

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2021.02.004

# 我国系统重要性银行评估：网络层次结构视角<sup>①</sup>

范小云, 荣宇浩, 王博\*

(南开大学金融学院, 天津 300350)

**摘要:** 通过改进性地引入最小密度法解构了我国银行间双边风险敞口矩阵,在此基础上运用密度估计构建了契合我国银行间网络层次结构的核心-外围模型,实证甄别了系统重要性银行,并研究了我国银行间网络关联性和系统性风险.研究表明:1)核心块动态组成作为系统重要性银行在我国银行业网络层次结构中发挥着重要作用;2)我国系统重要性银行规模随时间的变化呈现出“庞大无序-两极分化-多但有序”的三阶段特征,表明我国银行系统日渐稳定,但仍需重点关注系统重要性银行以防范系统性风险;3)金融动荡时期,系统重要性银行与其他银行的关联强度和关联权重下降,积极的监管措施会使不良关联特征得到明显改观.本研究可为逆周期宏观审慎监管、基于银行系统重要性的针对性监管提供有益参考.

**关键词:** 最小密度法;网络层次结构;系统重要性银行;系统性风险

**中图分类号:** F832.33; F832.59 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2021)02-0048-27

## 0 引言

2008年在国际范围内发生的罕见金融危机,极大摧毁了金融主体的信心,也引起了社会各界的重点关注.而2013年“钱荒”和2015年“股灾”等一系列先后在中国触发的极端事件相继表明,连接银行资产负债表的信贷关系网络总体上更为复杂,银行间同业敞口暴露的风险一旦脱轨,其强烈的传导性极易触发金融风险并最终上升为系统性危机.习近平总书记党的十八届五中全会上指出:“今后5年,可能是我国发展面临的各方面风险不断积累甚至集中显露的时期”.此后,在党的十九大报告中再次将防范化解重大风险摆在打好三大攻坚战的首位,近期我国央行、银保监会针对包商银行事件的及时接管更是表明了我国对于金融机构暴露出风险的审慎态度以及重视程度.显然,系统性风险的防范成为我国一项关键的政策优先事项,从防范系统性风险的角度看,预防性监

管在金融监管中至关重要<sup>[1]</sup>.而在宏观审慎政策中至关重要确定金融网络中的关键角色以分清主次<sup>[2]</sup>,这使得通过探索适合我国的银行间同业网络结构,进而甄别系统重要性银行、防范系统性风险具有重要的理论和现实意义.

有效监测和剖析银行业关联网络的结构模型及其动态演化特征,识别系统重要性银行与其作用效应是探索系统性风险产生的原因与制定系统性风险防控有效策略的前提.在系统科学思维下,系统性是一切管理活动的属性<sup>[3]</sup>.而如何能够准确地刻画我国银行业内部网络关系,以系统性的视角防范系统性金融风险,如何能够确保在金融系统性风险防范中做到“图之于未萌,虑之于未有”,无论是在理论研究还是在实践分析上都面临着诸多挑战,更无疑是对系统重要性银行与系统性风险的研究提出了更高的要求,而这正是本文将要深入研究的内容.

① 收稿日期:2019-09-12;修订日期:2020-02-26.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71873070);国家社会科学基金资助重大项目(17ZDA074;18VFH007).

通讯作者:王博(1981-),男,山东齐河人,博士,教授,博士生导师. Email: nkwangbo@nankai.edu.cn

为此,本文首先着力于通过引入最小密度算法,并改进性地以三次估计的方式构建了我国银行间双边敞口矩阵.其次,致力于选择与构建适合我国银行间的核心-外围同业网络模型,该模型的选择是基于网络属性的视角评估矩阵数据与 Erdős 和 Rényi 传统网络模型、Barabási-Albert 网络模型、核心-外围网络模型等三种主流网络模型的拟合度比较得出.在此基础上,为进一步评估我国银行系统的层次结构,本文通过数值模拟综合对比相关系数估计、极大似然估计、CvP 估计与密度估计等四种不同方法下核心-外围模型所呈现地误差,量化得出基于密度估计的核心-外围网络模型是契合我国国情的网络层次结构.最后,本文根据所测度的网络层次结构中核心块银行组成,基于银行部门中介频次分析得到我国银行的系统重要性排名,并进一步分析了我国系统重要性银行的阶段性动态演变特征及主要系统重要性银行与其他银行间的动态关联强度和关联权重.与此同时,本文发现随着监管趋严,处于网络中不同层次的银行贷款业务的增长速度往往分别呈现逆周期的变化趋势.因此,本文的研究创新性地回答了如何从系统性、整体性地网络层次结构研究视角,洞悉银行的系统重要性及其网络关联特征,为宏观审慎监管提供了理论方法和技术支撑.

本文的贡献主要有两方面:一是为获取我国银行间同业拆借双边敞口数据的相关研究提供了借鉴.既有研究多采用最大熵法估计,但其缺点在于形成的银行间网络负债网络并非大量实证研究所表明的稀疏网络关系.即使最大熵加约束条件和交叉熵的方式可在数值上得到稀疏矩阵,却仍无法将信息摩擦这一关键因素考虑到其中.本文从维持交易关系需要成本这一经典事实出发,首次尝试将最小密度法改进性引入到双边敞口数据的获取中,以确保其形成的网络结构能精确还原我国银行间同业网络稀疏异配的现实特征,因此可以用来完善这一领域的研究.二是为商业银行系统重要性的甄别研究提供了较好的基于网络层次结构的切入点.本文通过将网络层次结构模型引入到我国银行网络结构中,发现我国银行间债务网络契合核心-外围层次结构,在此基础上通

过精确测算核心块的动态组成探寻系统重要性银行及其动态关联特征,从而克服了既有研究需要先验假定我国银行间网络层次结构及核心银行组成的局限性,突破了仅仅停留在对核心银行是定量识别系统重要性银行工具的概念性认知,使分析具有了中国特色的理论机理和实证基础,使得我国系统性风险的防范更具针对性.

## 1 文献综述

网络拓扑结构有助于描述、理解和模拟相互关联的金融机构和复杂多变的市场系统.继 Erdős 和 Rényi<sup>[4]</sup>在其关于随机图的研究中首次提出传统网络模型后,Albert 和 Barabási<sup>[5]</sup>根据“择优链接”规则,设计了由初始的小网络新增节点生成无标度大网络的机制.在无标度网络中,少数节点的度数很大,而多数节点度数极小,且节点度数均服从幂律分布. Boss 等<sup>[6]</sup>和 Alves 等<sup>[7]</sup>先后运用这种网络分析法分别对奥地利银行间市场和欧洲大型银行间市场进行实证研究,且均发现银行间市场呈无标度网络特征. Craig 和 von Peter<sup>[8]</sup>认为,在银行系统中的大多数银行往往通过货币中心银行充当中介机构来获取流动性支持而非通过直接贷款,导致银行间债务网络生成分层结构,并据此特性首次将核心-外围网络层次结构模型引入到捕捉银行间债务网络关系的研究中,为探究错综复杂的银行间网络关系提供了新的途径.此后, Fricke 等<sup>[9]</sup>、Leon 等<sup>[10]</sup>和 Brassil 等<sup>[11]</sup>的研究陆续证实意大利隔夜同业市场、哥伦比亚银行市场和澳大利亚隔夜银行市场均表现出核心-外围特征的网络层次结构,而 Aldasoro 和 Alves<sup>[2]</sup>的研究还发现欧洲大型银行网络可以描述为多层网络结构,进而发现意大利银行多层网络也呈现出“核心-外围”特征.与此同时,国内学者对我国银行间市场的研究也陆续出现了核心-外围网络层次结构的先验设定,其中,鲍勤和孙艳霞<sup>[12]</sup>通过假设中国银行间市场满足中心-边缘层次结构分析了我国单个银行破产引发的金融风险传染概率和影响程度,研究发现,相比于完全连接网络,单个银行破产在中心-边缘层级网络中将增大风

险传染的范围和程度.唐振鹏等<sup>[13]</sup>基于网络视角研究了我国上市银行间市场的风险传染,得出了中心-边缘层次结构下系统性风险的传染效果相较于完全网络下更明显的结论.此外,杨海军等<sup>[14]</sup>假定我国银行间市场呈现以五大国有银行为核心,其他中小商业银行为边缘的核心-边缘网络结构,并通过邻接矩阵法模拟了我国银行间市场在核心-边缘网络层次结构中单个银行倒闭和资产价格泡沫破灭情况下的风险传染过程.

国际金融危机后,系统重要性银行的识别成为金融监管决策的首要抓手,也逐步成为学术界关注的重点.伴随网络分析法的不断发展,大量学者将网络分析法应用到银行间债务网络中以研判哪些银行是系统重要性银行,也有部分学者进一步对从确定网络层次结构中的关键节点出发来识别系统重要性银行进行了有益的探索.一方面,在网络分析法下,网络中关键节点的识别多集中于构建指数和测度损失这两方面的探讨.从构建网络指数的视角看,网络中心性是衡量银行重要性最直观的网络属性指标<sup>[15, 16]</sup>.基于银行的网络地位及其交易对手状况有助于反映其在网络中的关联传染程度等信息,Banai等<sup>[17]</sup>构建了包含这些信息的指数来识别系统重要性机构.结合网络结构中的传染风险和银行的个体风险,徐国祥等<sup>[18]</sup>设计了包含网络结构因素的系统重要性指数,评估了中国上市银行系统重要性.从衡量网络损失的视角看,测度银行系统重要性程度在于其破产在于对系统其他部分造成的损失大小<sup>[18]</sup>.范小云等<sup>[20]</sup>通过考虑诱发系统性危机难易程度和最终破产损失大小的方法对中国系统重要性银行进行了甄别.此后,在横截面维度上,范小云等<sup>[21]</sup>结合或有权益分析法和有向无环图技术刻画银行网络中的风险程度,通过衡量银行对其他银行的违约风险和传染风险的影响大小对银行系统重要性进行评估.贾彦东<sup>[22]</sup>则通过依据网络结构因素构造“系统风险曲线”以衡量总体系统性风险,并依次运用“冲击测试”和“Shapley-Value”分别测算单一金融机构对系统性风险的“直接贡献”和“间接参与”两种效应所造成的全系统损失.另

一方面,基于网络层次分析法视角关于银行系统重要性的研究多停留在概念认知层面.追溯到银行间形成交易的源头,小银行和不良贷款较多的银行进入国际市场的机会有限,只能更多地依赖少数贷款银行来满足其大部分流动性需求,从而往往分布在市场的边缘使得其在银行间债务网络中扮演关键节点的概率极低<sup>[23]</sup>.Craig和von Peter<sup>[8]</sup>在其引入核心-外围网络层次结构的文章中,不仅验证了有限数量的货币中心银行在流动性方面起着主导作用,也从理论上说明了系统重要性与银行的网络地位高度相关.此后,Banai等<sup>[17]</sup>也从理论上进行了探究,他们认为,由于分层不是随机的,而是行为驱动的,所以银行系统围绕货币中心银行形成核心组织是有经济原因的,也说明了核心-外围网络层次结构中“核心块”可以作为系统重要性的一个很好的衡量标准.

综上所述,虽然既有文献运用网络分析法来识别银行间债务网络中系统重要性银行的研究很多,但关于洞悉网络层次结构中的关键节点以评估哪些银行是系统重要性银行在文献中却鲜有讨论,要么仅仅将银行间的债务网络层次结构主观先验假定,要么仅仅停留在“核心块”可以作为系统重要性的一个很好的衡量标准这样的概念性论断上.而要运用网络层次模型对银行间市场进行测度,就不得不探索银行间市场的双边敞口数据的获取.既有关于银行间债务网络的文献中,银行间双边敞口数据的获取多采用最大熵法.Upper和Worms<sup>[19]</sup>、Paltalidis等<sup>[24]</sup>分别运用该方法估算得到奥地利和欧元区银行间同业双边风险敞口矩阵.马君潞等<sup>[25]</sup>、鲍勤和孙艳霞<sup>[12]</sup>、方意<sup>[26]</sup>等分别运用该方法建立了我国银行间债务网络,研究了银行破产所导致的系统性风险传染.熵的最大化保证了重构网络具有极大的随机性,但其缺点在于最大熵所产生的银行间负债网络通常要求两家银行间均形成完整的网络,不符合大量实证研究表明的稀疏网络结论.为避免发生全连接网络的问题,隋聪等<sup>[27, 28]</sup>构造无标度网络的邻接矩阵作为先验矩阵,采用交叉熵最大化估计银行间的债务矩阵.尽管这种交叉熵方法也可以得到稀疏矩阵,但仍未能充分考虑信息摩擦,诸多

文献表明信息摩擦与同业监督是解释银行间市场行为的关键因素<sup>[29, 30]</sup>,因而未能充分反映银行间网络层次结构的属性.而 Anand 等<sup>[31]</sup>提出的最小密度方法,从维持关系需要交易成本这一经典事实出发,能够更加精确地还原网络链路稀疏异配的结构特征.

鉴于此,本文的主要研究框架基于核心-外围网络层次结构模型展开,进而厘清我国商业银行的系统重要性.首先,利用最小密度法分别将三类银行间资产和三类银行间负债依次对应估计之后进行加总得到我国银行间双边敞口数据,从而使得银行间双边敞口矩阵的测算更加符合我国国情,以期精确还原我国银行间债务网络的全息景象.其次,基于模型比较的视角评估核心-外围网络层次结构模型的优越性.综合比较主流银行间同业网络模型与我国银行间市场的契合度,证明了核心-外围层次结构是解释我国银行间同业市场网络结构最有力的网络模型,从而克服了以往文献对我国银行间网络层次结构及核心银行的组成进行主观先验假定的局限性.最后,实证测算出我国银行间债务网络呈现出核心-外围网络层次结构特征,并在此基础上通过甄别核心块银行的动态组成,进一步分析我国商业银行的系统重要性,实现了核心-外围网络层次结构中核心组成以定量方式作为识别系统重要性银行工具这一概念性认知向实证分析的突破.

## 2 适合中国银行间的同业网络模型构建与选择

### 2.1 构建银行间资产负债双边网络矩阵

#### 2.1.1 最小密度算法

参考 Anand 等<sup>[31]</sup>的研究,本文采用最小密度估计算法构建银行间的双边敞口矩阵.最小密度算法一般用来解决最优化约束的问题,本文在构建双边敞口矩阵时,记  $c$  为建立银行间借贷关系

的固定成本,  $N$  为银行的数目,  $\mathbb{Z} \in [0, \infty)^{N \times N}$  为双边总敞口矩阵,  $\mathbb{Z}_{ij}$  表示  $i$  银行和  $j$  银行之间的敞口矩阵,  $A_i$  表示银行  $i$  的银行间总资产  $A_i = \sum_{j=1}^N X_{ij}$ , 总负债为  $L_j = \sum_{i=1}^N X_{ij}$ . 那么最小密度方法用公式表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbb{Z}} c \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N 1_{[\mathbb{Z}_{ij} > 0]} \\ \text{s. t.} \\ \sum_{j=1}^N \mathbb{Z}_{ij} = A_i, \forall i = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N \mathbb{Z}_{ij} = L_j, \forall j = 1, 2, \dots, N \\ \mathbb{Z}_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \end{aligned} \quad (1)$$

其中目标函数中整数函数 1 仅当银行  $i$  向银行  $j$  贷款时等于 1, 否则为零.

#### 2.1.2 测度银行间资产负债双边网络矩阵

基于最小密度算法,本文将目前公开可得的其他银行对总敞口数据转变为银行间独立的双边敞口数据,而这正是在构建银行间资产负债双边网络矩阵的过程,更是后续建模分析的前提条件.

首先是样本数据的选取,鉴于我国大中型商业银行的上市时间大多集中在 2007 年前后及其数据可得性,本文将数据跨度选定为 2007 年 1 季度~2018 年 4 季度,共计 48 个季度.样本区内由 32 个银行间市场交易会员组成,所使用的资产负债表数据均来自 Wind<sup>②</sup>.由于构建网络模型需要银行间的双边敞口数据,然而现实只能获取银行对其他银行的总敞口数据,这就迫使在下文的具体研究中需要对样本数据进行测算得出具体的双边敞口数据.从指标数据的选取上来看,随着金融创新与金融监管的发展,商业银行出于监管资本套利、存贷比套利和贷款投向套利的目的,已将同业务发展成为影子银行的一种形式,同业务也由银行之间的短期借贷、资金融通业务

② 样本包括 11 个城市商业银行(宁波银行、郑州银行、青岛银行、江苏银行、杭州银行、西安银行、南京银行、北京银行、上海银行、长沙银行、贵阳银行), 8 个农村商业银行(江阴银行、张家港行、青农商行、无锡银行、常熟银行、成都银行、紫金银行、苏农银行)和 13 个全国性银行(平安银行、浦发银行、华夏银行、民生银行、招商银行、兴业银行、农业银行、交通银行、工商银行、光大银行、建设银行、中国银行、中信银行).

逐渐演变为同业代付、买入返售等方式<sup>[32]</sup>. 我国银行同业资产包括存放同业、拆出资金和买入返售金融资产; 同业负债包括同业存放、拆入资金和

卖出回购. 为此, 本文借鉴方意<sup>[26]</sup>的做法, 根据中国银行部门的实际业务内容, 选取银行间资产和负债的指标数据.

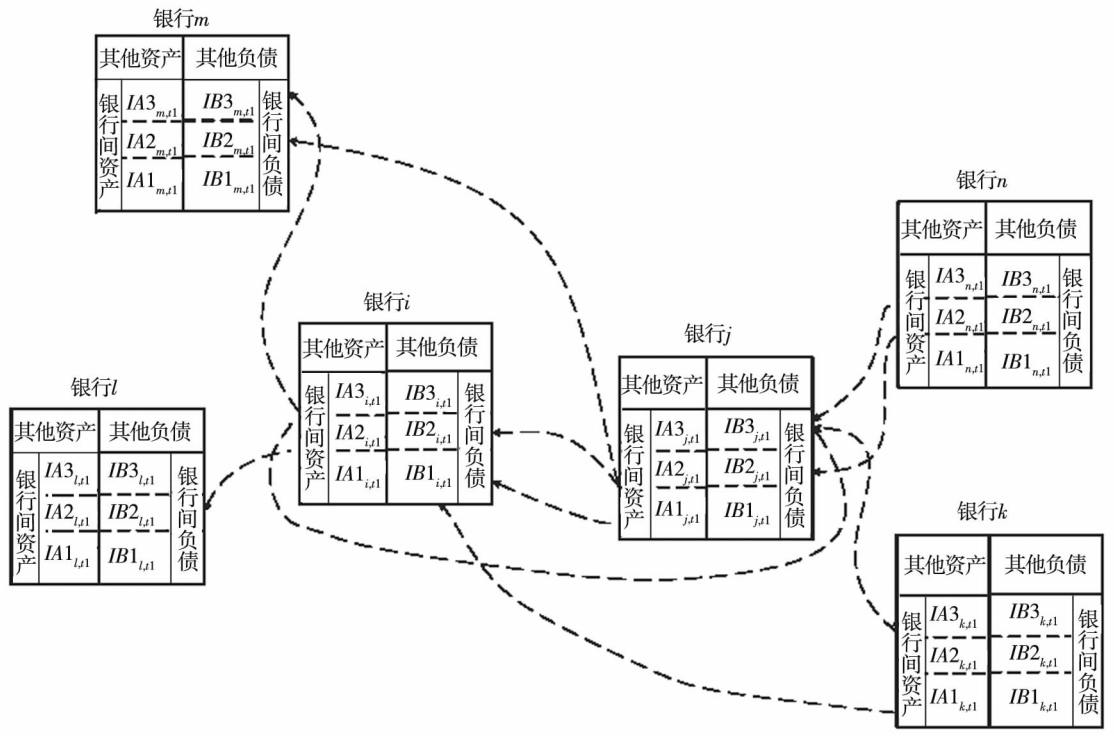


图1 银行资产负债表与同业往来示意图

Fig.1 Bank balance sheets and interbank transactions

如图1所示, 显示了银行间资产负债表及同业往来示意图. 对于时期  $t1$ , 每个银行间的银行间资产和负债均分别由三部分组成. 从上图1可以看出, 根据我国银行间拆借的实际业务往来内容, 银行间同业存放市场、拆入资金与拆出资金市场、买入返售与卖出回购这三个市场同时并存. 更进一步地, 对于任一银行  $i$ ,  $IA1_{i,t1}$ 、 $IA2_{i,t1}$ 、 $IA3_{i,t1}$  与  $IB1_{i,t1}$ 、 $IB2_{i,t1}$ 、 $IB3_{i,t1}$  是相互对应的银行间资产和银行间负债, 不同银行间的同业往来, 也是分别在相互对应的  $IA1$ 、 $IA2$ 、 $IA3$  与  $IB1$ 、 $IB2$ 、 $IB3$  市场上进行拆借. 以银行  $i$  为例, 银行  $i$  的银行间资产包括存放同业和其它金融机构款项 ( $IA1_{i,t1}$ )、拆出资金 ( $IA2_{i,t1}$ )、买入返售金融资产 ( $IA3_{i,t1}$ ); 银行  $i$  的银行间负债包括同业和其它金融机构存放 ( $IB1_{i,t1}$ )、拆入资金 ( $IB2_{i,t1}$ )、卖出回

购 ( $IB3_{i,t1}$ ).

$$IA_{i,t1} = IA1_{i,t1} + IA2_{i,t1} + IA3_{i,t1} \quad (2)$$

$$IB_{i,t1} = IB1_{i,t1} + IB2_{i,t1} + IB3_{i,t1} \quad (3)$$

对本文三类银行间资产和负债数据进行描述性统计, 结果如表1所示.

由表1可知, 近年来, 从业务结构看, 我国银行同业网络体系的各银行间资产和各银行间负债数据相差甚大, 同业资产以买入返售为主, 负债业务以同业存放为主. 祝继高等<sup>[33]</sup>从买入返售金融资产的角度分析了商业银行从事影子银行业务的原因与经济后果, 并发现从事买入返售金融资产的规模越大, 商业银行所面临的风险越高. 故直接将三种银行间资产和负债加总估计, 将有可能导致遗漏掉某些关键的结构链接, 从数据上不能精确地反映网络体系结构特征.

表1 银行间资产负债表描述性统计(2007第1季度~2018年第4季度;单位:元;样本量:1 063)

Table 1 Descriptive statistics of inter-bank balance sheets (1st quarter of 2007 to 4th quarter of 2018; Unit: yuan; Sample size: 1 063)

变量名称	均值	标准差	25%分位数	中位数	75%分位数	最小值	最大值
存放同业和其它 金融机构款项	1.01e+11	1.52e+11	8.73e+09	4.18e+10	1.16e+11	0	8.05e+11
拆出资金	9.92e+10	1.40e+11	4.82e+09	3.65e+10	1.36e+11	0	7.82e+11
买入返售金融资产	1.56e+11	2.08e+11	1.02e+10	6.91e+10	2.09e+11	0	1.04e+12
银行间资产	3.40e+11	4.13e+11	2.66e+10	1.96e+11	4.84e+11	0	1.95e+12
同业和其它金融机构存放	4.08e+11	4.76e+11	2.30e+10	2.17e+11	6.87e+11	0	2.12e+12
拆入资金	7.62e+10	1.13e+11	4.74e+09	2.58e+10	9.50e+10	0	5.78e+11
卖出回购	5.42e+10	8.55e+10	9.41e+09	2.77e+10	6.69e+10	0	1.05e+12
银行间负债	5.28e+11	6.21e+11	4.16e+10	2.74e+11	8.37e+11	0	2.89e+12

为此,本文拟分别将三类银行间资产、三类银行间负债分别对应估计之后再行加总得到银行间双边敞口数据.估计双边敞口数据的具体步骤如下:1)针对三类银行间资产和负债,分别得到其总敞口数据.其中,第一对银行间总资产、银行间总负债分别为 $IA1_{i,t}$ 与 $IB1_{i,t}$ ,第二对分别为 $IA2_{i,t}$ 与 $IB2_{i,t}$ ,第三对分别为 $IA3_{i,t}$ 与 $IB3_{i,t}$ .2)针对三类银行间资产和负债,分别构建三组双边敞口矩阵.具体而言,对上述每一对银行间总资产、银行间总负债分别利用最小密度算法进行估计,总计需要利用三次最小密度算法.3)构建加总的双边敞口矩阵 $X_{ij}^{N \times N}$ .该矩阵由上一步得到的双边敞口矩阵将对应位置数据相加得到<sup>③</sup>.由此,计算得到的双边敞口数据,可以较为全面的反映我国银行间同业往来的全息景象,同时也为后文探讨银行间市场拆借的网络结构奠定了基础.

## 2.2 核心-外围网络模型的优越性:模型比较视角

拟利用银行间拆借市场的双边数据,构建季度频率上的无权有向网络模型,以捕获一些有噪音却在加权网络中受到忽视的连接,从而保证模拟中能够最大限度地利用来自潜在网络结构中的

信号.目前,关于刻画银行同业网络的无权有向模型而言,存在三种主流方法,分别是 Erdős 和 Rényi 传统网络模型、Barabási-Albert 网络模型、核心-外围网络模型.就三种方法而言,不同方法适用性不尽相同,而若要寻求契合我国国情的网络模型就需从网络属性角度方面出发评估三种模型与我国现实情况的拟合度,这是由于网络属性具有能够很好地捕获和解析网络连通性和节点重要性的结构性特征.

### 2.2.1 银行间同业拆借网络属性

#### 1) 无权有向网络

银行同业网络中,最基本的属性为一组“节点”(银行)和一组“链接”,链接可能存在于每一对节点之间,显示二者之间的借贷信息.链接根据是否包含流动方向的信息决定是否“有向”,根据是否包含流量大小的信息决定是否“加权”.同时,定义“活跃”银行为至少与其他银行间存在一个链接,否则,意味着该银行不参加银行间市场,不属于本文研究范畴.

拟构建银行间无权有向网络模型,以便于用“邻接矩阵”表示.如果 $n$ 是系统中的银行数,则邻接矩阵的维数为 $n \times n$ .从节点 $i$ 到节点 $j$ (即银

③ 由于本文样本银行并没有包含全部银行,所以整个样本银行的银行间总资产之和并不等于银行间总负债之和,从而最小密度算法需要经过一定的变换才能使用.为此,借鉴一般做法(方意<sup>[26]</sup>),假设一个虚拟银行,这个虚拟银行的作用在于让银行间总资产之和等于银行间总负债之和.比如,样本银行的银行间总负债之和为100单位,样本银行的银行间总资产之和为95单位,则这家虚拟银行的银行间总资产为5单位,银行间总负债为0单位.

行  $i$  贷款给银行  $j$ ) 的链接由该矩阵的第  $i$  行和第  $j$  列中的 1 表示. 如果这些节点之间在这个方向上不存在链接, 则此矩阵的第  $i$  行  $j$  列元素等于零. 由于银行在银行间市场不向自己放贷, 也就意味着网络模型对应的邻接矩阵对角线元素均为零, 因此在实际研究中均不考虑邻接矩阵对角线元素.

### 2) 中心度

中心度由入度和出度组成, 用来描述各个节点在关联网络中的重要程度. 其中, 入度指的是指向该节点的射线数量, 相应的, 出度指的是由该节点输出的射线数量. 若考虑各边的权重, 则可以计算出加权入度和加权出度.

一个给定的银行间关联强度为银行间产生的链接关系数量之和. 银行  $i$  的“入度中心度”(ID) 是银行  $i$  的借款发生数目, “出度中心度”(OD) 是其贷款关系数目, 则银行间无权有向借贷网络中心度(CD) 计算公式为  $CD = ID + OD$ . 一个银行中心度值越大意味着与其直接相连的银行数越多, 该点越处于网络的中心位置, 拥有更大的权利和影响力. 不同的网络理论模型产生不同的度分布, 比较理论网络模型与真实网络模型的度分布有助于理解一个给定的网络如何形成, 以及网络中节点和链接数的增减如何改变既定网络<sup>[34]</sup>.

### 3) 网络密度

网络密度衡量了网络中节点之间的链接数目占总节点中所有链接数目的比例, 反映了整个网络中各节点之间关联疏密程度. 因此, 银行间债务网络中各经济体关系越多, 相应地网络密度越大. 考虑到银行业同业借贷市场是一个有向的关联网络, 则各经济体之间可能存在的最大链接数为  $N(N-1)$ , 由此根据邻接矩阵可得有向网络密度为

$$d = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N a_{ij}}{N(N-1)} \quad (4)$$

其中  $a_{ij}$  为邻接矩阵的第  $i$  行  $j$  列元素,  $N$  为网络中活跃银行数目.

## 2.2.2 银行间借贷网络模型理论分析

### 1) Erdős-Rényi 传统网络模型分析

Erdős-Rényi 模型中, 将随机图定义为由  $N$  个节点及随机从这些节点对应的  $N(N-1)/2$  个可能的边中随机选择的  $n$  个边组成. 该模型假定任意两个节点之间的每一个可能的链接都可以一定的独立和相同的概率  $p$  发生, 因而出度和入度为二项同分布. 入度为  $k$  的节点的随机概率为

$$P(X = k) = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{n-1-k} \quad (5)$$

其中, 模型中两个随机选择的节点至少在一个方向上连接的概率是  $p^2 + 2p(1-p)$ . 随机图的构造过程常被称为进化: 从  $n$  个孤立顶点开始, 通过随机边的连续加法发展, 在这个过程不同阶段得到的图对应着越来越大的连接概率  $p$ , 最终得到一个完全连通图.

### 2) Barabási-Albert 无标度网络模型

Barabási-Albert 网络模型根据“择优链接”机制生成的网络模型. “择优链接”机制是指一个新节点与已存在的节点相连接的概率与该节点的度成正比关系, 由此存在一些节点较其他节点更优先被选择. 因而, 伴随着网络结构的增大, 将会产生较大数量的弱链接节点, 和一些小数量的强链接节点. 就银行间借贷网络市场而言, 银行异质性特征会影响贷款市场竞争和关系型信贷, 而其中具有连接倾向的异质性更是促进了群落性结构的生成<sup>[35, 36]</sup>. 最终, 网络中所有节点的度的概率分布生成度分布, 用来以宏观统计形式描述整体网络结构特征的重要变量.

具体来说, 若记在时期  $t(t = 1, 2, \dots)$  产生新的节点, 由于每个时期产生一个新的节点, 则在  $t$  时期后, 产生  $N_t = t + m_0$  个节点. 每一个新的节点与原来的  $N_{t-1}$  节点形成  $m(m < m_0)$  个无向节点. 每个节点形成新链接的概率依赖于每个节点的原有链接数. 如果节点  $i(i \in \{1, 2, \dots, N_{t-1}\})$ , 在时期  $t$  前为  $k_{i, N_{t-1}}$ , 那么在新的节点和节点  $i$  之间生成新链接的无条件概率为

$$P_i(ij) = \frac{k_i, N_{i-1}}{\sum_{j=1}^{N_{i-1}} k_j, N_{i-1}} \quad (6)$$

在这个模型中,网络尾部渐进的度分布遵循一个幂律分布,其衰减参数在 2 和 3 之间,用公式表示为

$$P(X = k) = Ck^{-\tau} \quad (7)$$

其中  $C$  是一个常数,以保证概率和为 1. 由于幂律分布没有明显的特征尺度也称为无标度 (scale-free) 分布,该网络又被称为无标度网络.

### 3) 核心 - 外围网络层次模型 (CP 模型)

Craig 和 von Peter<sup>[8]</sup> 首次将核心 - 外围网络层次模型引入银行间市场,该模型试图将银行体系分成“核心”和“外围”两个子集,从而生成分层网络结构. 在该网络层次结构中,“核心”子集位于顶层,包含了作为系统中心的银行,这部分银行充当金融中介从其他核心银行或一些外围银行发生直接或间接的借贷,核心银行属于“顶层银行”集合中的一个元素;而“外围”子集则相对位于底层,外围银行与核心银行之间可以存在直接借贷关系,或以与其直接相连的核心银行作为金融中介间接参与到银行间市场,但不能通过其他外围银行参与到银行间市场中,对应“核心银行”来讲,外围银行是“底层银行”集合中的一个元素. 具体来说,这种分层结构需满足如下三个假设条件:①顶层银行由核心银行组成,核心银行都是以双向方式相互联系的;②底层银行由外围银行构成,外围银行不相互贷款. ③核心银行向至少一家外围银行放贷和借款.

如下图 2 显示了由 8 家银行构成的标准核心 - 外围模型的银行间网络示例图. 在该网络模型图中,银行 A、B、C 相互之间有双边联系,同时, A、B、C 银行分别至少与其余 5 家银行存在 1 个拆借链接. 因而,银行 A、B、C 满足核心银行的条件,都是度数较高的核心银行. 而顶层银行则是指的银行 A、B、C 所组成的集合,底层银行由外围银行 D、E、F 和 H 组成. 外围银行 H 若想与核心银行取得借贷关系,可以直接拆借给核心银行 A,从而与

其相连的顶层银行 A 发生直接借贷联系,或依靠顶层银行 A 作为金融中介获取核心银行 B、核心银行 C 的间接借贷关系. 因而,外围银行仅仅通过顶层银行与核心银行存在借贷关系,而不能通过任何其他外围银行与核心银行取得借贷关系.

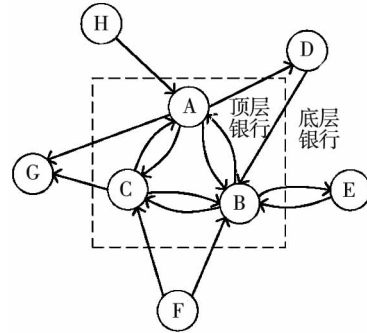


图 2 核心 - 外围模型示例

Fig. 2 Example of core peripheral model

Craig 和 von Peter<sup>[8]</sup> 认为核心银行本质上是在银行同业网络中发挥核心作用的特殊中介机构,且理论上网络中可以存在多个扮演核心机构的角色,作为周边许多较小银行的中介. 与此同时,正因为顶层核心银行相互之间借贷并充当底层外围银行中介的多职能关系,顶层银行相对于底层银行有更高的度,模型表现出具有少量的高度节点和大量的低度节点,且这种核心 - 外围层次块模型并不需要顶层或底层的银行分别具有统一的度数. 因而,这种层级结构是一个高度稳健的稀疏网络,且相对于无标度网络具有更大比例的高度数节点.

基于上述分析,可以运用邻接矩阵显示构建的核心 - 外围模型,一旦银行被分类,核心银行的借贷关系在邻接矩阵中分别被表示为第一行和第一列,CP 网络中的邻接矩阵可以分为 4 个模块

$$M = \begin{pmatrix} CC & CP \\ PC & PP \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & CL \\ CB & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

核心块 (左上角) 是一组单位矩阵 (除去对角线上元素), 因为一个 CP 网络中, 每个核心银行都可以向其他核心银行借贷. 外围块 (右下角) 是一个零块, 表示 CP 网络中外围银行仅仅向核心银行



借或贷. 矩阵中每块的密度等于该块实际链接数占所有可能链接数的比例. 同时, 标准的 CP 结构需要一个核心银行从至少一家外围借或贷 (借贷对手方不一定是一致的). 这些表示成 CL (核心借款) 或者 CB (核心贷款) 模块各自选择行或列块的值.

然而, 概念上很难从核心 - 外围模型的定义中分离出高度相关的核心与相应的外围组成, 往往得到的核心 - 外围模型既包含分层结构又包含噪声, 而实际中, 核心 - 外围模型中的核心 - 外围结构往往不会先验给出, 因此能够准确识别分层结构模型中的噪声就显得尤为重要.

### 2.2.3 我国银行间借贷网络模型分析

为解锁我国银行间同业关系网络布局, 基于前文 2.2 的理论原理, 从三种不同模型中对比探索适合我国银行间样本时间跨度内网络关系的最优模型. 为便于可视化分析, 本文首先将通过构建度分布的方式评估 Erdős-Rényi 传统网络模型、Barabási-Albert 网络模型两种方法与样本数据的拟合度, 从而判断两种模型与样本跨度内我国银行业网络关系是否契合. 由于本文样本内节点入度和出度度数上界均较高, 故将其进行标准化处理, 并结合前文 Erdős-Rényi 传统网络模型、Barabási-Albert 网络模型的节点概率分布原理, 得到对数标准化后的度分布图, 如图 3 所示. 结合图 3 来看, Barabási-Albert 模型的幂律分布应为一条直线, 与我国银行间季度网络标准化的入度和出度分布实际不相符, 这表明样本网络模型既不遵循 Barabási-Albert 模型的幂律分布, 而且不遵循任何的幂律分布, 因此可以得到我国银行间借贷网络在样本期间并非是“无标度”网络, 故排除该模型; 而就 Erdős-Rényi 网络模型的分布图来看, 与我国银行间实际分布整体趋势相近. 加之核心 - 外围网络模型度分布无法获取, 致使模型的选定需进一步作出概率质量函数图 (见图 4), 以具体观察网络中每一可能度数下所对应的概率.

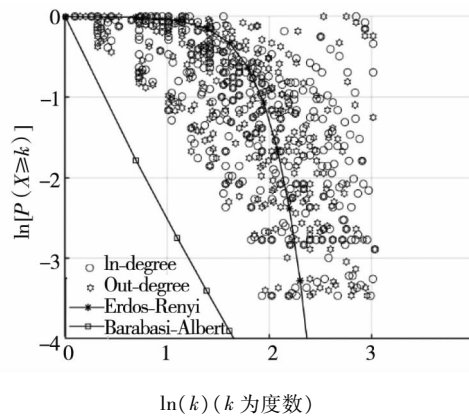


图 3 度分布

Fig. 3 Degree distribution

如图 4 所示, Barabási-Albert 模型所对应的无标度网络随着  $k$  的增加而显著下降, 在平均节点数超过 4 时, 则趋于 0. 因而, 无标度网络产生大量的低度节点和少量的高度节点; Erdős-rényi 模型所对应的曲线随着银行网络平均借贷数目的增加先上升, 在节点数为 6 时达到最高点, 概率最大, 随后开始下降, 表明传统的 Erdős-rényi 模型对应大量的中度节点. 与此同时, 样本数据所呈现出来的我国银行间借贷网络特征与无标度网络类似, 随着  $k$  的增加, 对应的入度和出度概率值则逐步下降, 当  $k$  超过 8 后, 入度和出度概率均迅速低于 0.05, 因而样本数据网络虽非无标度网络, 但仍有大量的小度节点和较大量的中度节点以及少量的高度节点, 且度分布有规律的逐层下降. 这表明样本银行间网络既不遵循 Barabási-Albert 模型, 也不匹配 Erdős-rényi 模型.

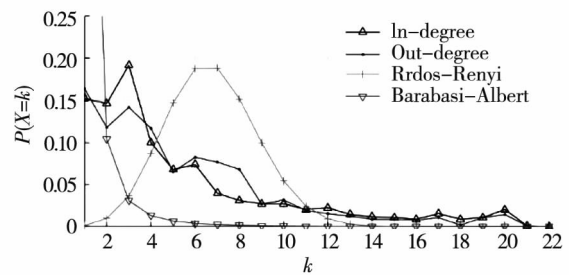


图 4 概率质量函数

Fig. 4 Probability mass functions

注:  $k=1$  处值为 0.83

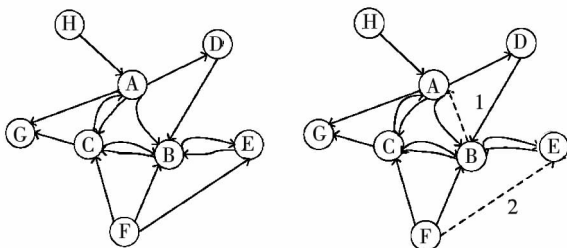
基于前面对核心 - 外围模型的介绍, 该模型具有分层结构且并不要求每层银行的度数相同, 这是因为核心 - 外围模型允许位于核心的顶层银

行不仅仅相互之间有同业往来,还可以充当金融中介与外围银行之间有借贷业务.有鉴于此,综合对比结果得出,核心-外围模型符合我国银行业网络拆借结构.此外,从图 4 中在中度数区域相对平坦的概率分布中可以得出,这一方面可能是由于每层银行可能会出现不同度数的情况;另一方面也可能是由于网络中包括分层结构和一些噪声,为综合考虑各种可能性,用于识别分层结构的任何方法必须能够首先区分分层因子组成与噪声.

### 2.3 核心-外围网络模型的识别方法选择

#### 2.3.1 核心-外围网络模型的测算理论

对于网络的任何给定 CP 分层结构,存在两个邻接矩阵,分别为基于理论模型的标准 CP 邻接矩阵和基于数据的实际邻接矩阵.网络结构只能尽可能的与核心-外围模型拟合,却难以达到完全契合,这就导致对于给定的 CP 分层,标准的分层结构和实际网络的分层结构之间往往会不可避免的产生误差,如两个外围银行间的链接冗余或两个核心银行之间的链接缺失等.如图 5 所示,(a)图表示任意一个具备核心-外围特征的银行间同业市场网络层次结构无权有向示例图,与其契合的标准核心-外围结构则由(b)图呈现.其中,虚线 1 显示两个核心银行之间的链接缺失.虚线 2 显示两个外围银行间的链接冗余,1 和 2 两条虚线即为契合标准核心-外围网络层次结构时的误差链接数.误差只能尽可能缩小,却难以完全去除,而包括相关系数估计、最大似然估计、CvP 估计和密度估计等识别 CP 分层结构的不同估计方法对标准 CP 结构的拟合程度参差不齐,因而权衡比较选取误差最小的估计方法就显得至关重要.



(a) 无权有向网络示例 (b) 拟合核心-外围模型

图 5 银行间核心-外围模型示例

Fig. 5 Interbank core-peripheral model

#### 1) 相关系数估计

给定任意 CP 分层,仅观察标准邻接矩阵与实际邻接矩阵这两个邻接矩阵的核心(左上角)和外围(右下角)块,对核心和外围块的元素按下式计算得到标准邻接矩阵与实际矩阵间的皮尔逊相关系数.

$$\frac{\sum_i \sum_{j \neq i} (R_{ij} - \bar{R})(I_{ij} - \bar{I})}{\sqrt{\sum_i \sum_{j \neq i} (R_{ij} - \bar{R})^2 (I_{ij} - \bar{I})^2}} \quad (9)$$

其中  $R_{ij}$  对应实际邻接矩阵中第  $i$  行  $j$  列的值,  $\bar{R}$  是这些元素的平均值,  $I_{ij}$  和  $\bar{I}$  是标准邻接矩阵中的等价值.当  $R_{ij} = I_{ij}$  时,求和公式中的每个元素都是正的,否则将会有负值出现,这表明要寻找的误差最小化的 CP 分层结构等价于相关系数最大的估计结果.特别地,若所得到的模型能够真实还原标准 CP 分层,那么相关系数为 1.

#### 2) 最大似然估计

对于一个给定的 CP 分层,最大似然估计测算方法假定核心-外围模型所对应的真实邻接矩阵每个模块中的链接均依据上述 Erdős-Rényi 随机网络中生成,最大似然估计下的 CP 分层即是最大化网络链接概率分布的核心-外围分层结构.

具体来说,将  $n \times n$  邻接矩阵(A)依据银行间的拆借链接关系划分为四个块:CC、CP、PC 和 PP.假设各个块中的链接根据 Erdős-Rényi 随机网络生成且相互独立,邻接矩阵的所有联合概率函数是  $N(N-1)$  伯努利分布的乘积

$$f(\mathbf{A}) = \prod_i p_i^{\lambda_i} (1 - p_i)^{s_i - \lambda_i} \quad (10)$$

其中  $s_i$  表示第  $i$  块可能的链接数,  $\lambda_i$  是第  $i$  块的实际链接数.每家银行作为核心或外围块参与到四块的构成中,联合概率分布通过  $N+4$  个参数来定义( $N$  个银行核心与外围的界定和四个概率  $p_i$  参数,  $i = 1, 2, 3, 4$ . 具体分析过程见附录 A).

基于最大似然估计测算核心-外围模型,如果不考虑非对角块,真正的标准 CP 网络分层会产生极大似然函数的最大值.这也表明,如果满足标准 CP 结构的特征时,极大似然估计将会发现最优 CP 分层,因而极大似然估计被认为具有良好的渐进性质.

### 3) CvP 估计

CvP 估计是一种显式的误差最小化方法,该估计量通过比较选择使标准的邻接矩阵与实际邻接矩阵之间的链接错误数最少的 CP 分层. 本文利用该模型误差函数的简单形式理解和评估不精确地来源

$$e_{CvP} = e_{CC} + e_{PP} + e_{CP} + e_{PC} \quad (11)$$

其中,对于给定的 CP 分层,  $e_{CC}$  是由核心块链接缺失引起的错误数,  $e_{CP}$  和  $e_{PC}$  用来衡量核心银行与外围银行间不存在借/贷款需求等引起的错误数.  $e_{PP}$  是由于外围块存在链接而产生的错误数. CvP 估计的特征是两个外围银行之间存在链接与两个核心银行间链接缺失对误差函数具有相同影响. 表面来看,这两种情况下与标准 CP 结构之间的距离无差异,这种设置是合理的,但这种相等的加权未考虑每个块内的预期错误数,如若外围银行之间的生成链接或是核心银行间链接的缺失等噪声增加时,更是可能导致对真正核心块的大小造成高估或低估. 考虑到精确估计不应受噪声增加的影响而产生系统偏差,进一步简化假设,着重关注 CvP 估计量在确定核心的真实大小方面的性能,以便于分析评估不同的估计方法.

#### ①简化假设

**假设 1** 银行的连续性. 假设网络由一个连续的银行组成,这些银行被标准化到单位区间  $[0,1]$ ,因此每个银行对 CvP 误差函数影响都无穷小. 因而  $N = 1$ ,  $c$  为核心银行的份额.

**假设 2** 银行具有代表性. 通过假设真实外围银行的任何子集对 CvP 误差函数的影响与任何其他等大小的真实外围银行子集一样,来关注核心规模的估计. 即真实外围银行的每一个大小相等的子集对误差函数的作用相同.

**假设 3** 核心 - 外围模型是适合的. 考虑到一个网络结构中可能包含真实的核心 - 外围结构和“噪声”,本文排除噪声占主导地位的可能. 特别地,在后文估计过程中,假定  $d_c > d_o > d_p$ ,其中,  $d_c$  是核心块的链接密度,  $d_o$  是真实非对角块

的链接密度,  $d_p$  是真实外围块的链接密度. 在这种设定下,噪声通过从核心块移除链接(设置  $d_c < 1$ )或者从外围块增加链接数目(设置  $d_p > 0$ )而添加到标准 CP 结构中,以确保噪声不会导致网络偏离真正的核心/外围结构而产生太大的偏差,核心 - 外围模型是适合的.

#### ②简化假设下的误差函数

通过简化假设,误差数目可以结合邻接矩阵的变化来求解. 具体来说,如下图 6 所示,左右两图中两条垂直的线段表示 CP 分层线,分层线的左上角和右下角分别对应于邻接矩阵中的核心块(CC)与外围块(PP),左下和右上非对角块分别对应于 PC 和 CP 块. 左图表示简化假设前,具有核心 - 外围层次结构和一些噪声的银行间网络的分块邻接矩阵. 其中,矩阵中的每一行/列表示一个银行的贷款/借款. 通过简化假设,可以发现识别出真正 CP 分层后的邻接矩阵接近于图 6④.

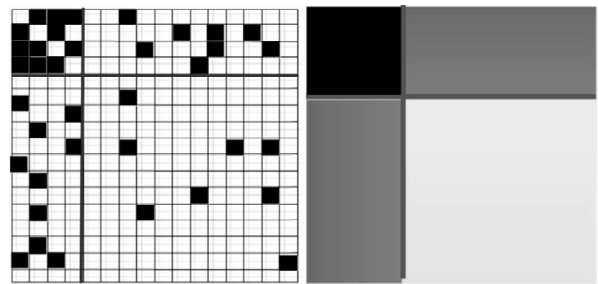


图 6 假设前后分块邻接矩阵

Fig. 6 Sorted adjacency matrices

注:图中垂直加粗的两线段表示层次块结构中 CP 分层线,对应于式(8)的分块邻接矩阵;黑色方块表示在邻接矩阵中值为 1,白色表示邻接矩阵中值为 0;此外,颜色越深,表示该块中链接密度越高(黑色表示密度为 1,白色表示密度为 0)

在没有简化假设的情况下,每个银行必须定义为核心或外围,CP 分层由  $N$  个二进制变量定义. 在简化假设后,根据图 6 中右图,CP 分层结构可以由真核但被放置在外围的银行的份额( $x$ )和在真正外围的银行被放在真核中的份额( $y$ )来定义. 也就是说,记核心银行的真正的份额是  $c_T$ ,真核但被放置在外围的银行的份额  $x$  和在真

④ 银行具有连续性(假设 1)意味着每一家银行都有一个零测度,因而图 6 中右图可以被阴影化. 更进一步地,由于离散情况下不贷款给自身的性质而使得对角线的元素被排除在外,在连续情形下则可以被包含在其中. 以核心块最大可能误差数为例,简化假设后,可能误差数由假设前离散情形下的  $c(c-1)$  转变为  $c^2$ . 银行具有代表性(假设 2)表明真实核心银行块、真实外围银行块的任何子集具有相同的链接密度,从而真实的 CP 分层下,每个块内具有相同的阴影,每个块内的任意子集对误差函数的作用相同.

正外围的银行被放在真核中的份额  $y$ , 那么  $x \in [0, c_T], y \in [0, 1 - c_T]$ , 核心银行的份额(如 CP 分层后)是  $c = c_T - x + y$ . 核心的精确估计是设置  $x = y = 0$ .

因此, 简化假设后, 利用网络参数  $\{d_c, d_o, d_p, c_T\}$  和变量  $\{x, y\}$ , CvP 误差函数变为

$$e_{\text{CvP}} = (1-d_c)(c_T-x)^2 + 2(1-d_o)(c_T-x)y + (1-d_p)y^2 + d_c x^2 + 2d_o(1-c_T-y)x + d_p(1-c_T-y)^2 \quad (12)$$

当 CP 分层不正确时, 简化 CvP 误差函数可以很好地解释(如图 7):

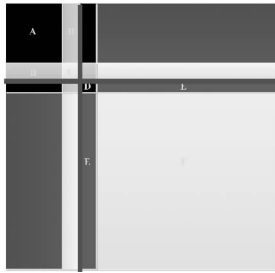


图7 分块邻接矩阵(假设条件下)

Fig. 7 Sorted adjacency matrix (with assumptions)

注: 图中垂直加粗的两线段表示一个正确的 CP 分层

A:  $(1-d_c)(c_T-x)^2$ : 由于位于核心中的真正核心银行之间缺少链接而产生的错误(在标准的 CP 结构中, 核心内链接的密度  $d_c$  等于 1);

B:  $(1-d_o)(c_T-x)y$ : 真正的外围银行被错误的放在核心与核心块中真正的核心银行之间的链接缺失而产生的误差;

C:  $(1-d_p)y^2$ : 被错误地放在核心的真正的外围银行之间的链接而引起的误差;

D:  $d_c x^2$ : 由于真正的核心银行误放在外围而产生的误差链接数(在标准的 CP 结构中, 外围的链接密度为零);

E:  $d_o(1-c_T-y)x$ : 由于真正的核心银行被错误的放在外围和外围块真正的外围银行所产生的链接误差数;

F:  $d_p(1-c_T-y)^2$ : 由处于外围块的真正外围银行之间的产生链接而引起的误差数.

只要  $d_p > 0$ , 则没有任何 CP 分层的非对角块错误. 如若允许  $d_p = 0$ , 增加了误差函数的复杂性, 所以在本文中排除了这个不可能的边界场景(具体求解过程见附录 B).

#### 4) 密度估计量

Brassil 等<sup>[11]</sup>首次提出了测度核心-外围网络分层结构的密度估计方法, 该方法不同于 CvP 估计关注误差链接数目, 而是致力于每块的误差密度. 具体来说, 通过每块中可能的误差链接数目除以每块中可能的链接数目作为每块的密度, 将求解得到的邻接矩阵所有块的密度和作为密度估计量. 因此, 密度估计量测算的网络结构是最小化如下误差函数的 CP 分层(具体估计过程见附录 C)

$$e_{\text{DB}} = \frac{e_{\text{CC}}}{c(c-1)} + \frac{e_{\text{PP}}}{(N-c)(N-c-1)} + \frac{e_{\text{CP}}}{c(N-c)} + \frac{e_{\text{PC}}}{c(N-c)} \quad (13)$$

#### 2.3.2 数值模拟及其敏感性诊断

为评估四种估计方法的优劣, 选择最适合我国银行间核心-外围模型的估计方法, 本文采用数值模拟法模拟了四种估计方法下, 随着银行借贷网络层次结构中核心银行数量增加, 误差程度大小关系.

##### 1) 参数设定与误差模拟分析

为了执行数值分析, 首先, 一方面, 假设  $d_c > d_o > d_p$ . 通过允许真核心块和真外围块内的链接密度随机偏离它们的标准密度来包含噪声因素, 但如若链接密度过度偏离将会导致 CP 模型不适合, 为此, 假设  $d_c > d_o > d_p$ ; 另一方面, 假定  $1 - d_c < d_p$ . 在季度性网络中, 噪声更大概率发生于冗余链接而非缺失链接, 因而, 有必要将真核心块中的噪声限制为小于真外围块中的噪声. 在验证上述两个假设条件后便可根据 Erdős-Rényi 模型进行分配. 其次, 若假设存在  $N$  个银行, 那么潜在的 CP 分层数目为  $2^N$ , 而就我国银行间数量而言, 其潜在的 CP 分层数目极大, 这就导致通过搜索所有可能的分块来寻找每个估计量的全局最优并非最优的解决方案. 为此, 对于每个估计量和每个可行网络的分布构造  $N/2$  个随机起点, 并通过运行“贪婪算法”来寻找与每个起始点相关联的局部最优, 从而使得每个估计量的性能将取决于其理论性质和贪婪算法寻找全局最优的难易程度. 此外, 若算法精确的估计出核心银行的数目却在核心块中包含了外围银行, 那么即使这种估计并不影响核心大小, 这种错误的核心组成仍需被

记为错误. 最后,从“可行域”网络分布中执行 10 000个抓取. 根据对网络属性的描述性统计结构,本文样本时间跨度内每个季度活跃银行的平均数量在 22 左右,平均网络密度是 0.27<sup>⑤</sup>. 为执行误差分析,可行的网络分布域的初始限制条件为  $n = 22$ ,密度  $d = 0.27$ ,通过设计四种不同估计方法下对不同的真核大小进行 10 000 次抓取,进而观察得到不同估计方法下不同真核大小所对应的误差数目,如图 8 所示.(构造模拟抓取的具体过程详见附录 D)

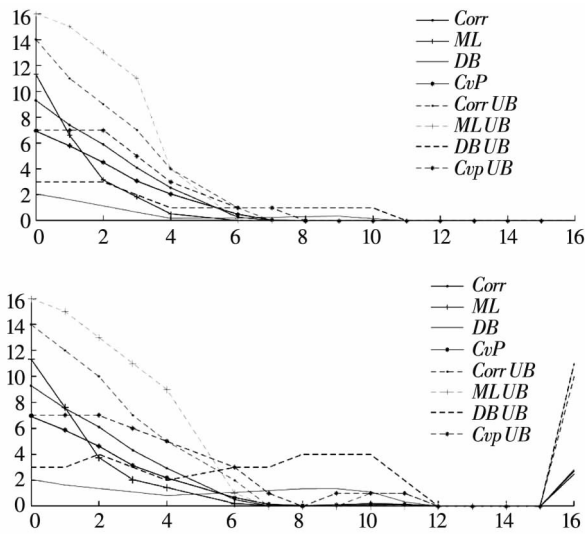


图 8 分类估计误差数

Fig. 8 Number of incorrectly classified banks

注: 其中 *Corr*、*ML*、*DB*、*CvP* 分别代表核心-外围模型中的四种估计方式;实线表示平均数(密度估计值);虚线则表示第 95 百分位数

图 8 从上到下分别显示了核心密度为 1 和不为 1 两种情况下不同估计量错误分类的银行数,其中,上图表示在核心块中没有缺失链接,下图表示在核心块中允许有链接缺失情况下的估计结果. 以下分析中,为使表述更为具体,将上下图分别简称为图 8 上和图 8 下. ①如图 8 上,当真核银行数目超过 11 时,各个估计量及其第 95 百分位数的情况下,均表现为高度精确,不存在偏差. 当真核银行数目小于 11 时,无论是各个估计的所显示的误差数目,还是第 99 百分位数的结果,密度估计下的核心-外围银行模型中核心块的偏差程度均远低于其他三种估计的模拟值. 因此,核心

密度为 1 时,密度估计下的核心-外围模型误差最小. ②如图 8 下,若存在噪声,核心块密度小于 1,对比图 8 上,略有差别的是,在核心银行数目超过 15 时,各个估计量的误差稍高于核心密度为 1 的情况. 然而,从整体来看,密度估计无论是平均误差数还是第 95 百分位数误差曲线下,密度估计量的估计精度明显高于其他三个估计量的结果. 因此,当没有关于核的真实大小的先验信息时,密度估计是最优越的估计量.

### 2) 数值模拟与真实数据比较

为了进一步考察数值模拟对真实核心-外围网络模型的解释度,将数值模拟结果得到的各个估计方法下模型中核心块的组成,与真实核心银行数目进行对比分析.

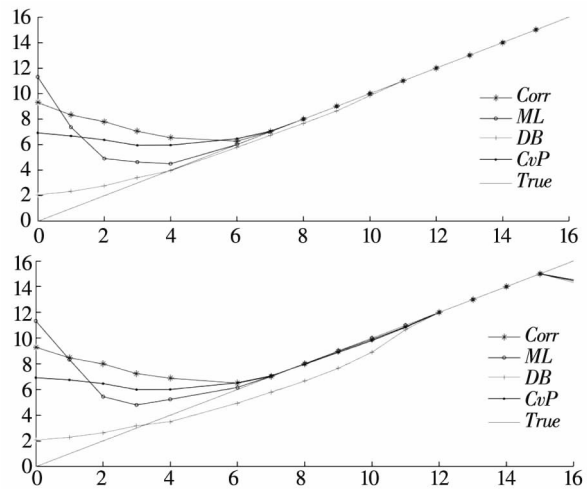


图 9 核心大小估计量

Fig. 9 Number of estimated core banks

如图 9 所示,图 9 上、下两图分别为由核心密度为 1 和核心密度小于 1 两种情况下四种估计方法所得模型核心大小以及真实核心大小 45 度线所构建的图形. ①由图 9 上中对比可知,不同估计方法拟合结果在真正核心银行数目超过 6 之后,一致性地与真实核心银行块的组成相吻合. 在真实核心银行数目在  $[0, 6]$  区间内,各个不同估计方法的拟合结果大相径庭,其中相关系数估计方法偏差最大,密度估计方法极为接近,基本一致. 因而,在核心块密度为 1 的标准情况下,密度估计拟合度最高. ②由图 9 下可得,类似核心密度为 1

⑤ 详见本文 3.1 节.

的情景,核心块组成超过6时,相关系数、最大似然和CvP等估计效果与真实核心银行数目误差极小,而密度估计在大于6的区间内相对其他三个估计的结果,与真实核心银行数目偏差稍大.但若考虑整个横轴区间,密度估计所对应的曲线则明显小于其他三个曲线与45度线之间的面积.因而,在核心块密度小于1时,即当我国银行间同业核心-外围网络模型中存在噪声时,密度估计依然是评估我国银行间同业核心-外围模型的最佳方法.

综上所述,从比较的计量结果看,基于密度估计的数值模拟结果,无论是在误差分析还是在与真实核心块组成的对比上,都能较好的说明模型的设定对我国银行间同业拆借的核心-外围模型有着较为有力的解释能力,在定量分析银行网络

体系动态演变过程中,可以高度契合真实银行间市场状况.

### 3 实证结果与分析

#### 3.1 我国银行间同业网络体系描述性统计

在前文最小密度算法估计得到的我国银行间网络双边敞口矩阵的基础上,本节对我国银行间借贷网络的特征进行了全面的剖析,为下文银行间资产负债表同业拆借数据阐明本文拟匹配的标准核心-外围网络层次结构,并进一步识别核心银行的动态构成及评估银行的系统重要性奠定基础.图10显示了我国银行间季度网络的规模和密度性质结果:

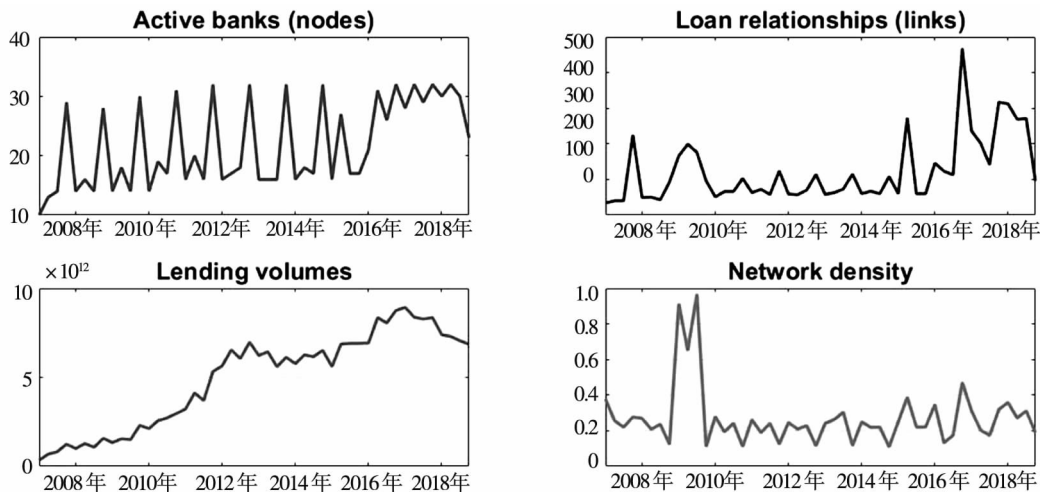


图10 银行间借贷网络体系描述性统计

Fig. 10 Summary statistics of interbank network relationships

①结合指标平均数据分析来看,每个季度的平均活跃银行数为22个,每个季度的平均直接借贷往来122笔,而每个季度的平均网络密度为0.27,从数据上来看平均单个季度网络中约有73%的银行间不存在借贷关系,这反映出了银行间借贷关系网络是相当稀疏的;②就各指标的变动趋势而言,我国银行间拆借总额在总体时间跨度范围内保持上升趋势,伴随着小幅波动,然而,银行间网络中活跃银行数目却极度不稳定,多次出现大幅波动,直到2016年之后开始逐步上升相对平稳地处于在一个较高的水平.拆借数目与网络密度的变动走势较为类似,呈现三阶段特征,这两个指标均出现在2007年第2季度~2009年第4

季度(第一阶段)波动较大,2016年第1季度~2018年第4季度(第三阶段)次之,2010年第1季度~2015年第4季度(第二阶段)较为平稳.拆借数目与网络密度二者的区别在于网络密度在2008年第四季度以前虽有波动但基本呈现下降走势,拆借数目则更加平稳.其中,银行之间的借贷往来数目的多少反映了网络模型中整体关联性的强弱,密度指标的升降则用来表征系统性风险隐患的增减.

#### 3.2 核心银行的动态演变及其系统重要性

##### 3.2.1 拟搭建的标准核心-网络层次结构及核心块元素的动态甄别

在前文通过我国银行间真实网络指标特征来

反映银行间同业网络的基础上,本节以2018年第一季度为例,进一步使用银行数据直观地展示出银行间的层次网络结构图。

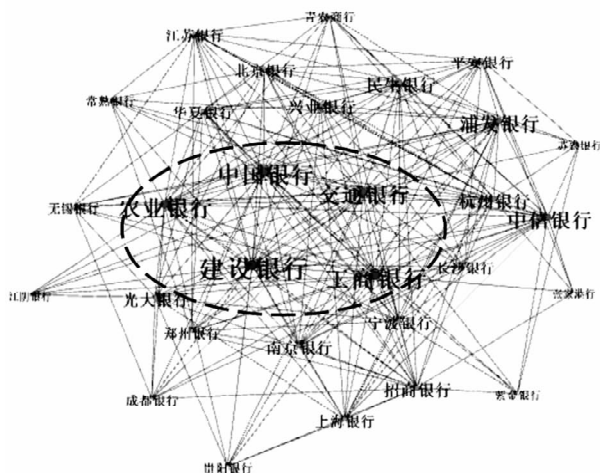


图 11 我国银行间拆借网络图

Fig. 11 Network diagram of China's interbank loan

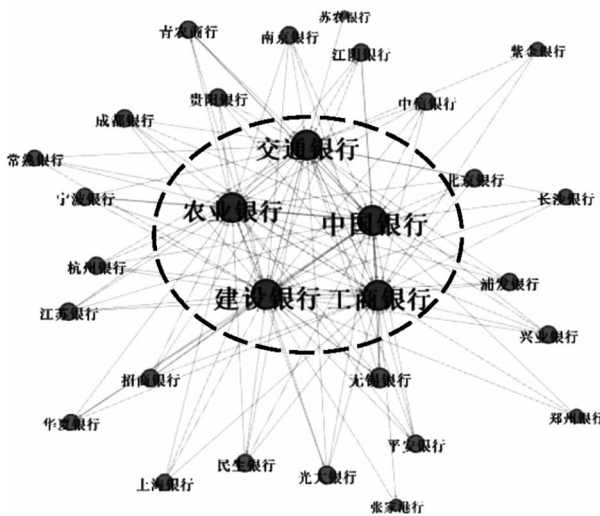


图 12 我国银行间拆借网络拟合图

Fig. 12 Fitting chart of China's interbank lending network

注:忽略掉个别孤立的点

如图 11、图 12 分别显示了我国银行间现实同业拆借网络层次结构图和银行间同业拆借网络层次结构拟合图,代表核心银行的节点在两图中均用圆环圈出。在图 11 中,节点的大小与该银行在网络中发生借贷关系的多少成正比例。在图 12 中,圆环内的节点和圆环外的节点分别代表核心银行和外围银行,节点之间的连线表示银行间存在借贷关系,否则不存在借贷往来。由图 11 来看,该季度我国银行间网络虽整体明显呈现核心 - 外围特征,但由于存在外围银行之间的冗余现象,使

得模型并不符合理想的标准核心 - 外围网络层次结构,为此,本文仅以标准的核心 - 外围网络层次结构模型(图 12)作为标尺,使用密度估计的方法在各种可能的核心与外围划分下,通过选取最小化密度估计误差函数的方式进行核心银行与外围银行的划分,拟合得到了 2018 年第一季度的核心 - 外围模型,所构建的网络层次结构模型与图 12 基本一致。此外,对比图 11 可知,图 12 中所展示的由密度估计推理所得的核心 - 外围模型下核心银行由工商银行、中国银行、建设银行、农业银行和交通银行组成,同时这五个核心银行在网络中属于顶层银行,具有重要的金融中介作用,度数均较高。其余银行则为外围银行,如长沙银行和成都银行等,这些银行之间并无借贷往来。综上所述可知,图 12 即为根据 2018 年第一季度我国银行实际数据拟搭建的网络层次结构图。

在直观展示网络层次结构图的基础上,为更加直观的观察和分析在样本跨度内不同估计方法下的核心 - 外围模型的核心大小动态估计结果,首先,本文根据基于密度估计得到的样本跨度内我国银行业核心 - 外围网络层次结构模型结果,加以汇总得到所有季度网络的核心组成,并进一步将汇总结果与银行的属性(全国性银行、城市商业银行与农村商业银行)进行匹配,绘制出样本跨度内各个季度网络中核心元素的组成,并标明其对应的银行属性(图 13)。

如图 13,从整体来看,不管金融市场是否处于动荡时期,中国银行、工商银行、农业银行(2010 年之后)均较为稳定的出现在核心中,建设银行和交通银行在动荡时期出现的较为频繁,但总体不及上述三个银行。同样,值得关注的是,在金融危机时期,银行间借贷网络核心组成数量明显上升,尤其除了全国性银行之外,还出现了城商行,即北京银行、上海银行和南京银行。这是由于,2008 年第 3 季度以来,受国际金融危机的影响,系统性风险全面爆发。为应对危机及防范系统性风险的增长,金融系统亟需更多银行填充金融中介的重要角色,故 2008 年底我国政府出台四万亿经济刺激计划,这在一定程度上缓解了经济下滑压力,核心银行数目增多。而随着该计划的负面效应的到来加之国际金融危机的持久性影响,这些

银行以及除五大行和兴业银行之外的全国性银行在 2010 年到 2015 年期间几乎从未出现,如平安银行、中信银行、华夏银行、招商银行、浦发银行等.而在 2015 年之后,为应对“股灾”的爆发,一系列的刺激政策使得股份制商业银行陆续作为核心银行的组成元素导致我国银行市场的核心银行数量不断攀升,直到 2016 年末达到峰值,甚至北京银行、上海银行等 4 家城商行也加入到其中成为核心银行的组成要素.随着 2017 年后严监管的实施,核心银行的数目逐渐减少,值得注意的是,2017 年以来,工商银行一直平稳地处于核心,建设银行次之,而中国农业银行在 2018 年第 1 季

度之后不再成为核心,反之交通银行与中国银行则在 2018 年后开始稳定地处于核心.同时,除五大行外,兴业银行、招商银行作为核心出现的次数最多,这与各个银行的经营战略有关.以居于首位的股份制银行兴业银行为例,面对复杂严峻的经营环境,该行作为唯一一家对外输出核心系统技术的银行,长期坚定奉行“科技兴行”战略.此外,在加大金融科技投入的同时,兴业银行自 2016 年第四季度以来前瞻性地主动调整资产负债结构,这有助于解释 2016 年第四季度以来,兴业银行更加频繁地在银行同业网络中作为核心银行的现象.

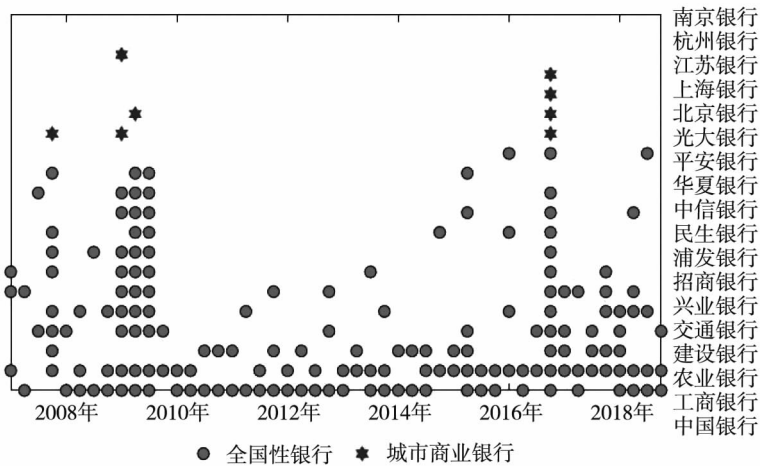


图 13 核心组成

Fig. 13 Core size

### 3.2.2 商业银行系统重要性分析

如本文 3.1 的分析结论,由于我国银行业网络层次结构在不同时期波动较大,因而本文依据商业银行在不同阶段内其作为银行业核心-外围网络结构中顶层核心银行出现的累计次数和进行排序,得到我国分阶段银行系统重要性的动态演变过程,结果如下表 2 所示.由表 2 可知:

整体来看,①从各阶段我国银行季度同业核心-外围网络演变的视角来看:第二阶段相对于第一阶段我国银行季度网络中核心块出现的银行数目总数显著减少,且这两个阶段中各个银行出现的次数比例变动趋势不尽一致.一些银行在金融危机之后在核心块出现的次数比重增加,如中国银行、中国工商银行、中国农业银行等,而另一些银行如招商银行、中信银行、平安银行、华夏银行等作为核心银行出现的次数占比反而减少,甚

至出现有的银行掉出核心块成为外围银行,如民生银行、浦发银行、北京银行等、上海银行等.这是由于受金融危机的影响,某些银行出现违约情况,掉出核心块,演变为外围银行;第三阶段相对于第二阶段历年季度网络中作为核心块中活跃银行的数目逐渐增多;但第三阶段虽然作为核心块银行出现的活跃银行数目类似于第一阶段,大部分时期都处于一个较高的水平,第三阶段中主要系统重要性银行和非主要系统重要性银行出现的次数却差距明显,也就是说,第三阶段的中国工商银行、中国银行、中国建设银行、中国交通银行、中国农业银行、兴业银行出现的次数与其他银行显著拉开差距,而在第一阶段各个银行出现的次数均较多,并无明显两极分化.此外,核心块元素组成的动态变化也从侧面证实了 3.1 部分中所分析的宏观网络环境的动态变化.②就各阶段的商业银



行整体系统性排名情况而言,与既有文献范小云等<sup>[20, 21]</sup>、贾彦东<sup>[22]</sup>在对应时期各商业银行所测度的系统重要性情况基本一致,这也证实了我国银行业同业网络结构不仅遵循核心-外围模型,

其核心块中活跃银行的组成可用来表征我国商业银行的系统重要性,因此本文将核心块中银行作为系统重要性银行,外围银行充当非系统重要性银行.

表 2 网络模型视角下我国银行系统重要性分阶段排名

Table 2 Phased ranking of the importance of China's banking system from the perspective of network model

2007 ~ 2009			2010 ~ 2015			2016 ~ 2018		
银行名称	累计和	排名	银行名称	累计和	排名	银行名称	累计和	排名
中国银行	8	1	中国银行	21	1	中国工商银行	12	1
中国工商银行	8	1	中国工商银行	15	2	中国银行	7	2
中国建设银行	7	3	中国农业银行	11	3	中国建设银行	6	3
中国交通银行	6	4	中国交通银行	2	4	中国交通银行	6	3
兴业银行	5	5	中国建设银行	2	4	中国农业银行	5	5
招商银行	5	5	兴业银行	2	4	兴业银行	5	5
浦发银行	5	5	招商银行	1	5	光大银行	3	7
华夏银行	4	8	中信银行	1	5	招商银行	2	8
民生银行	3	9	平安银行	1	5	民生银行	2	8
中信银行	3	9	华夏银行	1	5	中信银行	2	8
平安银行	3	9	民生银行	0	-	浦发银行	1	11
北京银行	2	12	浦发银行	0	-	华夏银行	1	11
中国农业银行	1	13	光大银行	0	-	北京银行	1	11
上海银行	1	13	北京银行	0	-	上海银行	1	11
南京银行	1	13	上海银行	0	-	江苏银行	1	11
光大银行	0	-	江苏银行	0	-	杭州银行	1	11
江苏银行	0	-	杭州银行	0	-	平安银行	0	-
杭州银行	0	-	南京银行	0	-	南京银行	0	-

具体来说:1)对于五大国有银行的系统重要性分析.除第一阶段的中国农业银行外,五大国有银行(中国银行、中国工商银行、建设银行、交通银行、中国农业银行)在季度网络中作为核心银行出现的次数累计和稳定地保持在前五名.特别地,这是由于中国农业银行自2010年之后才开始上市,故在第一阶段重要性并不突出,随后在第二、三阶段系统重要性排名位于前列.与此同时,在前两个阶段中国银行一直处于首位,这与中国银行2011年作为唯一入选全球系统重要银行并连续五年保持且全球系统重要性排名逐年提升的事实不谋而合.值得关注的是,中国工商银行一直在网络中起到至关重要的作用,尤其是在第三阶

段中国工商银行跃居于银行网络中的系统重要性首位.这与中国工商银行始终坚持以“经营转型”作为发展战略的核心,并编制实施了四个三年规划,2017年正是第四个三年发展战略规划(2015年~2017年)的收官之年不无关系;2)特别地,除五大国有银行外,仍需重点关注兴业银行.正如前文观察核心大小的动态演变部分提到的,兴业银行在样本时间跨度内作为核心银行出现的次数仅次于五大国有商业银行,位于股份制银行的首位,与此同时,在分阶段分析中,兴业银行同样在第一阶段和第二阶段仅次于国有银行,而在第三阶段,则上升到与中国农业银行并列的地位.可以看出,除五大国有银行外,作为股份制银行的兴业银行

在同业市场网络模型中的作用也越来越不容忽视。故在后文的分析中,把兴业银行和五大行共同作为主要系统重要性银行的组成部分,分析系统重要性银行与其他银行的动态关联性。

综上,研究表明,我国系统重要性银行的演变以及系统性风险呈现较为明显的“三阶段”特征。1)第一阶段,我国网络结构核心块呈现较为混乱的状态,该阶段系统核心银行规模组成呈庞大但无序的状态。2)第二阶段,我国银行间网络核心块的规模结构逐渐分化,该阶段系统重要性银行的规模相比第一时期显著减少且呈现两极分化。3)第三阶段,该阶段银行的系统重要性不再处于第二阶段的两级分化状态,再一次出现多样化,但较为有序。随着时间的演变,系统重要性银行由庞大无序向两极分化,再向多但有序的特征进行转变,这也表明了我国银行系统在不断的修复和完善,我国系统重要性银行数目呈现出增多且有序的演变,加之系统重要性银行呈现的“大而不能倒”的特征使得我国银行间系统呈现日益稳定的趋势,也使得我国银行系统性风险的把控更具针对性,但需要注意的是,系统重要性银行在银行系统中存在着大量的借贷往来关系,使得其暴露风险事件后极易造成重大的影响,势必会导致系统性风险事件的发生,因此,即便我国银行系统随着时间演变更加稳定,但我国政府和学术界仍需重点加强对于系统重要性银行的甄别和关注,而这也正赋予了本文研究以重要的现实意义。

### 3.3 系统重要性银行与其他银行间关联特征的动态演变

银行间负债关联程度是决定银行诱发系统性危机难易程度和破产损失大小的重要因素。而且关联性也被纳入到金融稳定委员会(FSB)识别全球系统重要性银行(G-SIBs)的框架维度中,受到国际组织和各国监管当局的重视。因而,在关注我国银行业层次网络结构中银行的系统重要性后,仍需考察网络的关联性特征。为此,本文运用定性分析系统重要性银行与非系统重要性银行间的关联强度和定量分析系统重要性银行与其他银行间的关联贡献度相结合的研究方法,聚焦在危机发生期间核心与外围之间借贷密切程度的变化,进

而综合分析我国系统重要性银行与其他银行间的关联程度。

#### 3.3.1 系统重要性银行与其他银行间的关联强度分析

要衡量系统重要性银行与非系统重要性银行密切程度的演变,准确观测核心-外围之间拆借关系的动态是前提。基于标准的CP结构只对非对角块处要求其满足核心-外围块所需的行和列规则,对非对角块的密度并不做要求,因而,关键在于考察非对角块的密度变化,以获取核心-外围间关系。而由于存在核心和外围构成的改变,即使银行间真正的借贷关系保持不变,核心块与外围块组成的改变也会影响非对角块的密度,从而导致仅靠原有的密度计算方法很难准确解释核心块与外围块之间的动态转变关系。为此,本文构建“密度指数”来还原非对角块的原始密度变化,旨在避免非对角块密度受核心块与外围块组成的改变而发生增减变化的同时,能够借助非对角块密度准确还原核心块与外围块受到金融市场影响的程度。

具体来说,密度指数是指通过只考虑连续两个时期处于相同地位的银行,即要么连续两个时期处于核心地位,要么均为外围银行,然后计算满足条件的这些银行之间以及这两个时期之间非对角块网络密度的增长,并利用增长率来构造密度指数。以核心贷给外围银行的非对角块密度指数为例,密度指数的具体构造过程如下(外围贷给核心银行的非对角块密度指数类似计算):

第一步:首先将初始( $t = 1$ )时期核心贷给外围以及外围贷给核心这两个密度指数均标准化为100;

第二步:寻找活跃银行中存在连续两个时期都处于核心(外围)的银行,然后标记所处的两个时期,将找到的这些核心银行与外围银行与这两个时期相应的矩阵相对应,得到两个新的非对角块矩阵 $Adj(t)$ 与 $Adj(t-1)$ ,这两个新矩阵的行和列代表的分别是寻找到的连续两个时期均处于核心和均处于外围的银行。第 $t$ 时期的密度指数( $Dens(t)$ )为 $Dens(t) = Adj(t)$ 矩阵的密度/ $Adj(t-1)$ 矩阵的密度 $\times Dens(t-1)$ ;

第三步:重构密度指数:  $Dens(t) = t$  时期的密度增长率/样本时期内密度增长率的均值乘 100. 即

$$Density(t) = Dens(t) / ((\sum_{t=1}^{48} Dens(t)) / 48) \quad (t = 1, 2, 3, \dots, 48) \quad (14)$$

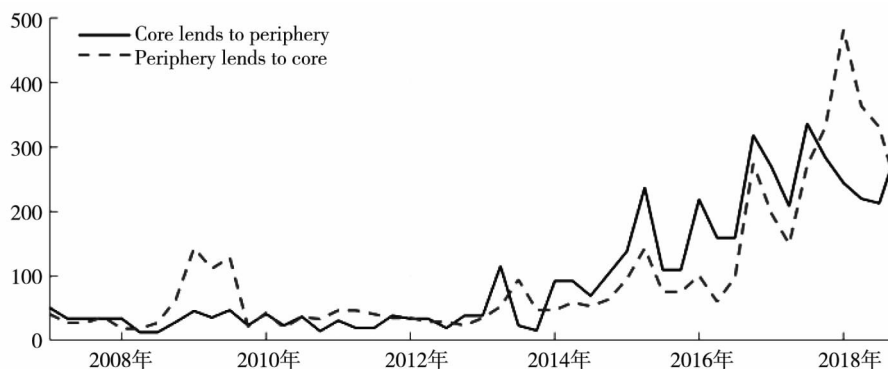


图 14 密度指数

Fig. 14 Density index

如上图 14 所示,实线和虚线分别展示了不同时期核心贷给外围银行以及外围贷给核心银行的密度指数,这两条曲线还原了样本时间跨度内核心银行与外围银行间的借贷关系受金融危机的影响程度.从变动趋势和步调来看,两个非对角块在样本时间内对金融事件反映虽整体上升但存在差异.在 2009 年外围银行贷给核心银行的密度指数急速上升,伴随着此阶段核心银行的数目骤增(见图 13),外围银行贷给核心银行的次数快速增长,核心贷给外围的密度指数并未出现大幅下降反而也小幅上升.这表明受四万亿计划利好政策刺激后,第一阶段的银行间资产关联性大大提高.2010 年第 1 季度以来,由于中国政府和监管层主体出台信贷收紧措施,商业银行为了规避政策监管对自身盈利模式的负向影响,通过理财产品、银信合作、银证合作以及近期膨胀的同业业务将信贷资产出表<sup>[37]</sup>,在第二阶段前期,在正常财务分析中使得我国银行间网络关联强度较低.直到 2012 年 8 月随着中国银监会办公厅《关于规范同业代付业务管理的通知》(银监办发[2012]第 237 号)的发布,同业代付业务入表,原有未计入表内的银行间的借贷往来次数开始计入表内,因而,自 2012 年第 4 季度后,银行业间的关联强度开始显著呈上升走势.此后延续到第三阶段 2017 年,除 2013 年的“钱荒”时期例外,核心银行贷给外围银行的次数大部分都超过外围银行贷给核心银行的

次数,核心银行为市场流动性的主要供给方.直到 2018 年 1 月份,尽管该时期,核心银行的数目并不如 2009 年那么多,仅有五大行,但外围银行向核心银行借款的次数极高,之后急速下降,这与宏观环境中金融产品创新的失败、中美贸易战等不无关系.

总体而言,金融动荡时期,核心-外围模型的非对角块的密度较低,各银行间的关联强度较弱,而受到监管等刺激政策冲击后,核心-外围模型的非对角块的密度显著上升,各银行间关联更紧密.

### 3.3.2 系统重要性银行与其他银行间的关联权重分析

要完整理解银行间同业网络结构中系统重要性银行与非系统重要性关系的动态演变,仅仅关注模型中核心银行-外围银行之间借贷往来关系数量难以知全貌,仍需要考察主要系统重要性银行与其他银行间的拆借金额,以作为银行间的关联权重对比维度进行分析.为此,基于本文 3.2 部分得到的结果,选取贯穿样本时间跨度内,系统重要性排名靠前的前六位银行,即中国工商银行、中国银行、中国农业银行、中国建设银行、中国交通银行与兴业银行作为主要系统重要性银行(major),着重观察这些银行在银行间同业网络中拆借金额的演变趋势,探究我国银行间核心-外围网络中系统重要性银行在与其他银行构成的关联网络中相对关联权重的演变过程.

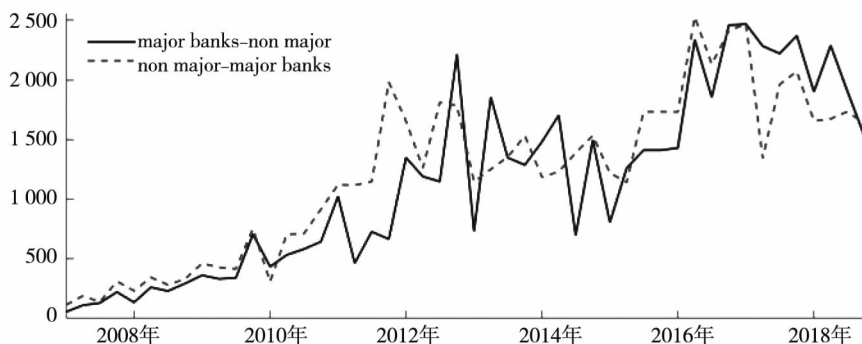


图 15 主要系统重要性银行与其他银行间的拆借金额(单位:十亿元)

Fig. 15 Lending volumes between major systemically important banks and other banks (unit: one billion yuan)

如图 15,其中实线和虚线分别表示主要系统重要性银行贷给其他银行与其他银行贷给主要系统重要性银行的金额。可以看出,主要系统重要性银行的关联权重受金融市场环境波动的影响。在 2007 年~2010 年间,主要系统重要性银行的资金流入小幅高于资金流出,而在 2010 年之后,外围银行从银行间的同业资金则越来越表现出流入低于流出。这表明随着金融危机的发生,次级抵押贷款市场随着危机的演化逐步拖垮主要系统重要性银行,因而,国际金融危机后很长一段时间,不仅网络中一些系统重要性银行掉出核心块成为外围银行,主要系统重要性银行也开始持续从其他银行大量吸收流动性。而外围银行担心流动性短缺的银行需要大量的预防性存款余额,将会通过其他融资来源进行借款。这种流动性互换在化解金融动荡方面发挥了重要作用。值得注意的是,在 2015 年第二季度到 2016 年底,两条曲线之间再现了国际金融期间的相对大小关系,这是银行间同业市场的关联权重对“股灾”等金融动荡事件的显示。2017 年后,主要系统重要性银行的资金流入逐步超过资金流出相对大小关系显著回转,同业市场更多地依靠主要系统重要性银行为其提供流动性,这表明一系列严监管政策使得境况明显改观。

此外,值得注意的是,图 14 和图 15 中核心贷给外围银行以及外围贷给核心银行的密度和拆借金额相对高低从 14 年之后就发生了背离。这一背离现象表明,由于整个银行体系强烈依赖同业资金的支持,各个商业银行扩张传统信贷业务时受到的传统监管约束越大,发展同业的动机相应越

强<sup>[38]</sup>。这尤其体现在我国网络层次结构中作为特殊金融中介存在的核心银行,受发展同业动机的激励驱动,尽管图 15 中我国核心银行贷给外围银行的拆借次数均呈现增长趋势,核心银行贷给外围银行的增长率明显高于外围银行贷给核心银行的增长水平,这是由核心银行在网络层次结构中作为货币中心的系统重要性银行而内生决定的。与此同时,核心银行强烈收紧市场流动性的同时,外围银行出于预防动机的考虑,大量从银行间市场借入资金,从而导致图 15 中核心银行大量的现象。而在 2017 年第四季度后,由于受到中美贸易战等国际形势的影响,如图 15 中所示,国内同业业务趋紧,核心银行为了稳定金融市场,大量释放流动性,致使以主要系统重要性银行为代表的核心银行在同业拆借市场的贷出金额远远高于外围银行,从而在市场流动性中占据主导地位。外围银行由于大量吸收流动性的同时,为了自身经营的需要,也开始逐渐增加银行间拆借业务的往来,从而产生了图 15 中外围银行的拆借次数增长比核心银行拆借次数增长快的现象。这说明,在我国严监管的政策背景下,伴随着核心银行在发挥宽松和收紧货币流动性作用的同时,核心银行与外围银行在银行同业间贷款业务的增长速度往往呈现逆周期的变化趋势。

总体来看,金融动荡时期,我国主要系统重要性银行的关联权重随着系统性风险的集聚而逐渐被减弱,并引发了长期持续性地流动性匮乏。而若在系统性风险尚处于萌芽期时,积极加强监管,则主要系统重要性在网络中的关联权重则会高于其他银行。此外,随着监管政策趋严,核心银行与外

围银行在银行同业间贷款业务的增长速度往往呈现逆周期的变化趋势。

## 4 结束语

本文使用 2007 年 ~ 2018 年我国 32 家银行的季度数据, 基于我国银行业网络层次结构的视角, 开展了对我国商业银行系统重要性理论和实证分析的尝试。理论上, 通过引入最小密度估计法, 改进性地进行了三次估计来构建了更贴近我国银行间同业实际交易数据的双边风险敞口矩阵, 并在此基础上通过比较三种不同模型和对比四种不同估计方法得到基于密度估计的核心 - 外围模型适用于刻画我国银行间同业拆借网络的层次结构。实证上来看, 依据上述密度估计下核心 - 外围模型的测算结果, 基于银行部门中介频次的系统性风险度量方法重点识别了我国系统重要性的动态组成, 并进一步度量了系统重要性银行在网络中的关联强度和关联权重等动态关联特征。

研究表明: 1) 基于密度估计的核心 - 外围模型是刻画我国银行同业网络的最适合、精度最高的模型, 其核心块的组成能够反映出银行间同业网络中银行的系统重要性; 2) 我国系统重要性银行规模的演变呈“庞大无序 - 两极分化 - 多但有序”的三阶段特征, 且五大国有银行和兴业银行是主要系统重要性银行; 3) 金融动荡期间, 一方面, 核心 - 外围模型的非对角块的密度较低, 各银行间的关联强度较弱; 另一方面, 我国主要系统重要性银行的关联权重随着国系统性风险的集聚而

逐渐被减弱, 甚至会引发了长期持续性地流动性匮乏。而若在系统性风险尚处于萌芽期时, 积极加强监管, 则主要系统重要性在网路中的关联强度和关联权重会明显回升。这也表明了宏观审慎监管政策框架作为系统性风险的重要调控方式已经成为金融监管体系重要组成部分<sup>[39]</sup>。与此同时, 随着监管政策趋严, 处于网络中不同层次的银行贷款业务的增长速度往往分别呈现逆周期的变化趋势。

本文的研究对目前我国银行的监管和系统性风险的防范具有重要的启示。首先, 本文提出从网络层次结构的视角, 来准确识别系统重要性银行, 这为进一步宏观审慎监管和出台识别系统重要性银行的具体模型提供了重要参考。其次, 系统重要性银行的整体规模出现骤增、系统重要性银行与其他银行间的关联强度和主要系统重要性银行的关联权重呈下降走势, 皆有可能是银行同业网络中正在酝酿的系统性危机的危险信号; 最后, 为应对危机, 从宏观上来看, 金融动荡及其传染的原因是监管的失败, 当局没有及时限制已经影响其金融市场和机构的金融过度行为。监管机构应在不断厘清银行在网络层次结构中的地位的同时, 有针对性地对核心银行和外围银行, 甚至主要系统重要性银行与非主要系统重要性银行等在金融改革中实行差异化举措; 从微观上来看, 银行同业结构中, 每个微观个体的发展战略发挥决定性的作用, 是撑起银行同业网络的根基。面对复杂的金融和市场环境, 个体银行亦应适变而变, 制定实施顺应经济金融发展趋势和符合自身发展实际的发展战略。

## 参 考 文 献:

- [1] 张俊生, 汤晓建, 李广众. 预防性监管能够抑制股价崩盘风险吗? ——基于交易所年报问询函的研究[J]. 管理科学学报, 2018, 21(10): 112 - 126.  
Zhang Junsheng, Tang Xiaojian, Li Guangzhong. Does the preventive regulation mitigate stock price crash risk? Evidence from comment letters[J]. Journal of Management Sciences in China, 2018, 21(10): 112 - 126. (in Chinese)
- [2] Aldasoro I, Alves I. Multiplex interbank networks and systemic importance: An application to European data[J]. Journal of Financial Stability, 2018, 35: 17 - 37.
- [3] 盛昭瀚. 管理: 从系统性到复杂性[J]. 管理科学学报, 2019, 22(3): 2 - 14.  
Sheng Zhaohan. Management: From systematism to complexity[J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(3): 2 - 14. (in Chinese)

- [4] Erdős P, Rényi A. On random graphs[J]. *Publicationes Mathematicae*, 1959, 6(26): 290–297.
- [5] Albert R, Barabási A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2002, 74(1): 47–97.
- [6] Boss M, Elsinger H, Summer M, et al. Network topology of the interbank market[J]. *Quantitative Finance*, 2004, 4(6): 677–684.
- [7] Alves I, Ferrari S, Franchini P, et al. The Structure and Resilience of the European Interbank Market[R]. Frankfurt: ESRB Occasional Paper Series, 2013.
- [8] Craig B, Von Peter G. Interbank tiering and money center banks[J]. *Journal of Financial Intermediation*, 2014, 23(3): 322–347.
- [9] Fricke D, Lux T. Core-periphery structure in the overnight money market: Evidence from the e-mid trading platform[J]. *Computational Economics*, 2015, 45(3): 359–395.
- [10] León C, Machado C, Sarmiento M. Identifying central bank liquidity super-spreaders in interbank funds networks[J]. *Journal of Financial Stability*, 2018, 35: 75–92.
- [11] Brassil A, Nodari G. A Density-Based Estimator of Core/Periphery Network Structures: Analysing the Australian Interbank Market[R]. Sydney: Reserve Bank of Australia, 2018, No. RDP2018–01.
- [12] 鲍勤, 孙艳霞. 网络视角下的金融结构与金融风险传染[J]. *系统工程理论与实践*, 2014, 34(9): 2202–2211.  
Bao Qin, Sun Yanxia. Financial structure and financial contagion from the network perspective [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2014, 34(9): 2202–2211. (in Chinese)
- [13] 唐振鹏, 谢智超, 冉梦, 等. 网络视角下我国上市银行间市场系统性风险实证研究[J]. *中国管理科学*, 2016, 24(S1): 489–494.  
Tang Zhenpeng, Xie Zhichao, Ran Meng, et al. Systemic risk empirical study of China listed bank market under the network perspective[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2016, 24(S1): 489–494. (in Chinese)
- [14] 杨海军, 胡敏文. 基于核心-边缘网络的中国银行风险传染[J]. *管理科学学报*, 2017, 20(10): 44–56.  
Yang Haijun, Hu Minwen. Risk contagion of Chinese interbank markets based on core-periphery network[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2017, 20(10): 44–56. (in Chinese)
- [15] Von Peter G. International Banking Centres: A Network Perspective [R]. Basel: BIS Quarterly Review Working Paper, 2007.
- [16] Bech M L, Chapman J T E, Garratt R. Which bank is the ‘Central’ bank? An application of markov theory to the Canadian large value transfer system[J]. *FRB of New York Staff Reports*, 2010, 57(3): 352–363.
- [17] Banai Á, Kollarik A, Szabó-Solticzky A. Identification of systemically important banks using network theory[J]. *Research in Economics and Business: Central and Eastern Europe*, 2015, 6(2): 5–23.
- [18] 徐国祥, 王莹. 中国上市银行系统重要性指数构建及评估[J]. *经济管理*, 2018, 40(3): 40–56.  
Xu Guoxiang, Wang Ying. The assessment of listed banks in China by indexing the systematic importance with network structure[J]. *Business Management Journal*, 2018, 40(3): 40–56. (in Chinese)
- [19] Upper C, Worms A. Estimating bilateral exposures in the German interbank market: Is there a danger of contagion? [J]. *European Economic Review*, 2004, 48(4): 827–849.
- [20] 范小云, 王道平, 刘澜飏. 规模、关联性与中国系统重要性银行的衡量[J]. *金融研究*, 2012, (11): 16–30.  
Fan Xiaoyun, Wang Daoping, Liu Lanbiao. Size, interconnectedness and the measurement of China’s systemically important banks[J]. *Journal of Financial Research*, 2012, (11): 16–30. (in Chinese)
- [21] 范小云, 方意, 王道平. 我国银行系统性风险的动态特征及系统重要性银行甄别——基于 CCA 与 DAG 相结合的分析[J]. *金融研究*, 2013, (11): 82–95.  
Fan Xiaoyun, Fang Yi, Wang Daoping. Systemic risk and systemically important financial institutions of China’s bank section: An analysis based on CCA and DAG[J]. *Journal of Financial Research*, 2013, (11): 82–95. (in Chinese)
- [22] 贾彦东. 金融机构的系统重要性分析——金融网络中的系统风险衡量与成本分担[J]. *金融研究*, 2011, (10): 17

- 33.
- Jia Yandong. Systematic importance analysis of financial institutions: Systematic risk measurement and cost sharing in financial networks[J]. *Journal of Financial Research*, 2011, (10): 17-33. (in Chinese)
- [23] Afonso G, Kovner A, Schoar A. Trading Partners in the Interbank Lending Market[R]. New York: FRB of New York Staff Report, 2013.
- [24] Paltalidis N, Gounopoulos D, Kizys R, et al. Transmission channels of systemic risk and contagion in the European financial network[J]. *Journal of Banking & Finance*, 2015, 61: S36-S52.
- [25] 马君潞, 范小云, 曹元涛. 中国银行间市场双边传染的风险估测及其系统性特征分析[J]. *经济研究*, 2007, 42(1): 68-78, 142.
- Ma Junlu, Fan Xiaoyun, Cao Yuantao. Estimating bilateral exposures in the China interbank market: Is there a systemic contagion? [J]. *Economic Research Journal*, 2007, 42(1): 68-78, 142. (in Chinese)
- [26] 方 意. 系统性风险的传染渠道与度量研究——兼论宏观审慎政策实施[J]. *管理世界*, 2016, (8): 32-57, 187.
- Fang Yi. Research on the transmission channel and measure of systematic risk: For macro-prudential policy implementation [J]. *Management World*, 2016, (8): 32-57, 187. (in Chinese)
- [27] 隋 聪, 迟国泰, 王宗尧. 网络结构与银行系统性风险[J]. *管理科学学报*, 2014, 17(4): 57-70.
- Sui Cong, Chi Guotai, Wang Zongyao. Network structure and systemic risk by banks[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(4): 57-70. (in Chinese)
- [28] 隋 聪, 邓爽玲, 王宗尧. 银行资产负债结构对金融风险传染的影响[J]. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(8): 1973-1981.
- Sui Cong, Deng Shuangling, Wang Zongyao. The influence of bank assets liabilities structure on financial risk contagion [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2017, 37(8): 1973-1981. (in Chinese)
- [29] Blasques F, Bräuning F, Van Lelyveld I. A dynamic network model of the unsecured interbank lending market[J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2018, 90: 310-342.
- [30] Babus A, Hu T W. Endogenous intermediation in over-the-counter markets[J]. *Journal of Financial Economics*, 2017, 125(1): 200-215.
- [31] Anand K, Craig B, Von Peter G. Filling in the blanks: Network structure and interbank contagion[J]. *Quantitative Finance*, 2015, 15(4): 625-636.
- [32] 郭 晔, 程玉伟, 黄 振. 货币政策、同业业务与银行流动性创造[J]. *金融研究*, 2018, (5): 65-81.
- Guo Ye, Cheng Yuwei, Huang Zhen. Monetary policy, interbank business and bank liquidity creation [J]. *Journal of Financial Research*, 2018, (5): 65-81. (in Chinese)
- [33] 祝继高, 胡诗阳, 陆正飞. 商业银行从事影子银行业务的影响因素与经济后果——基于影子银行体系资金融出方的实证研究[J]. *金融研究*, 2016, (1): 66-82.
- Zhu Jigao, Hu Shiyang, Lu Zhengfei. The causes and economic consequences of commercial banks' engagement in shadow banking: An empirical study based on the shadow banking system [J]. *Journal of Financial Research*, 2016, (1): 66-82. (in Chinese)
- [34] 陈梦根, 赵雨涵. 中国银行业跨境联系的测度与分析——兼论国际银行业网络结构的动态特征[J]. *经济研究*, 2019, 54(4): 49-66.
- Chen Menggen, Zhao Yuhan. Cross-border links of Chinese banks and the dynamic network structure of the international banking industry[J]. *Economic Research Journal*, 2019, 54(4): 49-66. (in Chinese)
- [35] 张 之, 李 琪. 异质性视角下的贷款市场竞争与关系型信贷研究[J]. *证券市场导报*, 2018, (10): 23-34.
- Zhang Zhi, Li Qi. Research on loan market competition and relational credit from the perspective of heterogeneity[J]. *Securities Market Herald*, 2018, (10): 23-34. (in Chinese)
- [36] 隋 聪, 王宪峰, 王宗尧. 银行间网络连接倾向异质性与风险传染[J]. *国际金融研究*, 2017, (7): 44-53.
- Sui Cong, Wang Xianfeng, Wang Zongyao. Inter-bank network connection tends to heterogeneity and risk transmission

- [J]. *Studies of International Finance*, 2017, (7): 44–53. (in Chinese)
- [37] 裘翔, 周强龙. 影子银行与货币政策传导[J]. *经济研究*, 2014, 49(5): 91–105.  
Qiu Xiang, Zhou Qianglong. Shadow banking and monetary policy transmission[J]. *Economic Research Journal*, 2014, 49(5): 91–105. (in Chinese)
- [38] 潘彬, 王去非, 易振华. 同业业务、流动性波动与中央银行流动性管理[J]. *经济研究*, 2018, 53(6): 21–35.  
Pan Bin, Wang Qufei, Yi Zhenhua. Interbank business, liquidity fluctuation and central bank liquidity management[J]. *Economic Research Journal*, 2018, 53(6): 21–35. (in Chinese)
- [39] 张天顶, 张宇. 宏观审慎监管、系统性风险及国内外金融监管实践及启示[J]. *证券市场导报*, 2018, (4): 61–68, 78.  
Zhang Tianding, Zhang Yu. The practice and revelation of macro-prudential regulation, systemic risk, domestic and foreign financial regulation[J]. *Securities Market Herald*, 2018, (4): 61–68, 78. (in Chinese)

## Identifying systemically important banks in China: A network hierarchy structure perspective

FAN Xiao-yun, RONG Yu-hao, WANG Bo\*

School of Finance, Nankai University, Tianjin 300350, China

**Abstract:** Interbank bilateral exposure in China is constructed using improved minimum density method, and a density-based estimator is used to construct the core-periphery network that is suitable for China. This model is further applied to identifying the systemically important banks and studying the correlation and systemic risk of interbank networks in China. The following research results are derived. (1) The dynamic composition of core blocks can be seen as systemically important banks, which is of great significance to China's banking network hierarchy structure. (2) The change of the scale of systemically important banks in China shows the three-stage characteristics of “enormous unordered-polarization-many but orderly”, which indicates that China's banking system is becoming more and more stable, and that it is still necessary to pay attention to the systemically important banks in order to prevent systemic risks. (3) During the period of financial turmoil, the intensity and weight of interconnectedness between systemically important banks and other banks decreased, and positive regulatory measures can obviously improve the interconnected index. This empirical analysis can provide useful reference for counter-cyclical macro-prudential regulation and targeted regulation based on the importance of the banking system.

**Key words:** minimum density method; network hierarchy structure; systemically important bank; systemic risk

### 附录 A

#### 最大似然估计求解过程

$$f(\mathbf{A}) = \prod_i p_i^{\lambda_i} (1 - p_i)^{s_i - \lambda_i} \quad (\text{A1})$$

根据正文第二章第二节介绍,邻接矩阵的所有联合概率函数是  $N(N-1)$  伯努利分布的乘积

$$\ln L(\text{partition} | \mathbf{A}) = \sum_i s_i \{ p_i \ln p_i + (1 - p_i) \ln(1 - p_i) \} \quad (\text{A2})$$

该式中,所有的  $s_i$  和  $\lambda_i$  依赖于邻接矩阵  $\mathbf{A}$  和 CP 分层,但不依赖于概率  $p_i$ . 因而,可以根据数据和核心/外围分层来确定  $p_i$  的最大似然估计量,从而产生最大似然函数的值. 其中,  $p_i$  的条件最大似然估计量为  $\lambda_i/s_i$ , 因而,对数似然函数变为:



计算过程中,唯一未知的参数是每个节点是在核心还是外围.核心和外围的分块依赖于关系  $\lambda_i = s_i p_i$ .

①假定最大似然估计需要满足约束条件  $P_{cc} > P_{pp}$  ( $i = cc$  是核心借给外围的链接,  $i = pp$  是外围借给外围的链接),以避免噪声的出现(如改变银行的设定)影响估计精度.

②因为  $p_i \in [0, 1]$ ,上述方程式(A2)中和的每一项都以0为上界,且在  $p_i = 0$  或  $p_i = 1$  时出现.而由于  $p_i = \lambda_i / s_i$ ,当上界出现的时候,要么该块中没有链接存在或者该块中所有的链接都存在.因而,如果忽视方程与非对角块相关的部分,标准CP网络中真正的CP分层会产生最大似然函数的最大可能值.也就是说,如果邻接矩阵模块中每一块的元素不是零矩阵或者单位矩阵时,每一块的极大似然估计被最大化.因此,如果不考虑非对角块,真正的标准CP网络分层会产生极大似然函数的最大值.

### 附录 B

#### CvP 估计的精确度量

对于 CvP 误差函数,如下式

$$e_{CvP} = (1 - d_c)(c_T - x)^2 + 2(1 - d_o)(c_T - x)y + (1 - d_p)y^2 + d_c x^2 + 2d_o(1 - c_T - y)x + d_p(1 - c_T - y)^2 \tag{B1}$$

首先固定  $c$ ,然后用恒等式  $y = c - c_T + x$  替换  $y$ .由此可得,对于给定的核心大小,误差和的函数可以通过对  $x$  求得得到

$$\frac{\partial e_{CvP}}{\partial x} = 2[(d_c - d_o)c_T + (d_o - d_p)(1 - c_T)] \tag{B2}$$

因为  $d_c > d_o > d_p$  (假设3),上面的导数(B2)恒大于零.因而,对于任意给定的核心大小,误差最小的  $x$  值是  $x$  可能的最小值.给定恒等式  $y = c - c_T + x$ ,这意味着如果  $c > c_T, x = 0$ .如果  $c < c_T$  (因为  $y \geq 0$ ) 则  $x = c_T - c$ .则对  $e_{CvP}$  关于  $x$  求得得到下式

$$\frac{de_{CvP}}{dc} = \begin{cases} 2c - 2[d_c c_T + d_o(1 - c_T)], & c < c_T \\ 2c - 2[d_c c_T + d_p(1 - c_T)], & c \geq c_T \end{cases} \tag{B3}$$

在假设3下,  $d_c c_T + d_o(1 - c_T) > d_c c_T + d_p(1 - c_T)$ ,因而,当  $c = 0$  时,  $e_{CvP}$  存在一个唯一的最小值.该最小值的取值在参数  $c$  取如下情况时,可以得到最小化误差的核心大小.

$$e_{CvP} = \begin{cases} \max\{c_T, [d_o c_T + d_p(1 - c_T)]\}, & c_T < d_c c_T + d_o(1 - c_T) \\ d_c c_T + d_o(1 - c_T), & c_T \geq d_c c_T + d_o(1 - c_T) \end{cases} \tag{B4}$$

此时,可以得到 CvP 误差估计量的全局唯一最小值.

此外,当  $d_p = 0$ ,关于非对角块的分析得到,允许非对角块可能会产生错误.然而,这需要真正的外围银行被错误放到核心(也就是  $y > 0$ ),并且所有的核心银行都被放在核心银行( $x = 0$ ),这表明 CvP 估计量允许具有非对角块错误的核心-外围结构;如果  $x > 0$ ,每行/列的非对角块的子集将会有有一个非零密度.在这个有界的情境下,CvP 误差函数变为

$$e_{CvP} = (1 - d_c)c_T^2 + 2(1 - d_o)c_T y + y^2 + 2(1 - c_T - y)y \tag{B5}$$

对  $y$  求得

$$\frac{de_{CvP}}{dy} = 2(1 - d_o)c_T + 2(1 - c_T - y) > 0 \tag{B6}$$

因而,非对角块误差的误差函数是被限制在不超过  $(1 - d_c)c_T^2$ ,但这是当  $x = 0$  和  $y = 0$  的时候的 CvP 误差函数.因而,CvP 估计量将不会在  $d_p = 0$  的时候设置  $x = 0$  和  $y > 0$ ,并且也不会是任何非对角块错误的 CvP 函数,在此基础上计算误差最小化的最优核规模.

如上所述,对于一个给定的  $c \geq c_T$ ,最小化  $e_{CvP}$  的值是  $x = 0$ .这意味着,当估计的核心至少与核心的真实规模一样大时,就不会把真正的核心银行置于外围.直觉上来看,对于任意的  $c \geq c_T$ ,如果一个真正的核心银行的子集被放置在外围(也就是说  $x > 0$ ),那么真正外围银行的一个子集(至少也是同样大的)必须位于估算的核心.

但  $d_c > d_o > d_p$  (假设3),通过将目前处于估计外围的真正核心银行与目前处于估计核心的一些真正外围银行切换,可以减少错误数目(也就是设置  $x = 0$  和  $y = c - c_T$ ).同样地,对于给定的  $c < c_T$ ,构成估计核心的所有银行都必须是真正

的核心银行(也就是说  $y=0$ ). 但因为  $c < c_T$ , 一些真正的核心银行也必须在外围, 因而在这种情况下,  $x = c_T - c > 0$ . 在对  $c$  的任意值确定  $x$  和  $y$  的最优值的情况下, 误差最小化问题就会归结为一个单一变量的问题. 从图形上看, 要采用 CvP 估计量对银行进行分类, 所有需要解决的问题本质是如何确定核心与外围层次结构的划分. 从这个观点来看, 这个结果依赖于参数  $\{d_o, d_c, d_p, c_T\}$ .

当核心链接的密度 ( $d_c$ ) 和非对角块 ( $d_o$ ) 相对于核心的真实大小而言足够小时, CvP 估计量低估了真正核心的大小. 当  $d_c > d_o > d_p$  时, 移动真核银行到外围银行(也就是设置  $c < c_T$ , 这表明外围块内也有核心银行), 增加外围块内链接密度和块的大小, 因此, 来自这个块的错误数量会增加. 但它也减少了核心块的大小, 从而减少了核心块内部的错误数(核心块内的错误密度没有变化). 当  $d_c$  和  $d_o$  相对于  $c_T$  足够小时, 核心块误差的减少抵消了外围块的增加, 导致 CvP 估计器低估了核心的大小. 当真实外围 ( $d_p$ ) 和真实非对角线块 ( $d_o$ ) 中的链接密度相对于核的真实大小足够高时, CvP 估计量高估了核心的真实大小. 具体来说, 当  $d_p$  和  $d_o$  足够高, 一些真实的外围银行被放在核心, 来自外围块的错误数量的下降抵消了来自核心块的错误数的增加, 导致 CvP 估计器高估了核心块的大小. 在这两种场景之间, CvP 估计量准确地估计了核心的大小, 也即 CvP 估计误差最小的核心大小为

$$e_{CvP} = \begin{cases} \max\{c_T, [d_o c_T + d_p(1 - c_T)]\}, & c_T < d_c c_T + d_o(1 - c_T) \\ d_c c_T + d_o(1 - c_T), & c_T \geq d_c c_T + d_o(1 - c_T) \end{cases} \quad (B7)$$

## 附录 C

### 密度估计的精确度量

密度估计量是最小化如下误差函数的 CP 分层

$$e_{DB} = \frac{e_{CC}}{c(c-1)} + \frac{e_{PP}}{(N-c)(N-c-1)} + \frac{e_{CP}}{c(N-c)} + \frac{e_{PC}}{c(N-c)} \quad (C1)$$

下面进一步, 探讨该估计的精确性:

根据第 3.3 节的简化假设, 密度估计的误差函数变为(将等式  $e_{CvP}$  中的每个块除以该块内可能出现的错误数)

$$e_{DB} = \frac{(1-d_c)(c_T-x)^2 + 2(1-d_o)(c_T-x)y + (1-d_p)y^2}{(c_T-x+y)^2} + \frac{d_c x^2 + 2d_o(1-c_T-y)x + d_p(1-c_T-y)^2}{(1-c_T-y+x)^2} \quad (C2)$$

对上述误差函数关于  $x$  和  $y$  进行微分

$$\frac{\partial e_{DB}}{\partial x} = 2(d_o - d_p) \left[ \frac{y^2}{(c_T - x + y)^3} + \frac{(1 - c_T - y)^2}{(1 - c_T - y + x)^3} \right] + 2(d_c - d_o) \left[ \frac{(c_T - x)y}{(c_T - x + y)^3} + \frac{(1 - c_T - y)x}{(1 - c_T - y + x)^3} \right] \quad (C3)$$

$$\frac{\partial e_{DB}}{\partial y} = 2(d_o - d_p) \left[ \frac{(c_T - x)y}{(c_T - x + y)^3} + \frac{(1 - c_T - y)^2}{(1 - c_T - y + x)^3} \right] + 2(d_c - d_o) \left[ \frac{(c_T - x)^2}{(c_T - x + y)^3} + \frac{x^2}{(1 - c_T - y + x)^3} \right] \quad (C4)$$

因为  $d_c > d_o > d_p$  (假设 3), 上面的导数对于任何定义域内的  $x$  和  $y$  都是正的(为了保证  $c$  的值在 0 到 1 之间). 因而, 在当  $x = y = 0$  的时候误差最小. 这表明  $c = c_T$  是最小化密度误差函数的核心大小.

$$e_{DB} = \frac{(1-d_c)c_T^2 + 2(1-d_o)c_T y + y^2}{(c_T + y)^2} + \frac{2(1-c_T-y)y}{2(1-c_T-y)(c_T + y)} \quad (C5)$$

当  $d_p = 0$  的时候误差核心大小, 将上面  $e_{DB}$  中的每个块除以该块内可能的错误数给出

对  $y$  求导得到

$$\frac{de_{DB}}{dy} = \frac{2(d_c - d_o)c_T^2 + 2d_o d_T y + c_T(c_T + y)}{(c_T + y)^3} > 0 \quad (C6)$$

因而, 非对角块的误差函数不超过  $1 - d_c$ . 但这是当  $x = 0$  和  $y = 0$  的密度误差函数. 因此, 密度估计函数在  $d_p = 0$  的时候将永远不会设置  $x = 0$  和  $y > 0$ , 同时在密度估计下, 将不会出现任何非对角块的误差.

采用第 3.3 节的简化假设, 基于密度的估计量的全局最优值是  $c = c_T$ . 也就是说, 设置  $y > 0$  导致核心块的密度下降, 并且对外围块的密度没有影响或者导致它增加. 因而,  $y > 0$  不能是最优的. 类似地, 设置  $x > 0$  会增加外围块的密度, 同时降低核心块的密度(如果  $y > 0$ ) 或保持不变(如果  $y = 0$ ). 因此,  $x > 0$  不能是最优的.

此结果不依赖于网络参数  $\{d_o, d_c, d_p, c_T\}$  的值. 因此, 在简化假设的情况下, 增加期望误差数 (即增加  $d_p$  或减小  $d_c$ ) 对密度估计量没有影响.

附录 D

误差估计构建模拟抓取的过程

本文借鉴 Brassil 等<sup>[11]</sup> 的研究, 模拟抓取  $d_o$ 、 $d_p$  和  $d_c$  的密度的过程, 允许真核块中缺失链接的模拟需要对真核、真外围和真实非对角线块的密度分别施加三个不等式约束. 然后, 从满足这些约束的所有可能的网络中随机抽取仿真结果. 如第 2.3 节所述, 不等式约束为

$$d_c > d_o \tag{D1}$$

$$d_o > d_p \tag{D2}$$

$$1 - d_c > d_p \tag{D3}$$

对于这些在真核块内不允许缺失链接的模拟,  $d_c = 1$  和第 1 和第 3 的约束条件将不再具有约束效果. 施加这些约束条件是基于以下恒等式 ( $C_T$  是核心的真实大小)

$$dN(N-1) \equiv d_c c_T (c_T - 1) + 2d_o c_T (N - c_T) + d_p (N - c_T) (N - c_T - 1) \tag{D4}$$

上式左端是模拟网络的链接数量, 可以由样本数据的平均网络的大小和密度推导得到. 右端将其分解为每块中的链接数 (银行被分为真核和真实外围银行).

为了施加第 3 个约束, 本文从 0-1 均匀分布中抓取  $r$ , 并设置  $d_c = (r-1)d_p + 1$ . 对于模拟  $d_c = 1$  时, 设置  $r = 1$ . 因为  $\{d, N, c_T, r\}$  已被参数化, 因而在方程式 (D1) 中替代可得  $d_o$  和  $d_p$  之间的线性关系. 为保证  $d_p > 0$  (“密度”定义所要求的), 可得

$$\frac{dN(N-1) - c_T(c_T-1)}{2c_T(N-c_T)} > d_o \tag{D5}$$

而又因为  $dN(N-1) - c_T(c_T-1) > 0$ , 为保证  $d_o > d_p$

$$\frac{dN(N-1) - c_T(c_T-1)}{2c_T(N-c_T) + (N-c_T)(N-c_T-1) + (r-1)c_T(c_T-1)} < d_o \tag{D6}$$

为了保证  $d_c > d_o$ , 相关的不等式依赖于其他参数的值. 如果满足以下条件

$$(N - c_T)(N - c_T - 1) + (r - 1)c_T(c_T - 1) + 2(r - 1)c_T(N - c_T) > 0 \tag{D7}$$

那么相关的不等式是 (分子总是正的)

$$\frac{(r - 1)dN(N - 1) + (N - c_T)(N - c_T - 1)}{(N - c_T)(N - c_T - 1) + (r - 1)c_T(c_T - 1) + 2(r - 1)c_T(N - c_T)} > d_o \tag{D8}$$

将式 (D2)、式 (D3) 和式 (D5) 的左边分别表示为 UB1, LB 和 UB2. 那么如果方程式 (D4) 满足,  $d_o$  从均匀分布  $\text{unif}(LB - \min\{UB1, UB2\})$  中随机抓取. 如果方程式 (D4) 不满足的话,  $d_o$  从均匀分布  $\text{unif}\{LB - UB1\}$  中抓取.

最后, 将  $d_c = (r-1)d_p + 1$  代入方程式 (D4) 进行替换, 那么根据上面得到的  $d_o$  确定  $d_p$  的范围

$$d_p = ((dN(N-1) - (c_T(c_T-1))) - (2d_o c_T(N - c_T) / ((N - c_T)(N - c_T - 1))) + ((r - 1)c_T(c_T - 1))) \tag{D9}$$

最后替换  $d_c = (r-1)d_p + 1$  得到  $d_c$ . 每个区块的密度通过抓取之后被确定, 每个块内的链接位置使用 Erdős-Rényi 模型确定 (确保非对角线块保持必要的行 / 列规则).