

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2021.03.006

# 生产投入、政府激励与企业生产规模决策<sup>①</sup>

谭英双, 陈锐, 张雪清, 龙勇, 刘凤

(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

**摘要:** 在同时面临外生性和内生性因素影响的需求不确定环境下, 通过建立生产投入、政府激励和企业生产规模的决策模型, 在研究企业生产投入的价值表达式的基础上, 分析了生产投入、政府激励与企业生产规模决策之间的作用机理, 对临界值方程、最优生产规模和最优政府激励作了分析. 并通过模拟赋值对数理模型进行了数值分析. 研究表明: 1) 灵活的企业可依据市场需求的变化, 参考资本化未来生产规模、政府激励现金流、放弃期权价值和需求变化期权价值等对生产规模进行最优化调整; 2) 当企业单位时间收益流满足一定水平时, 存在最优生产规模方程和最优政府激励方程及其相应的阈值方程; 3) 生产投入、政府激励及企业生产规模之间联系密切, 灵活的企业可据此对生产进行动态调整. 此外, 还与外生性模型作比较验证了该模型的适应性等. 由此, 可作为需求不确定环境下加强企业生产规模决策的一种参考.

**关键词:** 生产投入; 政府激励; 生产规模决策

**中图分类号:** F272.3; F283 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2021)03-0080-18

## 0 引言

市场需求的不确定性常常成为管理者的梦魇, 因为这往往是供需潜在不匹配的原因. 如 Hagspiel 等人提及的在金融危机(2008年~2011年)期间汽车行业面临的巨大市场崩溃<sup>[1]</sup>, 又如近年来在我国出现的炼铁、炼钢、水泥、太阳能光伏等行业的过剩问题<sup>[2,3]</sup>. 对于企业而言, 如何在需求不确定环境下更好地做好生产规模决策问题就显得特别重要. 对于这一问题, Dangi<sup>[4]</sup>、李应求<sup>[5]</sup>认为生产投入、需求环境和市场结构等是影响企业生产规模决策的重要变量, 企业可根据这些变量来优化生产规模决策. 但是, 由于需求不确定环境的存在, 利用传统的净现值等方法会忽略决策的灵活性. Bengtsson 等<sup>[6]</sup>认为, 为应对需求不确定环境, 企业在生产规模决策等方面应具柔性, 以保持企业的竞争力和盈利能力等. 同时, 有

时仅仅依靠市场力量, 还不能为企业提供足够做好生产规模决策的动力, 政府需要进行干预以解决企业投入的“市场失灵”问题<sup>[7]</sup>, 例如, 企业生产规模决策还与政府激励有关. 例如, Li 和 Cai<sup>[8]</sup>认为需求不确定环境影响了企业生产的动力, 为增加企业有效产出的供给, 政府可通过补贴、收益保证和延长特许期限等来激励或约束企业生产. 因此, 讨论在需求不确定环境下生产投入、政府激励和企业生产规模决策问题, 可包括三个方面的文献, 即关于需求不确定环境下生产投入决策、政府激励决策和企业生产规模决策及相关问题的研究.

大多需求不确定环境下企业生产投入决策研究主要集中在分析框架、重要性和对企业生产规模决策的影响等方面, 且假定受到市场价格外生的影响. 例如, Dixit 和 Pindyck<sup>[9]</sup>讨论了生产投入

① 收稿日期: 2018-05-29; 修订日期: 2020-03-14.

基金项目: 国家自然科学基金资助重大项目(11991024); 国家社会科学基金资助项目(20XGL001); 重庆市社科规划办哲学社会科学规划研究重大项目(2018ZDZT20); 重庆大学中央高校基本科研业务费项目(2020CDJSK02ZH03).

作者简介: 谭英双(1975—), 男, 四川蓬溪人, 博士, 教授. Email: tanyingshuang@cqu.edu.cn

可变情况下的最优规模决策问题并建立了基本分析框架。Dangl<sup>[4]</sup>假定企业完成投入之后可根据市场需求来调整产量,模型推广了实物期权的文献,认为企业在不可逆投资支出和未来需求不确定的环境下,须同时确定最优投入时机和最优生产规模,在达到最优生产规模之后,这个规模被固定为产出的上限。研究表明,在这个决策框架内,未来需求的不确定性导致最优生产规模增加;同时,即使很小的不确定性也使得因等待而导致投入被延迟。且模型仅集中在外生性需求的不确定环境对决策的影响。Yang等<sup>[10]</sup>认为技术投入使企业能够降低总生产成本,而灵活的能力战略旨在通过推迟生产直到知悉需求,来减少企业的生产浪费;其研究还表明,只有当单位投入成本与基本技术水平成反比且变化小于某一阈值时,企业才能通过技术投入提高预期利润。而即使技术生产投入为零,技术水平的提高带来的好处也十分有限。Hagspiel等<sup>[1]</sup>还通过引入能力持有成本概念,认为能力持有成本增加对最优策略的影响是非单调的,即最优规模在低生产规模时能力持有成本下降,在高生产规模时能力持有成本上升。当柔性决策有动力投入后,由于更高的能力水平使得生产投入较大,后者在高度不确定环境中起主导作用。因此,政府的适当干预能够提高企业执行合同的便利性和灵活性,同时可以优化投入行为和生产规模,以增加企业的有效产出供给。故在需求不确定环境下,企业生产投入对最优生产规模和柔性产能决策具有重要作用。

目前需求不确定环境下政府激励决策研究相对较少,且集中在需求不确定环境下政府激励的作用、对企业投入行为的影响等方面,在政府激励对企业生产规模的影响等较少涉及。Czarnitzki和Toole<sup>[11]</sup>认为政府补助有利于增加企业未来的市场需求,同时降低研发产品的不确定性和增加预期收益。Tan和Yang<sup>[12]</sup>研究了需求不确定环境下道路特许经营的BOT合同的灵活性问题,认为完全灵活性是指政府承诺对企业(私人)实行外生回报率,进而能够根据观察到的需求曲线以社会最优的方式事后自由调整合同。部分灵活性是指政府和企业(私人)通过合同约定事前需求风险分配,事后合同调整,并以双方的帕累托改进为前提。在考虑事后最优契约调整的前提下,假设政

府选择原始契约变量使需求不确定环境下的期望总社会福利最大化,通过研究具有这两种灵活性的最优BOT契约,得到具有两种灵活性的最优合同。Li和Cai<sup>[8]</sup>进一步研究了需求不确定环境下政府激励影响企业投入的行为,包括影响需求不确定环境下的投入时机、投入规模选择能力和价格。研究表明,补贴可以诱导企业及时投入,一次性补贴会导致较小的生产规模和更高的价格,而单位补贴会导致一个更大的生产规模和更低的价格,而收益保证和延长特许期限对企业生产规模和价格的选择影响有限。政府的适当干预能够提高企业执行合同的便利性和灵活性,同时可以优化投入行为和生产规模,以影响企业的有效产出供给等。

在需求不确定环境下企业生产规模决策的研究,对如何加强生产投入等讨论较多,但较少涉及政府激励问题。例如,Bar-Ilan<sup>[13]</sup>考虑了扩大容量以满足需求不确定环境下电力公司投资的最佳时机和最优规模,认为当建设滞后时间较短时不确定性会延误投入,而时间相对较长时则结果对不确定性的敏感性减少,甚至可以逆转,更多的需求不确定性可以加速投入并减小规模。Seta等<sup>[14]</sup>研究了边际成本下降对最优投入时机与规模的影响。Guthrie<sup>[15]</sup>研究了需求不确定性和规模柔性条件下垄断企业的最优投入时间和规模问题,在建模框架中需求是随机的,而企业首先决定生产的最佳时间和大小,进入后,企业不断调整产量以满足观察到的需求,规模柔性的成本取决于输出和既定容量,研究认为暂时停产的选择不是先验的,而是企业最优选择的一部分。谭英双等<sup>[16]</sup>对需求不确定下企业生产规模选择及影响因素进行了研究。阳军等<sup>[17]</sup>比较研究了两种不同条件下同时选择最优投入时机和规模的决策问题,得出了不变产出和可变产出条件下企业最优投入时机和最优投入规模的解析表达式。Goyal等<sup>[18]</sup>认为规模柔性是使企业产量适应需求波动的盈利能力,并讨论了需求不确定环境下投入规模的影响问题。鲁皓等<sup>[19]</sup>以新兴技术项目投入为背景,修改了实物期权理论中投入时机永生和资产价格随机游走的假设,给出了新兴项目最佳投入时机和投入规模的表达式,并以此为基础,进一步探讨了风险和投资时限对投入时机和规模的影响。

Boonman 和 Siddiqui<sup>[20]</sup> 考虑了时间滞后的影响, 认为随着规模的优化, 较长的滞后时间会导致较大的规模选择, 从而间接推迟投入决策和恢复运行的时机. Giovanni 等<sup>[21]</sup> 研究了需求不确定环境下垄断企业投资的最优时机和最优规模, 探讨了规模柔性的影响问题. 相关研究还有臧宝锋等<sup>[22]</sup>、张新华等<sup>[23]</sup>、郑宇婷等<sup>[24]</sup>、王兵等<sup>[25]</sup>、Delgado 等<sup>[26]</sup> 研究. 但这些研究大多立足市场价格外生而较少考虑政府和内生性影响因素.

通过研究需求不确定环境下生产投入的价值表达式和阈值方程, 以此为基础, 分析生产投入、政府激励与企业生产规模决策之间的关系, 厘清生产投入、政府激励和企业生产规模之间的作用机理, 并通过模拟赋值等来分析拓展这些关系, 以便更加形象地探究需求不确定环境下这些关系的特点, 以增强企业生产规模决策的灵活性, 并作为制定企业等在需求不确定环境下做好生产规模决策的重要参考. 与本文的工作密切相关的文献是 Dangl<sup>[4]</sup>, Giovanni 等<sup>[21]</sup>, Hagspiel 等<sup>[1]</sup>, 但本文的工作与之不同且创新之处在于: 1) 以上文献大多假设产品市场价格由外生性因素影响所致. 受 Watanabe<sup>[27]</sup> 等的启发, 结合近年来爆发的金融危机以及有的国家和地区泡沫经济产生的重要原因是受到市场内生性因素影响的实际, 假设产品市场价格同时受到行业范围内随机冲击的外生性市场需求和生产规模的反需求函数的影响(即内生性因素), 这样, 与仅仅是外生性因素相比, 企业收益流的函数表达式将不再是线性的, 通过研究显示, 这样更能说明需求不确定环境下企业生产规模灵活性决策的重要性、必要性和适应性. 2) 同时考虑企业如何结合在需求不确定环境下生产投入、政府激励和生产规模决策问题, 厘清其作用机理, 以增强企业生产规模决策的灵活性. 并且通过加强风险分析, 刻画需求不确定环境的特点, 可在需求不确定环境下加强生产规模决策应对风险的能力. 3) 分析的结果表明, 灵活的企业可依据市场需求的变化并参考资本化未来生产规模、政府激励现金流、放弃期权价值和需求变化期权价值等对生产规模进行最优化调整; 在企业单位时间收益流到一定水平时存在最优生产规模方程和最优政府激励方程及其阈值方程; 灵活的企业可根据生产投入、政府激励及企业生产规模之间关

系对生产投入和生产规模进行动态调整. 为加强在需求不确定环境下企业生产规模决策提供了有益的参考.

在文献综述的基础上, 首先介绍研究基本假设和基准模型, 其次是进一步分析临界值方程, 以及最优生产规模和最优政府激励问题, 并用模拟赋值来进一步进行验证, 最后提出相应对策和得出结论.

## 1 基本假设与基准模型

考虑市场中一风险中性的企业, 其产品市场价格服从外生性因素发挥作用的随机过程, 且内生性因素(生产规模的反需求函数)对市场价格有影响, 其决策问题主要涉及需求不确定环境下生产投入、政府激励和企业生产规模决策等问题. 在时间上, 企业根据市场需求决定所需的生产规模, 做好生产投入, 一旦企业生产规模被决定, 企业就开始进行生产. 同时, 政府通过补贴来激励和影响企业生产投入和生产规模决策.

### 1.1 符号说明

$K$ : 单位生产规模且  $0 \leq q(t) \leq K$

$I(K)$ : 企业沉没成本且  $I(K) = \delta K^\lambda$

$\delta$ : 大于 0 的常数

$\lambda$ : 小于 1 的常数

$\gamma$ : 常数, 表示贴现率

$S_g$ : 单位政府激励

$P(t)$ : 企业在  $t$  时刻的市场价格

$q(t)$ : 企业在  $t$  时刻生产的产品数量

$q^*(t)$ : 企业在  $t$  时刻的最优产出率

$V(t)$ : 单位时间收益流, 受到外生性市场随机冲击的影响

$V(t)_A$ : 企业放弃生产投入时的阈限值

$\alpha$ : 单位时间收益流的期望增长率

$\sigma$ : 单位时间收益流的波动率

$C$ : 单位生产成本

$C_n$ : 单位生产投入

$1 - \eta q(t)$ : 反需求函数, 指内生性因素对市场价格的影响

$\eta$ : 常数, 指企业面对的市场力量

$A$ : 企业对某项目生产投入所放弃的成本

$\pi(t)$  :企业在  $t$  时刻的收益流

$K^*(V)$  :在影响因素(即变量)为  $K$  时,企业收益最大化(生产投入价值最大化)情形下,该企业的生产规模,即最优生产规模

$S_g^*$  :在影响因素(即变量)为  $S_g$  时,企业收益最大化(生产投入价值最大化)情形下,政府对企业的激励值,即最优政府激励

$F(V, K)$  :企业生产投入后所获得的收益

### 1.2 基本假设

1) 假设政府激励为补贴,事实上,政府激励包括很广,如单位补贴、收益保证和延长特许期限等,这里仅就单位补贴作为政府激励,用  $S_g$  来表示单位政府激励(简称政府激励),根据已有研究,假设企业对政府激励敏感.

2) 假设政府单位激励不高于该企业每单位生产成本.

3) 假设  $\eta < \frac{1}{2K}$ , 即企业面对的市场力量受到单位生产规模的影响.

4) 企业面对未来需求不确定环境,其内生性因素对市场价格的影响可用反需求函数来表示,记  $t$  时企业面对的市场价格  $P(t)$  遵循如下变化过程<sup>[19, 28, 29]</sup>

$$P(t) = V(t)(1 - \eta q(t)) \quad (1)$$

5) 单位时间收益流  $V(t)$  受外生性市场的随机冲击影响,外生性市场冲击服从几何布朗运动且满足

$$dV(t) = \alpha V(t)dt + \sigma V(t)dW(t) \quad (2)$$

$dW(t)$  是维纳过程的增量.

6)  $P(t)$  具内生性,可知  $t$  时刻企业生产投入所获得的收益对于  $q(t)$  而言不是线性函数,这与 Hagspiel 等<sup>[1]</sup>、Dangl<sup>[4]</sup>、Giovanni 等<sup>[21]</sup> 线性的假设不同,此时可得企业在  $t$  时刻收益流表达式

$$\pi(t) = V(t)(1 - \eta q(t))q(t) + S_g q(t) - Cq(t) - C_n K \quad (3)$$

7)  $\lambda$  是小于 1 的常数,这意味着边际企业沉没成本随着企业单位生产规模的增加而减少.

8) 企业选择单位生产规模具有灵活性,在每个时刻单位生产规模可以在 0 和  $K$  之间进行调整而无需增加调整成本,生产规模决策的主要输入变量是当前的需求水平等.

9) 企业的生产规模包括单位生产规模和最优生产规模,单位生产规模与企业生产的产品数量相关,最优生产规模是企业生产的产品数量与单位生产规模的最优值.在不致引起混淆的情况下,把单位生产规模叫做生产规模.

10) 企业的单位生产投入(简称生产投入)包括劳动力、资本等在生产中可调整变化的投入.

### 1.3 基准模型

在区域  $0 \leq q(t) \leq K$ , 假设当  $V(t) < C - S_g$  时,此时企业生产投入动力不足,企业生产将暂停;当  $V(t) \geq C - S_g$ , 企业进行生产投入. 则该企业的最优产出率  $q^*(t)$  可以表示为(假设  $\eta < \frac{1}{2K}$ ,  $V(t)$  在  $V(t)_A$  连续可微,  $V(t)_A$  表示企业放弃生产投入时的阈限值)

$$q^*(t) = \begin{cases} 0, & V(t) < C - S_g \\ \frac{V(t) + S_g - C}{2V(t)\eta}, & C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K} \\ K, & V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K} \end{cases} \quad (4)$$

由式(3)和式(4),可以求得如下的企业收益表达式

$$\pi(t)^* = \begin{cases} -C_n K, & V(t) < C - S_g \\ \frac{(V(t) + S_g - C)^2}{4V(t)\eta} - C_n K, & C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K} \\ (V(t)(1 - \eta K) - C + S_g)K - C_n K, & V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K} \end{cases} \quad (5)$$

在需求不确定环境下,为找到企业在生产投入之后的预期贴现值,采用动态规划方法,仿照 Hagspiel 等<sup>[1]</sup>、Dangl<sup>[4]</sup>, 则该企业生产投入所获得的收益可用下式来表示

$$F(V, K) = \pi(V, K)dt + E[F(V + dV, K)e^{-\gamma dt}] \quad (6)$$

其中  $\gamma$  为常数,表示贴现率.  $F(V, K)$  指企业生产投入所获得收益,据 Dixit 和 Pindyck<sup>[9]</sup>, 可得

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V(t)^2 \frac{\partial^2 F(V, K)}{\partial V(t)^2} + \alpha V(t) \frac{\partial F(V, K)}{\partial V(t)} -$$

$$\gamma F(V, K) + \pi(V, K) = 0 \quad (7)$$

为求企业生产投入后所获得的收益  $F(V, K)$ , 由于该企业的收益是由分段函数表示的,根据 Hagspiel 等<sup>[1]</sup>, 可将企业在  $t$  时刻的收益流

$\pi(t)$  分成四个不同的区域. 于是可得企业生产投入的价值表达式(8) ( $\beta_1 > 1, \beta_2 < 0$  是方程

$L = \frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + \alpha\beta - \gamma = 0$  的两个根), 假设企业对该项目生产投入所放弃的成本为  $A$ , 则有

$$F(V,K) = \begin{cases} -A, & 0 \leq V(t) < V(t)_A \\ A_1V(t)^{\beta_1} + A_2V(t)^{\beta_2} - \frac{C_nK}{\gamma}, & V(t)_A \leq V(t) < C - S_g \\ B_1V(t)^{\beta_1} + B_2V(t)^{\beta_2} + \frac{(S_g - C)^2}{4V(t)\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)} + \frac{V(t)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g}{2\eta\gamma} - \frac{C_nK}{\gamma}, & C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K} \\ C_2V(t)^{\beta_2} + \frac{V(t)(1 - \eta K)K}{\gamma - \alpha} - \frac{(C - S_g)K}{\gamma} - \frac{C_nK}{\gamma}, & V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K} \end{cases} \quad (8)$$

假设  $F(V,K)$  在点  $V(t) = V(t)_A, V(t) = V(t)_1$  和  $V(t) = V(t)_2$  是连续可微的, 且  $V(t)_1 = C - S_g$  与  $V(t)_2 = \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$ , 且其边界条件为

$$\begin{cases} F(V,K) = 0 \\ \lim_{V \rightarrow \infty} F(V,K)_{v(t) \geq v(t)_2} = \frac{V(t)(1 - \eta K)K}{\gamma - \alpha} - \frac{(C - S_g)K}{\gamma} \end{cases} \quad (9)$$

由此, 根据文献[1, 4, 9]通过求解, 可以得到式(8)中相关系数的表达式

$$A_1 = B_1 + \frac{V(t)_1^{1-\beta_1}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \times \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right] \quad (10)$$

$$A_2 = \begin{cases} \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} V(t)_A^{-\beta_2} \left( \frac{C_nK}{\gamma} - A \right), & \text{当 } A < \frac{C_nK}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

$$B_1 = -\frac{V(t)_2^{1-\beta_1} (1 - 2\eta K)^2}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \times \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right] \quad (12)$$

$$B_2 = A_2 + \frac{V(t)_1^{1-\beta_2}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \times \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right] \quad (13)$$

$$C_2 = B_2 - \frac{V(t)_2^{1-\beta_2} (1 - 2\eta K)^2}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \times \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right] \quad (14)$$

结合式(8)和式(10)~式(14)及条件, 可得

如下结论:

**结论 1** 由上面可得

- $A_1 > 0.$
- $A_2 \geq 0.$
- $B_1 < 0.$

**证明** 由于篇幅所限,  $A_2 \geq 0$  的证明由式(11)及已知条件即可得证. 这里仅以  $A_1 > 0$  和  $B_1 < 0$  为例进行证明. 由于  $\beta_1 > 1, \beta_2 < 0, \gamma > \sigma^2 - \alpha, \gamma > \alpha, 0 \leq \sigma^2 - \alpha < \alpha, 1 - 2\eta k > 0, C > S_g$ , 则有

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} - \frac{1}{\gamma - \alpha} + \frac{2}{\gamma} = \\ & -\left(\frac{1}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} + \frac{1}{\gamma - \alpha} - \frac{2}{\gamma}\right) < 0 \end{aligned}$$

令  $F(\beta_i) = -\frac{1 + \beta_i}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} + \frac{1 - \beta_i}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_i}{\gamma}, i = 1, 2.$

则  $F(1) = -\frac{2}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} + \frac{2}{\gamma} < 0.$  又  $0 \leq \sigma^2 - \alpha < \alpha$  得

$$F(0) = -\frac{1}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} + \frac{1}{\gamma - \alpha} > 0.$$

进一步地, 容易看到

$$\begin{aligned} F(\beta_i) &= -\frac{1 + \beta_i}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} + \frac{1 - \beta_i}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_i}{\gamma} \\ &= -\left(\frac{1}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} + \frac{1}{\gamma - \alpha} - \frac{2}{\gamma}\right)\beta_i - \\ & \quad \frac{1}{\gamma - (\sigma^2 - \alpha)} + \frac{1}{\gamma - \alpha} \end{aligned}$$

为关于变量  $\beta_i$  的单调递减的线性函数. 由  $\beta_2 < 0 < 1 < \beta_1$ , 则

$$F(\beta_2) > F(0) > 0 > F(1) > F(\beta_1).$$

$$\text{则 } B_1 = -\frac{V(t)_1^{1-\beta_1} (1-2\eta K)^{1+\beta_1}}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} F(\beta_2) < 0,$$

$$\text{而 } A_1 = B_1 + \frac{V(t)_1^{-\beta_1}}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} F(\beta_2), \text{ 从而}$$

$$A_1 = \frac{V(t)_1^{-\beta_1} (1 - (1 - 2\eta K)^{1+\beta_1})}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} F(\beta_2) > 0.$$

由此,可以将相关系数代入式(8),并结合假设条件,对企业在需求不确定环境下生产投入、政府激励和企业生产规模决策之间的关系进行分析。

当  $0 \leq V(t) < V(t)_A$  时,由式(11)可知,在市场需求较低时,企业将放弃对该项目的生产投入,如果企业对该项目生产投入所放弃的成本为  $A$ ,且比资本化的未来生产规模  $\frac{C_n K}{\gamma}$  低,根据假设及结论1,此时  $A_2 \geq 0$ ,企业保持原有生产规模将导致损失,于是企业将放弃生产投入(与 Hagspiel 等<sup>[1]</sup>的结论是一致的).此时,由于假设  $V(t)$  在  $V(t) = V(t)_A$  时是连续可微的,企业放弃生产投入时的阈限值  $V(t)_A$  可以由下式表示

$$V(t)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (15)$$

当  $V(t)_A \leq V(t) < C - S_g$  时,由于市场需求较低,政府激励高于企业单位时间收益流的期望增长率,企业生产投入动力不足,企业将暂停生产投入,政府激励将出现“养懒汉”的问题.根据结论1,  $A_1$  为正,由假设可知,  $A_1 V(t)^{\beta_1}$  为正,这表示企业未来初始生产投入的选择价值,企业可以通过加强内生动力,使企业生产投入在  $V(t)$  超过  $C - S_g$  发生.对于  $A_2 V(t)^{\beta_2}$ ,根据结论1,  $A_2$  大于等于0,当市场需求下降甚至更低时,其代表了放弃期权的价值,如果企业对该项目生产投入所放弃的成本大于资本化的未来生产规模的生产投入  $\frac{C_n K}{\gamma}$ ,此时放弃期权为0,即企业选择不放弃.

当  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,  $-\frac{C - S_g}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma}$  代表企业生产投入之后,政府激励和生产投入及成本所产生的现金流.根据结论1,当  $\beta_1 > 1, \beta_2 < 0, \gamma > \sigma^2 - \alpha, \gamma > \alpha, 1 - 2\eta k > 0,$

$C > S_g$  时,  $B_1 < 0$ . 对于  $B_2 V^{\beta_2}$ ,其生产投入的效果包含了积极和消极的成分,积极的效果来自于当企业面临较高损失时可能选择放弃生产投入,这在后面的数值分析中还将进一步讨论.当  $V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,市场需求很大,企业将满负荷生产,  $C_2 V(t)^{\beta_2}$  描述了需求降低时的期权价值,  $\frac{V(t)(1 - \eta K)K}{\gamma - \alpha}$  包含了内生性因素对企业生产投入价值的具有负面影响,资本化的未来生产规模的生产投入  $\frac{C_n K}{\gamma}$  此时也具有负面影响.事实上,当  $V(t)$  低于  $\frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,企业可选择低于生产能力的生产规模,而不是被迫保持满负荷生产,此时政府可放弃或减少激励.

由该分析可知,对灵活的企业而言,可依据市场需求的变化并参考资本化未来生产规模、政府激励现金流、放弃期权价值和需求变化期权价值等对其生产规模进行最优化调整.

## 2 进一步分析

### 2.1 临界值方程分析

得到了企业生产投入的价值表达式,根据 Dixit 和 Pindyck<sup>[9]</sup>,还可以得到单位时间收益流  $V(t)$  分别位于区间  $[V(t)_A, C - S_g), [C - S_g, \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}]$  以及  $(\frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}, +\infty)$  时,其相应企业生产投入的临界值方程

$$\left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) A_2 V(t)^{\beta_2} - \frac{C_n K}{\gamma} - \delta K^\lambda = 0 \quad (16)$$

$$\left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) B_2 V(t)^{\beta_2} + \left(1 + \frac{1}{\beta_1}\right) \frac{(S_g - C)^2}{4\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)V(t)} + \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right) \frac{V(t)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma} - \delta K^\lambda = 0 \quad (17)$$

$$\left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) C_2 V(t)^{\beta_2} + \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right) \frac{V(t)(1 - \eta K)K}{\gamma - \alpha} - \frac{(C - S_g)K}{\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma} - \delta K^\lambda = 0 \quad (18)$$

由这些企业生产投入的临界值方程,可以通过代入数值,进而得到各自的数值解,为从数理角度验证前面的分析提供了一种途径.例如,由式(16)可知,由于  $A_2 \geq 0$ ,  $1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} > 0$ , 根据假设,显然单位时间收益流  $V(t)$  位于区域  $[V(t)_A, C - S_g)$ , 投资期权不会被执行,这与前面的讨论是一致的.又如,对于式(17)、式(18),在实际中可以代入相关数值,以便进一步检验前面的相关分析结果等.

**2.2 最优生产规模和最优政府激励分析**

在前面得出的需求不确定环境下企业生产投入的价值表达式的基础上,对需求不确定环境下企业最优生产规模和最优政府激励作进一步分析.对于企业最优生产规模和最优政府激励的问题,可通过对  $K^*(V)$  和  $S_g^*$  的优化来分析,即可分别通过企业单位时间收益流在各区域最大化生产投入价值来确定.当然,前面的分析得知,由于当  $0 \leq V(t) < V(t)_A$  时,在市场需求水平较低时,企业将放弃对该项目的生产投入,而当  $V(t)_A \leq V(t) < C - S_g$  时,市场需求水平也较低,企业因生产投入动力不足而暂停,政府激励将出现“养懒汉”的问题.因此,该两区域在此不讨论,主要讨论在  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  和  $V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时这两个区域.例如,当  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,由式(8)在该区域的表达式对  $K$  求导,再令其为零,通过整理可以得出式(19)及结论2.类似地,可以得出其他结论(证明见附录1~附录4):

**结论2** 当企业单位时间收益流满足  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,可得企业在该区域的最优生产规模方程

$$B'_1(K^*)V(K^*)^{\beta_1} + B'_2(K^*)V(K^*)^{\beta_2} - \frac{C_n}{\gamma} - \delta\lambda K^{*\lambda-1} = 0 \tag{19}$$

式(19)中的  $V(K^*)$  满足

$$K^*(V) = \begin{cases} K^*(V), & \text{当 } K^*(V) \geq \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V} \\ \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V}, & \text{其他} \end{cases}$$

可以得到在此区域的阈值  $V(K^*)$  方程

$$B_2(K^*)V(K^*)^{\beta_2} \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) + \frac{(S_g - C)^2 \left(1 + \frac{1}{\beta_1}\right)}{4\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)V(K^*)} + \frac{V(K^*) \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K^*}{\gamma} - \delta K^{*\lambda} = 0 \tag{20}$$

**结论3** 当企业单位时间收益流满足  $V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,可得企业在该区域的最优生产规模方程

$$C'_2 V(K^*)^{\beta_2} + \frac{(1 - 2\eta K^*)V(K^*)}{\gamma - \alpha} - \frac{C - S_g}{\gamma} - \frac{C_n}{\gamma} - \delta\lambda K^{*\lambda-1} = 0 \tag{21}$$

且  $K^*(V)$  满足

$$K^*(V) = \begin{cases} K^*(V), & 0 < K^*(V) < \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V} \\ \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V}, & K^*(V) \geq \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

在此区域,关于  $K^*$  的阈值  $V(K^*)$  的方程

$$C_2(K^*)V(K^*)^{\beta_2} \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) + \frac{V(K^*)(1 - \eta K^*)K^* \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right)}{\gamma - \alpha} - \frac{(C - S_g)K^*}{\gamma} - \frac{C_n K^*}{\gamma} - \delta K^{*\lambda} = 0 \tag{22}$$

通过严格的证明得到结论2和结论3,由于论证较为复杂,可以通过模拟赋值的方法作出图1,结合图1再对两个结论进行分析.

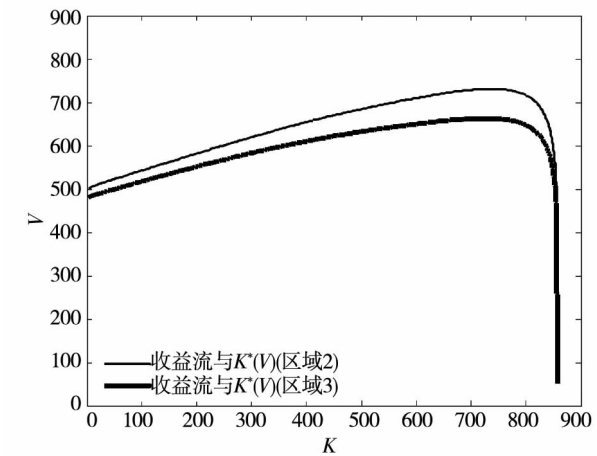


图1 收益流与  $K^*(V)$

Fig. 1 Profit flow and  $K^*(V)$

$\sigma = 0.2, \eta = 0.001, C_n = 1000, \alpha = 0.03, S_g = 100$

由图1可知,在  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  (简化为区域2),对企业生产规模而言,企业单位时间收益流随生产规模的扩大呈先增长后下降态势.此时,由式(19)可知,虽然企业的生产投入  $C_n, \delta, \lambda, K^*$  等具有负效应,但由于受到  $V(K^*), B_1'(K^*), B_2'(K^*)$  等因素的影响,在此区间,随着生产规模的增加,企业的单位时间收益呈先增长后下降的趋势.这与前面的相关讨论是一致的,在这一区间会建议企业增加生产规模到该区域的阈值为止,即式(21)表现的阈值方程所显示的阈值为止.在  $V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  (简化为区域3),虽然企业的生产投入  $C_n, \delta, \lambda$  等仍具有负效应,但受到  $V(K^*), C_2', S_g, \gamma - \alpha$ , 以及内生性因素如  $1 - 2\eta K^*$  等的影响,企业单位收益随企业生产规模的增大呈先增长后下降趋势,且降低到式(22)所限定的阈值为止.由于在此区域企业选择较低的生产规模,而不是被迫保持满负荷生产,这是与边际效用递减规律相符的.这不仅能对前面的结果进行验证,而且企业还可以根据相应的生产投入、阈值等参数对生产规模有效进行调节.当然,由于结论2和结论3的数学公式推导较为复杂,这里采用了赋值的方式进行分析,为体现一般性,根据题意又抽取不同参数值进行分析,如在区域2抽取  $\alpha$  分别等于0.022,0.024,0.026,区域3抽取  $\alpha$  分别等于0.022,0.024,0.26,在其他条件不变的情况下作出图1-1,从图1-1可以看出在区域2,企业单位时间收益流随生产规模的扩大仍呈先增长后下降态势.在区域3,企业单位收益随企业生产规模增大呈先增长后下降趋势.分析的结果表明其收益流与企业生产规模的关系趋势与图1的趋势相似(见附录5).

类似地对  $S_g^*$ ,有

**结论4** 当企业单位时间收益流满足  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,有在该区域的最优政府激励方程

$$B_1'(S_g^*)V(S_g^*)^{\beta_1} + B_2'(S_g^*)V(S_g^*)^{\beta_2} - \frac{C - S_g^*}{2V(S_g^*)\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)} + \frac{1}{2\eta\gamma} = 0 \quad (23)$$

且  $S_g^*$  满足

$$S_g^*(V) = \begin{cases} S_g^*(V), & C - V \leq S_g^*(V) \leq C - (1 - 2\eta K)V \\ C - (1 - 2\eta K)V, & S_g^*(V) > C - (1 - 2\eta K)V \\ C - V, & \text{其他} \end{cases}$$

关于此区域的阈值  $V(S_g^*)$  由下式确定

$$B_2(S_g^*)V(S_g^*)^{\beta_2} \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) + \frac{(S_g^* - C)^2 \left(1 + \frac{1}{\beta_1}\right)}{4\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)V(S_g^*)} + \frac{V(S_g^*) \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g^*}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma} - \delta K^\lambda = 0 \quad (24)$$

**结论5** 当企业单位时间收益流满足

$$V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$$

时,可得在该区域的最优政府激励方程

$$C_2'(S_g^*)V(S_g^*)^{\beta_2} + \frac{K}{\gamma} = 0 \quad (25)$$

关于  $S_g^*$  的阈值  $V(S_g^*)$  可由下式确定

$$C_2(S_g^*)V(S_g^*)^{\beta_2} \left(1 - \frac{\beta_2}{\beta_1}\right) + \frac{V(S_g^*)(1 - \eta K)K \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right)}{\gamma - \alpha} - \frac{(C - S_g^*)K}{\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma} - \delta K^\lambda = 0 \quad (26)$$

且关于此区域的阈值  $S_g^*$  满足

$$S_g^*(V) = \begin{cases} S_g^*(V), & S_g^*(V) > C - (1 - 2\eta K)V \\ C - (1 - 2\eta K)V, & \text{其他} \end{cases}$$

类似地,根据结论4和结论5,可用模拟赋值的方法作出图2.可以看出在给定赋值范围,单位收益流与政府激励在区域2正相关,说明此时政府激励会推动企业单位收益流不断增加,这也较为形象地回答了上面的问题.在区域3,由于市场需求大,企业自身的内生动力不足,政府激励的效果反而较区域2时好,这与前面的讨论相吻合.同时,企业还可根据最优政府激励方程及阈值方程,参考相应的政府激励、阈值等参数对生产规模有效进行调节.

虽然与上面的讨论类似,本文的结论是通过数理推导出来的,但推导过程较为复杂,因此可以通过模拟赋值来更加形象地显示其研究结果.类似的,为



了验证结论的一般性,可以随机抽取相关数据再进行检验,例如抽取不同  $K$  值,如在抽取  $K$  分别等于 1 100,1 300,1 600,在其他条件不变的情况下作出图 2,由图 2 可以看出,单位收益流与图 2 中政府激励的趋势类似,由此结果得到验证(见附录 6).

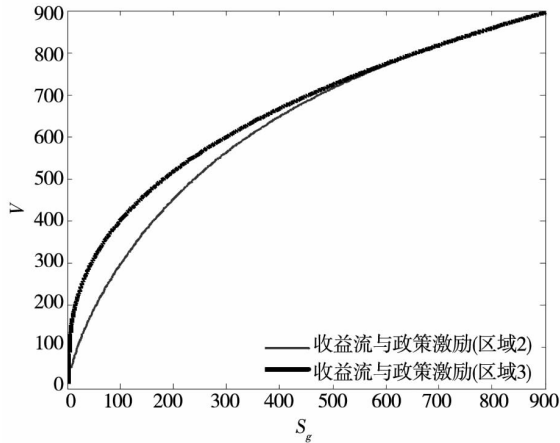


图 2 收益流与政府激励

Fig. 2 Revenue stream and government incentive

$\sigma = 0.2, \eta = 0.001, \alpha = 0.02, C_n = 3\ 000$

### 2.3 数值分析

通过数理建模得出了需求不确定环境下生产投入、政府激励与企业生产规模决策之间的关系,并对阈值方程,最优生产规模和最优政府激励作了分析.在此基础上进一步通过模拟赋值,来分析拓展这些关系,以更加形象地探究需求不确定环境下生产投入、政府激励与企业生产规模之间关系,以此作为制定决策的依据.(为了简便,假设  $A = 0$ ,画出图 3 ~ 图 6).

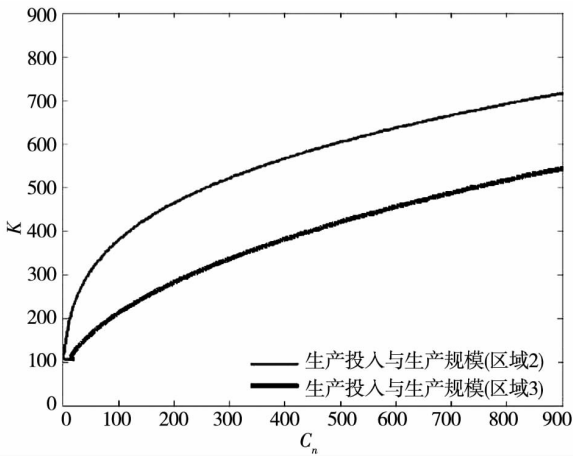


图 3 生产投入和生产规模

Fig. 3 Production input and production scale

$\sigma = 0.2, \eta = 0.001, \alpha = 0.03, S_g = 100, V = 100$

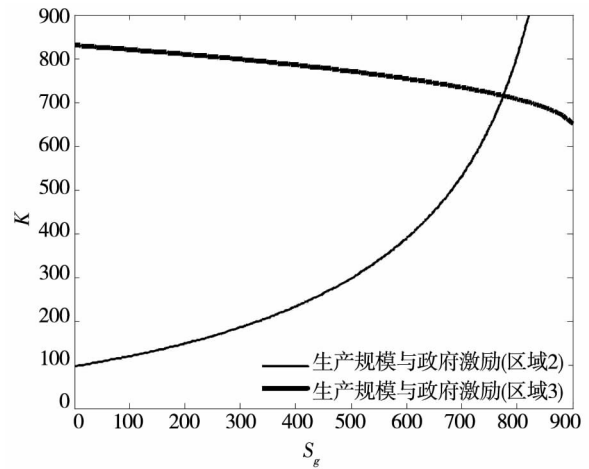


图 4 生产规模与政府激励

Fig. 4 Production scale and government incentive

$\sigma = 0.2, \eta = 0.001, C_n = 3\ 000, \alpha = 0.03, V = 100$

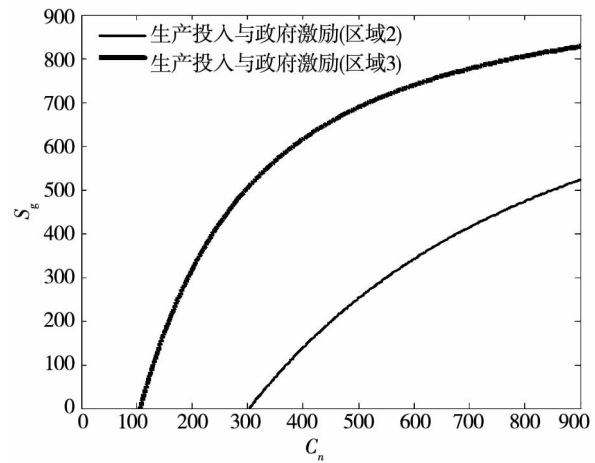


图 5 生产投入与政府激励

Fig. 5 Production input and incentive of government

$\sigma = 0.2, \eta = 0.001, \alpha = 0.03, V = 100$

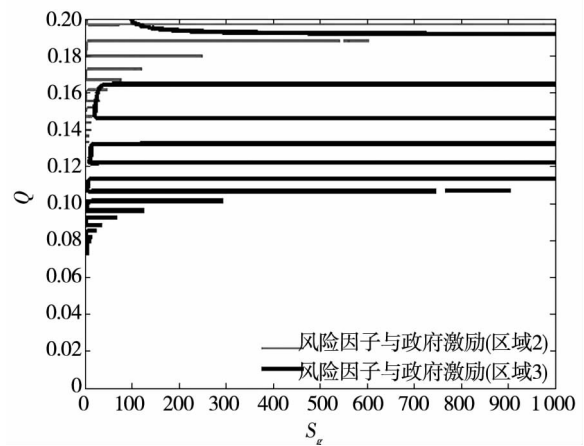


图 6 风险因子与政府激励

Fig. 6 Risk factors and incentive of government

$\eta = 0.001, \alpha = 0.03, C_n = 3\ 000, V = 100$

结合图3~图6,对生产投入、政府激励与企业生产规模决策之间的关系进一步加以分析.图3描述了企业生产投入与生产规模的关系.在区域2随着生产投入的增加,企业生产规模也增加,此是主要受 $B_2, S_g, V(t)$ 等积极因素的影响所致.在区域3随着生产投入的增加,虽然此时市场需求很大,但受到 $C_2V(t)^{\beta_2}$ 等因素的影响,企业生产规模也增加.图4描述了企业生产规模与政府激励的关系.在区域2随着政府激励的增加,企业的生产规模将扩大,这与Li和Cai<sup>[8]</sup>的结论相似,此时政府激励作用较为明显.在区域3随着政府激励的增加,企业的生产规模增加,虽然此时市场需求大,但受到 $C_2V(t)^{\beta_2}, \frac{V(t)(1-\eta K)K}{\gamma-\alpha}, \frac{C_n K}{\gamma}$ 等因素影响,要重新思考政府激励的作用.图5描述了企业生产投入与政府激励的关系.在区域2和区域3,都表明随着企业生产投入的增加,政府激励将增加,这与现实情况是相符合的.另外,风险因子是反映需求不确定环境的重要变量,为更好地理解需求不确定环境,还可从风险来看,图6描述了与风险因子与政府激励的关系(也可类似地描述了生产投入、生产规模与风险因子的关系等),随着政府激励的增加,在区域2的风险要高于在区域3的风险,这是显然的,但从政策的角度上看,风险大并不意味着此时政府就放弃或减少激励,这要视实际情况而定.以上对需求不确定环境下生产投入、政府激励与企业生产规模决策之间的关系分析具有动态性,灵活的企业可根据不同的情况,并结合相关的参数对其生产规模进行动态调整.

### 2.4 与外生性模型比较

前面论述了产品市场价格服从外生性因素发挥作用的随机过程,并且内生性因素(生产规模的反需求函数)对市场价格有影响的不确定环境下生产投入、政府激励和企业生产规模决策等问题.此处再与仅仅有外生性因素影响的情况作比较,进一步加强对所做工作的理解.

通过假设 $P(t)$ 不具有内生性,即类似于

Dangl<sup>[4]</sup>, Hagspiel等<sup>[1]</sup>,假设 $P(t) = V(t) - \eta q(t)$ ,于是企业在 $t$ 时生产投入所获得的收益对于 $q(t)$ 是线性函数,为了简化计算,假设 $q(t)$ 等于最优生产规模,在其他条件不变的情况下,可得企业收益流表达式

$\pi(t) = (V(t) - \eta q(t))q(t) - CK - C_n K + S_g K$ 仅就企业生产规模的情况为例,其他情况可类似地进行分析,参考Dangl<sup>[4]</sup>, Hagspiel等<sup>[1]</sup>的计算过程和前面的推导赋值方法,可以画出图7.

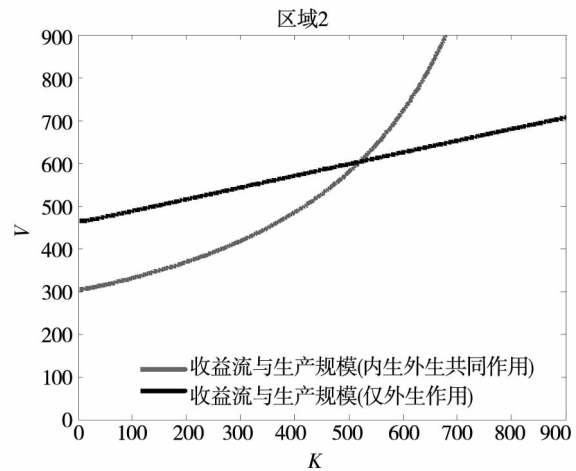


图7 收益流与生产规模

Fig. 7 Revenue stream and production scale

$\sigma = 0.2, \eta = 0.001, \alpha = 0.03, S_g = 100, C_n = 3000$

从图7不难看出,在区域2,如果收益流仅仅受到外生性市场随机冲击的影响,随着生产规模的增加,企业收益流的增长较为平稳.但在现实生活中,企业往往同时受到内外生因素的影响,此时,就要分析不同的区域并确定相应的对策.例如图7可知,在区域2随着市场需求的增加,企业生产规模不断增加,企业收益流总体上增长的幅度明显大于仅仅受到外生性市场随机冲击的影响时的幅度,这也说明了需求不确定环境下企业灵活性决策的重要性、必要性和适应性.当然,还可以根据实际情况选取不同的参数进行验证,通过验证仍可得出上面的结果.

### 3 结束语

本文在需求不确定环境下建立了生产投

入、政府激励与企业生产规模决策模型,研究了企业生产投入的价值表达式,并与临界值方程比较,在此基础上,还分析了生产投入、最优生产规模和最优政府激励之间的关系并得出相关结论,并针对数理模型进行了数值赋值分析.最后还与收益流仅仅受到外生性市场随机冲击的影响的外生性模型进行比较,体现了在不确定环境下企业灵活性决策的主要思想.与文献 Dangl<sup>[4]</sup>、Hagspiel 等<sup>[1]</sup>、Giovanni 等<sup>[21]</sup>不同的是,假设产品市场价格同时受到行业范围内随机冲击的外生性市场需求和生产规模的反需求函数的内生性因素影响,并同时考虑了企业如何结合需求不确定环境下企业生产投入、政府激励、生产规模等因素来加强灵活性决策的问题.研究的结果表明:1)灵活的企业可依据市场需求的变化并参考资本化未来生产规模、政府激励现金流、放弃期权价值和需求变化期权价值等对生产规模进行最优化调整.2)当企业单位时间收益流满足一定水平时,存在最优生产规模方程和最优政府激励方程及

相应的阈值方程,可据此对企业生产规模进行优化.3)企业可根据生产投入、政府激励及企业生产规模之间的作用机理对生产投入和生产规模进行动态调整.例如,对于需求不确定环境下政府激励问题,政府激励在区域3的激励效果要好于在区域2的效果,如果要扩大企业生产规模,政府要及时加强在区域3的激励;又如,为了扩大生产规模,企业生产投入在区域2的效果要好于区域3的效果,企业要适时做好在区域2的生产投入调整工作;再如,对于不确定环境下风险问题,由于区域2的政府激励风险要高于区域3的风险,政府要根据这一情况在激励方面及时进行相应调整,等等.

本文主要站在企业的角度,更多关注的是需求不确定环境下生产投入、政府激励和企业生产规模决策等问题,对政府激励与企业生产投入、生产规模之间的博弈,投资时机的选择和企业之间的竞争,以及企业多阶段投入等问题,这是下一步感兴趣的研究方向.

#### 参 考 文 献:

- [1] Hagspiel V, Huisman K J M, Kort P M. Volume flexibility and capacity investment under demand uncertainty[J]. *International Journal of Production Economics*, 2016, (178): 95 - 108.
- [2] 韩保江, 韩心灵. “中国式”产过剩的形成与对策[J]. *改革*, 2017, (4): 59 - 69.  
Han Baojiang, Han Xinling. The formation and countermeasures of “Chinese-style” excess production[J]. *Reform*, 2017, (4): 59 - 69. (in Chinese)
- [3] 张少华, 蒋伟杰. 中国的产能过剩: 程度测算与行业分布[J]. *经济研究*, 2017, (1): 89 - 102.  
Zhang Shaohua, Jiang Weijie. Overcapacity in China: Degree measurement and distribution[J]. *Economic Research*, 2017, (1): 89 - 102. (in Chinese)
- [4] Dangl T. Investment and capacity choice under uncertain demand[J]. *European Journal of Operational Research*, 1999, (117): 415 - 428.
- [5] 李应求, 刘朝才, 彭朝晖. 不确定条件下企业的投资规模决策[J]. *运筹学学报*, 2008, (6): 121 - 128.  
Li Yingqiu, Liu Zhaocai, Peng Zhaohui. Decision-making on investment capacity under uncertainty[J]. *Operations Research Transactions*, 2008, (6): 121 - 128. (in Chinese)
- [6] Bengtsson J, Olhager J. Valuation of product-mix flexibility using real options[J]. *International Journal of Production Economics*, 2002, 78(1): 13 - 28.
- [7] Arrow K. *Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention* [M]. Princeton: Princeton University Press; 1962, 609 - 625.
- [8] Li S, Cai H B. Government incentive impacts on private investment behaviors under demand uncertainty[J]. *Transportation*

- Research Part E, 2017, (101): 115 - 129.
- [9] Dixit R K, Pindyck R S. *Investment Under Uncertainty* Princeton[M]. NJ: Princeton University Press, 1994.
- [10] Yang L, Wang Y, Ma J, et al. Technology investment under flexible capacity strategy with demand uncertainty[J]. *International Journal of Production Economics*, 2014, 154(4): 190 - 197.
- [11] Czarnitzki D, Toole A A. Business R&D and the interplay of R&D subsidies and product market uncertainty[J]. *Review of Industrial Organization*, 2007, 31: 169 - 181.
- [12] Tan Z, Yang H. Flexible build-operate-transfer contracts for road franchising under demand uncertainty[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2012, 46(10): 1419 - 1439.
- [13] Bar-Ilan A, Agnès S, Alessandro Z. Time-to-build and capacity choice[J]. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 2002, 26: 69 - 98.
- [14] Seta M D, Gryglewicz S, Kort P M. Optimal investment in learning-curve technologies[J]. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 2012, 36(10): 1462 - 1476.
- [15] Guthrie G. Uncertainty and the trade-off between scale and flexibility in investment[J]. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 2012, 36(11): 1718 - 1728.
- [16] 谭英双, 张雪清, 衡爱民. 需求不确定下企业生产规模选择及影响因素研究[J]. *中国管理科学*, 2018, 26(8): 138 - 145.
- Tan Yingshuang, Zhang Xueqing, Heng Aimin. Study on the scale and influence factors of enterprise production under demand uncertainty[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2018, 26(8): 138 - 145. (in Chinese)
- [17] 阳 军, 孟卫东, 熊维勤. 不确定条件下最优投资时机和最优投资规模决策[J]. *系统工程理论与实践*, 2012, 32(4): 752 - 759.
- Yang Jun, Meng Weidong, Xiong Weiqin. Optimal investment timing and investment scale decision making under uncertainty[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2012, 32(4): 752 - 759. (in Chinese)
- [18] Goyal M, Serguei Netessine. Volume flexibility, product flexibility, or both: The role of demand correlation and product substitution[J]. *Manuf Serv. Oper. Manag*, 2011, 13(2): 180 - 193.
- [19] 鲁 皓, 张宗益. 基于实物期权方法的新兴项目投资时机和投资规模选择[J]. *系统工程理论与实践*, 2012, 32(5): 1068 - 1074.
- Lu Hao, Zhang Zongyi. Analysis firm's optimal investing time and scale of emerging technology based on the real option approach[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2012, 32(5): 1068 - 1074. (in Chinese)
- [20] Boonman H J, Siddiqui A S. Capacity optimization under uncertainty: The impact of operational time lags[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 262(2): 1 - 13.
- [21] Giovanni D D, Massabò I. Capacity investment under uncertainty: The effect of volume flexibility[J]. *International Journal of Production Economics*, 2018, (198): 165 - 176.
- [22] 臧宝锋, 胡汉辉, 庄伟钢. 双重随机不确定条件下的一次性容量扩展投资[J]. *管理科学学报*, 2007, 10(3): 37 - 43.
- Zang Baofeng, Hu Hanhui, Zhuang Weigang. Lumpy capacity expansion investment decision under bistochastic uncertainties[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2007, 10(3): 37 - 43. (in Chinese)
- [23] 张新华, 叶 泽, 赖明勇, 等. 考虑价格上限的寡头发电投资阈值与容量选择[J]. *管理科学学报*, 2012, 15(9): 1 - 9.
- Zhang Xinhua, Ye Ze, Lai Mingyong, et al. Investment threshold and capacity choice with price cap in oligopoly electric power market[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2012, 15(9): 1 - 9. (in Chinese)
- [24] 郑宇婷, 李建斌, 陈植元, 等. 不确定需求下的冷链分销商最优决策[J]. *管理科学学报*, 2019, 22(1): 94 - 106.
- Zhang Yuting, Li Jianbin, Chen Zhiyuan, et al. Optimal decisions of cold chain distributor under uncertain in demand[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2019, 22(1): 94 - 106. (in Chinese)

- [25]王 兵, 张水波, 王秀芹, 等. 基于实物期权的 PPP 项目最优资本结构研究[J]. 管理科学学报, 2019, 22(6): 73 – 85.
- Wang Bing, Zhang Shuibo, Wang Xiuqin, et al. The optimal capital structure of PPP projects: Based on the realoption method[J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(6): 73 – 85. (in Chinese)
- [26]Delgado F, Trincado R, Pagnoncellib B. A multistage stochastic programming model for the network air cargo allocation under capacity uncertainty[J]. Transportation Research Part E, 2019, (131): 292 – 307.
- [27]Watanabe K, Takaysu H, Takaysu M. Random walker in temporally deforming higher-order potential forces observed in a financial crisis[J]. Physical Review, 2009, 80(5): 56 – 110.
- [28]Metric A. Venture Capital and the Finance of Innovation[M]. NJ: Hoboken, 2007, 350 – 355.
- [29]Lavrutich M N. Capacity choice under uncertainty in a duopoly with endogenous exit[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 258 (3): 1033 – 1053.

## Production input, government incentives and enterprise production scale decision

*TAN Ying-shuang, CHEN Rui, ZHANG Xue-qing, LONG Yong, LIU Feng*

School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China

**Abstract:** Under the uncertain demand environment facing both exogenous and endogenous factors, by establishing a decision model for production input, government incentives, and enterprise production scale, based on the research on the value expressions of production inputs of enterprises, the mechanism of production inputs, government incentives, and decision-making on enterprise production scale is analyzed, and the critical value equation, optimal production scale, and optimal government incentives are analyzed. The study shows: 1) Flexible enterprises can optimize the production scale according to changes in market demand, with reference to capitalized future production scale, government incentive cash flow, abandonment option value, and demand change option value, etc; 2) When the enterprise unit time income stream meets at a certain level, there exists an optimal production scale equation and an optimal government incentive equation and their corresponding threshold equations; 3) There is a close relationship between production input, government incentives, and enterprise production scale, and flexible enterprises can dynamically adjust production accordingly. In addition, comparisons with exogenous models verify the adaptability of the model. Therefore, it can be used as a reference to strengthen the production scale decision of enterprises in an environment of uncertain demand.

**Key words:** production input; government incentives; production scale decision

### 附录 1

#### 结论 2 计算

根据 Dixit and Pindyck<sup>[9]</sup>, 分区域分别通过最大化生产投入价值来推导.

当  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,有

$$\frac{\partial [B_1 V(t)^{\beta_1} + B_2 V(t)^{\beta_2} + \frac{(S_g - C)^2}{4V(t)\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)} + \frac{V(t)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma} - I(K)]}{\partial K} = 0$$

由此得到式(19). 这里  $I(K) = \delta K^\lambda$ , 且

$$A_2 = \begin{cases} \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} V(K)_A^{-\beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right), & \text{当 } A < \frac{C_n K}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$B_1'(K^*) = \frac{V_2(K^*)^{-\beta_1} (1 + \beta_1) (C - S_g)}{2(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$B_2'(K^*) = A_2'(K^*) = \begin{cases} -\frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 - \beta_2} V(K^*)_A^{-\beta_2-1} V'(K^*)_A \left( \frac{C_n K^*}{\gamma} - A \right) + \frac{\beta_1 C_n V(K^*)_A^{-\beta_2}}{(\beta_1 - \beta_2)\gamma}, & \text{当 } A < \frac{C_n K^*}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (A1)$$

其中  $V(K)_A$  被定义为

$$V(K^*)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{C_n K^*}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}, V'(K^*)_A = \frac{1}{\beta_1} A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{C_n}{C_n K^* - \gamma A} - \frac{A_1'(K^*)}{A_1} \right] \cdot \left[ \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{C_n K^*}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}$$

$$A_1(K^*) = B_1(K^*) + \frac{V(K^*)_1^{1-\beta_1}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right], A_1'(K^*) = B_1'(K^*),$$

$$B_1(K^*) = -\frac{V(K^*)_1^{1-\beta_1} (1 - 2\eta K^*)^2}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

其中  $A_1$  被定义在式(10)且  $A_1'(K^*) = B_1'(K^*)$ .

当  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,对生产投入的阈值求解

$$\begin{cases} L_1 V(K^*) \beta_1 = B_1 V(K^*)^{\beta_1} + B_2 V(K^*)^{\beta_2} + \frac{(S_g - C)^2}{4V(K^*)\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)} + \frac{V(K^*)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K^*}{\gamma} - \delta(K^*)^\lambda \\ \beta_1 L_1 V(K^*)^{\beta_1-1} = \beta_1 B_1 V(K^*)^{\beta_1-1} + \beta_2 B_2 V(K^*)^{\beta_2-1} - \frac{(S_g - C)^2}{4V^2(K^*)\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha)} + \frac{1}{4\eta(\gamma - \alpha)} \end{cases}$$

此时,可以得到阈值  $V(K^*)$  的式(20)

$$B_2(K^*) V(K^*)^{\beta_2} \left( 1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} \right) + \frac{(S_g - C)^2 \left( 1 + \frac{1}{\beta_1} \right)}{4\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha) V(K^*)} + \frac{V(K^*) \left( 1 - \frac{1}{\beta_1} \right)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K^*}{\gamma} - \delta K^{*\lambda} = 0$$

其中  $K^*(V)$  满足

$$K^*(V) = \begin{cases} K^*(V), & \text{当 } K^*(V) \geq \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V} \\ \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V}, & \text{其他} \end{cases}$$

其中  $B_2(K^*) = A_2(K^*) + \frac{V(K^*)_1^{1-\beta_2}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$  且

$$A_2(K^*) = \begin{cases} \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} V(K^*)_A^{-\beta_2} \left( \frac{C_n K^*}{\gamma} - A \right), & \text{当 } A < \frac{C_n K^*}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

此时  $V(K^*)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{C_n K^*}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}$ , 这里  $V(K^*)_1 = C - S_g$ .

附录 2

结论 3 计算

根据 Dixit and Pindyck<sup>[9]</sup>, 当  $V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时, 类似于结论 2 可得式(21), 这里

$$C'_2(K^*) = B'_2(K^*) - \frac{V(t)_2^{-\beta_2}(1 - \beta_2)(C - S_g)}{2(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

其中  $B'_2(K^*)$  被定义在式(A1),  $V(K^*)_2 = \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K^*}$ . 当  $V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时, 对投入的阈值求解

$$\begin{cases} L_1 V(K^*)^{\beta_1} = C_2 V(K^*)^{\beta_2} + \frac{V(K^*)(1 - \eta K^*)K^*}{\gamma - \alpha} - \frac{(C - S_g)K^*}{\gamma} - \frac{C_n K^*}{\gamma} - \delta(K^*)^\lambda \\ \beta_1 L_1 V(K^*)^{\beta_1 - 1} = \beta_2 C_2 V(K^*)^{\beta_2 - 1} + \frac{(1 - \eta K^*)K^*}{\gamma - \alpha} \end{cases}$$

联合上式, 得到关于生产投入阈值  $V(K^*)$  的式(22)

$$C_2(K^*) V(K^*)^{\beta_2} \left( 1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} \right) + \frac{V(K^*)(1 - \eta K^*)K^* \left( 1 - \frac{1}{\beta_1} \right)}{\gamma - \alpha} - \frac{(C - S_g)K^*}{\gamma} - \frac{C_n K^*}{\gamma} - \delta K^{*\lambda} = 0$$

其中  $K^*(V)$  满足

$$K^*(V) = \begin{cases} K^*(V), & 0 < K^*(V) < \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V} \\ \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V}, & K^*(V) \geq \frac{1}{2\eta} - \frac{C - S_g}{2\eta V} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

且

$$C_2(K^*) = B_2(K^*) - \frac{V(K^*)_2^{1-\beta_2}(1 - 2\eta K^*)^2}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

及

$$B_2(K^*) = A_2(K^*) + \frac{V(K^*)_1^{1-\beta_2}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

$$A_2(K^*) = \begin{cases} \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} V(K^*)_A^{-\beta_2} \left( \frac{C_n K^*}{\gamma} - A \right), & \text{当 } A < \frac{C_n K^*}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$V(K^*)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{C_n K^*}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}, \text{ 这里 } V(K^*)_1 = C - S_g, V(K^*)_2 = \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K^*}.$$

附录 3

结论 4 计算

根据 Dixit and Pindyck<sup>[9]</sup>, 当  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时, 类似于结论 2 可得式(23). 这里

$$B'_1(S_g^*) = \frac{V(S_g^*)_2^{-\beta_1}(1 - \beta_1)(1 - 2\eta K)}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$B'_2(S_g^*) = A'_2(S_g^*) - \frac{V(S_g^*)_1^{-\beta_2}(1 - \beta_2)}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

且

$$A_2'(S_g^*) = \begin{cases} -\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1 - \beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) V(S_g^*)^{-\beta_2-1} \cdot V'(S_g^*)_A, & \text{当 } A < \frac{C_n K}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$V(S_g^*)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}$$

$$V'(S_g^*)_A = -\frac{1}{\beta_1} A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}} \cdot \frac{A_1'}{A_1}$$

$$A_1(S_g^*) = B_1(S_g^*) + \frac{V(S_g^*)_1^{1-\beta_1}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$A_1'(S_g^*) = B_1'(S_g^*) - \frac{V(S_g^*)_1^{-\beta_1}(1 - \beta_1)}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$V(S_g^*)_1 = C - S_g^*, \quad V(S_g^*)_2 = \frac{C - S_g^*}{1 - 2\eta K}$$

当  $C - S_g \leq V(t) \leq \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,其投入的阈值  $V(S_g^*)$  类似于 1 中生产投入阈值  $V(K^*)$  的求法,可由下式确定

$$B_2(S_g^*) V(S_g^*)^{\beta_2} \left( 1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} \right) + \frac{(S_g^* - C)^2 \left( 1 + \frac{1}{\beta_1} \right)}{4\eta(\gamma - \sigma^2 + \alpha) V(S_g^*)} + \frac{V(S_g^*) \left( 1 - \frac{1}{\beta_1} \right)}{4\eta(\gamma - \alpha)} - \frac{C - S_g^*}{2\eta\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma} - \delta K^\lambda = 0$$

其中  $S_g^*(V)$  满足

$$S_g^*(V) = \begin{cases} S_g^*(V), & C - V \leq S_g^*(V) \leq C - (1 - 2\eta K)V \\ C - (1 - 2\eta K)V, & S_g^*(V) > C - (1 - 2\eta K)V \\ C - V, & \text{其他} \end{cases}$$

且

$$B_2(S_g^*) = A_2(S_g^*) + \frac{V(S_g^*)_1^{1-\beta_2}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_1}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_1}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

$$A_2(S_g^*) = \begin{cases} \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} V(S_g^*)_A^{1-\beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right), & \text{当 } A < \frac{C_n K}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$V(S_g^*)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}$$

$$A_1(S_g^*) = B_1(S_g^*) + \frac{V(S_g^*)_1^{1-\beta_1}}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$B_1(S_g^*) = -\frac{V(S_g^*)_2^{1-\beta_1}(1 - 2\eta K)^2}{4\eta(\beta_1 - \beta_2)} \left[ -\frac{1 + \beta_2}{\gamma - \sigma^2 + \alpha} + \frac{1 - \beta_2}{\gamma - \alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

此时  $V(S_g^*)_1 = C - S_g^*, V(S_g^*)_2 = \frac{C - S_g^*}{1 - 2\eta K}$ .

#### 附录 4

##### 结论 5 计算

根据 Dixit and Pindyck<sup>[9]</sup>,当  $V(t) > \frac{C - S_g}{1 - 2\eta K}$  时,类似于结论 2 可得式(25),这里



$$C_2'(S_g^*) = B_2'(S_g^*) + \frac{V(S_g^*)_2^{-\beta_2}(1-\beta_2)(1-2\eta K)}{2(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_1}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_1}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

$$\text{其中 } B_2'(S_g^*) = A_2'(S_g^*) - \frac{V(S_g^*)_1^{-\beta_2}(1-\beta_2)}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_1}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_1}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

$$\text{且 } A_2'(S_g^*) = \begin{cases} -\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1-\beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) V(S_g^*)_A^{-\beta_2-1} \cdot V'(S_g^*)_A, & \text{当 } A < \frac{C_n K}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$V(S_g^*)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1-\beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}$$

$$V'(S_g^*)_A = -\frac{1}{\beta_1} A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1-\beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}} \cdot \frac{A_1'}{A_1}$$

$$A_1'(S_g^*) = B_1'(S_g^*) - \frac{V(S_g^*)_1^{-\beta_1}(1-\beta_1)}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_2}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_2}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$B_1'(S_g^*) = \frac{V(S_g^*)_2^{-\beta_1}(1-\beta_1)(1-2\eta K)}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_2}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_2}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

当  $V(t) > \frac{C-S_g}{1-2\eta K}$  时, 其最有投入阈值  $V(S_g^*)$  类似于 2 中生产投入阈值  $V(K^*)$  的求法, 可由下式确定

$$C_2(S_g^*) V(S_g^*)^{\beta_2} \left( 1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} \right) + \frac{V(S_g^*)(1-\eta K)K \left( 1 - \frac{1}{\beta_1} \right)}{\gamma-\alpha} - \frac{(C-S_g^*)K}{\gamma} - \frac{C_n K}{\gamma} - \delta K^\lambda = 0$$

$$\text{其中 } S_g^*(V) \text{ 满足 } S_g^*(V) = \begin{cases} S_g^*(V), & S_g^*(V) > C - (1-2\eta K)V \\ C - (1-2\eta K)V, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\text{且 } C_2(S_g^*) = B_2(S_g^*) - \frac{V(S_g^*)_2^{-\beta_2}(1-2\eta K)^2}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_1}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_1}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

$$B_2(S_g^*) = A_2(S_g^*) + \frac{V(S_g^*)_1^{-\beta_2}}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_1}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_1}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_1}{\gamma} \right]$$

$$A_2(S_g^*) = \begin{cases} \frac{\beta_1}{\beta_1-\beta_2} V(S_g^*)_A^{-\beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right), & \text{当 } A < \frac{C_n K}{\gamma} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

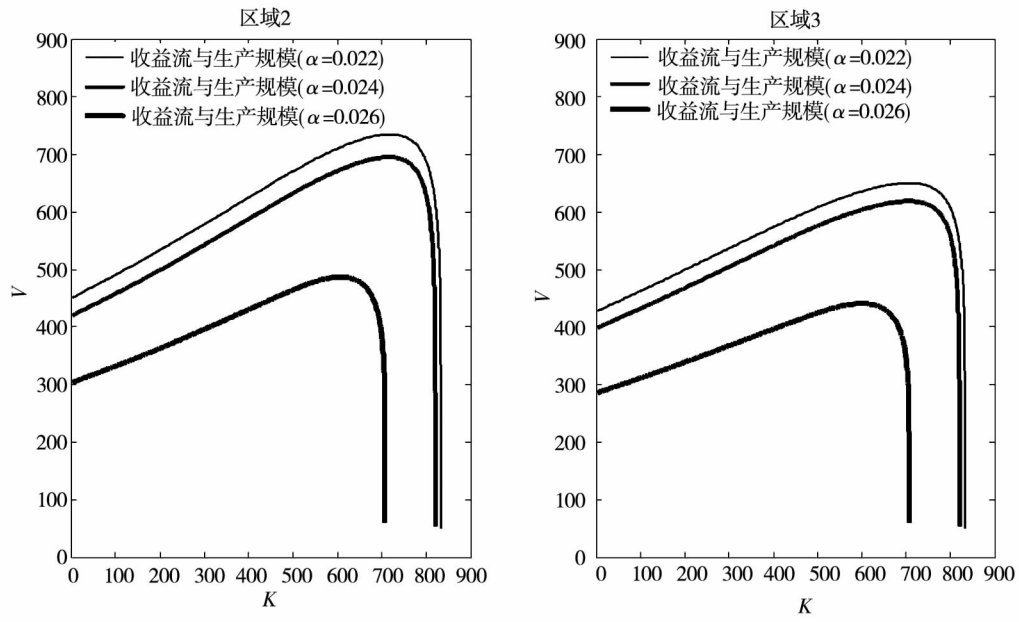
$$V(S_g^*)_A = A_1^{-\frac{1}{\beta_1}} \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1-\beta_2} \left( \frac{C_n K}{\gamma} - A \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}$$

$$A_1(S_g^*) = B_1(S_g^*) + \frac{V(S_g^*)_1^{-\beta_1}}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_2}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_2}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$B_1(S_g^*) = -\frac{V(S_g^*)_2^{-\beta_1}(1-2\eta K)^2}{4\eta(\beta_1-\beta_2)} \left[ -\frac{1+\beta_2}{\gamma-\sigma^2+\alpha} + \frac{1-\beta_2}{\gamma-\alpha} + 2\frac{\beta_2}{\gamma} \right]$$

$$\text{这里 } V(S_g^*)_1 = C - S_g^*, V(S_g^*)_2 = \frac{C - S_g^*}{1 - 2\eta K}.$$

#### 附录 5 不同 $\alpha$ 取值时收益流与生产规模



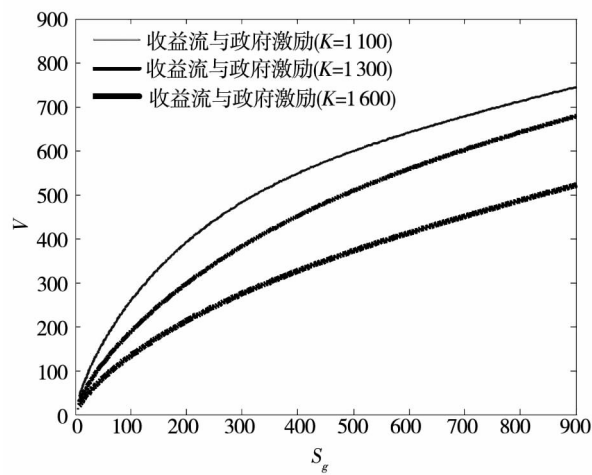
附图 1 不同  $\alpha$  取值时收益流与生产规模

Appendix Fig. 1 Revenue stream and production scale for different  $\alpha$

$\sigma = 0.1, \eta = 0.001, C_n = 500, S_g = 100$

附录 6

不同  $K$  取值时收益流与政府激励(在区域 2)



附图 2 不同  $K$  取值时收益流与政府激励

Appendix Fig. 2 Revenue stream and government incentive for different  $K$

$\sigma = 0.1, \eta = 0.001, C_n = 500, \alpha = 0.01$