研究,建立了相应的数学模型,并给出了竞争策略,证明了最优竞争比结果. 倪冠群等[13]研究了单产品、每次订单需求量为多个单位的占线采购模型. Buchbinder 等[14]研究了多产品下的占线联合采购问题,设计了竞争性能比为 3 的竞争策略. 本文将在这些研究的基础上,建立相应的数学模型,并通过分析问题的结构性质,给出竞争生产策略,最后证明策略具有较好的常数竞争比,数值分析进一步表明了策略有效性. 本文的研究及结论不仅弥补了传统 MTO 订单生产问题研究中总是假设未来需求信息为随机分布的弊端,可适用于实际情形中订单需求到达信息高度不确定的情形,同时是类似已有占线问题研究的有益补充和扩展.

1 问题建模

建立模型如图 1,考虑一个能够生产 k 类产品的 MTO 企业,k 已知且为一个常数. 初始时刻设置为 0,并令 $i = 1,2,\cdots,k$ 表示产品类别,企业面对的订单需求信息为一个二元对集合 $\sigma = \{(a_i^l, q_i^l) \mid i = 1,2,\cdots,k, l = 1,2,\cdots,n_i, q_i^l \geqslant 1\}$,其中 a_i^l 和 q_i^l 分别表示第 i 类产品第 l 个订单的到达时刻和需求量,n_i 表示关于产品类 i 到达的订单总个数. 本文不对 a_i^l 做任何限定,这表明订单需求可以在任意时刻到达. 为了突出本文研究问题的焦点,假设一次仅能对一类产品进行生产,且忽略产品的生产时间,即一旦决定生产产品 i,则能够立即满足针对该产品的(所有已到达却还未生产的)需求订单. 另外,当企业完成当前产品的生产转而生产其它产品时,将产生与订单规模无关的固定生产成本 $C > 0$.

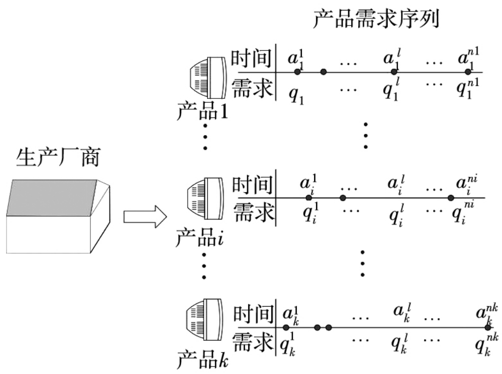

图 1 模型构建示意图

Fig. 1 Illustration for model formulation

设 t_i^j 和 $\tilde{t}_i^j$ 分别表示某策略 ALG 决定对第 i 类产品开始第 j 次生产的时刻和相应结束生产的时刻. 当在 t_i^j 时刻对第 i 类产品决定进行生产时,本文考虑的成本包含两部分,第一部分即是固定生产费用 C,第二部分是在时间区间 $(\tilde{t}_i^{j-1}, t_i^j]$ 内已到达,但还未生产的针对产品 i 的延时惩罚成本. 本文的目的即是在未来订单需求信息未知的条件下,如何合理平衡这两个成本,以使得总成本最小. 需要注意的是,如果 $t_i^j \neq \tilde{t}_i^j$,则根据假设,在时间区间 $(t_i^j, \tilde{t}_i^j]$ 内即使有订单到达,则不再针对产品 i 产生新的固定生产费用和延时惩罚成本.

具体的，设策略 ALG 将第 i 类产品的需求序列分成多个区间 $I_i^j = (\tilde{t}_i^{j-1}, \tilde{t}_i^j]$，则每个区间互不相交且其覆盖了该产品的整个时间轴（其中 $j = 1, 2, \cdots, n_i$，$\tilde{t}_i^0 = 0$），且有 $t_i^j \in I_i^j$. 定义该区间内的总延迟惩罚成本为 $\lambda \sum_{a_i^l \in I_i^j, a_i^l \leqslant t_i^j} q_i^l (t_i^j - a_i^l)$，即在区间 I_i^j 中早于生产时刻 t_i^j 到达的所有订单产生的总延迟惩罚成本，其中 λ 表示延迟惩罚成本因子. 因此，本文的目标是给定订单的输入集合 σ，选定合适的策略 ALG 决策 t_i^j，以最小化总成本 $f(ALG, \sigma) = C \sum_{i=1}^{k} m_i + \lambda \sum_{i=1}^{k} \sum_{a_i^l \in I_i^j, a_i^l \leqslant t_i^j} q_i^l (t_i^j - a_i^l)$，其中 m_i 为第 i 类产品的总生产次数.

本文考虑的问题是，决策者需要在不假设任何未来订单需求 σ 的概率分布的条件下决策合适的策略 ALG，亦即是，决策在什么时刻停止生产当前产品转而生产另一个产品. 根据占线模型与竞争策略的基本思想[8]，针对本文描述的问题，决策者需要在下一个订单需求信息到达之前做出这一时刻的决策，并保证该决策在未来任意可能出现的最坏情形能达到某种最优性. 具体的，决策者需要设计出相应的某种策略 ALG，记该策略和（在已知输入订单需求序列 σ 的条件下的）最优策略的费用分别是 $f(ALG, \sigma)$ 和 $f(OPT, \sigma)$，若存在使得同输入订单序列 σ 无关的两个常数 α, β，满足 $f(ALG, \sigma) \leqslant \alpha f(OPT, \sigma) + \beta$，则称该策略为竞争策略，具有竞争比为 α，显然 α 应越小越好.

需要注意的是，本文考虑的问题实质上可以拓展应用于其他的场景. 例如外卖行业的配送管理中，管理者只有在顾客下单之后才会考虑是否对商品进行配送. 若一次配送的订单数太少，最极端的情形是一次仅配送一个订单，则最终增加了固定配送成本；若对连续到达的数个订单进行统一配送，则由于订单的配送等待时间变长，会导致相应的延迟配送成本增加. 因此，如何平衡配送成本和延迟成本是按订单配送问题中需研究的重要内容. 另外的实际应用场景包括采购问题和网络数字产品服务企业的订单服务问题等. 正如前面所述，本文把建模的实际应用背景聚焦在 MTO 企业按订单生产的场景中，分析并设计相关占线竞争策略，并得到较好的结果，但本文的研究当然可拓展到其他的应用场景中，如何在新的应用背景下结合新的实际问题特征研究相应的问题是以后的一个研究方向. 实际上，本文研究的问题是一个非常困难的问题，这体现在如下两点：1）订单需求不仅需要考虑订单到达时刻，而且需要考虑订单量；2）设计的策略需要是占线的，即仅依赖于过去和现在的信息，而不能依赖于未来的订单需求信息.

2　竞争策略分析

2.1　竞争策略设计

首先考虑离线最优策略. 由于离线决策者知道所有的订单信息，因此，离线最优策略的集中生产时刻必定与其中某个订单的到达时刻重合. 但对占线策略来说，订单需求是一个接一个到达的，其对下一个订单什么时候出现、订单量是多少未知，则可能出现的一个最坏情况是当决定集中生产某产品时，下一个需求量较大的订单立即出现，另一个出现的极端情况是当对某订单采取等待的策略，而下一个订单一直不出现. 因此，为了平衡这两种最坏情形，同时受 Dooly 等[12] 文献的策略和思路的启发，设计如下占线策略.

占线策略 ALG：在满足下面条件下开始生产产品 i：产品 i 的到达了但还未生产的订单产生的延迟费用等于固定生产费用 C. 即设产品 i 在区间 I_i^j 中到达了但还未生产的订单集合为 I_i，记 $s = |I_i|$，则策略 ALG 暂定在时刻 $a_i^s + \tau_i^s$ 集中生产 I_i 中所有的 i 产品，其中 τ_i^s 的选取需满足

$$\lambda \sum_{l=1}^{s} q_i^l (a_i^s + \tau_i^s - a_i^l) = C \tag{1}$$

若在时间区间 $(a_i^s, a_i^s + \tau_i^s)$ 内没有产生新的订单，则在 $a_i^s + \tau_i^s$ 时刻集中生产集合 I_i 中的订单；反之，当在该时间区间中产生了一个新的订单 a_i^{s+1}，则重新计算新的生产间隔时间 τ_i^{s+1}.

由于本文假设生产不耗费时间，因此在上述策略中，若存在多个满足条件的产品，即方程（1）存在多个解，则取任意一个产品进行生产即可，这不会对策略的费用和竞争性能产生影响，在本文接下来的分析中都将假设满足方程（1）的产品唯

一. 首先证明上述占线策略是有意义的.

定理 1 设计的占线策略 ALG 是可行的.

证明 根据方程(1)可知,设计的策略 ALG 是占线的,其次直接求解方程(1)得 $\tau_i^s = \dfrac{\dfrac{C}{\lambda} - \sum_{l=1}^{s} q_i^l(a_i^s - a_i^l)}{\sum_{l=1}^{s} q_i^l} \geqslant 0$,因此,该方程一定有解. 接下来只需要证明 $a_i^{s+1} + \tau_i^{s+1} \leqslant a_i^s + \tau_i^s$. 为使分析方便,记 $A = \lambda \sum_{l=1}^{s} a_i^l$, $B = \lambda \sum_{l=1}^{s} q_i^l$,则直接计算知 $a_i^s + \tau_i^s = \dfrac{C + \lambda \sum_{l=1}^{s} a_i^l}{\lambda \sum_{l=1}^{s} q_i^l} = \dfrac{C+A}{B}$, $a_i^{s+1} + \tau_i^{s+1} = \dfrac{C + \lambda a_i^{s+1} + \lambda \sum_{l=1}^{s} a_i^l}{\lambda q_i^{s+1} + \lambda \sum_{l=1}^{s} q_i^l} = \dfrac{C + \lambda a_i^{s+1} + A}{\lambda q_i^{s+1} + B}$. 因此,

$$
\begin{aligned}
(a_i^{s+1}+\tau_i^{s+1}) - (a_i^s+\tau_i^s) &= \frac{C + \lambda a_i^{s+1} + A}{\lambda q_i^{s+1} + B} - \frac{C+A}{B} \\
&= \frac{\lambda(a_i^{s+1}B - Cq_i^{s+1} - Aq_i^{s+1})}{B(\lambda q_i^{s+1} + B)}
\end{aligned}
$$

注意到由于订单 (a_i^{s+1}, q_i^{s+1}) 出现在了时间区间 $(a_i^s, a_i^s + \tau_i^s)$ 内,因此 $a_i^{s+1} \leqslant a_i^s + \tau_i^s = \dfrac{C+A}{B}$,则有

$$
\begin{aligned}
(a_i^{s+1}+\tau_i^{s+1}) - (a_i^s+\tau_i^s) &\leqslant \frac{\lambda(C + A - Cq_i^{s+1} - Aq_i^{s+1})}{B(\lambda q_i^{s+1} + B)} \\
&= \frac{\lambda(C+A)(1 - q_i^{s+1})}{B(\lambda q_i^{s+1} + B)}
\end{aligned}
$$

故根据 $q_i^{s+1} \geqslant 1$,则可得到 $a_i^{s+1} + \tau_i^{s+1} \leqslant a_i^s + \tau_i^s$,命题成立. 证毕.

2.2 竞争比分析

下面将证明设计的策略具有常数 4 的竞争比. 为此,分别定义 $f_i(ALG, I_i^j)$, $f_i(OPT, I_i^j)$ 表示策略 ALG 在时间区间 I_i^j 内对第 i 类产品在时间区间 I_i^j 中的订单进行生产所产生的费用,则 $f(ALG, \sigma) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m_i} f_i(ALG, I_i^j)$, $f(OPT, \sigma) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m_i} f_i(OPT, I_i^j)$,则接下来只需对 $f_i(ALG, I_i^j)$ 和 $f_i(OPT, I_i^j)$ 分别进行讨论即可得到本文的研究结果. 根据前面的建模,考虑的费用包含了两部分,延迟惩罚成本和固定生产成本,为了分析方便,假设固定生产成本是在放弃生产当前产品转而对其它产品进行生产的时刻进行计算. 由于企业总是为了生产新产品才放弃生产当前的产品,因此这个假设将不影响最终的成本计算. 因此有如下的事实.

引理 1 假设 ALG 对 i 类产品的第 j 次生产为该产品类的最后一次生产,即 $j = m_i$,相应的时间区间为 $I_i^{m_i}$,则必有 $f_i(OPT, I_i^{m_i}) \geqslant C$.

证明 对时间区间为 $I_i^{m_i}$ 内的产品来说,如果 OPT 在该区间产生的延迟成本至少为 C,则引理已经证明. 如果 OPT 在该区间产生的延迟成本小于 C,则 OPT 必定在区间 $I_i^{m_i}$ 内的某个时刻开始生产,由于该时间区间是最后一个生产区间,因此,OPT 将在最后一个订单到达并对其进行生产后转而生产其他的产品,故 OPT 在该区间内产生的固定生产成本至少为 C,引理证毕.

引理 2 设 ALG 在某时刻生产产品类 i,随后生产产品类 i',并设相应的时间区间分别为 I_i^j 和 $I_{i'}^{j'}$,则当 $f_i(OPT, I_i^j) < C$ 时,始终有 $f_{i'}(OPT, I_{i'}^{j'}) \geqslant C$.

证明 首先注意下面的事实,若产品类 i' 是产品类 i 的下一个生产的产品类,则产品 i 的结束生产时刻即是产品 i' 的开始生产时刻,即有 $\tilde{t}_i^j = t_{i'}^{j'} \tilde{t}_i^j = t_{i'}^{j'}$;其次,根据假设 $f_i(OPT, I_i^j) < C$,则 OPT 在区间 I_i^j 中的固定生产成本和延迟成本均小于 C,这表明 OPT 将在区间 I_i^j 中的某个早于 t_i^j 的时刻进行生产并随后连续生产 i 产品,即 OPT 在时间区间 $(t_i^j, \tilde{t}_i^j = t_{i'}^{j'}]$ 内不会中断生产产品 i.

现假设 OPT 在区间 $t_{i'}^{j'}$ 内对产品 i' 的延迟费用小于 C,否则引理已经得到证明. 在这种情形下,OPT 将在区间 $(\tilde{t}_{i'}^{j'-1}, t_{i'}^{j'}]$ 中的某个早于 $t_{i'}^{j'}$ 的时刻对 i' 进行生产,且该时刻一定早于 OPT 开始生产产品 i 的时刻 t_i^j,因此必有 $\tilde{t}_{i'}^{j'-1} \leqslant t_i^j$. 则 OPT 必定会在 $(\tilde{t}_{I'}^{j'-1}, t_i^j]$ 生产 i' 产品后,转而在 $(\tilde{t}_i^{j-1}, t_i^j]$ 中的某个时刻对 i 产品进行生产,使得 OPT 在时间区间 $i_{i'}^{j'}$ 中对产品 i' 至少产生一次固定生产费用,则 $f_{i'}(OPT, I_{i'}^{j'}) \geqslant C$. 证毕.

根据策略 ALG,有 $\forall i = 1, \cdots, k, j = 1, \cdots,$

m_i，$f_i(ALG, I_i^j) = 2C$，则$f(ALG,\sigma)$为$N = \sum_{l=1}^{k} m_i$个费用为$2C$的求和项，即有$f(ALG,\sigma) = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m_i} f_i(ALG, I_i^j) = \sum_{i=1}^{k} 2Cm_i = 2CN$. 下面根据引理 1 和引理 2 分析$OPT$针对需求序列$\sigma$的最低生产总费用，从而可求得到策略$ALG$的竞争比.

定理 2　当$N-k$为偶数时，$f(OPT,\sigma) \geqslant \frac{1}{2}(N+k)C$，当$N-k$为奇数时，$f(OPT,\sigma) \geqslant \frac{1}{2}(N+k-1)C$.

证明　根据引理 1，对于任意产品类i，始终存在$f_i(OPT, I_i^{m_i}) \geqslant C$，则$OPT$在这$k$个区间中分别产生大于等于$C$的成本. 再由引理 2，任一$OPT$产生成本小于$C$的区间随后必定是一个成本大于等于$C$的区间. 因此，当$N-k$为偶数时，最极端情况是$OPT$成本小于$C$的区间为余下区间数的一半，此时在所有的生产区间中，OPT在$\frac{1}{2}(N-k)+k$个区间的成本会大于等于C，因此$f(OPT,\sigma) \geqslant \frac{1}{2}(N-k)C + kC = \frac{1}{2}(N+k)C$；另一方面，当$N-k$为奇数时，根据引理 1 和引理 2 分析得出另一种最极端情况是OPT在剩余的区间中成本小于C的区间个数至多为$\frac{1}{2}(N-k+1)$，对应的大于等于C的区间个数至少为$(N-k-1)/2$，因此有$f(OPT,\sigma) \geqslant \frac{1}{2}(N-k-1)C + kC = \frac{1}{2}(N+k-1)C$.　　证毕.

从而，可得到本文的主要结论.

定理 3　设计的占线策略ALG，其竞争比为 4.

证明　首先由给定的策略可得$f(ALG,\sigma) = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m_i} f_i(ALG, I_i^j) = 2CN$，再根据定理 2，若$N-k$为偶数，则竞争比为$\frac{f(ALG,\sigma)}{f(OPT,\sigma)} \leqslant \frac{2NC}{\frac{1}{2}(N+k)C} = 4\frac{N}{N+k} = 4\left(1-\frac{k}{N+k}\right)$；若$N-k$为奇数，则竞争比为$\frac{f(ALG,\sigma)}{f(OPT,\sigma)} \leqslant \frac{2NC}{\frac{1}{2}(N+k-1)C} = 4\frac{N}{N+k-1} = 4\left(1-\frac{k-1}{N+k-1}\right)$，由于$N \gg k$，定理得证.　　证毕.

定理 3 说明，按照设计的生产策略，面对实际生产情形中订单需求到达信息高度不确定甚至是敌手到达的情形下，具有较好的常数竞争性能比. 因此，在生产过程中，占线生产决策者只要运用给定策略的生产方法进行生产就能够较好的平衡固定生产费用和延迟费用. 同时，该结论给出了按照这种方式进行生产在最坏情形下的理论上的保障. 需要注意的是，由于在实际的生产情形中，订单的需求到达信息并不总是按照最坏情形到达，此时设计的策略将会产生更好的结果，这一点在第 3 节数值算例中具体进行说明.

在实际的生产决策中，决策者常常需要考虑使用一些学习、预测方法，以获知下一个到达订单的相关信息，这在占线决策中，称为有限预知(limited lookahead)信息条件的相应问题(参看文献[15]). 具体的，考虑如下情形的问题，当ALG在进行生产决策时，可以知道未来$L(L \geqslant 1)$个需求订单的信息，即当ALG在时刻a_i^s进行决策时，将已知(a_i^s, q_i^s)，(a_i^{s+1}, q_i^{s+1})，...，(a_i^{s+L}, q_i^{s+L})等订单信息. 下面将证明即使决策者具有这些有限预知信息，也并不能改进占线策略的竞争比结果.

定理 4　针对有限预知信息$L \geqslant 1$的问题，竞争比仍然为 4.

证明　为了符号叙述方便，不失一般性，对$L=1$的情况进行论证，$L \geqslant 2$的证明类似. 首先，OPT由于是离线最优解，因此成本不变，即定理 2 的结论仍然成立. 现假定ALG在时刻$a_i^s + \tau_i^s$准备对区间I_i^j中到达了却还未生产的订单进行生产，若ALG已知下一个需求订单的订单信息，则当$a_i^{s+1} > a_i^s + \tau_i^s$时，$ALG$知道在区间$(a_i^s, a_i^s + \tau_i^s)$并不会产生新的订单，则其会直接在$a_i^s$时刻进行生产而不会等到$a_i^s + \tau_i^s$时刻再进行生产，此时$ALG$在该区间产生的成本不会大于$2C$；反之，若$a_i^{s+1} \leqslant a_i^s + \tau_i^s$，则$ALG$将按照给定的策略在$a_i^{s+1} + \tau_i^{s+1}$时刻进行生产，且根据定理 1 中已证明得到的结论$a_i^{s+1} + \tau_i^{s+1} \leqslant a_i^s + \tau_i^s$，此时$ALG$将早于假定

生产的时刻 $a_i^s + \tau_i^s$ 对区间 I_i^j 中到达了却还未生产的订单进行生产,其产生的成本仍然不大于 $2C$,因此,沿用定理 3 的证明. 证毕.

3 数值算例

下面以一个简单的算例来验证竞争策略的有效性. 假设某企业面向客户实行按订单生产模式对 A、B、C 共 3 类产品进行生产,为使计算简便且不失一般性,假定每类产品在时间区间 $[0,6]$ 内分别产生需求量为 1 的订单,如图 2 所示,并令延迟惩罚因子 $\lambda = 1$,固定生产成本 $C = 3$,其中产品 A 的需求到达时刻序列为$\{2,4,5,6\}$,产品 B 的需求到达时刻序列为$\{1,3,4,5\}$,产品 C 的需求到达时刻序列为$\{1,2,3,5,6\}$.

针对该问题,策略 ALG 在 $t_1 = 3$ 时刻首先对产品 C 进行生产,并在 $t_2 = 3.5$ 时刻开始对产品 B 进行生产,紧接着在 $t_3 = 4.5$ 时刻对产品 A 进行生产,在 $t_4 = 7$ 时刻对产品 C 开始生产,最后在 $t_5 = 8$ 时刻对产品 B 进行生产. 该策略产生的总费用为 $f(ALG,\sigma) = 30$. ALG 的生产路径如图 2 所示.

利用穷举法进行计算得出,最优策略 OPT 将在 0 时刻开始对产品 C 进行生产,并在 $t_1 = 3$ 时刻开始对产品 B 进行生产,紧接着在 $t_2 = 5$ 时刻对产品 A 进行生产,最后在 $t_3 = 6$ 时刻对产品 C 进行生产. OPT 针对本实际问题产生的总费用为 $f(OPT,\sigma) = 16$,其生产路径如图 3 所示.

因此,在本算例中,$\dfrac{f(ALG,\sigma)}{f(OPT,\sigma)} = \dfrac{30}{16} = 1.875$. 事实上,此时,$N = 5$, $k = 3$,在上一节中理论上已经证明,策略在最坏情况下能够达到竞争比最多为 $4\left(1 - \dfrac{k}{N + k}\right) = 4\left(1 - \dfrac{3}{5 + 3}\right) = 2.5$.

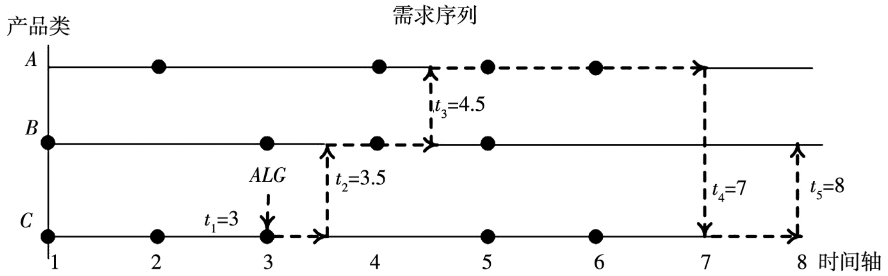

图 2 ALG 生产路径示意图

Fig. 2 Illustration for ALG production path

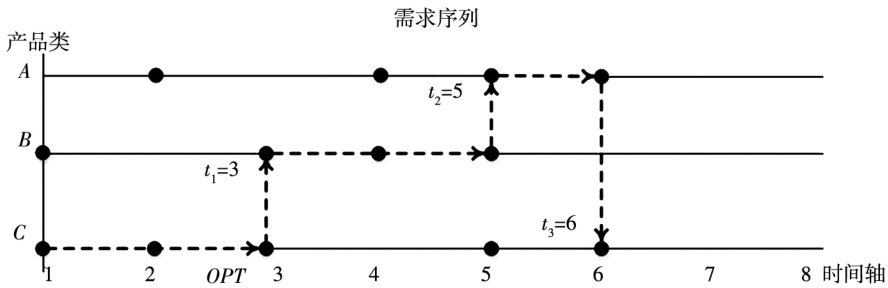

图 3 OPT 生产路径示意图

Fig. 3 Illustration for OPT production path

4 结束语

本文考虑 MTO 背景下的多产品生产决策优化问题. 根据实际中的订单需求信息常常是不可预测,也不可用概率分布刻画的实际背景下,考虑并建立了占线模型,给出了相应的占线竞争生产策略,从理论上证明了策略具有的常数竞争性能比. 本文所得到的结论对实际的多产品生产决策具有一定的理论和实际指导意义,并丰富了现有的研究.

在未来的研究中,可以一方面考虑通过进一

步刻画问题的结构特征,设计出更优的竞争生产策略以得到更好的结论,另一方面也可以考虑将更多的实际因素融入到模型中以增加模型的指导性,特别的,本文模型仅单方面考虑了企业方的总成本最小化,忽略了订单提交方的实际利益诉求,因此,或者从博弈论的角度探讨研究双方的合作、竞争解,或者考虑订单提交方的满意解(参考文献[16]等),是一个值得进一步研究的方向.

参 考 文 献:

[1] Jacobs F R, Chase R B. Operation and Supply Chain Management [M]. New York: GrawHill, 2017.

[2] 曹　裕,吴　堪,熊寿遥. 基于分层 MTO 订单的准入策略研究 [J]. 管理科学学报, 2017, 20(8): 50 – 62.
Cao Yu, Wu Kan, Xiong Shouyao. Admission decision based on hierarchical MTO order [J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(8): 50 – 62. (in Chinese)

[3] Thürer M, Stevenson M. The use of finite loading to guide short-term capacity adjustments in Make-to-Order job shops: An assessment by simulation [J]. International Journal of Production Research, 2020, 58(12): 3554 – 3569.

[4] Eungab K, Taeho P. Admission and inventory control of a single-component Make-to-Order production system with replenishment setup cost and lead time [J]. European Journal of Operational Research, 2016, 255(43): 91 – 102.

[5] Garmdare H S, Lotfi M M, Honarvar M. Integrated model for pricing, delivery time setting, and scheduling in Make-to-Order environments [J]. International Journal of Industrial Engineering, 2018, 14(1): 55 – 64.

[6] Xu Y, Shi C, Duenyas I. Priority rules for multi-task due-date scheduling under varying processing costs [J]. Production and Operations Management, 2016, 25(12): 2086 – 2102.

[7] Yao M, Minner S. Review of multi-supplier inventory models in supply chain management: An update [J]. Arailable SSRN 2995134, 2017.

[8] Borodin A, El-Yaniv R. Online Computation and Competitive Analysis [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

[9] 代文强,李仕明. 欧氏平面上的占线中位选址问题分析 [J]. 管理科学学报, 2014, 17(9): 88 – 94.
Dai Wenqinag, Li Shiming. Online median location problem analysis in Euclidean plane [J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(9): 88 – 94. (in Chinese)

[10] 王　玮,蓝颖杰,严建援. 基于竞争差分析的占线单向交易策略 [J]. 管理科学学报, 2017, 20 (9): 15 – 24.
Wang Wei, Lan Yingjie, Yan Jianyuan. Online one-way trading strategy based on competitive difference analysis [J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(9): 15 – 24. (in Chinese)

[11] 张　永,张卫国,杨兴雨,等. 带运费多阶段易腐品库存问题的竞争性订购策略 [J]. 系统工程学报, 2017, 2 (32): 273 – 281.
Zhang Yong, Zhang Weiguo, Yang Xingyu, et al. Competitive ordering strategy for multi-period perishable inventory problem with shipping [J]. Journal of Systems Engineering, 2017, 2(32): 273 – 281. (in Chinese)

[12] Dooly D R, Goldman S A, Scott S D. On-line analysis of the TCP acknowledgment delay problem [J]. Journal of the ACM, 2001, 48(2): 243 – 273.

[13] 倪冠群,孔　辛,刘　强,等. 基于订单采购模式的销售商在线采购策略 [J]. 运筹与管理, 2011, 20(3): 18 – 22.
Ni Guanqun, Kong Xin, Liu Qiang, et al. Online purchasing strategy for order-based procurement [J]. Operation Research and Management Science, 2011, 20(3): 18 – 22. (in Chinese)

[14] Buchbinder N, Kimbrel T, Levi R, et al. Online Make-to-Order joint replenishment model: Primal-dual competitive algorithms [J]. Operations Research, 2013, 61(4): 1014 – 1029.

[15] Ben-David S, Borodin A. A new measure for the study of on-line algorithms [J]. Algorithmica, 1994, 11: 73 – 91.

[16] 曹策俊,李从东,屈　挺,等. 救援物资跨区域调度双层规划模型——考虑幸存者感知满意度和风险可接受度 [J]. 管理科学学报, 2019, 22(9): 113 – 128.
Cao Cejun, Li Congdong, Qu Ting, et al. A bi-level programming model for relief trans-regional scheduling: Taking into consideration survivors' perceived satisfaction and risk acceptability [J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(9): 113 – 128. (in Chinese)

Multiproduct online production strategy in a Make-to-Order system

DAI Wen-qiang, *ZUO Yong-heng*, *SUN Chao-yuan*, *LEI Dong*

School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China

Abstract: The production decision-making of a Make-to-Order enterprise in which the demand is uncertainty is studied. Such enterprises frequently face a scenario that the customer's product order demands varies unpredictably over time, while the set-up cost for producing a single batch of products is high, but enterprises can delay the delivery by paying some delay penalty. An appropriate production strategy to reduce the cost loss, i. e., the decision-making of when to produce which product under uncertain future order demand to optimize the total set-up production cost and delay penalty cost should be of crucial importance. Previous studies have generally assumed that demand information, including order arrival time and order size, fluctuates randomly. However, in reality, such information is often unpredictable and cannot be characterized by probability distribution. Therefore, this paper considers the optimal production decision-making in the case of unknown future order demand from the perspective of online theory. A corresponding mathematical model is constructed, and a competition strategy is designed. It is proved that there is a superior constant competition ratio. Numerical analysis further validates the effectiveness of the strategy.

Key words: online; MTO; competitive strategy; competitive ratio