

doi: 10.19920/j.cnki.jmsc.2023.03.001

# 会员专属广告机制下的决策优化与价值分析<sup>①</sup>

杜少甫<sup>1</sup>, 杨延伟<sup>1</sup>, 胡立<sup>2\*</sup>, 朱扬光<sup>3</sup>

(1. 中国科学技术大学管理学院, 合肥 230026; 2. 南京财经大学国际经贸学院, 南京 210023;  
3. 合肥工业大学经济学院, 合肥 230026)

**摘要:** 近年来, 许多电商平台推出面向付费会员的专属营销体系. 通过借助该体系实现定向广告推送, 商家一定程度上可缓解日益增加的广告成本压力. 在此背景下, 本文研究商家相较于大众广告选择会员广告策略的契机、决策与价值. 首先计算和比较两种策略下的最优广告决策, 然后识别会员专属广告策略的适用条件, 进而对比两种策略下的广告效率、商品需求及收益表现, 最后分析和阐述会员广告策略价值实现的内在驱动力. 结果显示: 在会员广告策略下的广告费率相对较低且会员人群比例相对较高时, 商家应采用会员广告策略. 商家采用会员广告策略不仅可以聚焦广告投放对象而且可以降低单位广告投入, 从而大幅提高了广告效率. 还发现在会员广告策略下, 原价越贵的商品, 其销量表现反而越好; 商品契合度越高, 其销量表现反而越差. 这是由于会员广告策略注重挖掘会员人群的潜在价值, 商家将在边际收益和商品销量间达成新的取舍.

**关键词:** 电商平台; 定向营销; 广告策略; 付费会员

**中图分类号:** C934 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2023)03-0001-19

## 0 引言

随着电子商务在中国的发展, 电商平台在用户基数持续上升的同时也面临着增速放缓的危机, 中国电商市场已逐步由增量市场转变为存量市场. 面对日趋严峻的竞争态势, 商家广告成本持续攀升, 流量价值和广告效率的提升已经成为企业运营成败的关键<sup>[1]</sup>. 与此同时, 据亿欧智库《2018 年中美零售付费会员制研究报告》研究显示, 近年来, 各大电商平台陆续推出付费会员机制, 在增强客户粘性挖掘市场潜力的同时, 也开辟

了面向付费会员的专属营销体系. 越来越多的消费者基于自身需求成为付费会员. 付费会员与传统会员核心区别之一在于付费会员能更精准地对消费者进行划分, 筛选出高价值消费者. 例如, 京东大数据研究院研报指出, 与非会员相比, PLUS 会员经济基础更好且对网购依赖程度高<sup>[2]</sup>; 据市场调研机构(Consumer Intelligence Research Partners, CIRP) 调查发现, Amazon Prime 会员每年的消费金额比非会员多将近一倍<sup>[3]</sup>. 对于入驻平台的商家而言, 相较于传统模式下大众广告策略, 为提高广告效率, 聚焦高价值会员, 借助平台付费

① 收稿日期: 2020-11-30; 修订日期: 2021-07-21.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71801210; 72071193; 72271078; 72188101); 中央高校基本科研基金资助项目(KY2040000049; WK2040000027).

通讯作者: 胡立(1990—), 男, 安徽霍山人, 博士, 讲师. Email: huli@ustc.edu.cn

② <http://storage.jd.com/research-file/2018-09-14-18-31-35-805%E4%BA%AC%E4%B8%9Cplus%E4%BC%9A%E5%91%98%E4%BB%B7%E5%80%BC%E7%A0%94%E7%A9%B6%E9%A1%B9%E7%9B%AE%E5%88%86%E6%9E%90%E6%8A%A5%E5%91%8A.pdf>

③ <http://www.199it.com/archives/713512.html>

会员体系对消费人群划分,采用会员广告策略成为一个新选择.针对这一问题,本文通过博弈建模研究了商家在平台付费会员体系下的广告策略选择.

付费会员模式起源于欧美实体零售业,例如 Costco 有超过 9 600 万付费会员而 Sam's Club 也有超过 5 000 万付费会员.国内付费会员引入于上世纪 90 年代,伴随中国互联网经济的高速发展,付费会员模式在以电商平台、内容性平台为代表的线上平台中得到广泛应用.包括阿里、京东、腾讯、爱奇艺等国内领军线上平台均建立了各自的付费会员体系,并且逐步得到市场认可,付费会员人数稳步持续增加.在海外,以 Amazon、Netflix 为代表的互联网企业在付费会员模式上也取得很大成功,Amazon Prime 全球会员人数超过 1 亿,Netflix 付费会员更是超过 1 亿 6 千万,两者均保持稳定增长.

付费会员模式属于忠诚计划(Loyalty Program)的一种形式.Walsman 等<sup>[2]</sup>指出现有对付费会员相关研究较少.而忠诚度计划近年来正以前所未有的速度得到实施和关注<sup>[3]</sup>.现有忠诚计划的研究中,许多学者聚焦会员模式对增加用户粘性、挖掘高价值用户潜力的作用<sup>[4-8]</sup>.与本文密切相关的一部分研究聚焦于忠诚计划划分消费人群和筛选高价值顾客的作用.Kopalle 等<sup>[9]</sup>和 Liu<sup>[10]</sup>的研究发现结合忠诚计划可以对顾客群体实现市场细分.Gable 等<sup>[7]</sup>认为公司可以通过客户忠诚计划,有效地识别和奖励自己的最佳或潜在重要客户.Kumar 等<sup>[11]</sup>在对忠诚计划文献综述的基础上,提出忠诚计划应向所有人提供基本奖励的基础上非公开地奖励目标客户.与本文相关的另外一些研究主要集中于忠诚计划会员权益设计,相关研究结果显示,会员权益不仅仅应该立足于消费者经济考量,还应从身份识别、奖励设置等方面满足会员需要<sup>[7,12-16]</sup>.

有别于品牌商推出的独立会员,本文研究背景为电商平台会员,其权益为专属会员渠道的价格优惠.Serio 等<sup>[17]</sup>和陈斐然等<sup>[18]</sup>研究了垄断市场环境下平台的定价策略问题.尹鹏等<sup>[19]</sup>则研究了竞争市场环境下平台的定价策略问题.段文奇等<sup>[20]</sup>的研究表明基于临界用户规模的两阶段定价策略可以显著提高平台企业的最优利润.本文也将对会员广告策略下的平台定价策略展开研究.

移动互联网时代,电商平台的流量价值愈发凸显.艾瑞咨询报告显示 2019 年第 4 季度,电商广告的市场份额占整体网络广告的 38.1%<sup>[21]</sup>.各平台加盟商家面临着广告投入激增运营压力.针对广告的运用决策问题,许多学者结合博弈分析研究了最优广告投入和合作广告等问题<sup>[22-28]</sup>.伴随信息技术的发展,近年来越来越多的研究聚焦于定向广告.许多企业已经使用网购记录、浏览记录与浏览器 Cookie 信息等手段实现向消费者推送定制广告<sup>[29-32]</sup>.Twitter 和 Facebook 也分别使用用户推文与社交登陆后的数据共享向用户推送定制广告<sup>[33,34]</sup>.Zhang 等<sup>[35]</sup>的研究表明当商品市场竞争温和时,有必要进一步提高广告精度.Kumar 等<sup>[36]</sup>研究了如何根据个人用户行为对广告的投放时间和时长进行定制设计.李科等<sup>[37]</sup>研究了基于居民出行行为规律和司机行为模式的出租车 LED 精准广告投放策略.而 Hojjat 等<sup>[38]</sup>提出了一种广告触及率和频率限制下的定向广告调度优化算法,使每个广告系列的目标受众人数减少到最小,并适当分散他们.许多学者研究结果发现,定向广告不仅能实现广告成本节约和利润提升,也可以与价格歧视等方式联用构建新的营销工具和体系<sup>[39,40]</sup>.Rafieian 等<sup>[41]</sup>对移动应用内的定向广告展开研究,研究表明总盈余随着更精细的定位而增长.Singh 等<sup>[42]</sup>认为付费会员机制和精准营销的有效结合是未来趋势,可以在博弈论框架下研究会员体系下的精准营销模式和最优折扣力度.

本文主要研究电商平台场景下,入驻商家的广告策略问题:有别于商家自建品牌会员,研究商家是否应借助电商平台付费会员体系,实现会员广告定向投送.在会员广告策略下,商家决策对会员的单位广告投入,而电商平台则对商品的会员专属折扣有要求,这一现象广泛见于京东、天猫等平台.本文首先识别商家采用会员广告策略的条件,并对比两种策略下的广告效率和商品需求,最后分析会员广告策略价值实现的内在驱动力.

研究结果发现:当会员广告策略下的广告费率相对较低且付费会员人群比例较高时,商家应借助平台付费会员体系进行会员广告,此时,由于广告投放总数以及单位广告投入同时降低,将显著降低会员专属广告的总成本并提高广告效率.

并且商家和品牌方完全有机会通过会员广告策略实现双赢. 当商家采用会员广告策略时, 原价越贵的商品销量越高, 这是由于此类商品的单位广告投入更高并且专属折扣更诱人, 能够挖掘出会员人群中的更多潜在需求. 另外, 商品与会员群体的契合度越高, 其销量并未如预期的越高反而会越低, 这是由于商品契合度的提高将降低对单位广告投入的要求, 平台可以精简目标会员人群来实现收益提升.

## 1 模型

本节首先描述研究问题并分别给出大众广告策略与会员广告策略下的需求、商家收益和平台收益.

### 1.1 问题描述和建模

如引言所述, 本文从运作视角研究电商平台场景下, 入驻商家的广告策略选择问题. 具体回答以下问题: 1) 不同广告策略下, 商家如何决策最优广告投入; 2) 会员广告策略下, 平台如何决策商品的会员专享价(简称会员价); 3) 商家是否应借助平台付费会员体系, 采用会员广告策略, 策略选择的边界条件如何识别; 4) 市场因素及商品和消费者属性对博弈均衡有何影响.

考虑商家通过平台出售商品并进行广告推送, 商品原价为  $P_0$ . 平台对商家销售额进行一定比率的抽成, 抽成比率为  $t$ . 商家可以采用大众广告策略或借助平台付费会员体系采用会员广告策略, 按广告推送人数向平台支付广告费. 两种策略的本质区别在于目标广告人群不同及广告费率不同. 大众广告策略下, 商家向所有消费者推送广告并决策面向个体的单位广告投入  $K_n$  (简称单位广告投入). 会员广告策略下, 商家仅向会员推送广告, 商品通过专属会员渠道以会员价  $P_1$  出售. 商家和平台进行 Stackelberg 博弈, 虽然一般情况下平台是强势方, 但在本文中, 针对是否采用会员广告策略这一问题, 商家是该合作推进的主导方. 现实场景下, 平台在面向商家的会员营销渠道合作时, 更关注于对产品定价权的把控, 而并不追求对会员广告博弈的主导性. 平台运营付费会员体系, 决策会员折扣, 等价于决策会员价. 因此, 商家作为领导者决策单位广告投入  $K_m$ , 平台作为追随

者决策会员价  $P_1$ . 在广告投入和效果的刻画上, 选用  $\varepsilon\sqrt{K}$  形式来刻画单位广告投入对消费者效用的增值效果, 其中  $K$  为单位广告投入,  $\varepsilon$  为广告因子, 这一设定在现有研究中广泛采纳<sup>[23, 43-46]</sup>. 分别以  $\varepsilon_0$  和  $\varepsilon_1$  表示大众广告策略与会员广告策略下的广告因子. 会员广告策略下的广告费率高于大众广告策略下的广告费率, 也就是付出相同广告费, 会员广告效果较差, 即  $\varepsilon_0\sqrt{K} > \varepsilon_1\sqrt{K}$ , 因而  $\varepsilon_0 > \varepsilon_1$ .

消费者对商品的估值为  $v_0$ ,  $v_0 \sim U(0, 1)$ . 借助平台会员体系, 可以实现对消费者人群的划分, 并且一般认为会员具有更高潜在价值<sup>[7, 47]</sup>, 并具有更高忠诚度<sup>[48]</sup>. 学界现有很多研究认为会员的高价值是会员群体的固有属性<sup>[49, 50]</sup>. 在本文中同样认为会员高价值是内生的. 由于商品属性与会员群体需求特征之间更匹配, 会员对商品具有一定偏好. 会员对商品的偏好提高会员效用, 以  $\beta$  表示契合度因子, 则提高的效用刻画为  $\beta v_0$ . 另外商品契合度带来的效用提升是相对有限的, 本文假定效用提升不超过对商品原本的估值  $v_0$ , 因此  $0 < \beta \leq 1$ . 借助会员体系实现差别定价一直是该机制的一大优势, 在实现价格歧视的同时, 会员由于参考点效应而带来的满意也将提高购买意愿. 如同现有诸多研究<sup>[51, 52]</sup>, 本文将此类行为因素纳入考量, 以  $\alpha$  表示满意系数,  $\alpha > 0$ .

不失一般性, 假定消费者总人数为 1, 其中付费会员比例为  $\theta$ .

现将模型中主要变量符号总结在表 1 中.

表 1 决策变量与模型参数

Table 1 Decision variables and model parameters

商家决策变量	
$K_n$	大众广告策略下单位广告投入
$K_m$	会员广告策略下单位广告投入
平台决策变量	
$P_1$	商品会员价
外生变量	
$P_0$	商品原价
$v_0$	消费者对商品价值的估值, $v_0 \sim U(0, 1)$
$\beta$	商品与会员群体契合度因子
$\varepsilon_0$	大众广告策略下的广告因子
$\varepsilon_1$	会员广告策略下的广告因子
$\alpha$	满意系数
$\theta$	会员人群比例
$t$	平台抽成比例

### 1.2 大众广告策略

商家采用大众广告策略时,商品以原价  $P_0$  出售,并将对所有消费者进行广告推送.由于消费者人数设定为 1,其广告总成本即为  $K_n$ .

由于会员对商品的偏好是其固有属性,即使商家没有加入付费会员体系,会员对商品的偏好使其效用增加  $\beta v_0$ .会员效用为

$$U_{n1} = v_0 + \beta v_0 + \varepsilon_0 \sqrt{K_n} - P_0 \quad (1)$$

当且仅当  $U_{n1} \geq 0$  时,会员购买商品,由此推导出会员贡献的需求为

$$d_{n1} = \theta \left( 1 - \frac{P_0}{1 + \beta} + \frac{\varepsilon_0 \sqrt{K_n}}{1 + \beta} \right) \quad (2)$$

非会员效用则为

$$U_{n2} = v_0 + \varepsilon_0 \sqrt{K_n} - P_0 \quad (3)$$

当且仅当  $U_{n2} \geq 0$  时,非会员购买商品,由此推导出非会员贡献的需求为

$$d_{n2} = (1 - \theta) (1 - P_0 + \varepsilon_0 \sqrt{K_n}) \quad (4)$$

因此,大众广告策略下的总需求为

$$d_n = \theta \left( 1 - \frac{P_0}{1 + \beta} + \frac{\varepsilon_0 \sqrt{K_n}}{1 + \beta} \right) + (1 - \theta) (1 - P_0 + \varepsilon_0 \sqrt{K_n}) \quad (5)$$

商家的收益为销售额扣除平台抽成与广告投入.商家销售额被平台抽成后剩余的比例为  $(1 - t)$ ,所以商家的收益表达式为

$$\pi_{n1} = \left( \theta \left( 1 - \frac{P_0}{1 + \beta} + \frac{\varepsilon_0 \sqrt{K_n}}{1 + \beta} \right) + (1 - \theta) (1 - P_0 + \varepsilon_0 \sqrt{K_n}) \right) P_0 (1 - t) - K_n \quad (6)$$

平台收益来源于两部分,对商家销售额的抽成以及广告费用的收取.平台广告推送体系已成熟完备,向消费者推送广告十分简单便捷,默认广告推送成本为 0.而这一设定也在现有研究中广泛采纳<sup>[53-57]</sup>.因此,平台的收益为

$$\pi_{n2} = \left( \theta \left( 1 - \frac{P_0}{1 + \beta} + \frac{\varepsilon_0 \sqrt{K_n}}{1 + \beta} \right) + (1 - \theta) (1 - P_0 + \varepsilon_0 \sqrt{K_n}) \right) P_0 t + K_n \quad (7)$$

### 1.3 会员广告策略

商家采用会员广告策略时,借助平台付费会员专属渠道,商品最终以会员价  $P_1$  出售.在此策

略下,仅对会员进行广告推送,因而其广告总成本为  $\theta K_m$ .在电商平台流量竞争日趋激烈背景下,由于取消了对非会员群体的广告推送,这里出于简化问题的考虑,默认为非会员群体需求流失.本文中商家通过会员广告效率提升而实现更高收益,即使考虑非会员贡献的收益,也只会进一步推高该广告策略的收益表现.本文在后续的分析中将忽略非会员贡献的收益.

会员以  $P_1$  购买商品,因为存在参考点效应,会员效用为

$$U_m = v_0 + \beta v_0 - P_1 + \alpha (P_0 - P_1) + \varepsilon_1 \sqrt{K_m} \quad (8)$$

因此,会员广告策略下的总需求为

$$d_m = \theta \left( 1 - \frac{P_1}{1 + \beta} + \frac{\alpha (P_0 - P_1)}{1 + \beta} + \frac{\varepsilon_1 \sqrt{K_m}}{1 + \beta} \right) \quad (9)$$

同 1.2 节,得到商家的收益为

$$\pi_{m1} = \theta \left( 1 - \frac{P_1}{1 + \beta} + \frac{\alpha (P_0 - P_1)}{1 + \beta} + \frac{\varepsilon_1 \sqrt{K_m}}{1 + \beta} \right) \times P_1 (1 - t) - \theta K_m \quad (10)$$

平台收益来源于两部分,对商家销售额的抽成以及广告费用的收取,所以平台的收益为

$$\pi_{m2} = \theta \left( 1 - \frac{P_1}{1 + \beta} + \frac{\alpha (P_0 - P_1)}{1 + \beta} + \frac{\varepsilon_1 \sqrt{K_m}}{1 + \beta} \right) \times P_1 t + \theta K_m \quad (11)$$

模型设定中,无论商家采用何种广告策略,广告因子均小于某一临界值,以保证商品的成交量非负且不超过市场容量.关于广告因子不能过大的假设在类似模型设定的现有研究中广泛采纳<sup>[44,45]</sup>.详细说明见附录 A.2.

## 2 模型求解

本节对以上模型进行求解,分别计算出商家大众广告策略与会员广告策略下的最优收益,并根据收益情况识别商家选择会员广告的条件.

### 2.1 大众广告策略的最优决策和收益表现

商家采用大众广告策略时,决策方只有商家,商家决策单位广告投入  $K_n$  以获得最大收益.解此最优化问题,得到商家最优广告投入为

$$K_n^* = \left( \frac{\varepsilon_0 (1 + \beta - \beta \theta) (1 - t) P_0}{2(1 + \beta)} \right)^2 \quad (12)$$

此时,商家和平台的收益分别为

$$\pi_{n1}^* = \frac{(1-t)(4(1+\beta)^2 - (1+\beta-\beta\theta)(4+\beta(4-\varepsilon_0^2(1-\theta)(1-t)) - \varepsilon_0^2(1-t))P_0)P_0}{4(1+\beta)^2} \quad (13)$$

$$\pi_{n2}^* = \frac{(\varepsilon_0^2(1+\beta-\beta\theta)^2(1-t^2)P_0 + 4t(1+\beta)(1+\beta-P_0-\beta(1-\theta)P_0))P_0}{4(1+\beta)^2} \quad (14)$$

具体计算见附录 B.1.

### 2.2 会员广告策略的最优决策和收益表现

会员广告策略下,商家和平台进行 Stackelberg 博弈,商家作为领导者决策单位广告投入  $K_m$ ,平台作为追随者决策会员价  $P_1$ . 现实场景下商品纳入会员营销体系,需要以低于原价的价格向会员出售. 结合现实,本文认为商品加入会员专属体系后会员价低于原价,即  $P_1 < P_0$ .

推论 1 平台允许商家借助付费会员体系采用会员广告策略的必要条件是  $P_0 > P_T$ , 其中

$$P_T = \frac{2(1+\beta)^2}{4+4\beta+2\alpha(1+\beta)-\varepsilon_1^2(1-t)}. \text{ 证明见}$$

附录 B.3.

本文后续均在商品满足  $P_0 \geq P_T$  的前提下继续讨论,这一前提也说明了并非所有商品都可以加入会员专属营销体系,只有商品原价相对较高的商品才有望加入该营销体系.

采用逆向求解法求解此博弈. 博弈均衡时,单位广告投入和会员价分别为

$$\begin{cases} K_m^* = \left( \frac{\varepsilon_1(1-t)(1+\beta+\alpha P_0)}{4(1+\alpha)(1+\beta)-\varepsilon_1^2(1-t)} \right)^2 \\ P_1^* = \frac{2(1+\beta)(1+\beta+\alpha P_0)}{4(1+\alpha)(1+\beta)-\varepsilon_1^2(1-t)} \end{cases} \quad (15)$$

商家和平台的收益分别为

$$\pi_{m1}^* = \frac{\theta(1-t)(1+\beta+\alpha P_0)^2}{4(1+\alpha)(1+\beta)-\varepsilon_1^2(1-t)} \quad (16)$$

$$\pi_{m2}^* = \frac{\theta(\varepsilon_1^2(1-t)^2+4(1+\alpha)(1+\beta)t)(1+\beta+\alpha P_0)^2}{(4(1+\alpha)(1+\beta)-\varepsilon_1^2(1-t))^2} \quad (17)$$

注意,当  $P_0 > P_T$  时,  $0 < P_1^* < P_0$ . 具体计算证明见附录 B.2.

### 2.3 两种策略下商家收益比较

在明确大众广告策略与会员广告策略最优收益的基础上,通过收益比较,识别出商家选择借助平台专属会员渠道进行会员广告的边界条件.

结论(广告策略选择标准) 当  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1T}$  且  $\theta >$

$\theta_T$  时,商家采用会员广告策略; 其余情况下,商家均应采用大众广告策略. 证明过程及  $\varepsilon_{1T}$ 、 $\theta_T$  见附录 B.4.

当  $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_{1T}$  时,会员广告策略下的广告费率相对较高,采用会员广告策略仅向高价值会员群体推送广告,依然无法节约广告成本以提高收益. 因而仅在  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1T}$  时,存在采用会员广告策略提高收益的可能.

当  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1T}$  时以商品原价  $P_0$  为横轴,以会员人群比例  $\theta$  为纵轴得到下图,以直观解释上述结论的内涵.

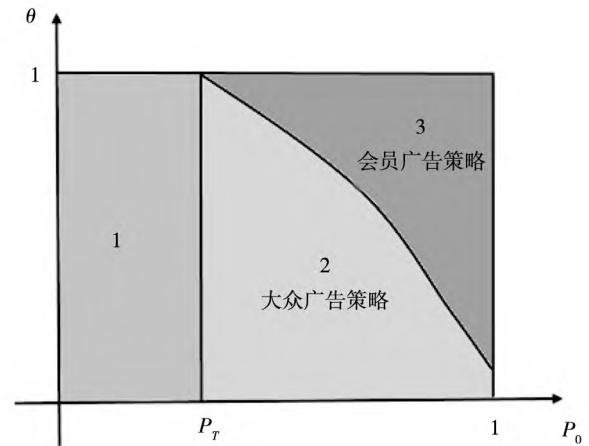


图 1 商家广告策略选择标准

Fig.1 Merchant's advertising strategy selection criteria

当  $P_0 < P_T$  时(图中区域 1),不满足推论 1 所述平台允许商家借助付费会员体系采用会员广告策略的必要条件,平台不允许商家加入付费会员体系.  $\theta > \theta_T$  时(图中区域 3),商品原价较高,意味着该商品有相对较大的让利空间,会员优惠带来的参考点效应有效提高会员购买意愿;并且由于会员比例较高,会员广告策略下流失的非会员也相对较少. 因此,商家可以聚焦挖掘会员人群潜在价值,采用会员广告策略才有利可图. 其余情况下(图中区域 2),虽然商家可以选择加入会员体系,但由于商品原价较低,让利空间较小,参考点效应较弱;并且此时非会员比例相对较高,如果只向会员推送广告推送,流失的潜在非会员消费者较多,因此,商家应采用大众广告策略.

### 3 结论分析

在确定广告策略选择标准的基础上,本节首先比较两种策略下的广告投入及需求;其次分析市场环境、商品属性和消费者行为因素对最优决策的影响;然后得出了会员广告策略下,商品原价和契合度对需求影响的反直觉性结论;最后,分别从商家和平台的角度研究了采用会员广告策略的价值。

#### 3.1 广告投入和商品需求的大小对比

**定理 1** 会员广告策略下的最优单位广告投入低于大众广告策略下的最优单位广告投入. 即  $K_m^* < K_n^*$ . 具体证明见附录 C. 1.

直觉而言,商家采用会员广告策略节约了对非会员的广告投入,且会员是高价值人群,广告投入的转化率较高,商家应会提高单位广告投入. 经过模型计算显示,商家采用会员广告策略时应降低单位广告投入,此时广告总成本大幅降低,并且广告效率提升显著.

造成这一结果的原因在于:会员对商品具有内在的契合度,并且参考点效应也提升了会员的购买意愿,对于会员,不需要通过提高广告投入来提升其购买意愿. 商家适当降低广告投入反而能直接提升收益表现. 另外,随着消费者参考点效应的增强(即满意度系数提高),提高广告投入对提高需求的边际效用降低,所以商家采用会员广告策略时的最优单位广告投入比采用大众广告策略时的最优单位广告投入减少得更显著,即

$$\frac{\partial(K_m^* - K_n^*)}{\partial\alpha} < 0. \text{ 具体证明见附录 C. 2.}$$

将大众广告策略与会员广告策略下的最优决策分别代入式(5)和式(9),得到两种策略下的需求分别为

$$d_n^* = 1 - \frac{(1+\beta(1-\theta))(2-\varepsilon_0^2(1-t) + \beta(2-\varepsilon_0^2(1-\theta)(1-t))) P_0}{2(1+\beta)^2} \quad (18)$$

$$d_m^* = \frac{2\theta(1+\alpha)(1+\beta+\alpha P_0)}{4(1+\alpha)(1+\beta) + \varepsilon_1^2(-1+t)} \quad (19)$$

**定理 2** 会员广告策略与大众广告策略下的

需求大小关系如下

$$\text{当 } \varepsilon_0^2 < \frac{-2+2\beta^2(1-\theta) - 2\alpha(1+\beta)(1-\theta) + 2\theta + \varepsilon_1^2(1-t)}{(1+\beta(1-\theta))^2(1-t)}$$

时,  $d_m^* > d_n^*$ .

$$\text{当 } \varepsilon_0^2 > \frac{-2+2\beta^2(1-\theta) - 2\alpha(1+\beta)(1-\theta) + 2\theta + \varepsilon_1^2(1-t)}{(1+\beta(1-\theta))^2(1-t)}$$

时, 如果  $P_0 < P_{OT}$ ,  $d_m^* < d_n^*$ ; 如果  $P_0 > P_{OT}$ ,  $d_m^* > d_n^*$ .

其中  $P_{OT}$  和具体证明见附录 C. 3.

当  $\varepsilon_0$  相对较小时,会员广告策略在广告费率方面的劣势较小,虽然采用会员广告策略使非会员直接流失,但因参考点效应及会员折扣使会员贡献的需求增加更多,最终提高了商品销量. 当  $\varepsilon_0$  相对较高时,会员广告策略在广告费率方面的劣势较大. 但由于会员优惠随着  $P_0$  增大而增加

$$\left(\frac{\partial(P_0 - P_1^*)}{\partial P_0} > 0\right)$$

在  $P_0$  相对较高时,参考点效应及会员折扣仍较大提高会员贡献的需求,最终使会员广告策略下的需求更高. 另外,可以证明  $\frac{\partial(d_m^* - d_n^*)}{\partial\alpha} > 0$  (证明过程见附录 C. 4),即满意

系数越高,采用会员广告策略与大众广告策略下的需求之差越大. 这也是付费会员体系对于商家及平台的核心价值之一.

#### 3.2 市场环境、商品属性和消费者行为因素对最优决策的影响

本文分别分析了由广告因子( $\varepsilon$ )、会员比例( $\theta$ )、平台抽成比例( $t$ )构成的市场环境因素,由商品原价( $P_0$ )和商品契合因子( $\beta$ )构成的商品属性以及满意系数( $\alpha$ )对不同广告策略下最优决策的影响.

**推论 2** 采用大众广告策略时最优单位广告投入  $K_n^*$  的单调性关系如下  $\frac{\partial(K_n^*)}{\partial\varepsilon_0} > 0$ ,  $\frac{\partial(K_n^*)}{\partial\theta} <$

$$0, \frac{\partial(K_n^*)}{\partial t} < 0, \frac{\partial(K_n^*)}{\partial P_0} > 0, \frac{\partial(K_n^*)}{\partial\beta} < 0.$$

大众广告策略下,商家应该在广告因子提高时,增加广告投入,并且商品原价提高,广告投入也应增加. 与此同时,广告投入应随着会员比例、平台抽成比例以及商品契合度的增加而减少. 大众广告策略下,广告投入与满意系数无关.

**推论 3** 采用会员广告策略时最优单位广告

投入  $K_m^*$  的单调性关系如下  $\frac{\partial(K_m^*)}{\partial \varepsilon_1} > 0, \frac{\partial(K_m^*)}{\partial t} < 0, \frac{\partial(K_m^*)}{\partial P_0} > 0, \frac{\partial(K_m^*)}{\partial \beta} < 0, \frac{\partial(K_m^*)}{\partial \alpha} < 0$ .

会员广告策略下,商家应该在广告因子提高时,增加广告投入,并且商品原价越贵,广告投入也应增加.与此同时,广告投入应随着平台抽成比例、商品契合度以及满意系数的增加而减少.会员广告策略下,广告投入与会员人群比例无关.

推论4 采用会员广告策略时,平台最优会员价  $P_1^*$  的单调性关系如下  $\frac{\partial(P_1^*)}{\partial \varepsilon_1} > 0, \frac{\partial(P_1^*)}{\partial t} < 0, \frac{\partial(P_1^*)}{\partial P_0} > 0, \frac{\partial(P_1^*)}{\partial \beta} > 0, \frac{\partial(P_1^*)}{\partial \alpha} < 0$ .

会员广告策略下,平台应该在广告因子提高时,提高会员价,并且契合度因子越高,会员价也相应提升.虽然商品原价提高,会员价也提高,但会员优惠增加(即  $\frac{\partial(P_0 - P_1^*)}{\partial P_0} > 0$ ).与此同时,会员价应随着平台抽成比例及满意系数的增加而降低.会员广告策略下,会员价与会员人群比例无关.

### 3.3 市场环境、商品属性和消费者行为对商品需求的影响

本文分别研究了两种广告策略下商品需求的变化趋势.

推论5 采用大众广告策略时,商品需求  $d_n^*$  的单调性关系如下  $\frac{\partial(d_n^*)}{\partial \varepsilon_0} > 0, \frac{\partial(d_n^*)}{\partial \theta} > 0, \frac{\partial(d_n^*)}{\partial t} < 0, \frac{\partial(d_n^*)}{\partial P_0} < 0, \frac{\partial(d_n^*)}{\partial \beta} > 0$ .

大众广告策略下,广告因子提升可以提高所有消费者的购买意愿,而商品契合度增加也能提高会员的购买意愿,以上两因素都使得商品需求增加.会员人群比例增加意味着高价值消费者比例提高,商品需求增加.商家采用大众广告策略,商品以原价  $P_0$  出售,商品越贵商品需求越少.并且随着平台抽成  $t$  的增加,如推论1结论所述,商家会选择降低广告投入,因而商品需求会减少.

在对会员广告策略下商品需求的分析中,发

现了两个相对反常的结论,并分析其背后的驱动力.

定理3 采用会员广告策略时,其商品需求  $d_m^*$  随商品原价  $P_0$  的增加单调递增

$$\frac{\partial(d_m^*)}{\partial P_0} > 0.$$

直觉而言,商品原价  $P_0$  上升,需求下降.而结果显示,当商家采用会员广告策略时,商品需求反而随着  $P_0$  上升而增加.此策略下,商品需求完全由会员贡献.一方面,随着商品原价  $P_0$  越高,会员享受的价格优惠越高,结合参考点效应,可以进一步激发会员的购买意愿;另一方面,在推论2中已经分析,随着  $P_0$  上升,商家会提高广告投入,进而提高会员购买意愿.经过分析发现,因参考点效应增强及广告投入增加而对需求产生的正面影响强于实际售价  $P_1$  上升而造成的负面影响.

两种策略下  $P_0$  上升对需求的影响相反.商家采用大众广告策略时,虽然随着  $P_0$  上升,广告投入也增加,但商品以原价出售,不存在参考点效应, $P_0$  上升对需求的影响依然是负面的.

会员广告策略下,随着商品原价提高,商家与平台收益均提高,即  $\frac{\partial(\pi_{m1}^*)}{\partial P_0} > 0$  且  $\frac{\partial(\pi_{m2}^*)}{\partial P_0} > 0$ .  $P_0$  上升使需求增加,也使  $P_1$  上升.对于商家,虽然  $P_0$  上升使广告投入增加,但是边际收益与需求均增加最终使总收益增加.对于平台,销售额抽成增加的同时商家广告投入增加也使其广告收入增加.

定理4 采用会员广告策略时的需求  $d_m^*$  随  $\beta$  增加单调递减

$$\frac{\partial(d_m^*)}{\partial \beta} < 0.$$

一般认为,商品与会员契合度  $\beta$  提高,会提升会员效用,进而促进需求上升.而结果显示,商品契合度增加,会使商家进一步聚焦会员中的高估值人群,此时均衡状态下的商品成交量反而会下降.此时,商家更倾向于通过调节边际收益和降低广告投入来盈利,商品契合度的提高可以提升单位需求的利润空间,并且大幅降低对会员的广告投入要求.此时,即使市场规模降低,也能保证商家获得最优收益.

### 3.4 会员广告策略价值分析

分别从商家和平台角度,研究会员比例对会员广告价值的影响,并且得出可以实现商家与平台双赢的条件.

用  $\Delta\pi$  表示商家在会员广告策略和大众广告策略下的收益之差,即  $\Delta\pi = \pi_{m1}^* - \pi_{n1}^*$ . 用  $\Delta\pi_p$  表示平台在会员广告策略和大众广告策略下的收益之差,即  $\Delta\pi_p = \pi_{m2}^* - \pi_{n2}^*$ .  $\Delta\pi$  和  $\Delta\pi_p$  分别表示会员广告策略对商家及平台的价值.

定理5 采用会员广告策略对商家产生的价值随会员比例增加单调递增

$$\frac{\partial(\Delta\pi)}{\partial\theta} > 0.$$

定理6 采用会员广告策略对平台产生的价值,随会员比例增加单调递增,并且在满足  $H(P_0) > 0$  条件下,存在商家采用会员广告策略,平台收益增加的可能

$$\frac{\partial(\Delta\pi_p)}{\partial\theta} > 0.$$

$H(P_0)$  及证明见附录 C.5.

随着会员比例上升,会员广告策略对平台的价值提高. 这表明平台在会员基数较大时,更愿意让商家选择会员广告策略. 商家采用会员广告策略,意味着平台广告收入降低. 此策略下,随着会员比例上升,一方面广告收入减少有所缓和;另一方面,会员贡献的销售额提高. 因此,会员广告策略对平台的价值随着会员比例上升而提高. 并且当  $H(P_0) > 0$  时,存在平台实现收益提升的策略空间.

## 4 算例

当会员广告策略下的广告因子  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1T}$  时,商家采用会员广告策略还需要会员比例满足  $\theta > \theta_T$ .  $\theta_T$  越低意味着商家采用会员广告策略以提高收益越容易;  $\theta_T$  越高意味着商家采用会员广告策略以提高收益越困难.  $\theta_T$  反映了会员广告策略价值,  $\theta_T$  越低,会员广告策略价值越高.

在 3.2 节中对不同广告策略下最优决策进行了敏感性分析. 本节也通过分析市场环境、商品属性及满意系数对  $\theta_T$  的影响,从而明确这些因素对

会员广告策略价值的影响. 鉴于理论计算十分复杂且算例可以更直观地得到问题的本质,本节通过算例对问题进行分析.

算例1 满意系数  $\alpha$  对  $\theta_T$  的影响. 令外生变量的值分别为  $\beta = 0.20$ ,  $\varepsilon_0 = 0.3$ ,  $\varepsilon_1 = 0.25$ ,  $t = 0.35$ ,  $P_0 = 0.75$  (满足  $P_0 > P_T$ ). 令  $\alpha$  取值范围为  $(0, 0.5]$ .

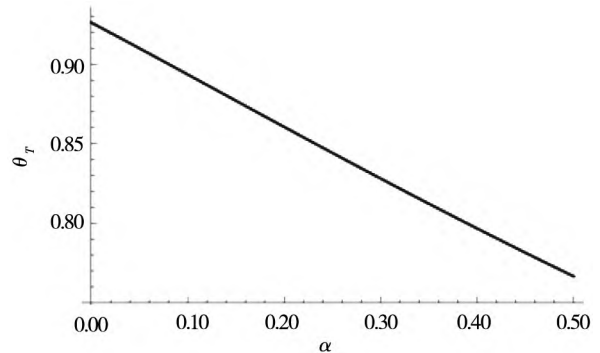


图2 满意系数  $\alpha$  对  $\theta_T$  的影响

Fig. 2 The impact of satisfaction coefficient  $\alpha$  on  $\theta_T$

如图2所示,随着满意系数  $\alpha$  增加,  $\theta_T$  单调降低. 满意系数  $\alpha$  越大,参考点效应更显著地提高会员购买意愿. 因此  $\alpha$  越大,采用会员广告策略的价值越高,对会员比例的要求降低,即  $\theta_T$  降低.

算例2 商品原价  $P_0$  对  $\theta_T$  的影响. 令外生变量的值分别为  $\alpha = 0.15$ ,  $\beta = 0.20$ ,  $\varepsilon_0 = 0.30$ ,  $\varepsilon_1 = 0.25$ ,  $t = 0.35$ . 令  $P_0$  取值范围为  $(P_T, 1]$ .

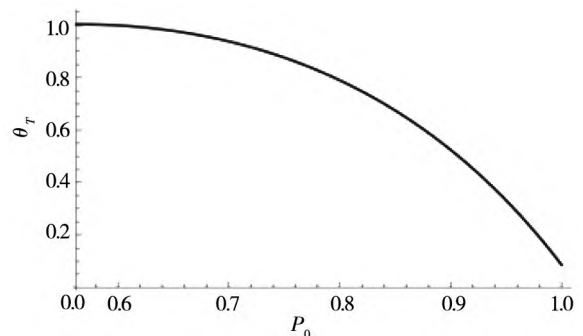


图3 商品原价  $P_0$  对  $\theta_T$  的影响

Fig. 3 The impact of the original price of product  $P_0$  on  $\theta_T$

如图3所示,随着商品原价  $P_0$  提高,  $\theta_T$  单调降低,并且降低速度越来越快. 商品原价  $P_0$  越高,会员优惠越大  $\left(\frac{\partial(P_0 - P_1^*)}{\partial P_0} > 0\right)$ ,参考点效应更显著地提高会员购买意愿. 因此  $P_0$  越高,采用会员广告策略的价值越高,对会员比例的要求降



低, 即  $\theta_T$  降低.

算例 3 抽成比率  $t$  对临界值  $\theta_T$  的影响. 令外生变量的值分别为  $\alpha = 0.15, \beta = 0.20, \varepsilon_0 = 0.30, \varepsilon_1 = 0.25, P_0 = 0.75$  (满足  $P_0 > P_T$ ). 令  $t$  取值范围为  $(0, 1)$ .

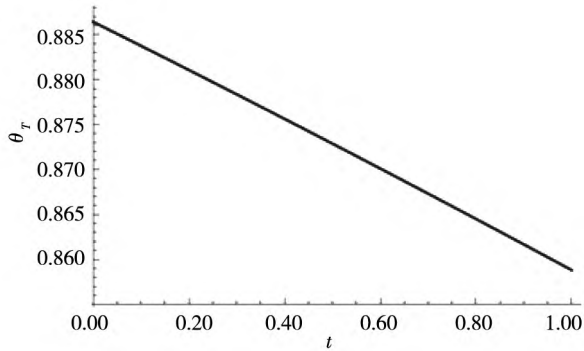


图 4 抽成比率  $t$  对  $\theta_T$  的影响

Fig. 4 The impact of transaction fee rate  $t$  on  $\theta_T$

如图 3 所示, 随着抽成比例  $t$  提高,  $\theta_T$  单调降低. 抽成比例  $t$  越高, 商家通过销售获得的收益越低, 而广告投入只由商家承担, 商家倾向于降低广告成本来提高净收益. 由定理 1 可知, 商家采用会员广告策略可以提高广告效率. 因此  $t$  越高, 采用会员广告策略的价值越高, 对会员比例的要求降低, 即  $\theta_T$  降低.

算例 4 契合度因子  $\beta$  对  $\theta_T$  的影响. 令外生变量的值分别为  $\alpha = 0.15, \varepsilon_0 = 0.30, \varepsilon_1 = 0.25, t = 0.35, P_0 = 0.75$  (满足  $P_0 > P_T$ ). 令  $\beta$  取值范围为  $(0, 1]$ .

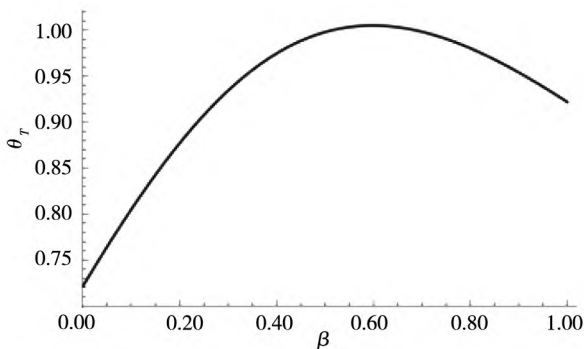


图 5 契合度因子  $\beta$  对  $\theta_T$  的影响

Fig. 5 The impact of fit factor  $\beta$  on  $\theta_T$

如图 5 所示, 随着契合度因子  $\beta$  增加,  $\theta_T$  先增大后减小.  $\beta$  较大时, 会员贡献的需求较大, 采用会员广告策略因非会员流失损失的收益相对较小.  $\beta$  越大, 会员贡献的需求越大, 采用会员广告

策略的价值越高, 会员比例的要求降低, 即  $\theta_T$  降低.  $\beta$  较小时, 非会员流失损失的收益相对较大. 而  $\beta$  越大, 因参考点效应提高的需求相对会员需求越小, 采用会员广告策略的价值越低, 对会员比例的要求提高, 即  $\theta_T$  增大.

算例 5 大众广告策略下的广告因子  $\varepsilon_0$  对  $\theta_T$  的影响. 令外生变量的值分别为  $\alpha = 0.15, \beta = 0.20, \varepsilon_1 = 0.25, t = 0.35, P_0 = 0.75$  (满足  $P_0 > P_T$ ). 令  $\varepsilon_0$  取值范围为  $(\varepsilon_1, 0.5]$ .

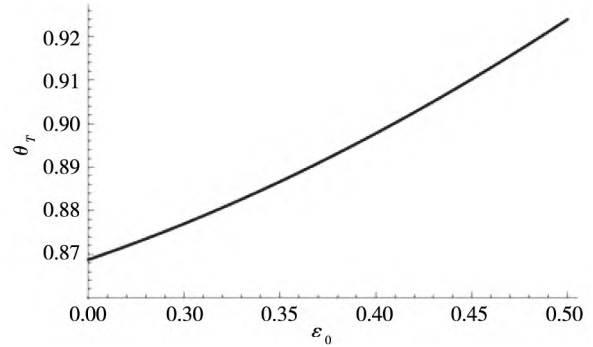


图 6 大众广告策略下的广告因子  $\varepsilon_0$  对  $\theta_T$  的影响

Fig. 6 The impact of advertising factor under mass advertising

strategy  $\varepsilon_0$  on  $\theta_T$

如图 6 所示,  $\varepsilon_0$  增加,  $\theta_T$  单调增大.  $\varepsilon_0$  越大, 会员广告策略在广告费率方面的劣势越大. 因此  $\varepsilon_0$  越大, 采用会员广告策略的价值越低, 对会员比例的要求提高, 即  $\theta_T$  增大.

算例 6 会员广告策略下的广告因子  $\varepsilon_1$  对  $\theta_T$  的影响. 令外生变量的值分别为  $\alpha = 0.15, \beta = 0.20, \varepsilon_0 = 0.50, t = 0.35, P_0 = 0.75$  (满足  $P_0 > P_T$ ). 令  $\varepsilon_1$  取值范围为  $(0, \varepsilon_0)$ .

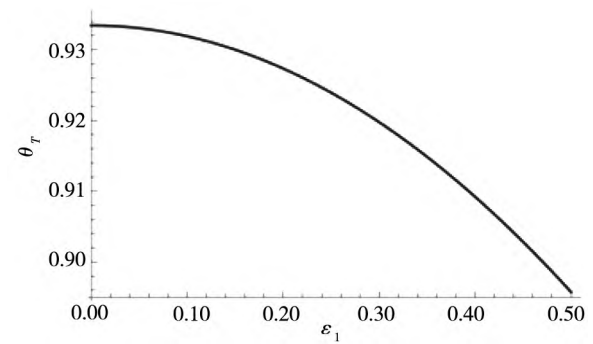


图 7 会员广告策略下的广告因子  $\varepsilon_1$  对  $\theta_T$  的影响

Fig. 7 The impact of advertising factor under member advertising

strategy  $\varepsilon_1$  on  $\theta_T$

如图 7 所示,  $\varepsilon_1$  增加,  $\theta_T$  单调降低.  $\varepsilon_1$  越大, 会员广告策略在广告费率方面的劣势减小. 因此

$\varepsilon_1$  越大,采用会员广告策略的价值越高,对会员比例的要求降低,即  $\theta_T$  降低。

本节分别分析了市场环境因素、商品属性及满意系数对  $\theta_T$  的影响,发现平台付费会员体系的独有优势(如参考点效应及提高广告效率)越显著,或者劣势越微弱, $\theta_T$  越低,会员广告策略价值越高。反之, $\theta_T$  越高,会员广告策略价值越低。

## 5 结束语

近年来,在平台经济迅速发展的背景下,付费会员得到了广泛接纳和普及,在实现消费者权益和服务差异化的同时,也为商家提高了新的运营思路和契机。结合电商广告成本激增的现实压力,是否可以借助平台付费会员体系重塑商品销售渠道,变更广告策略成为摆在许多商家面前的一个现实问题。基于此,本文使用博弈分析研究了新背景下商家的广告策略选择问题。

本文在识别商家会员广告策略适用条件的基础上,对比分析了两种策略下的广告投入及商品需求,揭示会员广告策略的现实驱动力,并通过敏感性分析,给出商家在现实场景下进行决策调整的理论指导。经过分析,得到一些兼具理论探索和实践指导意义的管理启示:

1) 商家应该在会员广告策略下的广告费率相对较低,且会员人群比例较高时,选择会员广告策略。

2) 一般认为商家只对会员进行精准广告推送时,会提高单位广告投入。本文发现,商家采用

会员广告策略时,单位广告投入反而可以降低。

3) 一般规律认知中,商品越贵,需求越低;商品与会员群体越契合,需求越高。然而,在采用会员广告策略时,发现实际结果与以上结论完全相反。

4) 会员广告策略对商家和平台的价值均会随着会员人群比例的提升而提高。并且满足一定条件且会员比例足够高时,商家采用会员广告策略,平台的收益也能得到提升,商家与平台实现双赢。

本文的研究,对于解决不具备大数据分析能力而希望实现精准广告的中小企业提供了新的思路和解决方案。关于平台会员背景下会员广告策略的相关结论对于打破传统思维惯性,规避现实误区有着实际意义,兼具理论与实践价值。本文的研究聚焦于会员广告策略,而广告作为一种营销手段,可以类推到其他营销手段。例如,购物过程中的服务,商家提供服务需要支出服务成本,可以考虑借助平台付费会员体系,聚焦会员消费者,采用专属会员服务策略。本文的研究方法及结论对于付费会员体系下商家的差异化营销策略也具有指导意义。

但本文仍然存在一些局限,且有一些局限可在未来的研究中扩展。在会员广告策略下忽略了非会员消费者。若考虑非会员消费者,并对这两类消费者分别决策广告投入,这样更精准的广告策略收益表现更好,这将是本文后期的研究重点。由于篇幅有限,没有讨论商家与平台之间的契约协调以及竞争场景下的广告策略选择问题,这将是未来的研究方向之一。

## 参考文献:

- [1]中国零售业付费会员消费洞察 2017 年[R]. 艾瑞咨询系列研究报告(2017 年第 10 期). 上海艾瑞市场咨询有限公司,2017: 328-360.  
Consumer Insights of China's Retail Industry Paid Member 2017[R]. iResearch Consulting Series Research Report (2017 No. 10). Shanghai iResearch Consulting Co., Ltd. 2017: 328-360. (in Chinese)
- [2]Walsman M C, Dixon M J. Fee-based loyalty programs: An empirical investigation of benefit redemption behavior and its effects on loyalty[J]. Service Science, 2020, 12(2-3): 100-118.
- [3]Kim J J, Steinhoff L, Palmatier R W. An emerging theory of loyalty program dynamics[J]. Journal of the Academy of Marketing Science, 2020, 49(1): 71-95.
- [4]Ou W M, Shih C M, Chen C Y, et al. Relationships among customer loyalty programs, service quality, relationship quality

- and loyalty [J]. *Chinese Management Studies*, 2011, 5(2): 194–206.
- [5] Liu Y P, Yang R. Competing loyalty programs: Impact of market saturation, market share, and category expandability [J]. *Journal of Marketing*, 2009, 73(1): 93–108.
- [6] Kim D, Lee S Y, Bu K, et al. Do VIP programs always work well? The moderating role of loyalty [J]. *Psychology and Marketing*, 2009, 26(7): 590–609.
- [7] Gable M, Fiorito S S, Topol M T. An empirical analysis of the components of retailer customer loyalty programs [J]. *International Journal of Retail & Distribution Management*, 2008, 36(1): 32–49.
- [8] Kang J, Alejandro T B, Groza M D. Customer-company identification and the effectiveness of loyalty programs [J]. *Journal of Business Research*, 2015, 68(2): 464–471.
- [9] Kopalle P K, Sun Y C, Neslin S A, et al. The joint sales impact of frequency reward and customer tier components of loyalty programs [J]. *Marketing Science*, 2012, 31(2): 216–235.
- [10] Liu Y P. The long-term impact of loyalty programs on consumer purchase behavior and loyalty [J]. *Journal of Marketing*, 2007, 71(4): 19–35.
- [11] Kumar V, Shah D. Building and sustaining profitable customer loyalty for the 21st century [J]. *Journal of Retailing*, 2004, 80(4): 317–329.
- [12] Melnyk V, Bijmolt T. The effects of introducing and terminating loyalty programs [J]. *European Journal of Marketing*, 2015, 49(3–4): 398–419.
- [13] Stathopoulou A, Balabanis G. The effects of loyalty programs on customer satisfaction, trust, and loyalty toward high- and low-end fashion retailers [J]. *Journal of Business Research*, 2016, 69(12): 5801–5808.
- [14] Dreze X, Nunes J C. Feeling superior: The impact of loyalty program structure on consumers' perceptions of status [J]. *Journal of Consumer Research*, 2009, 35(6): 890–905.
- [15] Chun S Y, Ovchinnikov A. Strategic consumers, revenue management, and the design of loyalty programs [J]. *Management Science*, 2019, 65(9): 3969–3987.
- [16] Nastasioiu A, Vandenbosch M. Competing with loyalty: How to design successful customer loyalty reward programs [J]. *Business Horizons*, 2019, 62(2): 207–214.
- [17] Serio L, Tedeschi P, Ursino G. Making sense of (ultra) low-cost flights vertical differentiation in two-sided markets [J]. *Management Science*, 2018, 64(1): 401–420.
- [18] 陈斐然, 朱道立. 垄断双边平台的价格策略和数量策略设计问题 [J]. *管理科学学报*, 2021, 24(3): 18–31.  
Chen Feiran, Zhu Daoli. Price strategy and network-size allocation strategy in monopoly two-sided platform [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2021, 24(3): 18–31. (in Chinese)
- [19] 尹鹏, 丁栋虹, 豆国威. 视频平台用户生成内容投资和定价决策 [J]. *管理科学学报*, 2020, 23(10): 116–126.  
Yin Peng, Ding Donghong, Dou Guowei. User generated content investment and pricing decisions in online video markets [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2020, 23(10): 116–126. (in Chinese)
- [20] 段文奇, 柯玲芬. 利用临界用户规模提升平台利润的定价策略 [J]. *管理科学学报*, 2019, 22(12): 40–55.  
Duan Wenqi, Ke Lingfen. Pricing strategy of online distribution of airline tickets considering the customers' loyalty [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2019, 22(12): 40–55. (in Chinese)
- [21] 中国网络广告市场数据发布报告 [R]. 艾瑞咨询系列研究报告(2020年第4期). 上海艾瑞市场咨询有限公司, 2020: 75–103.  
China Internet Advertising Market Data Release Report [R]. iResearch Consulting Series Research Report (2020 No. 4). Shanghai iResearch Consulting Co., Ltd. 2020: 75–103. (in Chinese)
- [22] 吕芹, 霍佳震. 基于制造商和零售商自有品牌竞争的供应链广告决策 [J]. *中国管理科学*, 2011, 19(1): 48–54.  
Lü Qin, Huo Jiazhen. Supply chain advertising decision based on competition of national and store brands [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2011, 19(1): 48–54. (in Chinese)
- [23] 熊中楷, 聂佳佳, 熊榆. 零售商竞争下纵向合作广告的微分对策模型 [J]. *管理科学学报*, 2010, 13(6): 11–22, 32.

- Xiong Zhongkai, Nie Jiajia, Xiong Yu. Vertical cooperative advertising model with competing retailers in supply chains with stochastic differential game [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2010, 13(6): 11–22, 32. (in Chinese)
- [24] Zhang J, Gou Q L, Liang L, et al. Supply chain coordination through cooperative advertising with reference price effect [J]. *Omega*, 2013, 41(2): 345–353.
- [25] Cao X Y, Ke T T. Cooperative search advertising [J]. *Marketing Science*, 2019, 38(1): 44–67.
- [26] Zia M, Rao R C. Search advertising: Budget allocation across search engines [J]. *Marketing Science*, 2019, 38(6): 1023–1037.
- [27] 冯 健, 刘 斌. 考虑长效作用的竞争供应链合作广告决策分析 [J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(1): 126–140.
- Feng Jian, Liu Bin. Decision analysis of cooperative advertising for competitive supply chain considering long-term effects [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2019, 39(1): 126–140. (in Chinese)
- [28] 高 丹, 王义宝, 陈敬文. 面向网络零售平台的合作广告策略研究 [J]. *中国管理科学*, 2020, 28(9): 176–187.
- Gao Dan, Wang Yibao, Chen Jingwen. Cooperative advertising models in supply chains with online platform [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2020, 28(9): 176–187. (in Chinese)
- [29] Bleier A, Eisenbeiss M. Personalized online advertising effectiveness: The interplay of what, when, and where [J]. *Marketing Science*, 2015, 34(5): 669–688.
- [30] Sayedi A. Real-time bidding in online display advertising [J]. *Marketing Science*, 2017, 37(4): 553–568.
- [31] Choi H, Mela C F, Balseiro S R, et al. Online display advertising markets: A literature review and future directions [J]. *Information Systems Research*, 2020, 31(2): 556–575.
- [32] Johnson G A, Shriver S K, Du S Y. Consumer privacy choice in online advertising: Who opts out and at what cost to industry? [J]. *Marketing Science*, 2020, 39(1): 33–51.
- [33] Lambrecht A, Tucker C, Wiertz C. Advertising to early trend propagators: Evidence from Twitter [J]. *Marketing Science*, 2018, 37(2): 177–199.
- [34] Kramer J, Schnurr D, Wohlfarth M. Winners, losers, and Facebook: The role of social logins in the online advertising Ecosystem [J]. *Management Science*, 2019, 65(4): 1678–1699.
- [35] Zhang K, Katona Z. Contextual advertising [J]. *Marketing Science*, 2012, 31(6): 980–994.
- [36] Kumar S, Tan Y, Wei L. When to play your advertisement? Optimal insertion policy of behavioral advertisement [J]. *Information Systems Research*, 2020, 31(2): 589–606.
- [37] 李 科, 党延忠. 出租车新运营模式下的 LED 广告精准投放策略 [J]. *中国管理科学*, 2020, 28(10): 220–230.
- Li Ke, Dang Yanzhong. The precise delivery strategy of LED advertisement in new operational mode of taxi [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2020, 28(10): 220–230. (in Chinese)
- [38] Hojjat A, Turner J, Cetintas S, et al. A unified framework for the scheduling of guaranteed targeted display advertising under reach and frequency requirements [J]. *Operations Research*, 2017, 65(2): 289–313.
- [39] 张建强, 仲伟俊. 制造商定向广告与零售商定向定价关系研究 [J]. *中国管理科学*, 2017, 25(11): 76–84.
- Zhang Jianqiang, Zhong Weijun. The relationship between manufacturer's targeted advertising and retailer's targeted pricing [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2017, 25(11): 76–84. (in Chinese)
- [40] 赵 江, 梅姝娥, 仲伟俊. 基于消费者偏好的非对称企业定向广告投放策略 [J]. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(2): 389–398.
- Zhao Jiang, Mei Shue, Zhong Weijun. Strategy of asymmetric duopolist sending targeted advertising based on consumer's preference [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2017, 37(2): 389–398. (in Chinese)
- [41] Rafieian O, Yoganarasimhan H. Targeting and privacy in mobile advertising [J]. *Marketing Science*, 2021, 40(2): 193–218.
- [42] Singh S S, Jain D C, Krishnan T V. Research note—customer loyalty programs: Are they profitable? [J]. *Management Science*, 2008, 54(6): 1205–1211.
- [43] 聂佳佳, 熊中楷. 多种广告媒体下纵向合作广告的微分对策模型 [J]. *管理科学学报*, 2010, 13(5): 1–10.
- Nie Jiajia, Xiong Zhongkai. Differential game models of vertical cooperative advertising with multiple advertising media [J].

- Journal of Management Sciences in China ,2010 ,13(5) : 1 – 10. ( in Chinese)
- [44] Du S F , Wang L , Hu L , et al. Platform-led green advertising: Promote the best or promote by performance [J]. Transportation Research Part E-Logistics and Transportation Review ,2019 ,( 128) : 115 – 131.
- [45] Geylani T , Dukes A J , Srinivasan K. Strategic manufacturer response to a dominant retailer [J]. Marketing Science ,2007 , 26( 2) : 164 – 178.
- [46] 张玲红 , 刘方媛 , 朱立龙 , 等. 考虑零售商公平关切与广告努力水平的碳减排策略研究 [J]. 中国管理科学 ,2021 , 29( 4) : 138 – 148.  
Zhang Linghong , Liu Fangyuan , Zhu Lilong , et al. The optimal carbon emission reduction strategy with retailer's fairness concern and advertising effort level [J]. Chinese Journal of Management Science ,2021 ,29( 4) : 138 – 148. ( in Chinese)
- [47] Ashley C , Gillespie E A , Noble S M. The effect of loyalty program fees on program perceptions and engagement [J]. Journal of Business Research ,2016 ,69( 2) : 964 – 973.
- [48] Lee S M , Kim S Y , Kim D Y. Effect of program type and reward timing on customer loyalty: The role of the sunk cost effect [J]. Social Behavior and Personality: An International Journal ,2019 ,47( 11) : 1 – 10.
- [49] Gomez B G , Arranz A G , Cillan J G. The role of loyalty programs in behavioral and affective loyalty [J]. Journal of Consumer Marketing ,2006 ,23( 7) : 387 – 396.
- [50] Leenheer J , Van Heerde H J , Bijmolt T H A , et al. Do loyalty programs really enhance behavioral loyalty? An empirical analysis accounting for self-selecting members [J]. International Journal of Research in Marketing ,2007 ,24( 1) : 31 – 47.
- [51] Balzer B , Rosato A. Expectations-based loss aversion in auctions with interdependent values: Extensive vs. intensive risk [J]. Management Science ,2020 ,67( 2) : 1056 – 1074.
- [52] Ericson K M M , Fuster A. Expectations as endowments: Evidence on reference-dependent preferences from exchange and valuation experiments [J]. Quarterly Journal of Economics ,2011 ,126( 4) : 1879 – 1907.
- [53] 戎文晋 , 刘树林. 关键词拍卖中最优保留价的研究 [J]. 管理科学学报 ,2010 ,13( 4) : 29 – 37.  
Rong Wenjin , Liu Shulin. Study on optimal reserve price of key word auctions [J]. Journal of Management Sciences in China ,2010 ,13( 4) : 29 – 37. ( in Chinese)
- [54] Sayedi A , Jerath K , Baghaie M. Exclusive placement in online advertising [J]. Marketing Science ,2018 ,37( 6) : 970 – 986.
- [55] Berman R. Beyond the last touch: Attribution in online advertising [J]. Marketing Science ,2018 ,37( 5) : 771 – 792.
- [56] 程贵孙. 具有负网络外部性的媒体平台竞争与福利研究 [J]. 管理科学学报 ,2010 ,13( 10) : 89 – 96.  
Cheng Guisun. On the competition and welfare of media platform with the negative network externality [J]. Journal of Management Sciences in China ,2010 ,13( 10) : 89 – 96. ( in Chinese)
- [57] Fridgeirsdottir K , Najafi-Asadolahi S. Cost-per-impression pricing for display advertising [J]. Operations Research ,2018 , 66( 3) : 653 – 672.

## Optimal decision under member advertising strategy and value analysis of the strategy

*DU Shao-fu*<sup>1</sup> , *YANG Yan-wei*<sup>1</sup> , *HU Li*<sup>2\*</sup> , *ZHU Yang-guang*<sup>3</sup>

1. School of Management , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China;
2. School of International Economics and Trade , Nanjing University of Finance and Economics , Nanjing 210023 , China;
3. School of Economics , Hefei University of Technology , Hefei 230026 , China

**Abstract:** Many e-commerce platforms have launched exclusive paid member marketing systems in recent years. Adopting targeted advertising through the system can alleviate the advertising costs pressure on mer-

chants to a certain extent. Against this background, this paper investigates the optimal decision and value of choosing member advertising strategy rather than mass advertising strategy. The optimal advertising decisions under these two strategies are first calculated and compared. Second, the conditions under which member advertising strategy outperforms mass advertising strategy are identified. Third, the advertising efficiency, demand, and profits under the two strategies are compared. Finally, the internal driving force for adopting member advertising strategy is discussed. Our results demonstrate that member advertising strategy should be adopted when the advertising rate under this strategy is relatively low and the proportion of the paid members are relatively high, which significantly improves the efficiency of advertising by reducing both the advertising targets and the advertising investment for a single consumer. Further, under member advertising strategy, the demand is monotonously increasing in the original price of the product but decreasing in the fit of the product. This demonstrates that the essence of member advertising strategy is tapping the potential value of the members and making the trade-off between marginal revenue and sales volume.

**Key words:** e-commerce platform; targeted marketing; advertising strategy; paid member

附录 A

附录 A.1: 参数取值范围说明

为方便后续附录的计算及证明简洁易读,在此对本文参数取值再次进行如下说明:

1.  $P_0$  表示商品原价. 商品原价不超过消费者对商品估值的最大值,  $0 < P_0 \leq 1$ .  $P_1$  表示会员价,  $0 < P_1 \leq P_0$ .
2.  $\beta$  表示契合度因子. 由于商品属性与会员群体需求特征之间更匹配, 会员对商品具有一定偏好, 使其有限提高对商品的效用. 本文假定效用提升不超过对商品原本的估值  $v_0$ , 因此  $0 < \beta \leq 1$ .
3.  $\alpha$  表示满意度系数. 会员因低价带来的满意提高其效用, 因而  $\alpha > 0$ .
4.  $\theta$  表示会员人群比例. 联系实际, 显然有  $0 \leq \theta \leq 1$ .
5.  $t$  表示抽成比例. 联系实际, 显然有  $0 < t < 1$ .
6.  $\varepsilon_0$  表示大众广告策略下的广告因子,  $\varepsilon_0 > 0$  且  $\varepsilon_0^2(1-t) \leq 1$ , 详见附录 A.2.
7.  $\varepsilon_1$  表示会员广告策略下的广告因子,  $\varepsilon_1 > 0$  且  $\varepsilon_1 < \varepsilon_0$ .

附录 A.2:  $\varepsilon_0$  与  $\varepsilon_1$  的说明

在大众广告策略下:

$$\text{首先保证需求} \begin{cases} d_{n1} = \theta \left( 1 - \frac{P_0}{1+\beta} + \frac{\varepsilon_0 \sqrt{K_n}}{1+\beta} \right) \in [0, \theta] \\ d_{n2} = (1-\theta) (1 - P_0 + \varepsilon_0 \sqrt{K_n}) \in [0, 1-\theta] \end{cases} \quad \text{解得 } \varepsilon_0 \leq \frac{P_0}{\sqrt{K_n}}. \text{ 再从边际收益的角度看, 边际收}$$

益为  $P_0(1-t) - K_n$ , 保证边际收益大于等于 0, 解得  $K_n \leq P_0(1-t)$ . 因此, 对于任意的  $K_n \in [0, P_0(1-t)]$ , 都要使得

$$\varepsilon_0 \leq \frac{P_0}{\sqrt{K_n}} \text{ 成立, 也就是说 } \varepsilon_0 \leq \left( \frac{P_0}{\sqrt{K_n}} \right)_{\min} = \sqrt{\frac{P_0}{(1-t)}}.$$

在会员广告策略下:

$$\text{首先保证需求 } d_m = \theta \left( 1 - \frac{P_1}{1+\beta} + \frac{\alpha(P_0 - P_1)}{1+\beta} + \frac{\varepsilon_1 \sqrt{K_m}}{1+\beta} \right) \in [0, \theta] \text{ 解得 } \varepsilon_1 \leq \frac{P_1 - \alpha(P_0 - P_1)}{\sqrt{K_m}}. \text{ 再从边际收益的角度看, 边际收益为 } P_1(1-t) - K_m, \text{ 保证边际收益大于等于 0, 解得 } K_m \leq P_1(1-t). \text{ 因此, 对于任意的 } K_m \in [0, P_1(1-t)] \text{ 都要使得 } \varepsilon_1 \leq \frac{P_1 - \alpha(P_0 - P_1)}{\sqrt{K_m}} \text{ 成立, 也就是说 } \varepsilon_1 \leq \left( \frac{P_1 - \alpha(P_0 - P_1)}{\sqrt{K_m}} \right)_{\min} = \frac{P_1 - \alpha(P_0 - P_1)}{\sqrt{P_1(1-t)}}.$$

$$\text{注意 } \sqrt{\frac{P_0}{(1-t)}} \leq \sqrt{\frac{1}{(1-t)}}, \text{ 因此 } \varepsilon_0 \leq \sqrt{\frac{1}{(1-t)}}. \text{ 所以 } \varepsilon_0^2(1-t) \leq 1; \frac{P_1 - \alpha(P_0 - P_1)}{\sqrt{P_1(1-t)}} \leq \frac{P_1}{\sqrt{P_1(1-t)}} = \sqrt{\frac{P_1}{(1-t)}} \leq \sqrt{\frac{1}{(1-t)}} \text{ 因此 } \varepsilon_1 \leq \sqrt{\frac{1}{(1-t)}} \text{ 所以 } \varepsilon_1^2(1-t) \leq 1. \text{ 这两个条件用于后文证明.}$$

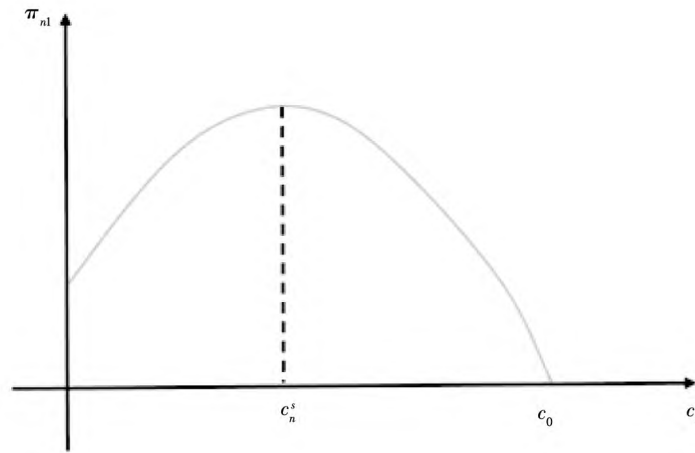
附录 B

附录 B.1: 大众广告策略的最优决策和收益计算

令  $c_n = \sqrt{K_n}$  将正文式 (6) 整理为

$$\pi_{n1} = -c_n^2 + \left( \frac{\varepsilon_0(1+\beta-\beta\theta)(1-t)P_0}{1+\beta} \right) c_n + \frac{(1-t)(1+\beta-P_0-\beta(1-\theta)P_0)P_0}{1+\beta}$$

$\pi_{n1}$  是关于  $c_n$  的二次函数: 二次项系数为  $-1$ , 一次项系数为  $\frac{\varepsilon_0(1+\beta-\beta\theta)(1-t)P_0}{1+\beta}$ , 常数项为  $\frac{(1-t)(1+\beta-P_0-\beta(1-\theta)P_0)P_0}{1+\beta}$ .  $(1-t) > 0, \beta(1-\theta) > 0$  因此  $\frac{\varepsilon_0(1+\beta-\beta\theta)(1-t)P_0}{1+\beta} > 0$ ; 类似可以证明  $\frac{(1-t)(1+\beta-P_0-\beta(1-\theta)P_0)P_0}{1+\beta} > 0$ .  $\pi_{n1}$  的对称轴为  $c_n = c_n^s$  其中  $c_n^s = \frac{\varepsilon_0(1+\beta-\beta\theta)(1-t)P_0}{2(1+\beta)} > 0$ . 得到  $\pi_{n1}$  的函数示意图如下:



附图 1  $\pi_{n1}$  关于  $c_n$  的函数示意图

Attached Fig. 1 Schematic diagram of  $\pi_{n1}$  about  $c_n$

由上图可知,  $\pi_{n1}$  的最大值在  $c_n = c_n^s$  处取得. 所以商家在大众广告策略下的最优单位广告投入为

$$K_n^* = (c_n^s)^2 = \left( \frac{\varepsilon_0(1+\beta-\beta\theta)(1-t)P_0}{2(1+\beta)} \right)^2$$

最优广告策略下, 平台无法进行决策. 将  $K_n^*$  代入正文式 (6) 和式 (7) 得商家和平台的收益分别为

$$\pi_{n1}^* = \frac{(1-t)(4(1+\beta)^2 - (1+\beta-\beta\theta)(4+\beta(4-\varepsilon_0^2(1-\theta)(1-t)) - \varepsilon_0^2(1-t))P_0)}{4(1+\beta)^2}$$

$$\pi_{n2}^* = \frac{(\varepsilon_0^2(1+\beta-\beta\theta)^2(1-t^2)P_0 + 4(1+\beta)t(1+\beta-P_0+\beta(-1+\theta)P_0))P_0}{4(1+\beta)^2}$$

附录 B.2: 会员广告策略的最优决策和收益计算

商家和平台进行 Stackelberg 博弈, 商家作为领导者决策单位广告投入, 平台作为追随者决策会员价. 采用标准的逆向求解法.

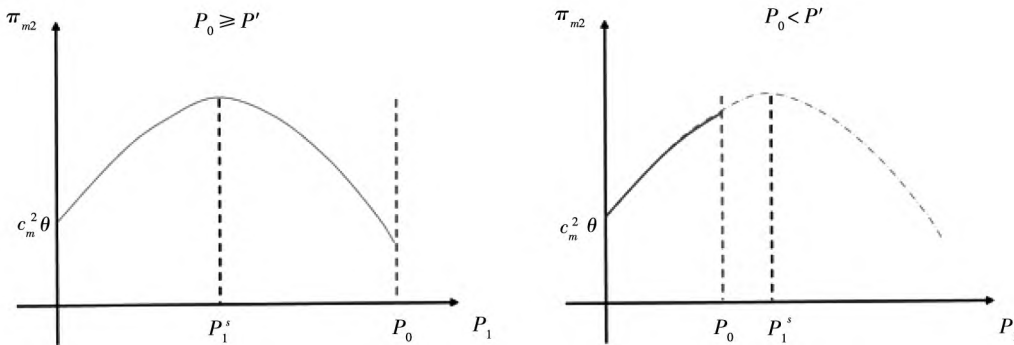
步骤 1 平台收益最大化.

令  $c_m = \sqrt{K_m}$  并将正文式 (11) 整理为关于  $P_1$  的函数

$$\pi_{m2} = -\frac{(1+\alpha)\theta t}{1+\beta} P_1^2 + \frac{\theta t(1+\beta+c_m\varepsilon_1+\alpha P_0)}{1+\beta} P_1 + \theta c_m^2$$

$\pi_{m2}$  是关于  $P_1$  的二次函数: 二次项系数为  $-\frac{(1+\alpha)\theta t}{1+\beta} < 0$ ; 一次项系数为  $\frac{\theta t(1+\beta+c_m\varepsilon_1+\alpha P_0)}{1+\beta} > 0$ ; 常数项为

$\theta c_m^2 > 0$ . 对称轴为  $P_1 = P_1^s$  其中  $P_1^s = \frac{1 + \beta + \varepsilon_1 c_m + \alpha P_0}{2(1 + \alpha)} > 0$ .  $P_1$  的取值范围为  $[0, P_0]$ . 令  $P' = \frac{1 + \beta + c_m \varepsilon_1}{2 + \alpha}$  则有当  $P_0 < P'$  时,  $P_1^s > P_0$ ; 当  $P_0 \geq P'$  时,  $P_1^s \leq P_0$ . 得到  $\pi_{m2}$  的函数示意图如下:



附图2  $\pi_{m2}$  关于  $P_1$  的函数示意图

Attached Fig. 2 Schematic diagram of  $\pi_{m2}$  about  $P_1$

由上图可知: 当  $P_0 \geq P'$  时, 平台的响应函数为  $P_1 = P_1^s$ ; 当  $P_0 < P'$  时, 平台的响应函数为  $P_1 = P_0$ . 会员体系中商品以低于原价的会员价出售给会员. 基于此现实本文假设  $P_1 < P_0$ . 本文后续在商品满足  $P_0 \geq P'$  的前提下继续讨论.

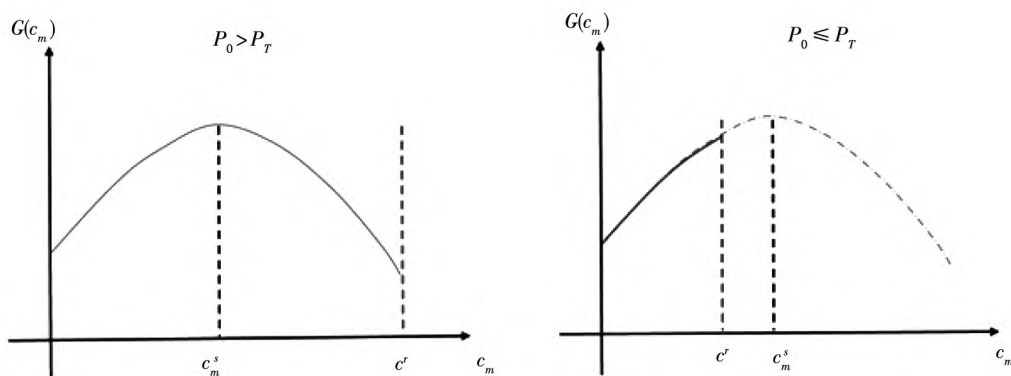
步骤2 商家收益最大化.

将响应函数代入式(10)得到  $\pi_{m1} = \frac{\theta G(c_m)}{4(1 + \alpha)(1 + \beta)}$  其中

$$G(c) = -(4(1 + \alpha)(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t))c^2 + (2\varepsilon_1(1 - t)(1 + \beta + \alpha P_0))c_m + (1 - t)(1 + \beta + \alpha P_0)^2$$

由于  $\frac{\theta}{4(1 + \alpha)(1 + \beta)} > 0$ , 所以求  $\pi_{m1}$  的最大值等价于求  $G(c_m)$  的最大值. 类似于步骤1中的解法,  $G(c_m)$  的对称

轴为  $c_m = c_m^s$ , 其中  $c_m^s = \frac{\varepsilon_1(1 - t)(1 + \beta + \alpha P_0)}{4(1 + \alpha)(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t)}$ . 注意商品原价满足  $P_0 \geq P'$ , 等价于  $c_m \leq c^r$ , 其中  $c^r = \frac{P_0(2 + \alpha) - 1 - \beta}{\varepsilon_1}$ . 令  $P_T = \frac{2(1 + \beta)^2}{4 + 4\beta + 2\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t)}$  则有当  $P_0 > P_T$  时,  $c_m^s < c^r$ ; 当  $P_0 \leq P_T$  时,  $c_m^s \geq c^r$ . 得到  $G(c_m)$  的函数示意图如下:



附图3  $G(c_m)$  关于  $c_m$  的函数示意图

Attached Fig. 3 Schematic diagram of  $G(c_m)$  about  $c_m$

由上图可知: 当  $P_0 \leq P_T$  时,  $c_m^s \geq c^r$ ,  $G(c_m)$  的最大值即  $\pi_{m1}$  的最大值在  $c_m = c^r$  处取到; 当  $P_0 > P_T$  时,  $c_m^s < c^r$ ,  $G(c_m)$  的最大值即  $\pi_{m1}$  的最大值在  $c_m = c_m^s$  处取到.

步骤3 博弈的解及博弈均衡时的收益

当  $P_0 \leq P_T$  时,  $\pi_{m1}$  的最大值在  $c_m = c^r$  处取到, 商家最优单位广告投入为  $K_m^* = (c^r)^2$ . 此时博弈均衡解为

$$\begin{cases} K_m^* = \left( \frac{P_0(2 + \alpha) - 1 - \beta}{\varepsilon_1} \right)^2 \\ P_1^* = P_0 \end{cases}$$



前文已说明  $P_1 < P_0$ , 所以这种情况不符合实际, 舍弃.

当  $P_0 > P_T$  时,  $\pi_{m1}$  的最大值在  $c_m = c_m^s$  处取到, 商家最优单位广告投入为  $K_m^* = (c_m^s)^2$ , 此时博弈均衡解为

$$\begin{cases} K_m^* = \left( \frac{\varepsilon_1(1-t)(1+\beta+\alpha P_0)}{4(1+\alpha)(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t)} \right)^2 \\ P_1^* = \frac{2(1+\beta)(1+\beta+\alpha P_0)}{4(1+\alpha)(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t)} \end{cases}$$

注意  $\alpha > 0, \beta > 0$  易得  $(1+\beta)(1+\beta+\alpha P_0) > 0, \varepsilon_1^2(1-t) \leq 1, 0 \leq t < 1$  而  $4(1+\alpha)(1+\beta) \geq 4$  显然  $4(1+\alpha)(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t) > 0$  所以  $P_1^* > 0$ . 记  $f(P_0) = P_0 - P_1^*$  则  $\frac{\partial(f(P_0))}{\partial P_0} = \frac{4+2\alpha+4\beta+2\alpha\beta - \varepsilon_1^2(1-t)}{4(1+\alpha)(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t)} > 0$ . 所以  $P_0 - P_1^* > f(P_0 = P_T) = 0$ , 即  $P_1^* < P_0$ .

将均衡解代入式 (10) 和式 (11) 得到商家与平台的均衡收益为

$$\begin{aligned} \pi_{m1}^* &= \frac{\theta(1-t)(1+\beta+\alpha P_0)^2}{4(1+\alpha)(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t)} \\ \pi_{m2}^* &= \frac{\theta(\varepsilon_1^2(1-t)^2 + 4(1+\alpha)(1+\beta)t)(1+\beta+\alpha P_0)^2}{(4(1+\alpha)(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t))^2} \end{aligned}$$

附录 B.3: 推论 1 说明

结合实际, 假设  $P_1 < P_0$ , 因此  $P_0$  要满足  $\begin{cases} P_0 \geq \frac{1+\beta+c_m\varepsilon_1}{2+\alpha} \\ P_0 > P_T \end{cases}$  (详细见附录 B.2). 由附录 B.2 中求解过程可知,

$P_0 > P_T$  可以推出  $c_m = c_m^s < c^r$ , 而  $c_m = c_m^s < c^r$  等价于  $P_0 \geq \frac{1+\beta+c_m\varepsilon_1}{2+\alpha}$ . 也就是说  $P_0 > P_T$  可以推出  $P_0 \geq$

$\frac{1+\beta+c_m\varepsilon_1}{2+\alpha}$ . 所以  $P_T \geq \frac{1+\beta+c_m\varepsilon_1}{2+\alpha}$ . 因此不等式组  $\begin{cases} P_0 \geq \frac{1+\beta+c_m\varepsilon_1}{2+\alpha} \\ P_0 > P_T \end{cases}$  化简为  $P_0 > P_T$ .

所以, 平台允许商家借助付费会员体系采用会员广告策略的必要条件是  $P_0 > P_T$ .

证毕.

附录 B.4: 广告策略选择标准计算

用  $\Delta\pi$  表示商家采用会员广告策略与采用大众广告策略的收益之差, 即  $\Delta\pi = \pi_{m1}^* - \pi_{m1}$ .

当  $P_0 \leq P''$  时

$$\Delta\pi = A\theta^2 + B\theta + C$$

其中

$$\begin{cases} A = -\frac{\beta^2\varepsilon_0^2(1-t)^2P_0^2}{4(1+\beta)^2} \\ B = \frac{(1-t)(1+\beta+\alpha P_0)^2}{4(1+\alpha)(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t)} - \frac{\beta(2 - \varepsilon_0^2(1-t))(1-t)P_0^2}{2(1+\beta)} \\ C = -\frac{1}{4}(1-t)(4 - (4 - \varepsilon_0^2(1-t))P_0)P_0 \end{cases}$$

$\Delta\pi$  是关于  $\theta$  的二次函数, 且二次项系数  $A < 0$ , 对称轴为  $\theta = \theta_1^*$ , 其中  $\theta_1^* = \frac{-B}{2A}$ . 下面证明  $\theta_1^*$  大于  $\theta$  的右边界, 即  $\theta_1^* > 1$ . 将  $A$  与  $B$  代入不等式  $\theta_1^* > 1$  整理得到  $f(P_0) < 0$ , 即证明  $\theta_1^* > 1$  等价于证明  $f(P_0) < 0$ , 其中

$$\begin{aligned} f(P_0) &= A_1P_0^2 + B_1P_0 + C_1 \\ \begin{cases} A_1 = 2\alpha^2(1+\beta)^2 - 4\alpha\beta(1+\beta)(2+2\beta - \varepsilon_0^2(1-t)) - \beta(2+2\beta - \varepsilon_0^2(1-t))(4+4\beta - \varepsilon_1^2(1-t)) \\ B_1 = 4\alpha(1+\beta)^3 \\ C_1 = 2(1+\beta)^4 \end{cases} \end{aligned}$$

$f(P_0)$  是关于  $P_0$  的二次函数,  $A_1$  正负不确定. 下面根据  $A_1$  大小分 3 种情况讨论.

Case1:  $A_1 = 0$

$$f(P_0) = 4\alpha(1 + \beta)^3 P_0 + 2(1 + \beta)^4 > 0.$$

Case2:  $A_1 > 0$

$f(P_0)$  开口向上,且  $f(P_0)$  对称轴小于 0,  $f(P_0)$  在  $[0, 1]$  上单调递增,所以  $f(P_0)$  在区间  $[0, 1]$  最小值为  $f(P_0 = 0) = 2(1 + \beta)^4 > 0$ .

Case3:  $A_1 < 0$

$f(P_0)$  开口向下,  $f(P_0)$  在区间  $[0, 1]$  上的最小值为  $\min\{f(P_0 = 0), f(P_0 = 1)\}$ .

令  $g(\alpha, \beta, t) = f(P_0 = 1)$  则有  $\frac{\partial g(\alpha, \beta, t)}{\partial \alpha} = 4(1 + \beta)(1 - \beta^2 + \alpha(1 + \beta) + \beta \varepsilon_0^2(1 - t))$ , 因为  $\beta \leq 1$ , 所以

$\frac{\partial g(\alpha, \beta, t)}{\partial \alpha} > 0$ . 注意  $\alpha > 0$ , 可以进一步得出  $\min\{g(\alpha, \beta, t)\} > \min\{g(\alpha = 0, \beta, t)\}$ . 令  $h(\beta, t) = g(\alpha = 0, \beta, t)$ ,

则  $\frac{\partial h(\beta, t)}{\partial t} = -2\beta((1 + \beta)\varepsilon_1^2 + \varepsilon_0^2(2 + 2\beta - \varepsilon_1^2(1 - t))) < 0$ , 进一步得出  $\min\{h(\beta, t)\} = \min\{h(\beta, t = 1)\} = \min\{2$

$(-1 + \beta^2)^2\} = 0$ . 所以  $\min\{f(P_0 = 1)\} = \min\{g(\alpha, \beta, t)\} > \min\{h(\beta, t)\} = 0$ , 即  $f(P_0 = 1) > 0$ . 所以  $\min\{f(P_0 = 0), f(P_0 = 1)\} > 0$ ,  $f(P_0)$  在区间  $[0, 1]$  上的最小值大于 0.

综上所述, 无论  $A_1$  值为多少  $f(P_0)$  在区间  $[0, 1]$  上的最小值大于 0. 区间  $[P_T, 1]$  是  $[0, 1]$  的子区间, 所以  $f(P_0)$  在区间  $[P_T, 1]$  上的最小值大于 0, 即  $f(P_0) > 0$  等价于  $\theta^* > 1$ .

结合  $\Delta\pi$  开口向下, 可以推出  $\Delta\pi$  在区间  $[0, 1]$  上随  $\theta$  增加而单调递增.  $\Delta\pi$  的最大值在  $\theta = 1$  处取到, 为  $\Delta\pi(\theta = 1)$ . 当  $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_{1T}$  时,  $\Delta\pi(\theta = 1) \leq 0$ ; 当  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1T}$  时,  $\Delta\pi(\theta = 1) > 0$ , 其中

$$\varepsilon_{1T} = \sqrt{\frac{4(1 + \beta)((1 + \beta)^3 - 2(2 + \alpha)(1 + \beta)^2 P_0 + (4 + 4\beta + \alpha^2(1 + \beta) + \alpha(4 + 4\beta - \varepsilon_0^2(1 - t)) - \varepsilon_0^2(1 - t)) P_0^2)}{(1 - t)(-4(1 + \beta)^2 + (4 + 4\beta - \varepsilon_0^2(1 - t)) P_0) P_0}}$$

当  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1T}$  时,  $\Delta\pi(\theta = 1) > 0$  且  $\Delta\pi(\theta = 0) = -\frac{1}{4}(1 - t)(4 - (4 - \varepsilon_0^2(1 - t)) P_0) P_0 < 0$ , 所以方程  $\Delta\pi = 0$  在区间  $[0, 1]$  有唯一解, 记为  $\theta_T$ . 结合  $\Delta\pi$  函数图像,  $\theta_T$  就是方程  $\Delta\pi = 0$  的较小的根

$$\theta_T = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

综上所述: 当  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{1T}$  且  $\theta > \theta_T$  时, 商家采用会员广告策略.

### 附录 C

#### 附录 C.1: 定理 1 证明

$$K_n^* - K_m^* = (\sqrt{K_n^*} + \sqrt{K_m^*})(\sqrt{K_n^*} - \sqrt{K_m^*})$$

计算  $\sqrt{K_n^*} - \sqrt{K_m^*} = \frac{(1 - t)f(P_0)}{2(4(1 + \alpha)(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t))(1 + \beta)}$  其中  $f(P_0) = 2(1 + \beta)^2 \varepsilon_1 + A P_0$ ,  $A = 2\alpha(1 + \beta) \varepsilon_1 - \varepsilon_0(1 + \beta(1 - \theta))(4 + 4\beta + 4\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t))$ ,  $f(P_0)$  是  $P_0$  的线性函数.

首先证明  $A < 0$ : 因为  $\varepsilon_1 < \varepsilon_0$ , 所以  $2\alpha(1 + \beta) \varepsilon_1 - \varepsilon_0(1 + \beta(1 - \theta))(4 + 4\beta + 4\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t)) < \varepsilon_0(2\alpha(1 + \beta) - (1 + \beta(1 - \theta))(4 + 4\beta + 4\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t)))$ . 因为  $(1 + \beta(1 - \theta)) > 1$ , 所以  $\varepsilon_0(2\alpha(1 + \beta) - (1 + \beta(1 - \theta))(4 + 4\beta + 4\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t))) < \varepsilon_0(2\alpha(1 + \beta) - (4 + 4\beta + 4\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t))) = \varepsilon_0(-4 - 4\beta - 2\alpha(1 + \beta) + \varepsilon_1^2(1 - t))$ . 又因为  $\varepsilon_1^2(1 - t) \leq 1$ , 所以  $-4 - 4\beta - 2\alpha(1 + \beta) + \varepsilon_1^2(1 - t) < 0$ , 所以  $A < 0$ .

$$f(P_0 = P_T) = \frac{2(1 + \beta)^2(\varepsilon_1 - \varepsilon_0(1 + \beta(1 - \theta)))(4 + 4\beta + 4\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t))}{4 + 4\beta + 2\alpha(1 + \beta) - \varepsilon_1^2(1 - t)}$$
. 因为  $\varepsilon_1 < \varepsilon_0$  且  $1 + \beta(1 - \theta) > 1$ , 所以  $\varepsilon_1 - \varepsilon_0(1 + \beta(1 - \theta)) < 0$ , 进一步推出  $f(P_0 = P_T) < 0$ .

结合函数图像, 则有  $P_0 \in [P_T, 1]$  时,  $f(P_0) < 0$ , 等价于  $K_m^* - K_n^* < 0$ . 证毕.

附录 C.2: 证明  $\frac{\partial(K_m^* - K_n^*)}{\partial \alpha} < 0$

由于  $K_n^*$  的表达式中不含  $\alpha$ , 所以,  $\frac{\partial(K_m^* - K_n^*)}{\partial \alpha} = \frac{\partial K_m^*}{\partial \alpha} = \frac{\partial(\sqrt{K_m^*})^2}{\partial \alpha} = 2\sqrt{K_m^*} \frac{\partial \sqrt{K_m^*}}{\partial \alpha}$ . 证明  $\frac{\partial(K_m^* - K_n^*)}{\partial \alpha} < 0$ ,

等价于证明  $\frac{\partial \sqrt{K_m^*}}{\partial \alpha} < 0$ .  $\frac{\partial \sqrt{K_m^*}}{\partial \alpha} = -\frac{\varepsilon_1(1-t)(4+4\beta^2+4\beta(2-P_0) - (4-\varepsilon_1^2(1-t))P_0)}{(4+4\beta+4\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t))^2}$ . 因为  $0 < \varepsilon_1^2(1-t)$  且  $P_0 \leq 1$ , 所以  $(4-\varepsilon_1^2(1-t))P_0 < 4$ . 又因为  $4+4\beta^2+4\beta(2-P_0) \geq 4$ , 所以  $4+4\beta^2+4\beta(2-P_0) - (4-\varepsilon_1^2(1-t))P_0 > 0$ . 因此  $\frac{\partial \sqrt{K_m^*}}{\partial \alpha} < 0$  即  $\frac{\partial(K_m^* - K_n^*)}{\partial \alpha} < 0$ . 证毕.

附录 C.3: 定理 2 证明

解不等式  $d_m^* - d_n^* > 0$  即得  $P_0 > P_{0T}$ , 其中

$$P_{0T} = \frac{2(1+\beta)^2(4-\varepsilon_1^2+2\beta(2-\theta) + 2\alpha(1+\beta)(2-\theta) - 2\theta + \varepsilon_1^2t)}{4\alpha(1+\alpha)(1+\beta)^2\theta + (1+\beta(1-\theta))(2+\beta(2-\varepsilon_0^2(1-\theta)(1-t)) - \varepsilon_0^2(1-t))(4+4\beta+4\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t))}$$

判断  $P_{0T}$  与  $P_T$  的大小关系: 解不等式  $P_{0T} - P_T > 0$  即得  $\varepsilon_0^2 > \frac{-2+2\beta^2(1-\theta) - 2\alpha(1+\beta)(1-\theta) + 2\theta + \varepsilon_1^2(1-t)}{(1+\beta(1-\theta))^2(1-t)}$ .

所以 当  $\varepsilon_0^2 > \frac{-2+2\beta^2(1-\theta) - 2\alpha(1+\beta)(1-\theta) + 2\theta + \varepsilon_1^2(1-t)}{(1+\beta(1-\theta))^2(1-t)}$  时 如果  $P_0 < P_{0T}$ ,  $d_m^* < d_n^*$ ; 如果  $P_0 > P_{0T}$ ,  $d_m^* >$

$d_n^*$ . 当  $\varepsilon_0^2 < \frac{-2+2\beta^2(1-\theta) - 2\alpha(1+\beta)(1-\theta) + 2\theta + \varepsilon_1^2(1-t)}{(1+\beta(1-\theta))^2(1-t)}$  时  $d_m^* > d_n^*$ . 证毕.

附录 C.4: 证明  $\frac{\partial(d_m^* - d_n^*)}{\partial \alpha} > 0$

$\frac{\partial(d_m^* - d_n^*)}{\partial \alpha} = \frac{2\theta(f(P_0))}{(4+4\beta+4\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t))^2}$ , 其中  $f(P_0) = -\varepsilon_1^2(1-t)(1+\beta) + (4(1+\alpha)^2(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t) - 2\alpha\varepsilon_1^2(1-t))P_0$ .  $f(P_0 = P_T) = \frac{(2+2\beta+2\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t))(4+4\beta+4\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t))}{4+4\beta+2\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t)}$ . 因为  $\varepsilon_1^2(1-t) \leq 1$ , 所以  $2+2\beta+2\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t) > 0$ ,  $4+4\beta+4\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t) > 0$ ,  $4+4\beta+2\alpha(1+\beta) - \varepsilon_1^2(1-t) > 0$ , 于是得到  $f(P_0 = P_T) > 0$ . 又因为  $f(P_0 = 0) = -(1+\beta)(1-t)\varepsilon_1^2 < 0$ , 所以  $f(P_0)$  的一次项系数大于 0. 由此可得 当  $P_0 \in [P_T, 1]$  时,  $f(P_0) \geq f(P_0 = P_T) > 0$ . 所以当  $P_0 \in [P_T, 1]$  时,  $\frac{\partial(d_m^* - d_n^*)}{\partial \alpha} > 0$ , 原命题得证.

附录 C.5: 结论 7 证明

用  $\Delta\pi_p$  表示平台收益之差, 即  $\Delta\pi_p = \pi_{m2}^* - \pi_{n2}^*$ . 与附录 B.4 同理, 将  $\Delta\pi_p$  整理为关于  $\theta$  的二次函数, 证明出  $\Delta\pi_p$  二次项系数小于 0, 称轴大于 1, 于是  $\Delta\pi_p$  在  $\theta \in [0, 1]$  时 随  $\theta$  单调递增, 所以  $\Delta\pi_p$  的最大值为  $\Delta\pi_{pmax} = \Delta\pi_p(\theta = 1)$ .

当  $\Delta\pi_{pmax} > 0$  时, 存在  $\theta$  使得  $\Delta\pi_p > 0$ . 令  $H(P_0) = \Delta\pi_p(\theta = 1)$ , 则结论得证: 满足  $H(P_0) > 0$  条件下, 存在商家采用会员广告策略, 平台收益增加的情况. 证毕.