

doi:10.19920/j.cnki.jmsc.2021.11.007

按需服务平台中两类抑制挑单行为的机制研究^①

刘春会¹, 周文慧¹, 黄伟祥^{1*}, 罗 丰²

(1. 华南理工大学工商管理学院, 广州 510640; 2. 北京工商大学电商与物流学院, 北京 100048)

摘要: 按需服务平台中服务代理人具有自主选择权, 容易出现挑单现象. 合理的激励机制设计能规范接单行为. 首先分析服务代理人的均衡策略, 发现不同类型订单的期望收益不同会导致挑单行为的出现. 为了抑制挑单行为, 提出了两类机制设计: 一是惩罚机制, 即设计平台推送优质订单的概率与服务代理人接受劣质订单的概率呈正相关关系, 以降低挑单行为下服务代理人的单位时间期望收益; 二是补贴机制, 设计对劣质订单进行合理范围内的收益补贴, 以提高不挑单时服务代理人的单位时间期望收益. 结论显示两种机制都可以达到有效抑制挑单行为的目标.

关键词: 机制设计; 按需服务平台; 挑单行为

中图分类号: F570.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2021)11-0116-11

0 引 言

共享出行、即时物流和按需雇佣等按需服务平台(on-demand platforms)是共享经济在实践中发展较为成熟的商业模式. 以共享出行为例, 滴滴、首汽、易到和曹操等共享出行平台已成为我国现有交通系统的重要补充. 网约车的上线一定程度上缓解了由于司机端与乘客端的信息不对称而导致的“打车难”问题, 与此同时, 打车软件提高了网约车司机对订单信息的获取度以及选择订单的自主权, 这加剧了网约车司机的“挑单”行为: 司机只选择单位时间收益高的订单, 而拒绝单位时间收益低的订单. 据报道, 2016年全国已有3万余名司机购买并使用作弊软件进行挑单、拒单和篡改里程数等操作. 服务代理人的挑单行为同样存在于其他按需服务平台.

服务平台通过设计激励相容机制, 使得服务代理人自发遵守操作规范, 是减少服务代理人挑

单行为的重要方法. 以滴滴打车为例, 该平台基于其大数据以及信息监控实行“服务分”的积分体系, 根据司机服务分的多少确定派单的优先级, 其中订单的完成率以及司机是否拒载乘客都是计算服务分的重要标准. 类似地, 美团外卖的专送系统也采用派单模式, 而美团外卖的众包系统和京东到家等平台仍然使用抢单模式. 在此模式下, 平台将根据配送距离动态调整配送费以激励配送员服务更远的订单. 这两类实际中经常采用的策略分别对应于惩罚和补贴机制.

本文以按需服务平台为背景, 对如何设计有效的激励机制来规范服务代理人接单行为的问题进行研究. 首先, 通过对不同订单的收益, 服务时间和等待时间进行建模, 刻画出服务代理人的接单/选择行为. 然后, 分别考虑两种机制来遏制挑单行为: 一种是建立劣质订单接单强度与优质订单推送强度正相关的激励合同, 另一种是对接收

① 收稿日期: 2019-01-11; 修订日期: 2019-05-24.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71925002; 71731006; 71571070; 71801096); 中国博士后科学基金资助项目(2019M650202); 广东省高等职业院校珠江学者岗位计划资助项目(2017); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(SCUT X2gs/D2191820).

通讯作者: 黄伟祥(1989—), 广东东莞人, 博士, 副教授. Email: huangwxba@scut.edu.cn

劣质订单进行奖励的补贴合同. 结果表明: 1) 基于第一种机制的激励合同可行且不唯一. 常见的函数形式, 例如幂函数和指数函数, 都能够用来构造这一惩罚机制, 因此这一机制的实现并不复杂; 2) 补贴机制是可行的且机制合同也不唯一, 但在最小化资金成本的目标下存在唯一的机制合同. 有趣的是, 在此最小化成本的补贴额度下, 劣质订单的总收益仍然低于优质订单. 最后还讨论了这些措施对服务代理人利润和系统服务指标的影响. 除了服务代理人的利润, 系统的各项指标在两种机制下相同, 此外, 服务代理人将受益于补贴机制, 受损于惩罚机制.

机制设计是解决资源分配问题的重要方法, 广泛应用于供应链和服务系统等方面. 例如在供应链方面, 田厚平和刘长贤^[1]研究了信息非对称条件下, 制造商如何设计相应契约来激励分销商提高服务水平以最大化制造商自己的利益的问题. 王明喜等^[2]针对政府采购机制存在的低效率配置问题, 从信息公开和机制设计等方面对采购体制进行优化. 同样针对供应链中的采购拍卖问题, 李志鹏等^[3]通过设计在多个供应商之间选择双源采购的拍卖机制, 以达到分散供应风险的目的. 在服务系统方面, Afeche^[4]、Afeehe 和 Pavlin^[5]与 Sun 等^[6]等研究了机制设计在排队服务系统中的应用. Su 和 Zenios^[7]综合考虑效率和公平的目标, 为肾脏移植系统的分配策略进行了机制设计. 邓世名等^[8]研究了分布式服务链中通过设计顾客满意度最大化的激励机制来提高品牌商利润. 本文讨论的按需服务平台系统与常见的服务系统存在显著差异, 在常见的服务系统中, 激励相容机制作用于服务使用方(用户), 而在按需服务平台中, 除了顾客服务代理人也具有自主选择权. 因此网络环境下的平台企业构建的机制需要有效地激发不同主体的响应和互动^[9].

在服务代理人自主选择研究方面, 曹祎和罗霞^[10]指出, 打车软件发布乘客需求信息后, 司机依据自身利润最大化任意选择乘客进行预约. Benjaafar 等^[11]、Bai 等^[12]和 Taylor^[13], 在研究按需服务平台各参与方的博弈问题时, 提出服务代

理人的参与约束条件为收益不低于机会成本. 在服务代理人自主选择的前提下, 为了实现与平台目标一致的供需匹配, Afeche 等^[14]提出平台可以通过策略性拒绝低需求地区的订单促使司机转移到高需求地区, 以实现平台利润最大化. Guda 和 Subramanian^[15]、Cachon 等^[16]研究峰值定价策略(surge pricing)以提高高峰期司机单位时间收益, 促使增加高峰时段/地区的车辆供给. Wei 等^[17]提出通过适当提高乘车费用以降低司机拒单概率的方法. Chu 等^[18]指出网约车平台信息曝光会驱使司机对高收益订单竞争更加激烈, 并提出空闲时间最短的司机优先分配优质订单的策略来促使司机接受并服务低收益订单. 针对信息披露对按需服务平台的负面影响, Romanyuk^[19]设计了披露部分需求信息的策略以实现更有效的供需匹配效率. 在这些按需服务平台的研究中, 激励机制作用在服务提供方, 无论是调整乘车费用还是设计订单分配策略, 其本质都是通过调节单位时间收益率来影响服务代理人的选择行为. 本文将建立模型验证订单的收益率对服务代理人接单策略的影响, 基于惩罚和激励两个视角分别提出了两类抑制挑单行为的机制.

1 模型描述

1.1 模型假设

考虑按需服务平台, 服务代理人(agent, 下文记为 A) 面对两类订单, 订单 1 和订单 2. 类似 Afeche 等^[14], 假设订单 $i(i = 1, 2)$ 到达平台的过程服从泊松(Poisson)分布, 单位时间到达率的期望值为 λ_i ; 订单 i 的服务时间服从指数分布, 期望值为 $1/\mu_i$. 当订单到达时, 如果 A 处于空闲状态并且愿意接单, 则订单匹配成功. 每服务 1 个 i 类订单, A 可获得的单位时间收益为 r_i . A 在选择订单时, 一方面, A 由于接受“差”订单, 导致服务资源被占用而错过获得“好”订单的机会; 另一方面, A 也可能由于拒绝“差”订单, 而处于空闲状态导致损失. 因此, A 在接到系统推送的订单信息时存在着选择策略: 接受或拒绝. 假设处于空闲状态的 A

以概率 $\alpha_i (0 \leq \alpha_i \leq 1)$ 接受平台指派的订单,以概率 $1 - \alpha_i$ 拒绝该订单并继续等待其他订单.

由于订单到达服从泊松过程,订单服务时间为指数分布,而且 A 以一定的概率进行选择,因此不难看出,A 的服务过程服从更新过程.定义处于空闲状态的 A 从接受系统推送的订单时刻开始到下一个处于空闲状态并接受系统推送的订单时刻为 1 个服务周期.1 个服务周期包括订单的服务过程和等待订单过程(如图 1 所示).

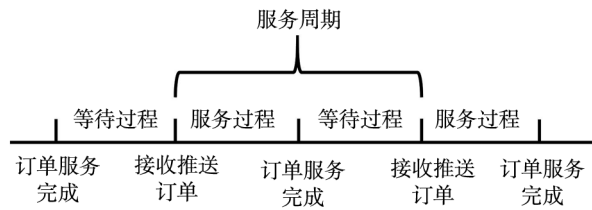


图 1 服务周期
Fig. 1 Service period

服务周期的期望 $T(\alpha_1, \alpha_2)$ 取决于 A 的选择策略.在接单策略 (α_1, α_2) 下,任一个服务周期内服务的订单是 i 类的概率为 $\frac{\alpha_i \lambda_i}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2}$,期望的订单服务时间为 $\frac{\alpha_1 \lambda_1}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2} \frac{1}{\mu_1} + \frac{\alpha_2 \lambda_2}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2} \frac{1}{\mu_2}$,期望的订单等待时间为 $\frac{1}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2}$.因此,服务周期的期望可表示为

$$T(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\alpha_1 \lambda_1}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2} \frac{1}{\mu_1} + \frac{\alpha_2 \lambda_2}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2} \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2} \quad (1)$$

记服务周期内 A 的期望收益为 $R(\alpha_1, \alpha_2)$,单位时间期望收益为 $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$,则有

$$R(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\alpha_1 \lambda_1}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2} r_1 + \frac{\alpha_2 \lambda_2}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2} r_2 \quad (2)$$

$$\pi(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{R(\alpha_1, \alpha_2)}{T(\alpha_1, \alpha_2)} = \frac{\alpha_1 \rho_1 r_1 + \alpha_2 \rho_2 r_2}{\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 + 1} \quad (3)$$

式中 $\rho_i = \lambda_i / \mu_i$ 代表 A 只服务订单 i 时的资源利用率.为了后面表述的方便,定义 $T_1 = T(1, 0), T_2 = T(0, 1), T_{12} = T(1, 1)$ 分别为 A 在接单策略 $(1, 0), (0, 1)$, 和 $(1, 1)$ 下的服务周期期望, $\pi_1 = \pi(1, 0), \pi_2 = \pi(0, 1), \pi_{12} = \pi(1, 1)$ 分别为 A 在

接单策略 $(1, 0), (0, 1)$, 和 $(1, 1)$ 下的单位时间期望收益.

1.2 服务代理人最优接单策略

A 通过订单选择策略 (α_1, α_2) 最大化其单位时间期望利润 $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$. 如下的引理 1 论述了单位时间期望利润函数 $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 关于 $\alpha_i (i = 1, 2)$ 的单调性.

引理 1 $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 关于 $\alpha_i (i = 1, 2)$ 的单调性如下(其中, $i, j = 1, 2$ 且 $i \neq j$)

- 1) 当 $\frac{r_i}{r_j} > \frac{\alpha_j \rho_j}{1 + \alpha_j \rho_j}$ 时, $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 随 α_i 的增加而增加;
- 2) 当 $\frac{r_i}{r_j} = \frac{\alpha_j \rho_j}{1 + \alpha_j \rho_j}$ 时, $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 与 α_i 无关;
- 3) 当 $\frac{r_i}{r_j} < \frac{\alpha_j \rho_j}{1 + \alpha_j \rho_j}$ 时, $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 随 α_i 的增加而减少.

$\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 随 α_i 单调递增的条件可以转化为 $r_i > \frac{r_j \alpha_j \rho_j}{1 + \alpha_j \rho_j}$, 其中 $\frac{r_j \alpha_j \rho_j}{1 + \alpha_j \rho_j}$ 是接单策略为 $\alpha_i = 0, \alpha_j > 0$ 时的单位时间期望利润; $\frac{1}{\alpha_j \rho_j} = \frac{\mu_j}{\alpha_j \lambda_j}$ 可看作是由于等待订单 j 所产生的资源利用率的损失.当该利润小于 i 类订单的单位时间收益时,接受并服务 i 类订单的利润大于由于服务过程中服务资源被占用而错失服务订单 j 所带来的机会损失,因此 $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 随 α_i 的增加而增加.反之, $\pi(\alpha_1, \alpha_2)$ 随 α_i 的增加而减少.这表明 A 的最优策略是纯策略,即全部拒绝或者全部接受: $\alpha_i = 0$ 或 $\alpha_i = 1$. 因此,比较只接一类单和随机接单两种策略的期望利润即可得到 A 的最优接单策略.定义订单 j 为差单:若 $\pi_1 < \pi_2, j = 1$; 否则, $j = 2$.

- 引理 2**
- 1) 当 $\frac{r_1}{r_2} > \frac{(1 + \rho_1)\rho_2}{(1 + \rho_2)\rho_1}$ 时, $\pi_1 > \pi_2$; 当 $\frac{r_1}{r_2} < \frac{(1 + \rho_1)\rho_2}{(1 + \rho_2)\rho_1}$ 时, $\pi_1 < \pi_2$; 当 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{(1 + \rho_1)\rho_2}{(1 + \rho_2)\rho_1}$ 时, $\pi_1 = \pi_2$;
 - 2) $\pi_{12} > \pi_j$.

由于订单的利润率不但受单位收益 r_i 影响,还受等待时间和服务时间影响,因此单位收益高

的订单不一定能成为好单. 引理 2 - 1) 给出了 A 区分订单好坏的评价标准. 引理 2 - 2) 表明不拒单也就是随机接单的利润总是优于只接受差单的利润, 因此 A 的接单策略应为只接好单或者随机接单. A 的最优接单策略为 (1, 0) 或者 (0, 1) 时所需满足的条件分别为 $\pi_1 > \pi_{12}$ 和 $\pi_2 > \pi_{12}$, 接单策略为 (1, 1) 时满足 $\pi_{12} \geq \max\{\pi_1, \pi_2\}$. 记 A 的最优接单策略为 (α_1^e, α_2^e) , 其中 $\alpha_i^e (i=1, 2)$ 为接 i 类订单的最优概率.

命题 1 在单位时间期望利润最大化目标下, A 的最优接单策略是

$$(\alpha_1^e, \alpha_2^e) = \begin{cases} (1, 0), & \text{若 } 0 < \frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}, \\ (1, 1), & \text{若 } \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} \leq \frac{r_2}{r_1} \leq \frac{\rho_2}{1 + \rho_2}, \\ (0, 1), & \text{若 } \frac{r_2}{r_1} > \frac{\rho_2}{1 + \rho_2} \end{cases} \quad (4)$$

命题 1 表明 A 不挑单的条件并不局限于两类订单的单位时间收益相等这一个点, 而是个由两个阈值确定的连续区域. 这一性质为设计抑制挑单行为的激励机制提供了可能和思路. 此外, 订单到达率和服务速率通过影响 $\rho_i (i=1, 2)$, 进而影响收益比的阈值.

推论 1 给定 r_1 和 r_2 , i 类订单的服务速率 μ_i 越小, 或者到达率 λ_i 越大, A 拒绝 j 类订单的概率越大, 其中 $i \neq j$.

注意 A 拒绝 j 类订单的条件 $\frac{r_j}{r_i} < \frac{\rho_i}{1 + \rho_i}$ 与 j 类

订单的服务率和到达率无关. 事实上, $\frac{r_j}{r_i} < \frac{\rho_i}{1 + \rho_i}$

可以转化为 $r_j < \frac{r_i \rho_i}{1 + \rho_i} = \pi_i$. A 在等待 i 类订单过程中, 如果 j 类订单到达, A 可以选择服务该订单以获取 r_j 的单位时间收益, 或者继续等待以获取 π_i 的单位时间期望收益, 如果 $r_j < \pi_i$, 拒绝 j 类订单是最优选择. i 类订单服务速率的降低和到达速率的增大都会提高只服务 i 类订单的单位时间期望收益 π_i , 因此 A 拒绝 j 类订单的概率增大.

不失一般性, 本文只考虑 $r_1 > r_2$ 的情形. 给定 $r_1 > r_2$, A 的最优接单策略为

$$(\alpha_1^e, \alpha_2^e) = \begin{cases} (1, 0), & \text{若 } 0 < \frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}, \\ (1, 1), & \text{若 } \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} \leq \frac{r_2}{r_1} \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

该策略表明当订单 2 与订单 1 收益比低于阈值 $\frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时, A 只接订单 1, 此时 A 的单位时间期望利润 $\pi^* = \pi_1$, 期望服务周期长度为 $T^* = T_1$, 单位时间服务总订单数量 $N^* = 1/T_1$, 单位时间服务订单 1 的数量为 $N_1^* = 1/T_1$, 单位时间服务订单 2 的数量 $N_2^* = 0$, A 的服务资源的总体利用率为 $\Phi^* = \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ (服务时间与服务周期的比值). 当收益比高于 $\frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时, A 不挑单, 此时, $\pi^* = \pi_{12}$,

$T^* = T_{12}$, $N^* = 1/T_{12}$, $N_1^* = \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_2)T_{12}}$, $N_2^* = \frac{\lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)T_{12}}$, $\Phi^* = \frac{\rho_1 + \rho_2}{1 + \rho_1 + \rho_2}$. 由于当订单 2 与

订单 1 收益比大于 $\frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时, A 将不挑单. 因此, 下文只关注 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 的情形. 此时, 订单 2 是差单, 订单 1 是好单.

订单 1 收益比大于 $\frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时, A 将不挑单. 因此, 下文只关注 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 的情形. 此时, 订单 2 是差单, 订单 1 是好单.

订单 1 收益比大于 $\frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时, A 将不挑单. 因此, 下文只关注 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 的情形. 此时, 订单 2 是差单, 订单 1 是好单.

订单 1 收益比大于 $\frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时, A 将不挑单. 因此, 下文只关注 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 的情形. 此时, 订单 2 是差单, 订单 1 是好单.

2 机制设计

前面的分析刻画了 A 挑单行为的条件和机理. 本节将分析抑制挑单行为的机制设计. 从命题 1 和推论 1 可知, 订单服务速率, 订单单位时间到达率或者两类订单单位时间的收益比将影响 A 的接单策略. 在实践中, A 的服务速率受到天气, 工具等客观因素影响, 平台企业难以控制. 因此, 将分别从订单到达率和订单单位时间收益两个维度来进行机制设计: 一是平台根据 A 接受差单概率来确定向其推送好单的比例, A 如果不接差单, 平台尽管接到好单, 但出于惩罚目的不向 A 推送该好单, 把这种机制称为惩罚机制. 滴滴打车于

2014 年 12 月推出“滴米”系统以及美团外卖的专送系统是这一机制在实际中的应用. 另外通过补贴接受差单的 A 一定金额, 以提高差单单位时间收益, 把这种方式称为补贴机制. 应用这一机制, 滴滴打车推出乘客自愿增加小费的功能, 以提高乘客叫车成功率; 美团外卖根据订单属性动态调整配送费. 下面分别来研究这两类机制.

2.1 惩罚机制

在按需服务平台中, 系统可以通过派单调节 A 单位时间内接到好单的速率. 设计如下惩罚机制: A 对差单拒绝得越多, 平台推送给他的好单就越少. 记平台将其接到的好单信息推送给 A 的概率为 $f(\alpha_2) \in [0, 1]$, 其中 $\alpha_2 \in [0, 1]$ 为 A 过往接差单的概率; $f(\alpha_2)$ 二阶可微. 平台将其接到的好单信息推送给 A 的概率随 A 过往接差单的概率单调递增, 即 $f'(\alpha_2) > 0$. 记这种订单调度策略为机制 M. 在该机制下, 当 A 接受差单的概率为 α_2 时, 有效的好单强度为 $\lambda_1^e(\alpha_2) = f(\alpha_2)\lambda_1$. 与没有机制 M 相比, α_2 递增除了在服务差单过程中会损失接好单的机会和减少等待成本之外, 还会增加好单的到达率.

在惩罚机制 M 下, A 的单位时间期望收益为

$$\pi_M(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{f(\alpha_2)\alpha_1\rho_1r_1 + \alpha_2\rho_2r_2}{f(\alpha_2)\alpha_1\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + 1} \quad (6)$$

A 选择接单策略 (α_1, α_2) 以最大化其单位时间收益期望. 容易证明 A 的单位时间收益随着其接好单概率的增加而增加, 即 $\frac{\partial \pi_M(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_1} > 0$. 因此, A 接受好单的最优概率为 $\alpha_1^e = 1$. 将其代入式(6)中, $\pi_M(\alpha_1, \alpha_2)$ 可转化为关于 α_2 的一元函数

$$\hat{\pi}_M(\alpha_2) \triangleq \pi_M(1, \alpha_2) = \frac{f(\alpha_2)\rho_1r_1 + \alpha_2\rho_2r_2}{f(\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + 1} \quad (7)$$

因此, 机制 M 的设计问题变成了设计 $f(\alpha_2)$ 使得 $\arg \max_{\alpha_2} \hat{\pi}_M(\alpha_2) = 1$.

$\hat{\pi}_M(\alpha_2)$ 的一阶导为

$$\hat{\pi}_M'(\alpha_2) = \frac{\rho_1\rho_2[f(\alpha_2) - f'(\alpha_2)\alpha_2](r_2 - r_1) + \rho_1f'(\alpha_2)r_1 + \rho_2r_2}{[f(\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + 1]^2} \quad (8)$$

该表达式中, $\frac{\rho_1\rho_2[f(\alpha_2) - f'(\alpha_2)\alpha_2](r_2 - r_1)}{[f(\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + 1]^2}$, $\frac{\rho_1f'(\alpha_2)r_1}{[f(\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + 1]^2}$, $\frac{\rho_2r_2}{[f(\alpha_2)\rho_1 + \alpha_2\rho_2 + 1]^2}$, 可以分别解释为服务差单过程的边际机会损失; 由于好单到达率增加带来的边际利润; 以及服务差单的边际利润所弥补的等待成本.

将 $\hat{\pi}_M'(\alpha_2)$ 的分子项记为 $g(\alpha_2)$, 容易看出, $\hat{\pi}_M'(\alpha_2)$ 的正负与 $g(\alpha_2)$ 一致, 因此 $\hat{\pi}_M(\alpha_2)$ 的单调性可以通过 $g(\alpha_2)$ 的性质来判断. $g(\alpha_2)$ 的一阶导为 $g'(\alpha_2) = [\rho_1\rho_2\alpha_2(r_1 - r_2) + \rho_1r_1] \times f''(\alpha_2)$, 于是:

1) 如果 $f''(\alpha_2) \geq 0$, 则 $g(\alpha_2)$ 单调递增. 在这种情况下, $\hat{\pi}_M(\alpha_2)$ 在 $\alpha_2 \in [0, 1]$ 区间内的单调性为: (i) 单调递增, (ii) 先递减后递增, 或者 (iii) 单调递减. 此时, 若 $\hat{\pi}_M(1) > \hat{\pi}_M(0)$, 即 A 随机接单的期望利润高于只接好单的期望利润, 则有 $\alpha_2^e = 1$. 否则, $\alpha_2^e = 0$.

2) 如果 $f''(\alpha_2) < 0$, 则 $g(\alpha_2)$ 单调递减. 在这种情况下: a) 如果 $g(1) \geq 0$, 则在 $\alpha_2 \in [0, 1]$ 范围内, $g(\alpha_2) \geq 0$ 恒成立, 即 A 单位时间内的期望收益随 α_2 增大而递增, A 接订单 2 的均衡策略为 $\alpha_2^e = 1$; b) 如果 $g(0) > 0$, 且 $g(1) < 0$, 则 $\hat{\pi}_M(\alpha_2)$ 在 $\alpha_2 \in [0, 1]$ 区间内先递增后递减, 均衡策略 $0 < \alpha_2^e < 1$ 满足 $g(\alpha_2^e) = 0$; c) 如果 $g(0) \leq 0$, $\hat{\pi}_M(\alpha_2)$ 在 $\alpha_2 \in [0, 1]$ 区间内单调递减, 因此 $\alpha_2^e = 0$.

通过性质 1) 和 2), 可以得出命题 2.

命题 2 考虑一类好单推送策略 $f(\alpha_2)$: $f(0) \geq 0, f(1) \leq 1$, 及 $f'(\alpha_2) \geq 0$. 当 $f(\alpha_2)$ 满足以下 3 个条件中的任一条件时, A 的接单策略为不挑单, 即 $(\alpha_1^e, \alpha_2^e) = (1, 1)$

- 1) $f''(\alpha_2) \geq 0, \hat{\pi}_M(1) > \hat{\pi}_M(0)$,
- 2) $f''(\alpha_2) < 0, g(1) \geq 0$,

3) $f''(\alpha_2)$ 在 $\alpha_2 \in [0, 1]$ 内符号不定(即可正可负), $\arg \max_{\alpha_2} \hat{\pi}_M(\alpha_2) = 1$.

考虑幂函数和指数函数作为机制 M 的可能性,结果见推论 2.

推论 2 1) 当 $0 < k_1 \leq 1$ 和 $n > 0$ 时,幂函数 $f(\alpha_2) = k_1 (\alpha_2)^n$ 是可抑制挑单行为的机制;

2) 当 $k_2 \geq 1$ 时,指数函数 $f(\alpha_2) = e^{k_2(1-1/\alpha_2)}$ 是可抑制挑单行为的机制.

根据推论 2,给出几种满足命题 2 的常见的函数形式,如 $f(\alpha_2) = \sqrt{\alpha_2}$, $f(\alpha_2) = \alpha_2$, $f(\alpha_2) = (\alpha_2)^2$ 和 $f(\alpha_2) = e^{(1-1/\alpha_2)}$. 在满足命题 2 的机制 M 下,系统到达均衡时,平台推送好单的单位时间强度为 $\lambda_1 f(1)$,单位时间期望利润为 $\hat{\pi}_M(1)$. 容易证明 $\hat{\pi}_M(1)$ 随 $f(1)$ 的增加而增加,为了保证 A 利润最大化,设计 $f(1) = 1$. 此时 A 平均单位时间利润为 $\pi_M^* = \pi_{12}$,平均服务周期为 $T_M^* = T_{12}$,平均单位时间服务总订单数为 $N_M^* = 1/T_{12}$,平均单位时间服务订单 1 的订单数为 $N_{M,1}^* = \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + \lambda_2) T_{12}}$,平均单位时间服务订单 2 的订单数为 $N_{M,2}^* = \frac{\lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2) T_{12}}$,A 的服务资源的总体利用率为 $\Phi_M^* = \frac{\rho_1 + \rho_2}{1 + \rho_1 + \rho_2}$. 对比没有机制 M 约束时的均衡,可以得出推论 3.

推论 3 当 $0 < \frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时,

1) $\pi_M^* < \pi^*$, $N_{M,1}^* < N_1^*$, $N_{M,2}^* > N_2^*$ 以及 $\Phi_M^* > \Phi^*$;如果 $\frac{1}{\mu_2} < T_1$,则 $T_M^* < T^*$, $N_M^* > N^*$,否则 $T_M^* \geq T^*$, $N_M^* \leq N^*$;

2) $\pi^* - \pi_M^*$ 是关于好单资源利用率 $\rho_1 \in \left(\frac{r_2}{r_1 - r_2}, \infty\right)$ 的凹函数.

推论 3 表明机制 M 会造成 A 的利润损失. 由于 A 将不拒绝任何差单,所以机制 M 会降低单位时间服务好单的数量,提高服务差单的数量,提高服务资源的总体利用率. 当差单服务时间小于好单服务周期(服务时间加等待时间)时,机制 M 缩

短了 A 的服务周期,因此单位时间服务的订单数更多. 反之,当差单服务时间大于好单的服务周期时,机制 M 会导致服务周期变长,单位时间服务订单数减少.

当 ρ_1 在区间 $\left(\frac{r_2}{r_1 - r_2}, \infty\right)$ 时,随着 ρ_1 的增加,A 在惩罚机制 M 下的成本 $\pi^* - \pi_M^*$ 先递增后递减,其原因是当好单资源利用率很低(即服务速率很高或者到达速率很低)时,随机接单时单位时间内服务好单所得的期望利润与服务差单所得的期望利润接近,因此机制 M 下 A 单位时间期望利润与没有该机制时的期望利润差异较小;当好单资源利用率很高(即服务速率很低或者到达速率很高)时,A 随机接单时,单位时间内服务好单得到的期望利润占单位时间总期望利润比重较高,因此随机服务与只服务好单的期望利润差异也较小;而当好单资源利用率中等时,期望利润差异较大.

2.2 补贴机制

除了惩罚机制,平台还可以运用补贴机制提高差单单位时间收益来抑制挑单行为. 假设 A 每服务 1 单差单能获得额外补贴 s . 根据命题 1,可以得出以下命题.

命题 3 当 s 满足

$$\left(\frac{\rho_1}{1 + \rho_1} r_1 - r_2\right) \frac{1}{\mu_2} \leq s \leq \left(\frac{1 + \rho_2}{\rho_2} r_1 - r_2\right) \frac{1}{\mu_2} \quad (9)$$

A 的均衡策略为 $(\alpha_1^e, \alpha_2^e) = (1, 1)$.

命题 3 表明当 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时,平台应补贴差单每单不少于 $\left(\frac{\rho_1}{1 + \rho_1} r_1 - r_2\right) \frac{1}{\mu_2}$,即单位服务时间不少于 $\frac{\rho_1}{1 + \rho_1} r_1 - r_2$ 的额外收益才能促使 A 服务差单,但是也要保证补贴不能超过阈值 $\left(\frac{\rho_2}{1 + \rho_2} r_1 - r_2\right) \frac{1}{\mu_2}$,否则过高的补贴会使得 A 拒绝好单. 平台期望以最低的成本实现挑单行为的遏制,因此平台将对差单每单补贴 $\left(\frac{\rho_1}{1 + \rho_1} r_1 - r_2\right) \frac{1}{\mu_2}$,将该补贴策略记为机制 S. 在此机制下,差单单位

服务时间收益为 $\frac{\rho_1 r_1}{1 + \rho_1}$, 仍然低于好单的收益 r_1 .

A 单位时间的期望利润为 $\pi_s^* = \pi_1$, 其余指标与机制 M 下的各项指标相同, 即 $T_s^* = T_M^*$, $N_s^* = N_M^*$, $N_{s,1}^* = N_{M,1}^*$, $N_{s,2}^* = N_{M,2}^*$, $\Phi_s^* = \Phi_M^*$, 因此有推论 4 .

推论 4 当 $0 < \frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$ 时, $\pi_s^* = \pi^*$, $N_{s,1}^* < N_1^*$, $N_{s,2}^* > N_2^*$ 以及 $\Phi_s^* > \Phi^*$; 如果 $\frac{1}{\mu_2} < T_1$, 则 $T_s^* < T^*$, $N_s^* > N^*$, 否则 $T_s^* \geq T^*$, $N_s^* \leq N^*$.

在机制 S 下, 平台遏制挑单行为的单位时间总成本为 $C_s = \left(\frac{\rho_1}{1 + \rho_1} r_1 - r_2 \right) \frac{1}{\mu_2} N_{s,2}^* = \pi_1 - \pi_{12}$, 与惩罚机制 M 下的 A 承担的成本相等. ρ_1 越大 (λ_1 越大或者 μ_1 越小), 每单位差单需要的补贴 s 越大的同时单位时间需要补贴订单量 $N_{s,2}^*$ 越少, 因此补贴总额度与 ρ_1 呈现非线性关系 (推论 3) .

惩罚机制的有效实施要求平台具有完善的监督体系以保证惩罚措施的公信力和效果, 这一体系的建立需要平台投入人力, 设备, 软件等资源. 由于这些资源往往与订单特征无关, 将其记为常量 C_M . 平台需要比较两种机制的成本大小以决定采取何种机制.

3 数值分析

在实际中, 差单的到达率和服务速率往往要高于好单, 假设 $r_1 = 1$, $r_2 = 0.5$, $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 10$, $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$. 收益比满足 $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} = \frac{5}{6}$, 命题 1 表明如果不进行机制设计, A 的接单策略为 (1, 0), 即只接好单. A 的单位时间期望利润 $\pi^* = \frac{5}{6}$, 期望服务周期为 $T^* = \frac{6}{5}$, 单位时间服务

总订单数量 $N^* = \frac{5}{6}$, 单位时间服务订单 1 的数量

$N_1^* = \frac{5}{6}$, 单位时间服务订单 2 的数量 $N_2^* = 0$, 服

务资源利用率为 $\Phi^* = \frac{5}{6}$. 在惩罚机制 M 下, $\pi_M^* =$

$\frac{15}{22} < \pi^*$, $T_M^* = \frac{11}{15} < T^*$, $N_M^* = \frac{15}{11} > N^*$, $N_{M,1}^* = \frac{5}{11} < N_1^*$,

$N_{M,2}^* = \frac{10}{11} > N_2^*$, $\Phi_M^* = \frac{10}{11} > \Phi^*$; 对于补贴机制, 根

据推论 3 和推论 4 不难发现, 该机制下除了 A 的利润, 所有指标与惩罚机制下的指标相一致. 特别地, A 在补贴机制下将获得更多的利润. 在本例中, 补贴机制下的差单需要补贴 $s = \frac{1}{6}$; A 的利润

为 $\pi_s^* \left(= \frac{5}{6} \right) > \pi_M^* \left(= \frac{15}{22} \right)$; 平台遏制挑单行为的

总补贴成本为 $C_s = \frac{5}{33}$.

图 2 展示在惩罚机制 $f(\alpha_2) = k_2 (\alpha_2)^2$,

$f(\alpha_2) = e^{k_3(1-1/\alpha_2)}$ 下, A 的收益与接受差单强度的

变化关系, 图的横轴 α_2 为 A 接受差单的程度.

图 2(a) 和图 2(b) 显示, A 的单位时间的期望利润均随 α_2 的递增而单调递增, 因此这些惩罚机制

均能达到抑制挑单行为的目的. 此外, 给定 α_2 , A

的单位时间期望收益随 $f(\alpha_2)$ 递增而递增. 因此设计 $f(1) = 1$ 能最大化 A 的利润.

此外, 并不是所有递增函数都能用于实现有效的惩罚机制. 如图 2(c) 所示, 在递增函数 $f(\alpha_2) =$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{1 + \alpha_2}$ 下, A 的单位时间期望收益随 α_2 的递

增先增加后减少, 此时 A 的最优接单策略为以

概率 0.14 接受差单, 因此该惩罚机制不能实现

完全抑制挑单行为的目标. 如图 2(d) 所示, 在

递增函数 $f(\alpha_2) = \frac{4}{3} - \frac{1}{2 + \alpha_2}$ 下, A 的单位时间

期望利润随 α_2 的递增不断减少, 此时 A 会拒绝

服务所有差单. 因此, 想达到完全抑制挑单行为

的目标, 平台需要对惩罚机制进行合理设计.

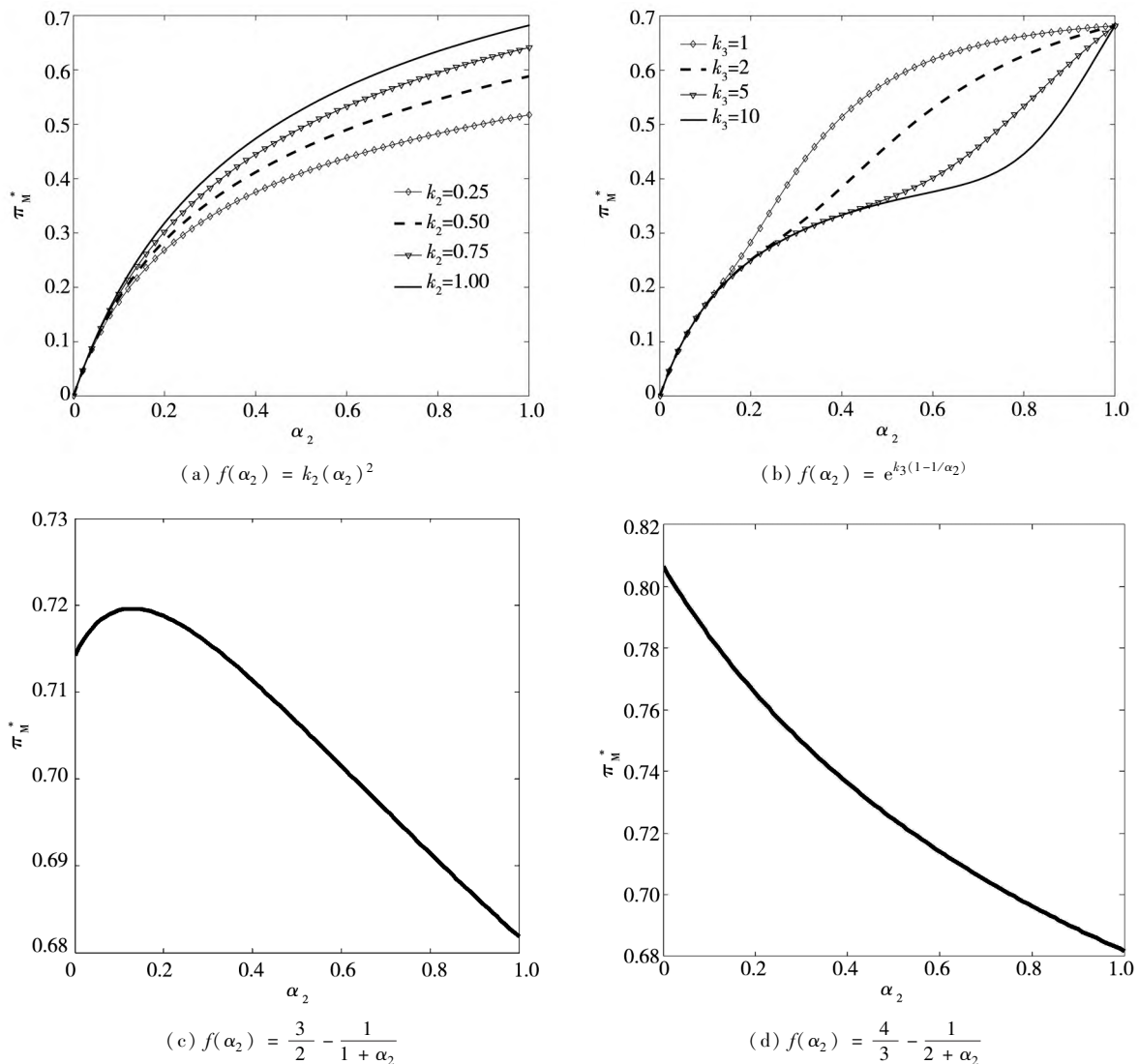


图 2 有效和无效的惩罚机制的实例

Fig. 2 Examples of valid and invalid punishment mechanisms

4 结束语

“互联网+”时代下,人们能够通过按需服务平台满足出行,物流配送,家政等服务需求.然而,服务代理人在平台上的挑单行为损害了用户和平台的利益.本文刻画了服务代理人的挑单行为,找出该行为的诱因,并基于惩罚和补贴机制,设计遏制服务代理人挑单行为的具体措施.本文只考虑了两类订单,并不与现实完全符合.后续研究将考虑多种订单,而研究结果

(如服务代理人行为)可以作为后续研究的基础.此外,本文以最小化拒单率为目标,讨论了激励相容机制对系统绩效的影响.后续研究可以将这些系统绩效合并到决策目标中,并探讨相应的机制设计.其中,当平台从每类订单获取的单位时间收益为常数时,在惩罚机制下,最小化拒单率与最大化平台利润是等价的;在补贴机制下,由于平台需要支付补贴,上述两目标并不等价.后续研究还可以通过假设出行需求对价格敏感建立订单到达率与价格的关系,进而研究平台的定价问题.

参 考 文 献:

- [1] 田厚平, 刘长贤. 非对称信息下分销渠道中的激励契约设计[J]. 管理科学学报, 2009, 12(3): 77 – 82.
Tian Houping, Liu Changxian. Incentive contract design in distribution channel with asymmetric information[J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(3): 77 – 82. (in Chinese)
- [2] 王明喜, 胡毅, 乔晗. 非对称环境下政府采购拍卖模型及配置效率研究[J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(9): 2277 – 2288.
Wang Mingxi, Hu Yi, Qiao Han. A government procurement auction model and its allocation efficiency in the asymmetric setting[J]. System Engineering: Theory & Practice, 2018, 38(9): 2277 – 2288. (in Chinese)
- [3] 李志鹏, 黄河, 徐鸿雁. 供应风险下双源采购批发单价拍卖最优设计[J]. 管理科学学报, 2017, 20(8): 43 – 53.
Li Zhipeng, Huang He, Xu Hongyan. Optimal design of wholesale-price auctions for dual-sourcing with supply risks[J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(8): 43 – 53. (in Chinese)
- [4] Afeche P. Incentive-compatible revenue management in queueing systems: Optimal strategic delay[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2013, 15(3): 423 – 443.
- [5] Afeche P, Pavlin M. Optimal price/lead-time menus for queues with customer choice: Segmentation, pooling, and strategic delay[J]. Management Science, 2016, 62(8): 2412 – 2436.
- [6] Sun W, Guo P, Tian N, et al. Relative priority policies for minimizing the cost of queueing systems with service discrimination[J]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33(11): 4241 – 4258.
- [7] Su X, Zenios S. Recipient choice can address the efficiency-equity trade-off in kidney transplantation: A mechanism design model[J]. Management Science, 2006, 52(11): 1647 – 1660.
- [8] 邓世名, 王田, 魏冬娟, 等. 分布式服务链中顾客满意度激励机制研究[J]. 管理科学学报, 2015, 18(8): 12 – 19.
Deng Shiming, Wang Tian, Wei Dongjuan, et al. Customer satisfaction incentives in decentralized service chains[J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(8): 12 – 19. (in Chinese)
- [9] 李雷, 赵先德, 简兆权. 网络环境下平台企业的运营策略研究[J]. 管理科学学报, 2016, 19(3): 15 – 33.
Li Lei, Zhao Xiande, Jian Zhaoquan. Operation strategy of platform enterprises in network environments [J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(3): 15 – 33. (in Chinese)
- [10] 曹祎, 罗霞. 考虑信息收益的手机召车软件市场渗透率研究[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(9): 2355 – 2361.
Cao Yi, Luo Xia. Determination of taxi-hailing applications market penetration with consideration of information benefit[J]. System Engineering: Theory & Practice, 2016, 36(9): 2355 – 2361. (in Chinese)
- [11] Benjaafar S, Ding J Y, Kong G, et al. Labor welfare in on-demand service platforms[J/OL]. SSRN Electronic Journal DOI: 10.2139/ssrn.3102736, 2019.
- [12] Bai J, So K, Tang C, et al. Coordinating supply and demand on an on-demand service platform with impatient customers[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2019, 21(3): 556 – 570.
- [13] Taylor T. On-demand service platforms[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(4): 704 – 720.
- [14] Afeche P, Liu Z, Maglaras C. Ride-hailing networks with strategic drivers: The impact of platform control capabilities on performance[J/OL]. SSRN Electronic Journal: ssrn. DOI: 10.2139/3120544, 2018.
- [15] Guda H, Subramanian U. Your uber is arriving: Pillaging on-demand workers through surge pricing, forecast communication, and worker incentives[J]. Management Science, 2019, 65(5): 1995 – 2014.
- [16] Cachon G, Daniels K, Lobel R. The role of surge pricing on a service platform with self-scheduling capacity[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2017, 19(3): 368 – 384.
- [17] Wei D, Yuan C, Liu H, et al. The impact of service refusal to the supply-demand equilibrium in the taxicab market[J]. Networks & Spatial Economics, 2017, 17(1): 225 – 253.
- [18] Chu L, Wan Z, Zhan D. Harnessing the double-edged sword via routing: Information provision on ride-hailing platforms [J/OL]. SSRN Electronic Journal DOI: 10.2139/ssrn.3266250, 2018.

[19] Romanyuk G. Ignorance is strength: Improving the performance of matching markets by limiting information[R]. Cambridge: Harvard University, 2017.

Two types of mechanism to eliminate agents' strategic idling behavior in on-demand platforms

LIU Chun-hui¹, ZHOU Wen-hui¹, HUANG Wei-xiang^{1*}, LUO Feng²

1. School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;
2. E-commerce and Logistics School of Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China

Abstract: Agents hired by on-demand platforms to serve users have freedom to choose orders they will serve, and they may strategically idle themselves to avoid some orders. It is necessary to design reasonable mechanisms to regulate their behavior. To begin, the agents' equilibrium strategy of accepting or rejecting an order is modeled, and the trade-offs of agents' strategic idling is identified. Then, two mechanisms are proposed to effectively eliminate the strategic idling behavior based on the concept of punishment and subsidy, respectively. Under the punishment mechanism, the platform reduces the frequency of assigning a more beneficial order to the agents if they rejected to serve less beneficial orders, thereby decreasing the unit expected profit of the agents who strategically idling themselves. Under the subsidy mechanism, the platform subsidizes agents serving a less beneficial order to increase the unit expected profit of the agents who do not reject any order.

Key words: mechanism design; on-demand platforms; strategic idling

附录

引理 1 证明 已知采取接单策略 (α_1, α_2) 时的单位时间期望利润为 π , 其关于 α_1, α_2 的一阶导分别为

$$\frac{\partial \pi}{\partial \alpha_1} = \frac{\rho_1 \rho_2 \alpha_2 (r_1 - r_2) + \rho_1 r_1}{(\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 + 1)^2}, \quad \frac{\partial \pi}{\partial \alpha_2} = \frac{\rho_1 \rho_2 \alpha_1 (r_2 - r_1) + \rho_2 r_2}{(\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 + 1)^2}$$

令 $\frac{\partial \pi}{\partial \alpha_1} = 0$, 可得到 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1 + \alpha_2 \rho_2}{\alpha_2 \rho_2}$, 此时 π 的变化情况与 α_1 无关. 当 $\frac{r_1}{r_2} > \frac{1 + \alpha_2 \rho_2}{\alpha_2 \rho_2}$ 时, $\frac{\partial \pi}{\partial \alpha_1} > 0$, 此时 π 随着 α_1 的增加而增加. 反之, π 随着 α_1 的增加而减小. 同理可证 π 关于 α_2 的敏感性. 证毕.

引理 2 证明 1) 当 $\pi_1 > \pi_2$ 时, 即 $\frac{\rho_1 r_1}{1 + \rho_1} > \frac{\rho_2 r_2}{1 + \rho_2}$, 转化可得 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{1 + \rho_2}{1 + \rho_1} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}$. 2) 在条件 1) 的假设下, 订单 1 为优质订单, 订单 2 为劣质订单. $\pi_{12} - \pi_2 = \frac{[(1 + \rho_2)r_1 - \rho_2 r_2] \rho_1}{(1 + \rho_2)(1 + \rho_1 + \rho_2)}$, 当 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_2}{1 + \rho_2}$ 时, $\pi_{12} - \pi_2 > 0$. 很明显, $\frac{1 + \rho_2}{\rho_2} > \frac{1 + \rho_2 \rho_1}{1 + \rho_1 \rho_2}$, 因此 $\pi_{12} - \pi_2 > 0$ 的条件成立, 即随机接单的利润高于只接劣质订单的利润. 证毕.

命题 1 证明 首先假设订单 1 为优质订单, 比较策略 (1,0) 与策略 (1,1) 的期望利润. $\pi_1 - \pi_{12} = \frac{[\rho_1 r_1 - (1 + \rho_1)r_2] \rho_2}{(1 + \rho_1)(1 + \rho_1 + \rho_2)}$, 令等式右端大于 0, 则有 $\frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1 + \rho_1}$, 即在此条件下策略 (1,0) 优于策略 (1,1). 整理得到, 当订单 1 为优质订单时

$$(\alpha_1^*, \alpha_2^*) = \begin{cases} (1, 0) & \text{若 } 0 < \frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{\rho_1 + 1}, \\ (1, 1) & \text{若 } \frac{\rho_1}{\rho_1 + 1} \leq \frac{r_2}{r_1} < \frac{1 + \rho_2 \rho_1}{1 + \rho_1 \rho_2} \end{cases}$$

假设订单 2 为优质订单, 即 $\frac{r_2}{r_1} > \frac{1 + \rho_2 \rho_1}{1 + \rho_1 \rho_2}$. 策略 (1,1) 和策略 (0,1) 比较则有 $\pi_2 - \pi_{12} > 0$, 此时 $\frac{r_2}{r_1} > \frac{1 + \rho_2}{\rho_2}$. 因此, 整理得到, 当订单 2 为优质订单时

$$(\alpha_1^e, \alpha_2^e) = \begin{cases} (1, 1) & \text{若 } \frac{1+\rho_2}{1+\rho_1} \leq \frac{r_2}{r_1} \leq \frac{1+\rho_2}{1+\rho_1}, \\ (0, 1) & \text{若 } \frac{r_2}{r_1} > \frac{1+\rho_2}{1+\rho_1} \end{cases}$$

将两种情况下的表达式合并可得到命题 1.

证毕.

推论 2 证明 1) 考虑 $f(\alpha_2) = k(\alpha_2)^n$, 其中 $0 < k \leq 1$. 若 $n \geq 1$, $f''(\alpha_2) \geq 0$, 由于 $f(0) = 0$, 命题 2 中条件 1) 满足; 若 $0 < n < 1$, $f''(\alpha_2) < 0$, 由于

$$g(1) = \rho_1 \rho_2 k(1-n)(r_2 - r_1) + \rho_1 k(1-n)r_1 + \rho_2 r_2 > -\rho_1 \rho_2 k(1-n)r_1 + \rho_1 k(1-n)r_1 = (1-\rho_2)\rho_1 k(1-n)r_1 > 0$$

命题 2 中条件 2) 满足.

2) 对于指数函数 $f(\alpha_2) = e^{k(1-1/\alpha_2)}$, 不难发现, $f''(\alpha_2)$ 可正可负 (取决于具体的 α_2 值). 此外, 由于当 $k \geq 1$ 时, $f(\alpha_2) - f'(\alpha_2)\alpha_2 = e^k(1-\frac{1}{\alpha_2})(1-\frac{k}{\alpha_2}) \leq 0$. 在 $\alpha_2 \in [0, 1]$ 区间内恒成立, 所以 $g(\alpha_2) > 0$ 恒成立, 即利润函数关于 α_2 递增, 于是命题 2 中条件 3) 满足.

证毕.

推论 3 证明 1) $0 < \frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1+\rho_1}$ 时

$$T_M^* - T^* = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 \mu_1} \frac{1}{\lambda_1} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 \mu_2} \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(\frac{1}{\mu_2} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\lambda_1} \right)$$

因此, 当 $\frac{1}{\mu_2} \geq \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\lambda_1} = T_1$ 时, $T_M^* \geq T^*$, 否则 $T_M^* < T^*$. 此外

$$N_{M,1} - N_1 = \frac{1}{\frac{1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \mu_2} + \frac{1}{\lambda_1}} - \frac{1}{\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\lambda_1}} < 0, \Phi_M^* - \Phi^* = \frac{\rho_1 \rho_2}{1 + \rho_1 + \rho_2} - \frac{\rho_1}{1 + \rho_1} > 0$$

2) 条件 $0 < \frac{r_2}{r_1} < \frac{\rho_1}{1+\rho_1}$ 可转化为 $\rho_1 > \frac{r_2}{r_1 - r_2}$. 在机制 M 下, $\pi_M^* - \pi^* = \pi_1 - \pi_{12} = \frac{\rho_1 r_1}{\rho_1 + \rho_1} - \frac{\rho_1 r_1 + \rho_2 r_2}{1 + \rho_1 + \rho_2}$, 其关于 ρ_1 的一阶导数为

$$\frac{d(\pi_1 - \pi_{12})}{d\rho_1} = \frac{r_1}{(\rho_1 + 1)^2} - \frac{r_1 + (r_1 - r_2)\rho_2}{(\rho_1 + \rho_2 + 1)^2} = \frac{\rho_2[-(r_1 - r_2)(1 + \rho_1)^2 + 2r_1(1 + \rho_1) + r_1 \rho_2]}{(\rho_1 + 1)^2(\rho_1 + \rho_2 + 1)^2}$$

令 $y(\rho_1) = -(r_1 - r_2)(1 + \rho_1)^2 + 2r_1(1 + \rho_1) + r_1 \rho_2$. 当 $\rho_1 = \frac{r_2}{r_1 - r_2}$ 时, $y(\rho_1) = \left(1 + \frac{r_2}{r_1 - r_2}\right)r_1 + r_1 \rho_2 > 0$. $y(\rho_1) = 0$ 存在一个根 $\rho_y \in \left(\frac{r_2}{r_1 - r_2}, \infty\right)$, 满足在 $\rho_1 \in \left(\frac{r_2}{r_1 - r_2}, \rho_y\right)$ 范围, $y(\rho_1) > 0$; 在 $\rho_1 \in (\rho_y, \infty)$ 范围, $y(\rho_1) < 0$. 因此, 随着 ρ_1 的递增, $\pi_1 - \pi_{12}$ 先递增后递减, 及 $\pi_1 - \pi_{12}$ 是关于 ρ_1 的凹函数.

命题 3 证明 当每个差单补贴为 s 时, 差单的总收益为 $\frac{1}{\mu_2}r_2 + s$, 单位时间收益变为 $r_2 + \mu_2 s$. 根据命题 1, 均衡策略

(1,1) 要求 $\frac{r_1}{1+\rho_1} \leq r_2 + \mu_2 s \leq (1+\rho_2)r_1$, 转化可得命题 3.

证毕.

推论 4 证明 在补贴机制 S 下, A 的单位时间收益满足

$$\pi_s^* = \frac{\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 \mu_1} \frac{1}{\lambda_1} r_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 \mu_2} \frac{1}{\lambda_2} \left(\frac{\rho_1}{1 + \rho_1} r_1\right)}{\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 \mu_1} \frac{1}{\lambda_1} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 \mu_2} \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}} = \frac{\rho_1 r_1 + \frac{\rho_2 \rho_1}{1 + \rho_1} r_1}{\rho_1 + \rho_2 + 1} = \frac{r_1 \rho_1}{1 + \rho_1} = \pi_1$$

证毕.