

doi: 10.19920/j.cnki.jmsc.2023.03.002

# 考虑均值 - 方差风险量化的 VMI 供应链协调模型<sup>①</sup>

蔡建湖<sup>1,2</sup>, 贾利爽<sup>2</sup>, 周青<sup>1\*</sup>, 王楠楠<sup>2</sup>, 胡晓青<sup>1</sup>

(1. 杭州电子科技大学管理学院, 杭州 310018; 2. 浙江工业大学管理学院, 杭州 310023)

**摘要:** 针对众多企业风险规避的特性, 构建了产出不确定环境下的供应链最优投入决策模型, 并采用均值 - 方差模型来量化决策者的风险规避态度, 讨论了风险规避的集成供应链和风险规避的 VMI 供应商在不同风险承受能力下的最优投入决策. 研究表明, 最优投入决策与其风险承受能力密切相关, 且在给定风险承受能力下, 决策者具有两种投入量备选方案. 当选择低投入量所需承担的缺货损失低于选择高投入量所需承担的库存积压损失时, 决策者将选择较低的投入量; 否则, 决策者将选择较高的投入量. 本文进一步引入两种不同类型的契约来协调 VMI 供应链: 成本共担 - 批发价折扣联合契约和期权契约. 研究表明, 这两种契约在一定条件下均能够协调 VMI 供应链, 但这两种契约实现供应链帕累托改进的效果受到决策者风险承受能力的影响.

**关键词:** 产出不确定; 风险规避; 均值 - 方差模型; 供应链协调

**中图分类号:** F272    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007 - 9807(2023)03 - 0020 - 24

## 0 引言

产出不确定现象普遍存在于农业、疫苗制造业、半导体及电子零部件制造业等行业的生产运营过程中, 一定程度上给供应链关联企业带来了运营管理风险<sup>[1-5]</sup>. 尤其是在一些供应链中, 业务多元化的购买商处于主导地位, 他们采用供应商管理库存 (vendor-managed inventory, VMI) 模式将库存压力转移给供应商, 从而降低库存管理成本. 产出不确定的供应商在接到订单之后, 需要设定其计划生产量, 并据此确定其在原材料、零部件方面的投入量. 本文把供应商的投入量进行标准化处理, 即一个单位投入量对应着一个单位的计划产出量. 由于产出不确定的存在, 使得供应商的实际产出与投入量会出现偏差. 因此, 确定最优的投入量成为了产出不确定的供应商的一个重要决

策. 在下文中, 称之为投入决策. 在很多产出不确定的文献中, 投入量不仅可以表述为计划生产量, 也可以表述为生产能力, 但总体的建模思维是一致的<sup>[6-8]</sup>. 由于众多 VMI 供应链中的供应商规模较小、资金实力较弱, 其不得不在进行产品投入决策时考虑自身风险承受能力<sup>[1,9]</sup>. 类似的情况在盒马鲜生与其上游农产品供应商的合作中较为常见. 盒马鲜生等企业以“新零售”经营模式实现线上线下的一体化销售, 并采用 VMI 库存管理模式实现低库存甚至零库存的理想状态. 在与上游农民专业合作社的合作过程中, 盒马鲜生直接向上游农民专业合作社订购新鲜的水果和蔬菜, 而上游农民专业合作社则根据盒马鲜生的订单将产品供应给盒马鲜生所在城市的中心仓, 为其提供 VMI 支持<sup>②</sup>. 但是, 受气候环境、病虫害等因素的影响, 农产品的

① 收稿日期: 2020 - 08 - 12; 修改日期: 2021 - 07 - 26.

基金项目: 国家自然科学基金资助重点项目(71932005); 国家自然科学基金资助项目(71972171; 71572184); 浙江省自然科学基金资助一般项目(LY19G020011); 浙江省哲学社会科学规划重点课题(19NDJC024Z).

通讯作者: 周青(1979-), 男, 湖南株洲人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: zhq7980@126.com

② 新浪财经: <https://cj.sina.com.cn/articles/view/1708271095/65d225f701900621b>.

生产面临着产出不确定的问题。作为小微企业的农民合作社在 VMI 库存管理模式中面临着来自自然和市场的双重风险,因此在制定投入决策时往往会考虑自身的风险承受能力,以避免出现过多的损失<sup>[1,10]</sup>。除农产品行业以外,医药行业中许多产品的供应也面临着同样的问题<sup>[4,11]</sup>。例如,在政府采购部门作为供应链主导者的 VMI 疫苗供应链中,疫苗的产出由于受到病毒株生长特性等因素的影响存在着不确定性,这就意味着疫苗制造商可能面临产出不确定导致的库存积压或缺货损失。因此,疫苗制造商进行生产投入决策时,需要在期望利润和风险之间进行权衡,从而在其风险承受能力范围内尽可能最大化期望利润<sup>[4,12]</sup>。以上来自不同行业的案例表明,供应商在产出不确定环境下的风险规避问题在各个行业普遍存在。本文基于产出不确定环境下供应商不同的风险承受能力,为供应商投入决策的制定提供支持,并为购买商设计有效激励供应商进行生产投入的契约方案,具有重要的实践意义。

当前产出不确定环境下 VMI 供应链管理的相关文献,主要围绕投入决策和供应链性能提升策略等视角展开研究。Golmohammadi 和 Hassini<sup>[1]</sup>针对产出不确定的农产品供应链,对农产品的生产投入和定价策略进行研究,通过考察决策者风险厌恶的情况,分析了风险态度对农产品最优价格和产量的影响。Cai 等<sup>[3]</sup>构建了由产出不确定的供应商和零售商组成的 VMI 供应链,分别设计了期权契约和补贴契约来实现供应链协调。Tang 和 Kouvelis<sup>[12]</sup>在产出不确定环境下研究了 VMI 供应链的协调问题。在由单个供应商与单个零售商组成的供应链中,假设需求确定,通过引入回购契约来激励供应商扩大生产规模并实现供应链协调;考虑两个竞争零售商时,需要设计回购和收益分享联合契约来协调供应链;而考虑单个供应商与单个零售商组成的供应链,且需求不确定时,需要对回购和收益分享联合契约进行修正才能协调供应链。Cai 等<sup>[13]</sup>分析了产出和需求均不确定的 VMI 供应链竞争模型,并设计承诺契约来促进供应商和零售商之间的合作,从而提升供应链对不确定环境的响应能力。研究发现,零售商可以通过承诺合适的订购量来激励供应商选择更多的投入量;并且,基于承诺订单批发价和常规订单批发价

不同的承诺契约,可以应用于不同的产出不确定环境来提升供应链性能。Yin 和 Ma<sup>[14]</sup>考虑制造商面临产出不确定而零售商面临需求不确定的情况,通过引入单位奖励和一次性奖励这两种奖励契约来激励制造商提高服务水平,从而保证了产品的可得性,并实现了供应链的帕累托改进。实际上,产出不确定带来的风险将对供应链的高效运作产生较大影响。针对此,本文将决策者风险态度引入到产出不确定环境下的 VMI 供应链中,研究供应链成员之间的竞争决策。

目前很多学者开始关注产出不确定环境下考虑决策者风险态度的供应链管理问题。Cai 等<sup>[2]</sup>采用下行风险(downside-risk aversion)测度来量化供应链主导者的风险规避态度,基于此讨论了产出不确定环境下供应链主导者的最优投入决策和供应链协调问题。Giri<sup>[15]</sup>考虑风险规避的购买商向两个供应商购买产品的情况,其中一级供应商面临产出不确定但产品价格便宜,二级供应商的供应完全可靠但产品价格较高。作者运用指数效用函数来量化购买商的风险态度,在此基础上研究了购买商风险规避情况下一级供应商的最优订货量和二级供应商最优预留量的决策问题。类似于文献<sup>[14]</sup>的量化方法,Shu 等<sup>[16]</sup>探讨了风险规避的零售商在产出和需求均不确定情况下的订购和库存策略选择问题。Xue 等<sup>[17]</sup>采用均值-方差(Mean-Variance)模型衡量购买商的风险态度,研究了供应商成本或产出率的变化对风险规避的购买商订购决策和客户服务水平的影响。以上研究中,大部分学者考虑了供应链下游企业的风险态度。但在 VMI 供应链中,上游供应商在面临产出不确定的同时,还直接面向市场需求,供应商面对着来自供应端和需求端的双重风险。因此,在 VMI 供应链中,关注风险规避型供应商的投入决策具有重要的理论价值和现实意义。实际上,一些学者已经开始关注产出不确定环境下供应商的风险规避态度。Ye 等<sup>[18]</sup>构建了一个农业公司和多个产出不确定的农产品供应商组成的供应链,将农产品供应商面临的风险通过 CVaR(Conditional Value at Risk)模型进行量化,并在此基础上研究了供应链协调契约的设计问题。研究发现,当供应商风险规避程度相对较低时,通过 RPG(revenue sharing-production cost sharing-guaranteed money)

联合契约能够实现供应链协调. Anderson 和 Monjardino<sup>[19]</sup>研究了包含肥料供应商、产出不确定的生产商和购买商在内的三级供应链,利用效用函数对生产商的风险态度进行量化,并引入批发价折扣和补偿联合契约实现了供应链协调.以上研究中使用的量化方法均将风险量化为供应商可能遭受的利润损失<sup>[20]</sup>.

均值-方差模型认为,风险应包括两个固有组成部分,即预期的不利结果和相关的确定性水平.其中,期望的度量可以显示“预期的不利结果”的大小,但不能显示不确定性的水平.因此,仅仅优化期望的度量方式可能无法真正地解决问题,应当在分析框架中纳入其他分析措施,以便在考虑风险的情况下得出最佳控制措施.均值-方差模型背后的基本思想是在分析中既考虑预期收益(即“均值”)又考虑收益的变化(即“方差”),其中“方差”代表与投入决策问题相关的风险<sup>[21]</sup>.在运营管理领域,均值-方差模型可帮助研究者分别从作为风险规避的分析手段以及作为衡量相关业务利润风险的绩效指标两个角度进行运营管理问题的分析,这两种观点都已在运营管理中得到广泛应用,因此均值-方差模型是一种在随机供应链运营模型中进行风险分析的成熟方法.同时,从决策理论的角度来看,与使用效用函数、CVaR等风险量化方法相比,均值-方差模型概念清晰且计算简便,具有良好的对称性和分解特性,仍是当前的行业标准<sup>[22]</sup>.基于风险的两个固有组成部分,即预期的不利结果和相关的确定性水平,均值-方差模型在分析中既考虑了预期收益(即“均值”)又考虑了与决策相关的风险(即“方差”),这对风险的两个组成部分都进行了清晰的度量,而其他风险量化方法不具有这种特性.从实际应用的角度来看,Grootveld和Hallerbach<sup>[23]</sup>通过对使用下行风险量化方法和均值-方差模型的预期收益仿真模拟发现,均值-方差模型具有更小的风险度量和抽样误差,和其他风险度量方式相比具有更好的稳定性.目前,很多学者通过均值-方差模型来量化需求不确定环境下决策者的风险.例如,Zhuo等<sup>[24]</sup>采用均值-方差模型对需求不确定下零售商的风险进行量化,研究了期权契约如何协调考虑风险约束时的供应链. Choi等<sup>[25]</sup>通过该量化方法,分析了回购契约

在不同风险承受能力下的供应链协调和风险控制问题中的运用.均值-方差模型的应用还可以在Wei和Choi<sup>[26]</sup>、Bai等<sup>[27]</sup>等学者的研究中看到.不同于以上研究,本文采用均值-方差模型来量化产出不确定环境下供应商的风险,并在此基础上分析了供应链成员之间的竞争决策以及供应链协调问题.

综合考虑以上文献分析,本文提出了产出不确定环境下的VMI供应链最优投入决策模型,并采用均值-方差模型来量化供应商的风险规避态度.重点关注以下几个问题:1)在产出不确定环境下,风险规避的集成供应链以及VMI供应链中风险规避的供应商如何在不同风险承受能力下做出最优投入决策?2)在VMI供应链中,当供应商风险承受能力不同时,购买商如何选择合适的契约参数实现供应链的协调?3)基于不同的集成供应链和供应商风险承受能力组合,协调契约实现供应链帕累托改进的程度和改进的区间是否存在差异?

## 1 基本模型

考虑由一个供应商和一个购买商组成的两级VMI供应链,零售商根据确定的市场需求 $d$ 向供应商进行订货,供应商结合自身实际生产能力进行订单生产.由于受技术水平、外界环境等因素的影响,供应商在产品生产时面临产出不确定的风险,其投入量和实际产出之间存在差异.此时供应商作为追随者决定投入量为 $q$ ,其实际产出为 $xq$ .其中 $x$ 为产出率随机变量,服从 $x \in [0, 1]$ 区间内的均匀分布<sup>[28-30]</sup>.令 $f(x)$ 表示 $x$ 的概率密度函数, $F(x)$ 表示 $x$ 的累积分布函数.具体的决策过程如下:首先,购买商作为供应链中的主导者按照产品的市场需求 $d$ 向供应商进行订货.然后,供应商作为供应链中的追随者决定投入量为 $q$ ,此时其实际产出为 $xq$ .供应商每投入一单位产品所需支付的单位生产成本为 $c$ ,并以批发价 $w$ 将其所产出的产品全部出售给购买商,购买商则以销售价格 $p$ 在市场中进行销售.当产品供应不足时,供应商面临的缺货惩罚为 $h_s$ ,而购买商面临的缺货惩罚为 $h_r$ .当产品的供应超出市场需求

时,由于多余的库存对于制造商而言没有价值,因此将多余库存的残值设为 0,此时供应商将面临由于库存积压带来的利润损失<sup>[31-34]</sup>.

### 1.1 集成供应链最优投入决策模型

首先考虑集成供应链的决策情形. 集成供应链的决策目标是实现供应链整体利润的最大化. 此时,集成供应链的随机利润为

$$\pi_{sc}(q) = p \min\{xq, d\} - cq - (h_s + h_r) \times (d - xq)^+ = pd - cq - (p + h_s + h_r) \times (d - xq)^+ \quad (1)$$

令  $SD[\cdot]$  表示标准差,  $E[\cdot]$  表示数学期望, 集成供应链利润的标准差  $SD[\pi_{sc}(q)] = A \sqrt{\xi(q)}$ , 其中  $A = p + h_s + h_r$ ,  $\xi(q)$  的表达式为

$$\xi(q) = \text{Var}(d - xq)^+ = q^2 \left\{ 2 \int_0^{\frac{d}{q}} \left( \frac{d}{q} - x \right) \times F(x) dx - \left[ \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \right]^2 \right\} \quad (2)$$

集成供应链风险中性时, 期望利润可表示为

$$E[\pi_{sc}(q)] = pd - cq - (p + h_s + h_r) \times q \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \quad (3)$$

由于  $\frac{\partial^2 E(\pi_{sc})}{\partial q^2} < 0$ , 显然集成供应链的期望利润  $E[\pi_{sc}(q)]$  是  $q$  的严格凹函数. 因此, 当集成供应链风险中性时, 存在着唯一的最优投入量  $q_{sc}^* = d \sqrt{\frac{A}{2c}}$ .

集成供应链风险规避时, 采用均值 - 方差模型进行风险量化. 本文参考 Choi 等<sup>[35]</sup> 提出的均值 - 方差模型构建方式: 以期望利润最大化为目标函数, 通过引入利润标准差约束进行风险控制<sup>[24, 25, 36]</sup>. 因此, 集成供应链的均值 - 方差模型如下

$$\begin{cases} \max_{q \geq 0} E[\pi_{sc}(q)] \\ \text{s. t. } SD[\pi_{sc}(q)] \leq k_{sc} \end{cases} \quad (4)$$

其中  $SD[\pi_{sc}(q)]$  为集成供应链选择某一特定投入量  $q$  时面临的风险, 它反映了集成供应链投入  $q$  时所面临的利润波动. 另外,  $k_{sc}$  表示集成供应链的风险承受能力,  $k_{sc}$  越小表示集成供应链的风险承受能力较低, 风险规避程度越高; 当  $k_{sc}$  趋于正无穷时, 集成供应链风险中性.

显然, 给定投入量  $q$ , 集成供应链面临的风险随着产品销售价格和缺货惩罚的增加而不断增大. 同时, 假设集成供应链期望利润小于 0 时, 供应链将不会进行生产经营活动. 令  $E[\pi_{sc}(q)] = 0$ , 即  $pd - cq - Aq \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx = 0$ , 可得  $q_{sc1} = \frac{pd - d\sqrt{p^2 - 2Ac}}{2c}$ ,  $q_{sc2} = \frac{pd + d\sqrt{p^2 - 2Ac}}{2c}$ . 这一

结论表明, 当集成供应链期望利润为 0 时, 存在两种投入决策的备选方案, 而选择投入量  $q_{sc1}$  或  $q_{sc2}$  时随机利润的标准差不同. 这里, 用  $k_{sc}^0 = \min\{SD[\pi_{sc}(q_{sc1})], SD[\pi_{sc}(q_{sc2})]\}$  表示取较小的标准差作为集成供应链期望利润为 0 时所面临的风险, 假设集成供应链的风险承受能力总是满足  $k_{sc} \geq k_{sc}^0$ .

引理 1 在产出不确定下, 集成供应链面临的风险  $SD[\pi_{sc}(q)]$  是投入量  $q$  的拟凹函数, 且一定存在着唯一的投入量  $q_{sc}^*$ , 使得集成供应链的风险取到最大值 (引理 1 的证明详见附录).

引理 1 表明, 当集成供应链风险规避时, 产出不确定造成的风险随着投入量的增加先增大后减小. 这是由于随着投入量不断增加, 产出不确定造成的利润波动幅度不断增大; 当投入量达到一定的水平并持续增加时, 市场需求更容易得到满足, 此时产出不确定造成的利润波动幅度不断减小.

根据引理 1 可知, 存在一个投入量  $q_{sc}^*$  使得集成供应链的利润标准差取值最大, 该标准差即为  $k_{sc}^* = SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)] = \frac{1}{3} dA$ . 当风险承受能力  $k_{sc} > k_{sc}^*$  时, 集成供应链风险承受能力较强, 此时风险约束条件无效, 即集成供应链不受风险约束. 当  $k_{sc} \leq k_{sc}^*$  时, 集成供应链受到风险约束. 如果集成供应链风险规避时的最优投入量等于其风险中性时的最优投入量  $q_{sc}^*$ , 可得其面临的风险为  $k_{sc}^* =$

$$SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)] = dA \sqrt{\frac{T_1}{3} - \frac{c}{2A}} \quad \text{这里 } T_1 = \sqrt{\frac{2c}{p + h_s + h_r}}$$

引理 2 集成供应链的投入量  $q_{sc}^*$  和  $q_{sc}^*$  满足: 1) 当  $c \geq \frac{2A}{9}$  时,  $q_{sc}^* \geq q_{sc}^*$ ; 2) 当  $c < \frac{2A}{9}$  时,  $q_{sc}^* < q_{sc}^*$ .

结合引理 2, 进一步对集成供应链期望利润

为0时所面临的风险  $k_{sc}^0$  ,投入  $q_{sc,n}^*$  所面临的风险  $k_{sc}^*$  以及集成供应链可能面临的最高风险  $k_{sc}^{\prime}$  的大小进行比较,得到命题1.

**命题1** 集成供应链的风险值满足  $k_{sc}^0 \leq k_{sc}^* \leq k_{sc}^{\prime}$ .

命题1的证明详见附录.

由命题1可得,集成供应链在期望利润最大时所面临的风险小于或等于其可能面临的最大风险.这表明在产出不确定的情况下,集成供应链在风险最高时获得的期望利润并不一定最大.这和经典投资理论通常认为的“较高的利润总伴随着较大的风险”这一观点存在偏差<sup>[24]</sup>.因此,在产

出不确定下,风险规避的决策者想要获得更大的期望利润,并不能简单地选择最大风险对应的投入量.

为更好地说明上述引理1、引理2和命题1,本文通过图1来进一步展示集成供应链的期望利润和面临的风险随着投入量  $q$  的变化情况,以及上述不同投入量的相对位置.图1表明,集成供应链面临的风险  $SD[\pi_{sc}(q)]$  是投入量  $q$  的拟凹函数,且在  $q_{sc}^{\prime}$  达到最大值;风险中性时最优投入量  $q_{sc,n}^*$  可能与  $q_{sc}^{\prime}$  相同或出现在  $q_{sc}^{\prime}$  的左右两侧.而对风险规避的集成供应链来说,如果选择投入量  $q_{sc,n}^*$ ,其面临的风险总是小于或等于  $k_{sc}^{\prime}$ .

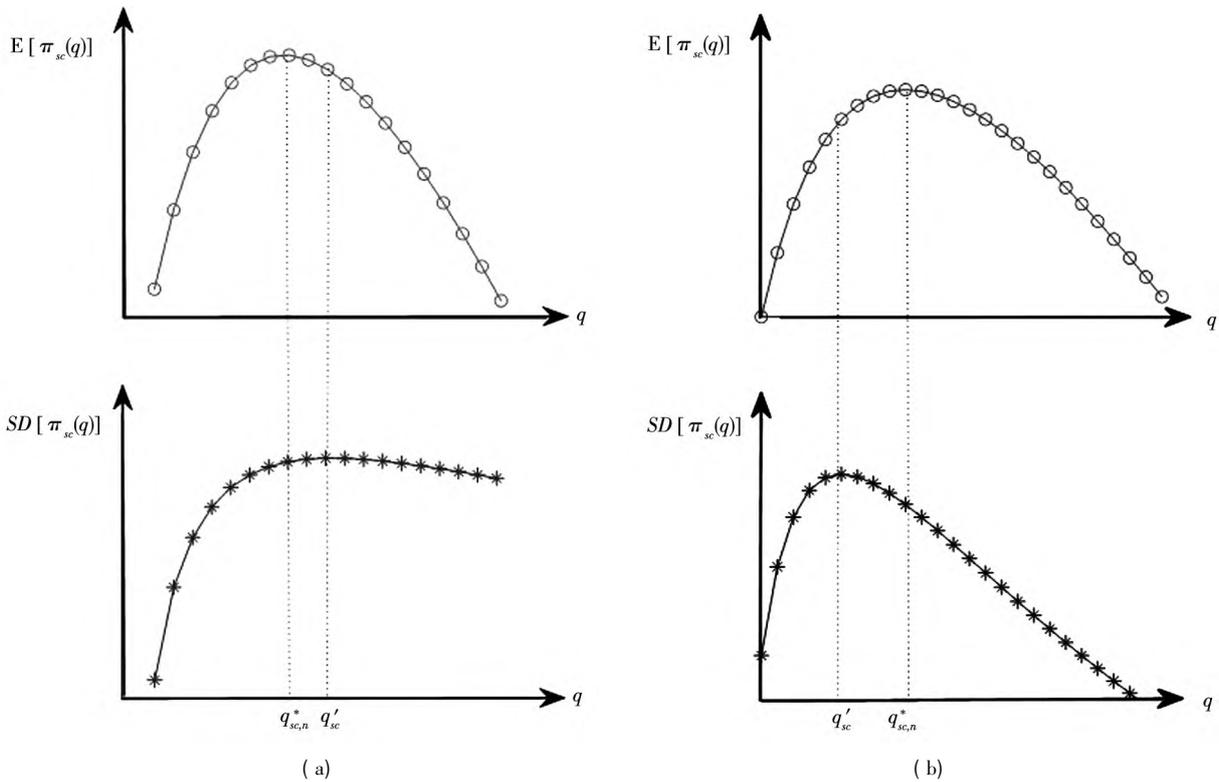


图1 集成供应链的期望利润与风险

Fig.1 Expected profit and risk of centralized supply chain

由于在风险规避情况下,风险规避的决策者在制定投入决策时将受到风险承受能力的约束,集成供应链可以获得的期望利润可能无法达到风险中性情况下的最优期望利润.特别地,当  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$  时,集成供应链的最优投入决策必然受到风险约束的影响.为下文表述方便,这里用  $q_{sc,sd}^*$  代表集成供应链在其风险承受能力满足  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$  时的最优决策.当集成供应链的风险承受能力为  $k_{sc}$  (这里  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$ ) 时,

令  $SD[\pi_{sc}(q)] = k_{sc}$ ,可得集成供应链面临的风险等于风险承受能力  $k_{sc}$  时,其对应的投入量可能为  $q_{sc,sd1} = \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} \{ dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} \}$  或  $q_{sc,sd2} = \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} \{ dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} \}$ .可以得到  $E[\pi_{sc}(q_{sc,sd1})] = pd - cq_{sc,sd1} - (p + h_r + h_s) \frac{d^2}{2q_{sc,sd1}} E[\pi_{sc}(q_{sc,sd2})] = pd - cq_{sc,sd2} - (p + h_r + h_s) \frac{d^2}{2q_{sc,sd2}}$ .显然,集成供应

链选择这两种投入量所能够获得的期望利润并不一定相同. 进一步令  $E[\pi_{sc}(q_{sc, sd1})] = E[\pi_{sc}(q_{sc, sd2})]$  得到  $\tilde{k}_{sc} = d\sqrt{\frac{Ac}{2}}$ .  $\tilde{k}_{sc}$  表示集成供应链决策者选择投入  $q_{sc, sd1}$  或  $q_{sc, sd2}$  能够获得相同期望利润时所面临的风险. 通过对  $\tilde{k}_{sc}$  处于不同范围时集成供应链选择投入  $q_{sc, sd1}$  或  $q_{sc, sd2}$  所能够获得的期望利润进行比较, 进而可以得出命题 2.

命题 2 在产出不确定环境下, 集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  满足:

- 1) 当  $k_{sc} \geq k_{sc}^*$  时,  $q_{sc}^* = q_{sc, n}^*$ ;
- 2) 当  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$  时,  $q_{sc}^* = q_{sc, sd}^*$  其中:

- (i) 当  $\tilde{k}_{sc} \geq k_{sc}^*$  时,  $q_{sc, sd}^* = q_{sc, sd1}$
- (ii) 当  $k_{sc}^0 \leq \tilde{k}_{sc} < k_{sc}^*$  时,

$$q_{sc, sd}^* = \begin{cases} q_{sc, sd1}, & k_{sc} < \tilde{k}_{sc} \\ q_{sc, sd1} \text{ or } q_{sc, sd2}, & k_{sc} = \tilde{k}_{sc} \\ q_{sc, sd2}, & k_{sc} > \tilde{k}_{sc} \end{cases} \quad (5)$$

- (iii) 当  $\tilde{k}_{sc} < k_{sc}^0$  时,  $q_{sc, sd}^* = q_{sc, sd2}$

命题 2 的证明详见附录.

根据命题 2 可知, 集成供应链的最优投入决策与其风险承受能力密切相关. 当集成供应链的风险承受能力较大 ( $k_{sc} \geq k_{sc}^*$ ) 时, 其投入决策不受风险约束, 即选择风险中性时的最优投入量. 而当其风险承受能力较小 ( $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$ ) 时, 其投入决策受到风险约束, 即选择风险承受范围内的最优投入量  $q_{sc, sd1}$  或  $q_{sc, sd2}$ . 当选择投入  $q_{sc, sd1}$  时, 集成供应链出现缺货的可能性相对较大, 主要面临缺货造成的利润损失; 当选择投入  $q_{sc, sd2}$  时, 集成供应链出现库存积压的可能性相对较大, 主要面临库存积压造成的利润损失. 因此, 集成供应链需要在  $q_{sc, sd1}$  和  $q_{sc, sd2}$  之间进行权衡, 选择能够使其获得最大期望利润的投入量. 当集成供应链风险承受能力为  $\tilde{k}_{sc}$  时, 选择  $q_{sc, sd1}$  时由缺货造成的损失和选择  $q_{sc, sd2}$  时由库存积压造成的损失相等, 此时选择  $q_{sc, sd1}$  或  $q_{sc, sd2}$  没有区别. 命题 2 表明, 风险规避时, 集成供应链首先需要对自身风险承受能力进行判断. 当风险承受能力较高时, 在制定投入决策时可能并不受到风险约束. 当风险承受能力相对较低时, 需要对选择较大投入量能够获得

的期望利润以及选择较小投入量能够获得的期望利润进行权衡, 从而制定最优的投入决策.

进一步分析集成供应链风险承受能力对其最优投入量的影响, 发现当集成供应链受到风险约束时, 其最优投入量随风险承受能力的变化如命题 3 所示.

命题 3 当集成供应链的风险承受能力满足  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$  时, 最优投入量  $q_{sc, sd}^*$  和风险承受能力  $k_{sc}$  的关系满足:  $q_{sc, sd1}$  随  $k_{sc}$  的增加而单调递增;  $q_{sc, sd2}$  随  $k_{sc}$  的增加而单调递减.

命题 3 的证明详见附录.

由命题 3 可知, 当集成供应链受到风险约束时, 其最优投入量和自身风险承受能力相关: (a) 当最优投入量为  $q_{sc, sd1}$  时, 集成供应链更有可能面临由于缺货造成的利润损失. 同时, 随着投入量的增加, 产出不确定造成的风险 (利润波动幅度) 不断增大. 此时, 当集成供应链风险承受能力较大时, 其对于产出不确定造成的风险具有更强的承受能力, 就会选择增加投入量来减小缺货的可能性, 从而获得更高的期望利润; (b) 当最优投入量为  $q_{sc, sd2}$  时, 集成供应链更有可能面临由于库存积压造成的利润损失. 同时, 随着投入量的增加, 产出不确定造成的风险 (利润波动幅度) 不断减小. 此时, 当集成供应链风险承受能力较大时, 其对产出不确定造成的风险具有更强的承受能力, 就会选择减小投入量来降低库存积压的可能性, 从而获得更高的期望利润.

### 1.2 VMI 供应链最优投入决策模型

在 VMI 供应链中, 购买商根据观察到的市场需求向供应商确定订购量为  $d$  的订单, 供应商根据自身的产能和风险承受能力确定投入量  $q$ , 并以批发价  $w$  将产品销售给购买商. 当供应商的实际产出大于购买商的订购量时, 供应商面临由于库存积压造成的利润损失. 当供应商的实际产出小于购买商的订购量时, 供应商和购买商均受到缺货惩罚. 基于以上假设, 风险中性供应商的期望利润可表示如下

$$E[\pi_s(q)] = wd - cq - (w + h_s)q \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \quad (6)$$

易得, 供应商的最优投入量为  $q_{s, n}^* = d\sqrt{\frac{w + h_s}{2c}}$ .

同样, 采用均值 - 方差模型来量化供应链成员

的风险规避态度,且供应商面临的风险为  $SD[\pi_s(q)] = (w+h_s)\sqrt{\xi(q)}$ . 此时,购买商的期望利润为  $E[\pi_r(q)] = (p-w)d - (p-w+h_r) \times q \int_0^q F(x) dx$  且面临的风险为  $SD[\pi_r(q)] = (p-w+h_r)\sqrt{\xi(q)}$ . 给定任意投入量  $q$ , 可得  $SD[\pi_{sc}(q)] = SD[\pi_s(q)] + SD[\pi_r(q)]$ , 即 VMI 供应链面临的风险等于供应商和购买商所面临风险的总和. 这说明在供应链的运作过程中,由产出不确定造成的风险并不会因为供应链运作方式的变化而发生改变. 这与 Choi 等<sup>[25]</sup>对需求不确定造成风险的研究结论一致. 接下来重点考虑供应商风险规避时的投入决策模型,并假设购买商保持风险中性,即购买商的风险承受能力趋于正无穷,因此其决策不会受到风险约束.

供应商风险规避时的决策目标是在风险承受能力范围内实现期望利润最大化. 因此,构建供应商均值-方差模型如下

$$\begin{cases} \max_{q \geq 0} E[\pi_s(q)] \\ \text{s. t. } SD[\pi_s(q)] \leq k_s \end{cases} \quad (7)$$

其中  $k_s$  表示供应商的风险承受能力,  $k_s$  越小表示供应商的风险承受能力越低,风险规避程度越高; 当  $k_s$  趋于正无穷时,供应商风险中性.

假设供应商期望利润小于 0 时,将不会继续参与供应链运作. 此时,用  $k_s^0$  表示供应商期望利润为 0 时面临的风险,并假设参与供应链运作的供应商风险承受能力总是满足  $k_s \geq k_s^0$ . 当供应商期望利润最大时,其面临的风险表示为  $k_s^* = SD[\pi_s(q_s^*)] = Bd \sqrt{\frac{T_2}{3} - \frac{c}{2B}}$ , 这里  $T_2 = \sqrt{\frac{2c}{w+h_s}}$ ,  $B = w+h_s$ . 与集成供应链的情形相类似,在产出不确定的情况下,供应商面临的风险  $SD[\pi_s(q)]$  同样是投入量  $q$  的拟凹函数,且一定存在着唯一的投入量  $q_s^*$  使得供应商的风险取到最大值  $k_s^*$ . 对比供应商风险中性时的最优投入量  $q_{s,n}^*$ , 能够得出当  $c \geq \frac{2B}{9}$  时  $q_s^* \geq q_{s,n}^*$ ; 当  $c < \frac{2B}{9}$  时,  $q_s^* < q_{s,n}^*$ . 进一步对供应商期望利润为 0 时所面临风险  $k_s^0$  投入风险中性时最优投入量所面临的风险  $k_s^*$  以及供应商所面临的最高风险  $k_s'$  的大

小进行比较,得到命题 4.

**命题 4** 供应商的风险值满足  $k_s^0 \leq k_s^* \leq k_s'$ .

命题 4 的证明详见附录.

由命题 4 可知,供应商在期望利润最大时所面临的风险小于或等于其可能面临的最大风险. 这与命题 1 集成供应链得出的结论相类似,同样表明在产出不确定的情况下,供应商在风险最高时获得的期望利润并不一定最大. 此时,风险规避的供应商想要获得更大的期望利润,并不能简单地选择最大风险对应的投入量.

当  $k_s^0 \leq k_s < k_s^*$  时,供应商的最优投入决策必然受到风险约束的影响,本文用  $q_{s,sd}^*$  来表示供应商在其风险承受能力满足  $k_s^0 \leq k_s < k_s^*$  时的最优决策. 当  $k_s^0 \leq k_s < k_s^*$  时,令  $SD[\pi_s(q)] = k_s$ , 可得  $q_{s,sd1} = \frac{Bd^2}{6k_s^2} [Bd - \sqrt{B^2d^2 - 9k_s^2}]$ ,  $q_{s,sd2} = \frac{Bd^2}{6k_s^2} [Bd + \sqrt{B^2d^2 - 9k_s^2}]$ . 类似于集成供应链的分析,此时

存在  $\tilde{k}_s = d\sqrt{\frac{Bc}{2}}$  使得  $E[\pi_s(q_{s,sd1})] = E[\pi_s(q_{s,sd2})]$ ,

即供应商投入  $q_{s,sd1}$  或  $q_{s,sd2}$  面临相同的风险  $\tilde{k}_s$  时能够获得相同期望利润. 进一步分析可得供应商的最优投入量  $q_s^*$  如命题 5 所示.

**命题 5** 在产出不确定下,供应商的最优投入量  $q_s^*$  满足:

- 1) 当  $k_s \geq k_s^*$  时,  $q_s^* = q_{s,n}^*$ ;
- 2) 当  $k_s^0 \leq k_s < k_s^*$  时,  $q_s^* = q_{s,sd}^*$ , 其中:
  - (i) 当  $\tilde{k}_s \geq k_s^*$  时,  $q_{s,sd}^* = q_{s,sd1}$
  - (ii) 当  $k_s^0 \leq \tilde{k}_s < k_s^*$  时

$$q_{s,sd}^* = \begin{cases} q_{s,sd1}, & k_s < \tilde{k}_s \\ q_{s,sd1} \text{ or } q_{s,sd2}, & k_s = \tilde{k}_s \\ q_{s,sd2}, & k_s > \tilde{k}_s \end{cases} \quad (8)$$

- (iii) 当  $\tilde{k}_s < k_s^0$  时,  $q_{s,sd}^* = q_{s,sd2}$

命题 5 的证明详见附录.

命题 5 表明供应商的最优投入决策和其风险承受能力密切相关. 当供应商的风险承受能力较大 ( $k_s \geq k_s^*$ ) 时,其投入决策不受风险约束,即选择风险中性时的最优投入量. 当供应商风险承受能力较小 ( $k_s^0 \leq k_s < k_s^*$ ) 时,其投入决策受到风

险约束, 将选择风险承受范围内的最优投入量  $q_{s, sd1}$  或  $q_{s, sd2}$ . 选择投入量  $q_{s, sd1}$  时, 供应商更可能面临缺货损失; 而选择投入量  $q_{s, sd2}$  时, 供应商更可能面临库存积压带来的损失. 此时供应商将会在  $q_{s, sd1}$  和  $q_{s, sd2}$  之间进行权衡, 选择能够使其获得最大期望利润的投入量. 因此, 当投入  $q_{s, sd1}$  面临的缺货损失始终大于投入  $q_{s, sd2}$  面临的库存积压损失时, 供应商选择  $q_{s, sd2}$ ; 反之, 供应商会选择  $q_{s, sd1}$ . 当供应商风险承受能力为  $\tilde{k}_s$  时, 供应商投入  $q_{s, sd1}$  面临的缺货损失和投入  $q_{s, sd2}$  面临的库存积压损失相等, 此时投入  $q_{s, sd1}$  和  $q_{s, sd2}$  能够获得相同的期望利润.

## 2 VMI 供应链契约设计及协调策略

在纯批发价契约中, 购买商和供应商之间处于竞争关系, 双方的决策目标均为实现自身利益的最大化, 双重边际效应显著. 因此, 需要设计合理的契约方案, 促进供应链成员之间的高效合作, 从而实现供应链性能的改进. 本节针对 VMI 供应链的特性, 基于购买商的视角研究契约设计方案, 并分析不同契约下供应商的最优投入决策.

### 2.1 成本共担 - 批发价折扣联合契约的设计及协调策略

首先考虑在纯批发价契约的基础上引入批发价折扣  $\beta$  和成本共担比例  $\alpha$  这两个契约参数来优化供应链性能. 为简便起见, 称之为成本共担 - 批发价折扣联合契约 ( $\{w, \alpha, \beta\}$  契约). 在该契约下, 为激励供应商增加投入量以满足市场需求, 购买商主动分担部分生产成本, 成本共担比例  $\alpha$  满足  $0 \leq \alpha \leq 1$ . 同时, 购买商要求供应商为其提供一个批发价折扣  $\beta$ , 且满足  $0 \leq \beta \leq 1$ . 假定  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约的参数均为外生变量, 可以由作为供应链主导者购买商单独决定, 也可以由购买商和供应商共同协商决定. 在引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约后, 供应链的决策流程描述如下: 购买商根据观察到的市场需求向供应商确定订购量为  $d$  的订单, 并提供  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约; 供应商考虑自身产能和风险承受能力, 确定投入量  $q$ . 下面重点对  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约在供应商风险规避情形下的协调和优化能力进行分析.

根据以上竞争描述, 购买商首先分担供应商

的生产成本  $\alpha c q$ , 在供应商生产完成后, 购买商根据实际交付的产品数量向供应商支付折扣批发价  $(1 - \beta) w$ . 因此, 在引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约之后, 供应商的期望利润可表示为

$$E[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q)] = (1 - \beta) w d - (1 - \alpha) c q - [(1 - \beta) w + h_s] q \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \quad (9)$$

购买商的期望利润可表示为

$$E[\pi_{r(w, \alpha, \beta)}(q)] = [p - (1 - \beta) w] d - \alpha c q - [p - (1 - \beta) w + h_r] q \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \quad (10)$$

此时, 供应商面临的风险为  $SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q)] = [(1 - \beta) w + h_s] \sqrt{\xi(q)}$ . 显然, 给定任意投入量  $q$ , 随着批发价折扣  $\beta$  的增加, 供应商面临的风险将不断降低.

下面对  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约下, 供应商在不同风险承受能力下的最优投入决策进行讨论. 当供应商风险中性时, 存在着唯一的最优投入量  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = d \sqrt{\frac{(1 - \beta) w + h_s}{2(1 - \alpha) c}}$ . 当供应商风险规避时, 其决策目标是在利润标准差约束下获得最高期望利润. 此时, 供应商的均值 - 方差模型如下

$$\begin{cases} \max_{q \geq 0} E[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q)] \\ \text{s. t. } SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q)] \leq k_s \end{cases} \quad (11)$$

在  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约下, 将供应商期望利润为 0 时面临的最低风险表示为  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0$ ; 另一方面, 当供应商期望利润最大时, 其面临的风险可表示为  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^* = SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q_{s(w, \alpha, \beta)}^*)] = G d \times \sqrt{\frac{T_3 - (1 - \alpha) c}{2G}}$ , 这里  $T_3 = \sqrt{\frac{2(1 - \alpha) c}{G}}$ ,  $G = (1 - \beta) w + h_s$ . 当  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0 \leq k_s < k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时, 供应商受到风险约束, 用  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*$  来代表供应商在其风险承受能力满足  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0 \leq k_s < k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时的最优决策. 此时令  $SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q)] = k_s$ , 可得  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd1} = \frac{d^2 G}{6k_s^2} [dG - \sqrt{d^2 G^2 - 9k_s^2}]$ ,  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd2} = \frac{d^2 G}{6k_s^2} [dG + \sqrt{d^2 G^2 - 9k_s^2}]$ . 同时, 存在着一个  $\tilde{k}_{s(w, \alpha, \beta)} = d \sqrt{\frac{G(1 - \alpha) c}{2}}$ , 使得  $E[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q_{s(w, \alpha, \beta), sd1})] = E[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q_{s(w, \alpha, \beta), sd2})]$ . 根据以上分析, 可以得到

供应商最优投入量  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  如命题 6 所示.

命题 6 在  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约下, 供应商的最优投入量  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  满足:

- 1) 当  $k_s \geq k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时,  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta)}^{*n}$ ;
- 2) 当  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0 \leq k_s < k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时,  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* =$

$q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*$  其中:

(i) 当  $\tilde{k}_{s(w, \alpha, \beta)} \geq k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时,  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}^*$

(ii) 当  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0 \leq \tilde{k}_{s(w, \alpha, \beta)} < k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时

$$q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^* = \begin{cases} q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}^*, & k_s < \tilde{k}_{s(w, \alpha, \beta)} \\ q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}^* \text{ OR } q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}^*, & k_s = \tilde{k}_{s(w, \alpha, \beta)} \\ q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}^*, & k_s > \tilde{k}_{s(w, \alpha, \beta)} \end{cases} \quad (12)$$

(iii) 当  $\tilde{k}_{s(w, \alpha, \beta)} < k_{s(w, \alpha, \beta)}^0$  时  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}^*$

命题 6 证明过程与命题 5 类似, 予以省略.

引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约之后, 供应商受到风险约束时的最优投入决策和自身风险承受能力  $k_s$ 、批发价折扣  $\beta$  密切相关, 但和成本共担比例  $\alpha$  无关. 这是由于购买商需要分担供应商全部投入量的生产成本, 此时改变成本分担比例尽管会造成供应商期望利润的变化, 但与产出不确定带来的风险并不相关. 而批发价折扣  $\beta$  是供应商针对购买商实际购买产品所给出的折扣, 对于给定投入量, 增加批发价折扣  $\beta$  将会导致产出不确定造成的供应商利润波动变小, 进而降低其面临的风险. 命题 7 显示了供应商受到风险约束时, 其最优投入量随批发价折扣  $\beta$  的变化情况.

命题 7 在  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约下, 当供应商风险

承受能力满足  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0 \leq k_s < k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时, 最优投入量  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*$  和批发价折扣  $\beta$  的关系满足:  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}^*$  随着批发价折扣  $\beta$  的增加而单调递增;  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}^*$  随着批发价折扣  $\beta$  的增加而单调递减.

命题 7 的证明详见附录.

由命题 7 可以发现: (a) 当供应商的最优投入量为  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}^*$  时, 供应商更有可能面临由于缺货造成的利润损失. 在给定投入量情形下, 随着批发价折扣的增加, 供应商产出不确定造成风险(利润波动幅度)不断降低. 这意味着, 给定一个较高的批发价折扣, 供应商能够在风险承受范围内选择一个相对较高的投入量来降低缺货可能造成的利润损失, 从而获取更高的期望利润; (b) 当供应商的最优投入量为  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}^*$  时, 供应商更有可能面临由于库存积压造成的利润损失. 在给定投入量情形下, 随着批发价折扣的增加, 供应商产出不确定造成的风险(利润波动幅度)不断降低. 这意味着, 给定一个较高的批发价折扣, 供应商能够在风险承受范围内选择一个相对较低的投入量来降低库存积压造成的利润损失, 从而获取更高的期望利润.

下面进一步讨论引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约后供应链的协调情况. 根据文献<sup>[24-26]</sup>考虑决策者风险态度时的供应链协调方案, 本文假设供应商的最优投入量等于集成供应链的最优投入量, 且供应商和集成供应链面临的风险均处于自身承受能力范围内时, 供应链即实现了协调.

在引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约之后, 供应链的协调目标如下图 2 所示. 通过选择合适的批发价折扣  $\beta$  和成本共担比例  $\alpha$ , 使得供应商的最优投入量等于集成供应链的最优投入量.

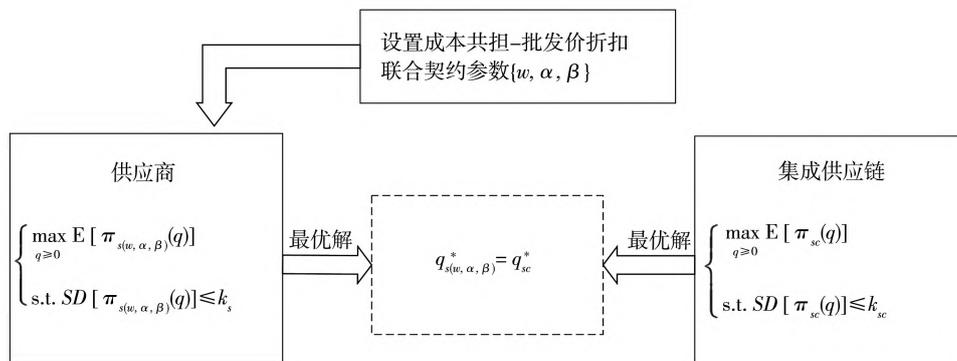


图 2 成本共担—批发价折扣联合契约下 VMI 供应链的协调目标

Fig. 2 Coordination goal for VMI supply chain under combined contract of cost sharing and wholesale price discount

当集成供应链和 VMI 供应链中供应商均为风险中性时, 满足  $\beta = \frac{w - (p + h_r + h_s)(1 - \alpha) + h_s}{w}$ , 则实现供应链协调; 当集成供应链和 VMI 供应链中供应商均为风险规避时, 实现供应链协调的  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约如命题 8 所示.

命题 8 1) 若  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] > k_s$ , 该契约始终无法协调供应链. 2) 若  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] \leq k_s$ , 则有: (i) 当供应商不受风险约束时, 满足  $\beta = \frac{wd^2 - 2(1 - \alpha)c[q_{sc}^*]^2 + h_s d^2}{wd^2}$ , 总有  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), n}^* = q_{sc}^*$  成立, 此时供应链实现协调; (ii) 当供应商受到风险约束时, 满足  $\beta = 1 - \frac{2\sqrt{3}k_s q_{sc}^*}{dw\sqrt{4dq_{sc}^* - 3d^2}} + \frac{h_s}{w}$ , 总有  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^* = q_{sc}^*$  和  $SD[\pi_s(q_{s(w, \alpha, \beta)}^*)] = k_s$  成立, 此时供应链实现协调.

命题 8 的证明详见附录.

命题 8 表明, 当风险规避的供应商选择供应链集成时的最优投入量时, 其面临的风险若处于自身承受能力范围内, 则总是存在着合适的  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约设计方案, 能够实现供应链协调; 其面临的风险若超过自身承受能力范围, 则供应链无法实现协调. 特别地, 当供应商受到风险约束时, 由于供应商在风险承受能力范围内选择的最优投入量仅和批发价折扣  $\beta$  有关, 而与成本共担比例  $\alpha$  无关. 根据命题 8 可知, 在一定的条件下, 供应商受到风险约束时仍然可以通过  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约设计方案来协调供应链. 此时, 能够实现供应链协调的批发价折扣  $\beta$  是唯一的, 但供应链可以通过调整成本共担比例  $\alpha$ , 实现集成供应链期望利润在购买商和供应商之间的合理分配. 进一步分析产品的成本共担比例和批发价格对产品批发价折扣的影响, 能够得到命题 9.

命题 9 在  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] \leq k_s$  的情况下, 1) 供应商不受风险约束时:  $\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} > 0$ ,  $\frac{\partial \beta}{\partial w} \geq 0$ . 2) 供应商受到风险约束时:  $\beta$  与  $\alpha$  无关,  $\frac{\partial \beta}{\partial w} \geq 0$ .

命题 9 的证明详见附录.

命题 9 表明: (a) 当供应商不受风险约束时,

随着购买商成本共担比例的增加, 供应商愿意提供更高的批发价折扣. 这是由于购买商成本共担比例增加能够降低供应商生产成本, 从而激励供应商为购买商提供更高批发价折扣. 同时, 随着供应商批发价格的提高, 供应商愿意提供更高的批发价折扣从而促进购买商向其购买产品. (b) 当供应商受到风险约束时, 由于改变成本分担比例尽管会造成供应商期望利润的变化, 但与产出不确定带来的风险并不相关, 因此此时供应商的批发价折扣和购买商的成本共担比例并无关系. 与供应商不受风险约束时的情况类似, 随着供应商批发价格的提高, 供应商同样愿意提供更高的批发价折扣来促进产品的销售.

## 2.2 期权契约的设计及协调策略

2.1 节中的  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约是基于纯批发价契约的改进契约, 且涉及三个契约参数, 因此在实施过程中具有一定的难度. 一些企业考虑引入灵活性更强的契约来改进供应链性能. 目前, 期权契约得到了企业界和学术界的普遍关注. 实际上, 期权契约允许购买商首先向供应商支付部分定金, 在生产完成后按照供应商的实际产出支付尾款, 被广泛应用于存在产出不确定现象的行业<sup>[3, 12, 37]</sup>. 为此, 本小节试图设计合理的期权契约来协调供应链, 重点分析期权契约在供应商风险规避情形下的协调和优化能力.

期权契约包括期权价格  $o$  和执行价格  $e$  两个参数, 即  $\{o, e\}$ . 这里同样假定期权契约的参数均为外生变量, 可以由作为供应链主导者的购买商单独决定, 也可以由购买商和供应商共同协商决定. 同时, 为确保期权契约下供应商和购买商均能够获利, 并避免出现供应商通过无限生产赚取定金的极端情况, 必须满足  $o < c < o + e < p$ . 基于以上假设, 引入期权契约后供应链的决策流程可以描述如下: 购买商根据观察到的市场需求向供应商确定订购量为  $d$  的订单, 并提供期权契约  $\{o, e\}$ ; 供应商考虑自身产能和风险承受能力, 确定投入量  $q$ .

在期权契约下, 供应商的期望利润可表示为

$$E[\pi_{s(e, o)}(q)] = ed - (c - o)q - (e + h_s)q \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \quad (13)$$

购买商期望利润可表示为

$$E[\pi_{s(e\rho)}(q)] = (p - e)d - oq - (p - e + h_r)q \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \quad (14)$$

此时, 供应商面临的风险为  $SD[\pi_{s(e\rho)}(q)] = (e + h_s)\sqrt{\xi(q)}$ . 显然, 给定任意投入量  $q$ , 随着执行价格  $e$  的增加, 供应商面临的风险将不断增加.

下面对期权契约下, 供应商在不同风险承受能力下的最优投入决策进行讨论. 供应商风险中性时, 存在着唯一的最优投入量  $q_{s(e\rho)n}^* = d \times \sqrt{\frac{e + h_s}{2(c - o)}}$ . 供应商风险规避时, 其决策目标仍是在利润标准差约束下获得最高的期望利润. 此时, 构建供应商的均值 - 方差模型如下

$$\begin{cases} \max_{q \geq 0} E[\pi_{s(e\rho)}(q)] \\ \text{s. t. } SD[\pi_{s(e\rho)}(q)] \leq k_s \end{cases} \quad (15)$$

类似于  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约下的分析, 在期权契约下, 将供应商期望利润为 0 时面临的最低风险表示为  $k_{s(e\rho)}^0$ ; 当供应商的期望利润最大时, 其面临的风险可表示为  $k_{s(e\rho)}^* = SD[\pi_{s(e\rho)}(q_{s(e\rho)n}^*)] = Ld \sqrt{\frac{T_4}{3} - \frac{c - o}{2L}}$ , 其中  $T_4 = \sqrt{\frac{2(c - o)}{e + h_s}}$ ,  $L = e + h_s$ . 当  $k_{s(e\rho)}^0 \leq k_s < k_{s(e\rho)}^*$  时, 供应商受到风险约束, 这里用  $q_{s(e\rho)sd}^*$  来表示供应商在其风险承受能力满足  $k_{s(e\rho)}^0 \leq k_s < k_{s(e\rho)}^*$  时的最优决策. 此时令  $SD[\pi_{s(e\rho)}(q)] = k_s$ , 可得  $q_{s(e\rho)sd1} = \frac{d^2 L}{6k_s^2} [dL - \sqrt{d^2 L^2 - 9k_s^2}]$ ,  $q_{s(e\rho)sd2} = \frac{d^2 L}{6k_s^2} [dL + \sqrt{d^2 L^2 - 9k_s^2}]$ .

同时, 存在着一个  $\tilde{k}_{s(e\rho)} = d \sqrt{\frac{(c - o)L}{2}}$ , 使得  $E[\pi_{s(e\rho)}(q_{s(e\rho)sd1})] = E[\pi_{s(e\rho)}(q_{s(e\rho)sd2})]$ . 根据以上分析, 可以得到供应商的最优投入量  $q_{s(e\rho)}^*$  如命题 10 所示.

**命题 10** 在期权契约下, 供应商的最优投入量  $q_{s(e\rho)}^*$  满足:

- 1) 当  $k_s \geq k_{s(e\rho)}^*$  时,  $q_{s(e\rho)}^* = q_{s(e\rho)n}^*$ ;
- 2) 当  $k_{s(e\rho)}^0 < k_s < k_{s(e\rho)}^*$  时,  $q_{s(e\rho)}^* = q_{s(e\rho)sd}^*$ ,

其中:

- (i) 当  $\tilde{k}_{s(e\rho)} \geq k_{s(e\rho)}^*$  时,  $q_{s(e\rho)sd}^* = q_{s(e\rho)sd1}$

- (ii) 当  $k_{s(e\rho)}^0 \leq \tilde{k}_{s(e\rho)} < k_{s(e\rho)}^*$  时

$$q_{s(e\rho)sd}^* = \begin{cases} q_{s(e\rho)sd1}, & k_s < \tilde{k}_{s(e\rho)} \\ q_{s(e\rho)sd1} \text{ or } q_{s(e\rho)sd2}, & k_s = \tilde{k}_{s(e\rho)} \\ q_{s(e\rho)sd2}, & k_s > \tilde{k}_{s(e\rho)} \end{cases} \quad (16)$$

- (iii) 当  $\tilde{k}_{s(e\rho)} < k_{s(e\rho)}^0$  时,  $q_{s(e\rho)sd}^* = q_{s(e\rho)sd2}$

命题 10 证明过程与命题 5 类似, 予以省略.

引入期权契约后, 供应商受到风险约束时的最优投入决策和自身风险承受能力  $k_s$ 、执行价格  $e$  有关, 但和期权价格  $o$  无关. 这是由于期权价格  $o$  是购买商需要对供应商的全部投入量支付的预付款, 尽管改变期权价格  $o$  的大小会导致供应商的期望利润发生变化, 但其与由于供应商产出不确定所造成的风险并不相关. 而执行价格  $e$  是购买商对供应商在市场需求范围内的实际产出所支付的尾款, 对于给定投入量, 增加执行价格  $e$  将会导致产出不确定造成的供应商利润波动变大, 进而导致其面临的风险增大. 命题 11 总结了供应商受到风险约束时, 其最优投入量随执行价格  $e$  的变化情况.

**命题 11** 在期权契约下, 当供应商风险承受能力满足  $k_{s(e\rho)}^0 \leq k_s < k_{s(e\rho)}^*$  时, 最优投入量  $q_{s(e\rho)sd}^*$  和执行价格  $e$  的关系满足:  $q_{s(e\rho)sd1}^*$  随着执行价格  $e$  的增加而单调递减;  $q_{s(e\rho)sd2}^*$  随着执行价格  $e$  的增加而单调递增.

命题 11 证明过程与命题 7 类似, 予以省略.

命题 11 说明了供应商受到风险约束时最优投入量随着执行价格  $e$  的变化情况. (a) 当供应商的最优投入量为  $q_{s(e\rho)sd1}^*$  时, 在给定投入量的情形下, 随着执行价格  $e$  的增加, 供应商面临的产出不确定风险不断增加, 因此供应商为保证风险处于承受能力范围内将会减小投入量; 当供应商最优投入量为  $q_{s(e\rho)sd2}^*$  时, 在给定投入量的情形下, 随着执行价格  $e$  的增加, 供应商面临的产出不确定风险也不断增加, 此时供应商为保证风险处于承受能力范围内也将会增加投入量.

下面讨论引入期权契约后的供应链协调情况. 当集成供应链和 VMI 供应链中供应商均为风险中性时, 满足  $e = p + h_r - \frac{o(p + h_r + h_s)}{c}$ , 则供应链协调; 当集成供应链和 VMI 供应链中供应商

风险规避时, 实现供应链协调的期权契约如命题 12 所示.

**命题 12** 1) 若  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] > k_s$ , 该契约始终无法协调供应链. 2) 若  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] \leq k_s$ , 则有: (i) 当供应商不受风险约束时, 满足  $e = \frac{2(c-o)[q_{sc}^*]^2}{d^2} - h_s$ , 总有  $q_{s(e\rho)}^* = q_{s(e\rho)n}^* = q_{sc}^*$  成立, 此时供应链实现协调; (ii) 当供应商受到风险约束时, 满足  $e = \frac{2\sqrt{3}k_s q_{sc}^*}{d\sqrt{4dq_{sc}^* - 3d^2}} - h_s$ , 总有  $q_{s(e\rho)}^* = q_{s(e\rho)sd}^* = q_{sc}^*$  且  $SD[\pi_s(q_{s(e\rho)}^*)] = k_s$  成立, 此时供应链实现协调.

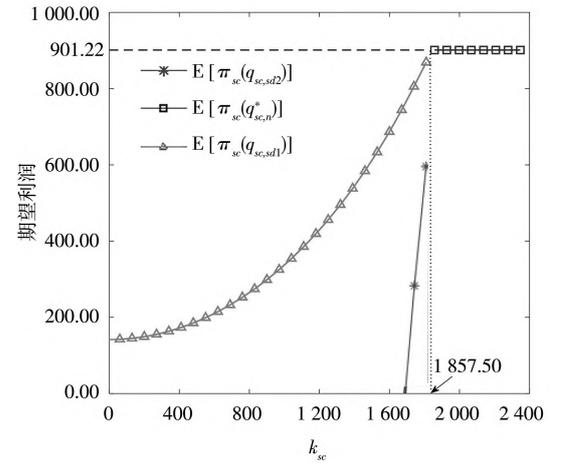
命题 12 证明过程与命题 8 类似, 予以省略.

由命题 12 可知, 期权契约只有在一定条件下才能协调供应链, 即风险规避的供应商选择供应链集成时的最优投入量, 且其面临的风险处于自身承受能力范围内. 此时, 当供应商不受风险约束时, 通过期权契约设计方案 (i) 能够协调供应链; 当供应商受到风险约束时, 通过期权契约设计方案 (ii) 能够协调供应链. 特别地, 在契约方案 (ii) 中, 实现供应链协调的执行价格  $e$  是唯一的, 但供应链可以通过调整期权价格  $o$ , 实现集成供应链期望利润在购买商和供应商间的合理分配.

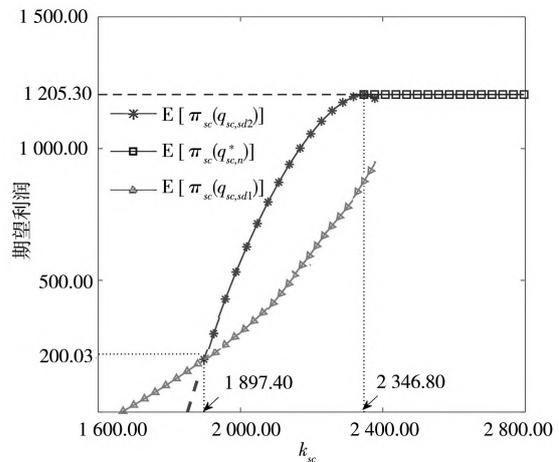
### 3 数值分析

本节通过数值分析对上述研究结论的有效性进行检验. 为了更直观地展示集成供应链在不同风险承受能力下最优投入决策的差异, 假设 3 参数组合  $\tau_1 = \{p = 50, c = 15, h_s = 2, h_r = 4, d = 100\}$ ,  $\tau_2 = \{p = 50, c = 10, h_s = 10, h_r = 12, d = 100\}$ ,  $\tau_3 = \{p = 80, c = 20, h_s = 20, h_r = 30, d = 100\}$ , 其中参数  $\tau_1$  反映了集成供应链面临风险约束时的最优投入量仅出现在风险中性时最优投入量左侧的情形; 参数  $\tau_2$  反映了集成供应链面临风险约束时的最优投入量可能出现在风险中性时最优投入量左右两侧时的情形; 参数  $\tau_3$  反映了集成供应链面临风险约束时的最优投入量仅出现在风险中性下最优投入量右侧时的情形. 以上 3 组参数全面涵盖了集成供应链的最优投入量可能出现的 3 种情况, 基于此可以更清楚的分析集成供

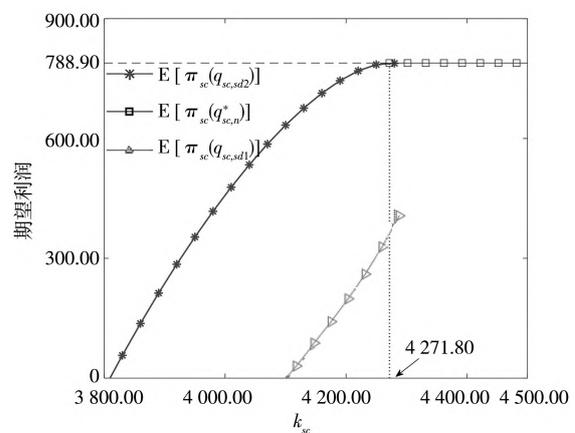
应链最优期望利润随风险承受能力的变化, 具体如图 3 所示.



(a)  $k_{sc} \geq k_{sc}^*$



(b)  $k_{sc}^0 < k_{sc} < k_{sc}^*$



(c)  $k_{sc} < k_{sc}^0$

图 3 不同风险承受能力下集成供应链最优投入量及其期望利润  
Fig. 3 Optimal input quantities and expected profits under different risk tolerances of centralized supply chain

根据图3可知,当集成供应链的风险承受能力  $k_{sc}$  大于其投入  $q_{sc,n}^*$  面临的 风险时,风险约束无效.此时,集成供应链风险规避时的最优投入量等于风险中性时最优的投入量  $q_{sc,n}^*$ .而当集成供应链的风险承受能力小于风险中性时选择最优投入量所面临的风险时,不同参数组合下的最优投入决策存在差异.图3(a)为参数组合  $\tau_1$  下集成供应链的最优投入决策.此时,集成供应链选择  $q_{sc,n}^*$  能够获得的期望利润为 901.22,而面临的风险为  $k_{sc}^* = 1857.50$ .当  $k_{sc} \geq 1857.50$  时,集成供应链不受风险约束,则选择风险中性时的最优投入量来获得最高的期望利润.由于  $\tilde{k}_{sc} = 2049.39$ ,有  $\tilde{k}_{sc} > k_{sc}^*$ .当  $k_{sc} < 1857.70$  时,集成供应链选择  $q_{sc,sd2}$  获得的期望利润始终小于选择  $q_{sc,sd1}$  获得的期望利润,因此满足风险约束的最优投入量为  $q_{sc,sd1}$ .图3(b)为参数组合  $\tau_2$  下集成供应链的最优投入决策.此时,集成供应链选择  $q_{sc,n}^*$  能够获得的期望利润为 1205.30,而面临的风险为  $k_{sc}^* = 2346.80$ .当  $k_{sc} \geq 2346.80$  时,集成供应链不受风险约束,则选择风险中性时的最优投入量来获得最高的期望利润.当集成供应链面临的风险为  $\tilde{k}_{sc} = 1897.40$  时,集成供应链任意选择投入  $q_{sc,sd1}$  或  $q_{sc,sd2}$  都能够获得相同的期望利润 200.03.而当  $k_{sc} < 1897.40$  时,集成供应链选择  $q_{sc,sd1}$  能够获得较高的期望利润;当  $k_{sc} > 1897.40$  时,集成供应链选择  $q_{sc,sd2}$  能够获得较高的期望利润.图3(c)为参数组合  $\tau_3$  下集成供应链的最优投入决策.此时,集成供应链选择  $q_{sc,n}^*$  能够获得的期望利润为 788.90,而面临的风险为  $k_{sc}^* = 4271.80$ .当  $k_{sc} \geq 4271.80$  时,集成供应链不受风险约束,则选择风险中性时的最优投入量来获得最高的期望利润.由于  $\tilde{k}_{sc} = 3605.55$ ,  $k_{sc}^0 = 3809.50$ ,显然有  $\tilde{k}_{sc} < k_{sc}^0$ .此时集成供应链选择  $q_{sc,sd1}$  获得的期望利润始终小于选择  $q_{sc,sd2}$  获得的期望利润,因此满足风险约束的最优投入量为  $q_{sc,sd2}$ .根据上述分析,命题2的结论得到验证.同时,可以发现在上述不同参数组合下,随着风险承受能力增加,集成供应链选择  $q_{sc,sd1}$  或  $q_{sc,sd2}$  能够获得的期望利润均不断提高.

给定参数组合  $\tau_2$ ,可得  $\tilde{k}_{sc} = 1897.40$ ,  $k_{sc}^* =$

$2346.80$ ,  $k_{sc}^0 = 1670.50$ ,  $k_{sc}^0 < \tilde{k}_{sc} < k_{sc}^*$ .图4为集成供应链受到风险约束时的最优投入量随风险承受能力的变化情况.根据命题2,当风险承受能力在  $k_{sc} \in [1670.50, 1897.40)$  区间内时,集成供应链的最优投入量为  $q_{sc,sd1}$ ,且  $q_{sc,sd1}$  随着风险承受能力的增加而单调递增.当风险承受能力为  $\tilde{k}_{sc} = 1897.40$  时,集成供应链选择  $q_{sc,sd1}$  和  $q_{sc,sd2}$  均能够获得风险承受能力范围内的最优期望利润.当  $k_{sc} \in (1897.40, 2346.80)$  时,满足风险约束条件的最优投入量为  $q_{sc,sd2}$ ,  $q_{sc,sd2}$  随着风险承受能力的增加而单调递减.这与命题3的解析结论一致.

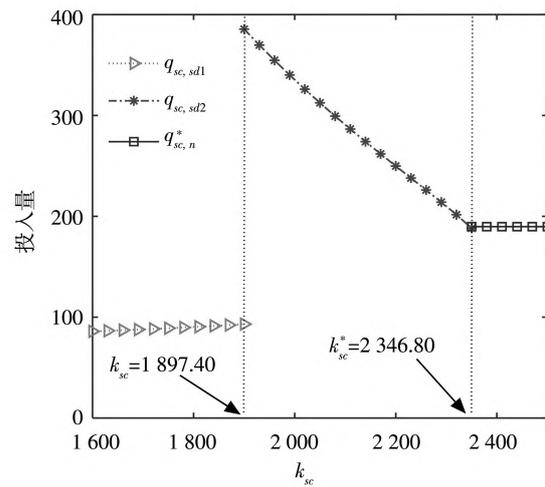


图4 集成供应链最优投入量在不同风险承受能力下的变动情况  
Fig. 4 Optimal input quantity changes with risk tolerance of centralized supply chain

由于当集成供应链和供应商的风险承受能力处于不同范围时,可能实现供应链协调的最优投入量有3种,分别是  $q_{sc,n}^*$ ,  $q_{sc,sd1}^*$ ,  $q_{sc,sd2}^*$ .下面选择参数组合  $\tau_4 = \{p = 70, \mu = 40, \rho = 15, h_s = 8, h_r = 10, d = 100\}$  来验证  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约和期权契约下实现供应链协调的条件.在参数组合  $\tau_4$  中,通过设置不同的供应商和集成供应链的风险承受能力组合,能够在分别选择这3种最优投入量的情况下实现供应链协调.下面分别对不同风险承受能力组合下的契约协调能力以及供应商和购买商的帕累托改进效果进行分析,从而对命题8和命题12进行验证.

当购买商成本共担比例  $\alpha = 0.5$  时,在不同风险承受能力组合下能够实现供应链协调的批发价折扣  $\beta$  如表1所示.由此可知,当集成供应链或

VMI 供应链中供应商受到风险约束时, 给定某一特定风险承受能力  $k_{sc}$  和  $k_s$  的组合, 存在着唯一的批发价折扣  $\beta$ , 能够实现风险承受范围内的供应链协调. 此时, VMI 供应链中购买商和供应商期

望利润的总和等于集成供应链的期望利润, VMI 供应链中购买商和供应商面临的风险总和等于集成供应链面临的风险, 且 VMI 供应链中供应商和集成供应链都处于各自的风险承受范围之内.

表 1 不同风险承受能力组合下协调 VMI 供应链的批发价折扣  $\beta$

Table 1 Wholesale price discounts  $\beta$  coordinating VMI supply chain under different combinations of risk tolerances

风险承受能力组合			最优决策		期望利润			风险		
$k_{sc}$	$k_s$	$k_r$	$\beta$	$q_{sc}^*$	$E[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$	$E[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q_{sc}^*)]$	$E[\pi_{(w, \alpha, \beta)}(q_{sc}^*)]$	$SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$	$SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q_{sc}^*)]$	$SD[\pi_{(w, \alpha, \beta)}(q_{sc}^*)]$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	10.00/%	171.27	1 861.90	830.95	1 031.00	2 910.60	1 455.30	1 455.30
3 000	1 500	$+\infty$	10.00/%	171.27	1 861.90	830.95	1 031.00	2 910.60	1 455.30	1 455.30
2 800	1 500	$+\infty$	2.14/%	213.70	1 735.50	526.94	1 208.60	2 800.00	1 300.00	1 500.00
2 800	1 400	$+\infty$	10.00/%	213.70	1 735.50	767.77	967.77	2 800.00	1 400.00	1 400.00
2 600	1 400	$+\infty$	2.14/%	279.32	1 234.90	239.63	995.28	2 600.00	1 200.00	1 400.00
2 600	1 300	$+\infty$	10.00/%	279.32	1 234.90	517.45	717.45	2 600.00	1 300.00	1 300.00
2 500	1 300	$+\infty$	5.60/%	98.48	1 055.00	340.85	714.14	2 500.00	1 200.00	1 300.00
2 500	1 200	$+\infty$	14.40/%	98.48	1 055.00	514.14	540.85	2 500.00	1 300.00	1 200.00
2 400	1 200	$+\infty$	10.00/%	95.24	951.51	375.75	575.75	2 400.00	1 200.00	1 200.00

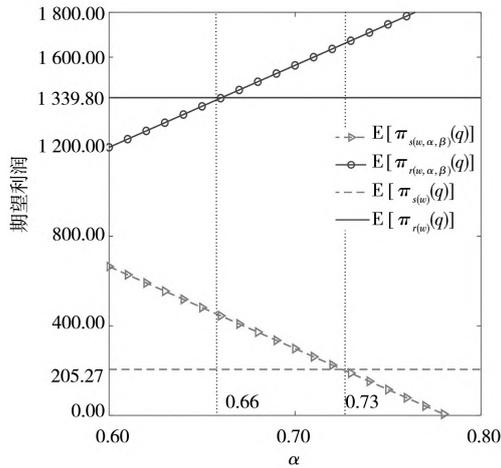
进一步对  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约的帕累托改进效果进行分析. 给定 4 组不同的风险承受能力  $k_{sc}$  和  $k_s$  组合, 图 5 展示了供应链处于协调状态时, 引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约后和纯批发价契约中供应链成员期望利润的比较. 图 5(a) 为集成供应链和 VMI 供应链中供应商均不受风险约束时, 购买商和供应商期望利润随成本共担比例  $\alpha$  的波动情况. 此时, 供应商的最优投入量为集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^* = 171.27$ . 当  $\alpha \in [0.66, 0.73]$  时, 供应商和购买商的期望利润相对于纯批发价契约中的期望利润均有所增加, 且供应链整体期望利润增加幅度为 237.78. 图 5(b) 为集成供应链不受风险约束, 供应商受到风险约束 ( $k_{sc} = 3 000, k_s = 1 500$ ) 时, 购买商和供应商的期望利润随成本共担比例  $\alpha$  的变动情况. 此时, 供应商的最优投入量为集成供应链风险中性时的最优投入量  $q_{sc}^* = 171.27$ . 当  $\alpha \in [0.60, 0.73]$  时, 供应商和购买商的期望利润相对于纯批发价契约均有所增加, 且供应链整体期望利润增加幅度为 575.03. 图 5(c) 为集成供应链和 VMI 供应链中供应商均受到风险约束 ( $k_{sc} = 2 800, k_s = 1 500$ ) 时, 购买商和供应商期望利润随成本共担比例  $\alpha$  的变动情况. 此时  $\tilde{k}_{sc} = 2 569.04 < 2 800$ , 根据命题 2 可知, 供应商会选择相对较高的投入量  $q_{sc, sd2} = 213.70$ . 当  $\alpha \in [0.18, 0.29]$  时, 供应商和购买

商的期望利润相对于纯批发价契约时均有所增加, 且供应链整体期望利润增加幅度为 358.78. 图 5(d) 同样为集成供应链和供应商均受到风险约束 ( $k_{sc} = 2 500, k_s = 1 300$ ) 时, 购买商和供应商期望利润随成本共担比例  $\alpha$  的变动情况. 此时  $\tilde{k}_{sc} = 2 569.04 > 2 500$ , 根据命题 2 可知, 供应商将会选择较小的投入量  $q_{sc, sd1} = 98.48$ . 当  $\alpha \in [0.05, 0.13]$  时, 供应商和购买商的期望利润能够实现帕累托改进, 且供应链整体期望利润增加幅度为 225.27. 上述分析表明, 必定存在着一个区间, 当成本共担比例  $\alpha$  在该区间内波动时, 供应商和购买商期望利润均得到提高, 即实现供应链整体性能的帕累托改进, 但在不同风险承受能力组合下  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约的改进效果存在差异. 特别地, 在参数组合  $\tau_4$  下, 当  $k_s < 1 222.30$  时, 纯批发价契约下供应商获得的期望利润小于 0, 此时其将不再继续为购买商供货. 引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约后, 如表 1 所示, 当  $k_s = 1 200$  时, 仍能够通过设置合理的成本共担比例  $\alpha$  和批发价折扣  $\beta$  使购买商和供应商均能够获得大于 0 的期望利润, 并实现供应链协调.

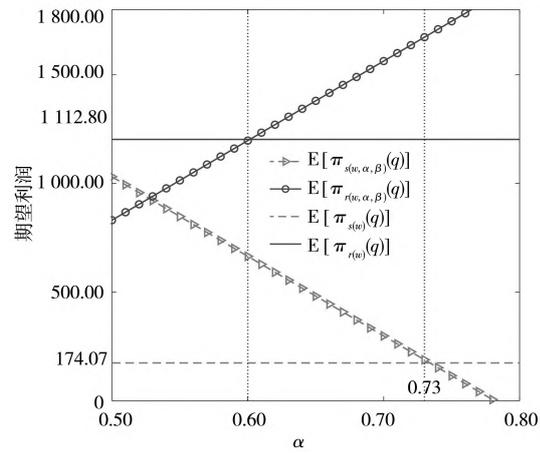
进一步对期权契约在不同风险承受能力组合下的协调能力以及购买商和供应商性能的改进效果进行分析. 在参数组合  $\tau_4$  下, 当期权价格  $o = 6$  时, 在不同风险承受能力组合下能够实现供应链协调的执行价格  $e$  如下表 2 所示. 从表 2 中可知,

当集成供应链或 VMI 供应链中供应商受到风险约束时, 给定某一特定的风险承受能力  $k_{sc}$  和  $k_s$  组

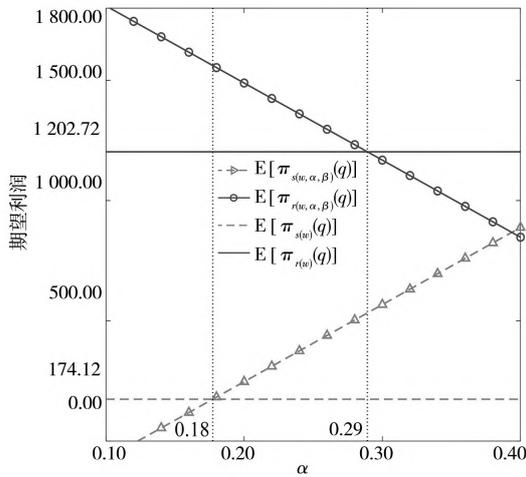
合, 存在着唯一的执行价格  $e$  能够实现风险承受范围内的供应链协调.



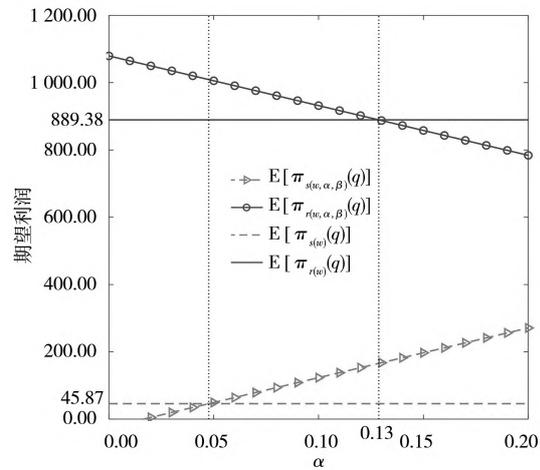
(a)  $k_{sc} = +\infty, k_s = +\infty$



(b)  $k_{sc} = 3000, k_s = 1500$



(c)  $k_{sc} = 2800, k_s = 1500$



(d)  $k_{sc} = 2500, k_s = 1300$

图5 VMI 供应链成员协调期望利润随成本共担比例的波动情况

Fig. 5 Members' expected profits change with cost sharing proportion when VMI supply chain is coordinated

表2 不同风险承受能力组合下协调 VMI 供应链的执行价格

Table 2 Exercise prices coordinating VMI supply chain under different combinations of risk tolerances

风险承受能力组合			最优投入决策		期望利润			风险		
$k_{sc}$	$k_s$	$k_r$	$e$	$q_{sc}^*$	$E[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$	$E[\pi_{s(e)}(q_{sc}^*)]$	$E[\pi_{r(e)}(q_{sc}^*)]$	$SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$	$SD[\pi_{s(e)}(q_{sc}^*)]$	$SD[\pi_{r(e)}(q_{sc}^*)]$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	44.80	171.27	1 861.90	1 397.10	464.76	3 000.00	1 746.40	1 164.30
3 000	2 000	$+\infty$	44.80	171.27	1 861.90	1 397.10	464.76	3 000.00	1 746.40	1 164.30
3 000	1 500	$+\infty$	37.35	171.27	1 861.90	869.72	992.19	2 910.60	1 500.00	1 410.60
2 800	1 500	$+\infty$	39.14	213.70	1 735.60	887.99	847.57	2 800.00	1 500.00	1 300.00
2 800	1 400	$+\infty$	36.00	213.70	1 735.60	647.24	1 088.30	2 800.00	1 400.00	1 400.00
2 600	1 400	$+\infty$	39.38	279.32	1 234.90	576.34	658.56	2 600.00	1 400.00	1 200.00
2 600	1 300	$+\infty$	36.00	279.32	1 234.90	298.47	936.44	2 600.00	1 300.00	1 300.00
2 500	1 300	$+\infty$	37.76	98.48	1 055.00	566.42	488.58	2 500.00	1 300.00	1 200.00
2 500	1 200	$+\infty$	34.24	98.48	1 055.00	393.13	661.87	2 500.00	1 200.00	1 300.00
2 400	1 200	$+\infty$	36.00	95.24	951.51	432.89	518.62	2 400.00	1 200.00	1 200.00

下面对期权合约的帕累托改进效果进行分析. 给定 4 组不同的风险承受能力  $k_{sc}$  和  $k_s$  组合, 图 6 展示了供应链处于协调状态时, 引入期权合约后和纯批发价契约中供应链成员期望利润的比较. 图 6 (a) 为集成供应链和供应商均不受风险约束时, 购买商和供应商期望利润随期权价格  $o$  的变化情况. 此时, 供应商的最优投入量为集成供应链风险中性时的最优投入量  $q_{sc}^* = 171.27$ . 当  $o \in [9.91, 10.88]$  时, 供应商和购买商期望利润相对于纯批发价契约时均有所增加, 且供应链整体期望利润增加幅度为 237.78. 图 6 (b) 为集成供应链不受风险约束, 供应商受到风险约束 ( $k_{sc} = 3\ 000, k_s = 1\ 500$ ) 时, 购买商和供应商的期望利润随期权价格  $o$  的变动情况. 此时, 供应商的最优投入量为集成供应链风险中性时的最优投入量  $q_{sc}^* = 171.27$ . 当  $o \in [1.94, 4.95]$  时, 供应商和购买商的期望利润在期望契约下均有所增

加, 且供应链整体期望利润增加幅度为 575.03. 可以发现, 此时供应商面临的风险为 1 500, 高于引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约时所面临的风险 1 455.30, 但仍处于其风险承受范围内. 这说明当集成供应链不受风险约束时, 引入期权合约协调供应链时, 供应商需承担的风险相对较高. 图 6 (c) 和图 6 (d) 为集成供应链和供应商均受到风险约束时各成员在两种契约下的期望利润比较. 可以发现, 此时引入期权合约和  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约能够达到相同的供应链性能改进效果. 综合以上分析, 发现引入  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约和期权合约来协调供应链各有优劣. 在  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约下, 供应商可以在一定条件下承担较低的风险, 但契约参数较多, 可能在实施过程中具有一定的难度; 而期权契约参数较少, 且灵活性更强更易实施. 因此, 企业需要结合实际应用场景和原有合作机制来选择恰当的契约模式, 并且需要结合具体的参数条件来选择最优的契约设计方案.

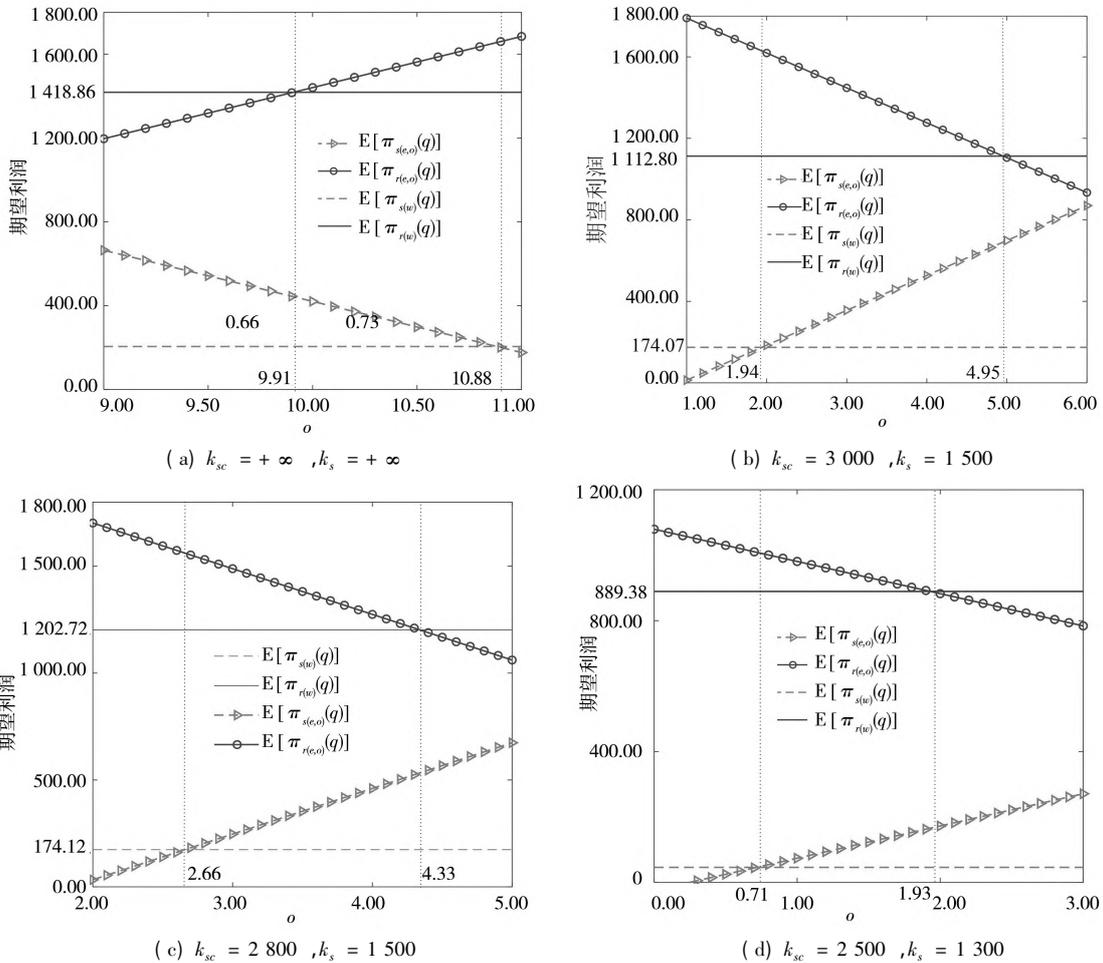


图 6 VMI 供应链成员协调期望利润随期权价格的波动情况  
Fig. 6 Members' expected profits change with option price when VMI supply chain is coordinated

## 4 结束语

本文研究了在产出不确定环境下,考虑决策者风险规避时的供应链最优投入决策以及协调策略.结合以往学者的理论研究成果和实际生产活动中面临产出不确定的企业愿意牺牲部分利益来规避风险的现实问题,构建了一个购买商和一个产出不确定的供应商组成的VMI供应链,并采用均值-方差模型对决策者的风险规避态度进行量化.讨论了集成供应链在不同风险承受能力下的最优投入决策,研究了VMI供应链中引入成本共担-折扣联合契约和期权契约时供应链的协调和优化情况,分析了实现供应链协调的契约参数条件.其研究结论可以为产出不确定环境下企业实际生产经营过程中的投入决策和合作契约方案设计提供重要的借鉴.

本文的研究结论主要包含以下几个方面:1)当集成供应链风险中性时,存在着唯一的最优投入量使其获得最高的期望利润;当集成供应链受到风险约束时,获得的期望利润总是小于风险中性时的最优期望利润.由于集成供应链面临的风险随着投入量的增加先增大后减小,因此给定风险承受能力时存在两种可能的投入备选方案.此时,若缺货造成的利润损失较低,供应链将选择相对较低的投入量;若库存积压造成的损失较低,供应链将选择相对较高的投入量.2)在VMI供应链中,供应商的投入决策和集成供应链类似.并且,引入成本共担-批发价折扣联合契约和期权契约能够协调供应链,且在一定的参数区间范围

内可以实现供应链性能的改进.研究发现,当风险中性时,引入成本共担-批发价折扣联合契约和期权契约总能够实现供应链的协调和帕累托改进.当风险规避时,集成供应链以及供应商可能受到风险承受能力的限制,成本共担-批发价折扣联合契约和期权契约只能在特定条件下才能实现供应链协调和帕累托改进.并且,通过调整特定契约参数,能够实现集成供应链的期望利润在供应商和购买商之间的合理分配.但在不同的风险承受能力组合下,上述两种契约的帕累托改进区间和能够实现的改进程度存在差异.

以上研究结论揭示了风险规避对供应链成员最优决策的影响,对产出不确定环境下VMI供应链成员的决策制定具有一定的指导意义和参考价值.为供应商在不同风险承受能力下制定能使自身期望利润最大化的投入决策提出了合理的建议,同时还为购买商设计适合供应商不同风险承受能力的契约方案,以促进供应链成员之间的高效合作.对于供应商而言,在风险规避情况下,应通过权衡选择较高投入量所面临的库存积压损失和选择较低投入量所面临的缺货损失,来进行投入量的选择.而对于购买商而言,可根据供应商的不同风险承受能力选择提供成本共担-折扣联合契约或期权契约来实现供应链的帕累托改进.

本文潜在的几个研究方向包括:考虑风险承受能力为私有信息时的决策情形,设计契约来实现信息共享是比较有趣的研究方向;考虑购买商同样具有风险规避态度时的决策情形,研究实现供应链性能改进的契约设计方案;还可以引入其他风险量化工具(例如GVaR框架)来进行建模.

### 参考文献:

- [1] Golmohammadi A, Hassini E. Capacity, pricing and production under supply and demand uncertainties with an application in agriculture [J]. *European Journal of Operational Research*, 2019, 275(3): 1037-1049.
- [2] Cai J, Hu X, Chen K, et al. Supply chain coordination under production yield loss and downside risk aversion [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, (127): 353-365.
- [3] Cai J, Zhong M, Shang J, et al. Coordinating VMI supply chain under yield uncertainty: Option contract, subsidy contract, and replenishment tactic [J]. *International Journal of Production Economics*, 2017, (185): 196-210.
- [4] Lin Q, Zhao Q, Lev B. Influenza vaccine supply chain coordination under uncertain supply and demand [J]. *European Journal of Operational Research*, 2021. doi: 10.1016/j.ejor. 2021. 05.025.
- [5] 黄河, 曾能民, 徐鸿雁. 独占、授权还是共享?——存在随机产出风险的高技术企业专利运作战略研究 [J]. 管

理科学学报, 2020, 23(6): 1-17.

Huang He, Zeng Nengmin, Xu Hongyan. Monopoly licensing or sharing: Patent operation strategy for high-tech firms with random yield[J]. Journal of Management Sciences in China, 2020, 23(6): 1-17. (in Chinese)

[6] Yano C A, Lee H L. Lot sizing with random yields: A review[J]. Operations Research, 1995, 43(2): 311-334.

[7] Arifoglu K, Deo S, Seyed M R, et al. Consumption externality and yield uncertainty in the influenza vaccine supply chain: Interventions in demand and supply sides[J]. Management Science, 2012, 58(6): 1072-1091.

[8] Xiao Y. Horizontal mergers under yield uncertainty[J]. Production and Operations Management, 2020, 29(1): 24-34.

[9] Huang F Y, He J, Wang J. Coordination of VMI supply chain with a loss-averse manufacturer under quality-dependency and marketing-dependency[J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2019, 15(4): 1753-1772.

[10] 伏红勇, 但斌, 王磊, 等. CVaR 准则下“公司+农户”模式的天气看跌期权契约[J]. 管理科学学报, 2020, 23(11): 59-73.

Fu Hongyong, Dan Bin, Wang Lei, et al. Weather put option contract for “company & farmer” pattern under CVaR criterion[J]. Journal of Management Sciences in China, 2020, 23(11): 59-73. (in Chinese)

[11] 陈旭, 李珊珊. 药品供应链质量规制策略研究[J]. 信息与管理研究, 2019, 4(1): 1-18.

Chen Xu, Li Shanshan. On quality regulation strategies for pharmaceutical supply chain[J]. Journal of Information and Management, 2019, 4(1): 1-18. (in Chinese)

[12] Tang S Y, Kouvelis P. Pay-back-revenue-sharing contract in coordinating supply chains with random yield[J]. Production and Operations Management, 2014, 23(12): 2089-2102.

[13] Cai J, Hu X, Jiang F, et al. Optimal input quantity decisions considering commitment order contracts under yield uncertainty[J]. International Journal of Production Economics, 2019, (216): 398-412.

[14] Yin Z, Ma S. Incentives to improve the service level in a random yield supply chain: The role of bonus contracts[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 244(3): 778-791.

[15] Giri B C. Managing inventory with two suppliers under yield uncertainty and risk aversion[J]. International Journal of Production Economics, 2011, 133(1): 80-85.

[16] Shu L, Wu F, Ni J, et al. On the risk-averse procurement strategy under unreliable supply[J]. Computers & Industrial Engineering, 2015, (84): 113-121.

[17] Xue W, Choi T M, Ma L. Diversification strategy with random yield suppliers for a mean-variance risk-sensitive manufacturer[J]. Transportation Research Part E, 2016, (90): 90-107.

[18] Ye F, Lin Q, Li Y. Coordination for contract farming supply chain with stochastic yield and demand under CVaR criterion[J]. Operational Research, 2017, 20(1): 1-29.

[19] Anderson E, Monjardino M. Contract design in agriculture supply chains with random yield[J]. European Journal of Operational Research, 2019, 277(3): 1072-1082.

[20] Chiu C H, Chiu C H, Choi T M, et al. Supply chain risk analysis with mean-variance models: A technical review[J]. Annals of Operations Research, 2016, 240(2): 489-507.

[21] Fagundes M V C, Teles E O, Vieira de Melo S A B, et al. Supply chain risk management modelling: A systematic literature network analysis review[J]. IMA Journal of Management Mathematics, 2020, 31(4): 387-416.

[22] Rubio-Herrero J, Baykal-Gürsoy M. Mean-variance analysis of the newsvendor problem with price-dependent, isoelastic demand[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 283(3): 942-953.

[23] Grootveld H, Hallerbach W. Variance vs downside risk: Is there really that much difference? [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 114(2): 304-319.

[24] Zhuo W, Shao L, Yang H. Mean-variance analysis of option contracts in a two-echelon supply chain[J]. European Journal of Operational Research, 2018, 271(2): 535-547.

[25] Choi T M, Li D, Yan H. Mean-variance analysis of a single supplier and retailer supply chain under a returns policy[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 184(1): 356-376.

[26] Wei Y, Choi T M. Mean-variance analysis of supply chains under wholesale pricing and profit sharing schemes[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 204(2): 255-262.

- [27] Bai Q, Xu J, Chauhan S S. Effects of sustainability investment and risk aversion on a two-stage supply chain coordination under a carbon tax policy [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2020, (142): 106324.
- [28] Fan K, Li X, Wang L, et al. Two-stage supply chain contract coordination of solid biomass fuel involving multiple suppliers [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, (135): 1167–1174.
- [29] Adhikari A, Bisi A, Avittathur B. Coordination mechanism, risk sharing, and risk aversion in a five-level textile supply chain under demand and supply uncertainty [J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 282(1): 93–107.
- [30] Li J, Zhou Y, Huang W. Production and procurement strategies for seasonal product supply chain under yield uncertainty with commitment-option contracts [J]. *International Journal of Production Economics*, 2017, (183): 208–222.
- [31] He Y. Supply risk sharing in a closed-loop supply chain [J]. *International Journal of Production Economics*, 2017, (183): 39–52.
- [32] Zhou C, Tang W, Lan Y. Supply chain contract design of procurement and risk-sharing under random yield and asymmetric productivity information [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2018, (126): 691–704.
- [33] Lin Q, He J. Supply chain contract design considering the supplier's asset structure and capital constraints [J]. *Computers & Industrial Engineering*. 2019, (137): 106044.
- [34] Xie L, Ma J, Goh M. Supply chain coordination in the presence of uncertain yield and demand [J]. *International Journal of Production Research*, 2021, 59(14): 4342–4358.
- [35] Choi T M, Li D, Yan H. Mean-variance analysis for the newsvendor problem [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2008, 38(5): 1169–1180.
- [36] Ray P, Jenamani M. Mean-variance analysis of sourcing decision under disruption risk [J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 250(2): 679–689.
- [37] Hu F, Lim C C, Lu Z. Optimal production and procurement decisions in a supply chain with an option contract and partial backordering under uncertainties [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, (232): 1225–1234.

## Coordination model of VMI supply chain considering mean-variance analysis

CAI Jian-hu<sup>1,2</sup>, JIA Li-shuang<sup>2</sup>, ZHOU Qing<sup>1\*</sup>, WANG Nan-nan<sup>2</sup>, HU Xiao-qing<sup>1</sup>

1. School of Management, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China;

2. School of Management, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China

**Abstract:** Considering the characteristics of many companies with risk aversion attitude, this paper constructs a vendor-managed inventory (VMI) supply chain with yield uncertainty, and adopts the mean-variance analysis to model the player's risk aversion attitude. Optimal input quantity decisions of the centralized supply chain and the VMI supplier under different risk tolerances are obtained. The results show that the player's optimal input quantity decision is closely related to his risk tolerance. Meanwhile, given specific risk tolerance, the player has two alternative schemes of input quantity decision. If the loss caused by stockout is lower than that caused by overstock, the player chooses a relatively low input quantity; Otherwise, the player chooses a relatively high input quantity. This paper further designs two different contracts (i.e., a combined contract of cost-sharing with wholesale price discount, and an option contract) to coordinate the VMI supply chain. It is found that under some conditions, both contracts can effectively coordinate the VMI supply chain. The contracts' efficiencies in improving the supply chain members' expected profits are related to the player's risk tolerance.

**Key words:** yield uncertainty; risk aversion; mean-variance model; supply chain coordination

## 附录

引理 1 的证明:

因为  $\xi(q) = \text{Var}(d - xq)^+ = q^2 \left\{ 2 \int_0^{\frac{d}{q}} \left( \frac{d}{q} - x \right) F(x) dx - \left[ \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \right]^2 \right\} = \frac{4d^3q - 3d^4}{12q^2}$ , 可以得到  $\sqrt{\xi(q)} = \frac{d\sqrt{4dq - 3d^2}}{2\sqrt{3}q}$ , 这里  $q \geq \frac{3}{4}d$ . 求  $\sqrt{\xi(q)}$  关于  $q$  的一阶导数, 可得  $\frac{\partial \sqrt{\xi(q)}}{\partial q} = \frac{3\sqrt{3}d^3 - 2\sqrt{3}d^2}{6\sqrt{3}\sqrt{4dq - 3d^2}}$ . 令  $\frac{\partial \sqrt{\xi(q)}}{\partial q} = 0$ , 易得  $q_{sc}^* = \frac{3}{2}d$ . 当  $q \in \left( \frac{3}{4}d, q_{sc}^* \right)$  时, 随着  $q$  的增加,  $\sqrt{\xi(q)}$  不断增大, 且  $\lim_{q \rightarrow \frac{3}{4}d} \sqrt{\xi(q)} = \lim_{q \rightarrow \frac{3}{4}d} \frac{d\sqrt{4dq - 3d^2}}{2\sqrt{3}q} = 0$ ; 当  $q \in (q_{sc}^*, +\infty)$  时, 随着  $q$  的增加,  $\sqrt{\xi(q)}$  不断减小, 且  $\lim_{q \rightarrow +\infty} \sqrt{\xi(q)} = \lim_{q \rightarrow +\infty} \frac{d\sqrt{4dq - 3d^2}}{2\sqrt{3}q} = 0$ . 此时存在唯一的  $q_{sc}^*$ , 使得  $\sqrt{\xi(q)}$  取值最大, 即  $\sqrt{\xi(q)} = \frac{d}{3}$ . 因此, 在区间  $\left( \frac{3}{4}d, +\infty \right)$  内,  $\sqrt{\xi(q)}$  和  $q$  之间存在着——对应的关系. 又因为  $SD[\pi_{sc}(q)] = (p + h_r + h_s) \sqrt{\xi(q)}$ , 故集成供应链的利润标准差  $SD[\pi_{sc}(q)]$  随着投入量  $q$  的增加先增大后减小, 为拟凹函数. 证毕.

引理 2 的证明:

集成供应链在风险中性时的最优投入量为  $q_{sc}^* = d\sqrt{\frac{A}{2c}}$ , 由引理 1 可知  $q_{sc}^* = \frac{3}{2}d$ . 比较  $q_{sc}^*$  和  $q_{sc}^*$  的大小显然可得: 当  $c \geq \frac{2A}{9}$  时,  $q_{sc}^* \leq q_{sc}^*$ ; 当  $c < \frac{2A}{9}$  时,  $q_{sc}^* < q_{sc}^*$ . 证毕.

命题 1 的证明:

- (1) 当  $c = \frac{2A}{9}$  时,  $q_{sc}^* = q_{sc}^*$ . 存在  $SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)] = SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$ , 即  $k_{sc}^* = k_{sc}^*$ ;
- (2) 当  $q_{sc}^* \neq q_{sc}^*$  时, 由于  $q_{sc}^*$  为集成供应链风险最高时所对应的投入量, 总存在  $SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)] > SD[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$ , 讨论如下:
- (a) 当  $c > \frac{2A}{9}$  时,  $q_{sc}^* > q_{sc}^*$ . 由于当  $q < q_{sc}^*$  时, 集成供应链的风险随着  $q$  的增加单调递增, 此时  $SD[\pi_{sc}(q_{sc1})] \leq k_{sc}^* < k_{sc}^*$ , 进而得到  $\min\{SD[\pi_{sc}(q_{sc1})], SD[\pi_{sc}(q_{sc2})]\} \leq k_{sc}^* < k_{sc}^*$ , 即  $k_{sc}^0 \leq k_{sc}^* < k_{sc}^*$ ;
- (b) 当  $c < \frac{2A}{9}$  时,  $q_{sc}^* < q_{sc}^*$ . 由于当  $q > q_{sc}^*$  时, 集成供应链的风险随着  $q$  的增加单调递减, 此时  $SD[\pi_{sc}(q_{sc2})] \leq k_{sc}^* < k_{sc}^*$ , 进而得到  $\min\{SD[\pi_{sc}(q_{sc1})], SD[\pi_{sc}(q_{sc2})]\} \leq k_{sc}^* < k_{sc}^*$ , 即  $k_{sc}^0 \leq k_{sc}^* < k_{sc}^*$ .
- 综上, 集成供应链的风险值满足  $k_{sc}^0 \leq k_{sc}^* \leq k_{sc}^*$ . 证毕.

命题 2 的证明:

在产出不确定环境下, 集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  满足:

- (1) 当  $k_{sc} \geq k_{sc}^*$  时, 集成供应链不受风险约束, 此时的最优投入量等于其风险中性时的最优投入量, 即  $q_{sc}^* = q_{sc}^*$ .
- (2) 当  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$  时,  $q_{sc}^* = q_{sc}^*$ ,  $q_{sc}^*$  为集成供应链受到风险约束时的最优投入量. 本文考虑以下情形:
- ① 若  $\tilde{k}_{sc} \geq k_{sc}^*$ , 集成供应链在风险承受范围内始终有  $E[\pi_{sc}(q_{sc}^*)] < E[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$ , 能够选择的唯一最优投入量为  $q_{sc}^* = q_{sc}^*$ .
- ② 若  $\tilde{k}_{sc} < k_{sc}^0$ , 集成供应链在期望利润大于 0 的情况下始终有  $E[\pi_{sc}(q_{sc}^*)] > E[\pi_{sc}(q_{sc}^*)]$ , 能够选择的唯一最优投入量为  $q_{sc}^* = q_{sc}^*$ ;
- ③ 当  $k_{sc}^0 \leq \tilde{k}_{sc} < k_{sc}^*$  时:

- (a) 当  $k_{sc} = \tilde{k}_{sc}$  时, 集成供应链选择投入量  $q_{sc, \rho d1}$  和  $q_{sc, \rho d2}$  能够获得相同的期望利润.
- (b) 当  $k_{sc} > \tilde{k}_{sc}$  时,  $E[\pi_{sc}(q_{sc, \rho d2})] > E[\pi_{sc}(q_{sc, \rho d1})]$ , 集成供应链的最优投入量  $q_{sc, \rho d}^* = q_{sc, \rho d2}$ .
- (c) 当  $k_{sc} < \tilde{k}_{sc}$  时,  $E[\pi_{sc}(q_{sc, \rho d2})] < E[\pi_{sc}(q_{sc, \rho d1})]$ , 集成供应链的最优投入量  $q_{sc, \rho d}^* = q_{sc, \rho d1}$ . 证毕.

命题3的证明:

由命题2可知, 当  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$  时, 集成供应链受到风险约束, 此时其最优投入量  $q_{sc, \rho d}^*$  为  $q_{sc, \rho d1}$  或  $q_{sc, \rho d2}$ . 分别求  $q_{sc, \rho d1}$  和  $q_{sc, \rho d2}$  关于  $k_{sc}$  的一阶导数, 可得

$$\frac{\partial q_{sc, \rho d1}}{\partial k_{sc}} = -\frac{d^2 A}{3k_{sc}^3} \left\{ dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} \right\} + \frac{3d^2 A}{2k_{sc} \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}} = \frac{d^3 A}{3k_{sc}^3} \left\{ \frac{d^2 A^2 - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}}{\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}} \right\} > 0$$

$$\frac{\partial q_{sc, \rho d2}}{\partial k_{sc}} = -\frac{d^2 A}{k_{sc}} \left[ \frac{dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}}{3k_{sc}^2} \right] - \frac{3}{2\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}} < 0$$

即当  $k_{sc}^0 \leq k_{sc} < k_{sc}^*$  时,  $q_{sc, \rho d1}$  随着  $k_{sc}$  的增加而单调递增;  $q_{sc, \rho d2}$  随着  $k_{sc}$  的增加而单调递减. 证毕.

命题4的证明:

1) 因为  $\xi(q) = \text{Var}(d - xq)^+ = q^2 \left\{ 2 \int_0^{\frac{d}{q}} \left( \frac{d}{q} - x \right) F(x) dx - \left[ \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx \right]^2 \right\} = \frac{4d^3 q - 3d^4}{12q^2}$ , 可以得到  $\sqrt{\xi(q)} = \frac{d\sqrt{4dq - 3d^2}}{2\sqrt{3}q}$ , 这里  $q \geq \frac{3}{4}d$ . 求  $\sqrt{\xi(q)}$  关于  $q$  的一阶导数, 可得  $\frac{\partial \sqrt{\xi(q)}}{\partial q} = \frac{3\sqrt{3}d^3 - 2\sqrt{3}d^2}{6\sqrt{3}\sqrt{4dq - 3d^2}}$ . 令  $\frac{\partial \sqrt{\xi(q)}}{\partial q} = 0$ , 易得  $q_s' = \frac{3}{2}d$ . 当  $q \in \left( \frac{3}{4}d, q_s' \right)$  时, 随着  $q$  的增加,  $\sqrt{\xi(q)}$  不断增大, 且  $\lim_{q \rightarrow \frac{3}{4}d} \sqrt{\xi(q)} = \lim_{q \rightarrow \frac{3}{4}d} \frac{d\sqrt{4dq - 3d^2}}{2\sqrt{3}q} = 0$ ; 当  $q \in (q_s', +\infty)$  时, 随着  $q$  的增加,  $\sqrt{\xi(q)}$  不断减小, 且  $\lim_{q \rightarrow +\infty} \sqrt{\xi(q)} = \lim_{q \rightarrow +\infty} \frac{d\sqrt{4dq - 3d^2}}{2\sqrt{3}q} = 0$ . 此时存在唯一的  $q_s'$ , 使得  $\sqrt{\xi(q)}$  取值最大, 即  $\sqrt{\xi(q_s')} = \frac{d}{3}$ . 因此, 在区间  $\left( \frac{3}{4}d, +\infty \right)$  内,  $\sqrt{\xi(q)}$  和  $q$  之间存在着——对应的关系. 又因为  $SD[\pi_s(q)] = (w + h_s) \sqrt{\xi(q)}$ , 故集成供应链的利润标准差  $SD[\pi_s(q)]$  随着投入量  $q$  的增加先增大后减小, 为拟凹函数.

2)  $\frac{\partial E[\pi_s(q)]}{\partial q} = -c - (w + h_s) \left[ \int_0^{\frac{d}{q}} F(x) dx - \frac{d}{q} F\left(\frac{d}{q}\right) \right]$ ,  $\frac{\partial^2 E[\pi_s(q)]}{\partial q^2} = -\frac{w + h_s}{q^3} < 0$ . 能够得到供应商在风险中性时的最优投入量为  $q_{s,n}^* = d\sqrt{\frac{w + h_s}{2c}}$ . 由1)可知  $q_s' = \frac{3}{2}d$ . 比较  $q_s'$  和  $q_{s,n}^*$  的大小显然可得: 当  $c \geq \frac{2(w + h_s)}{9}$  时,  $q_s' \geq q_{s,n}^*$ ; 当  $c < \frac{2(w + h_s)}{9}$  时,  $q_s' < q_{s,n}^*$ .

3) ① 当  $c = \frac{2(w + h_s)}{9}$  时,  $q_s' = q_{s,n}^*$ . 存在  $SD[\pi_s(q)] = SD[\pi_s(q_{s,n}^*)]$ , 即  $k_s^* = k_s'$ ;

② 当  $q_s' \neq q_{s,n}^*$  时, 由于  $q_s'$  为集成供应链风险最高时所对应的投入量, 总存在  $SD[\pi_s(q)] > SD[\pi_s(q_{s,n}^*)]$ , 讨论如下:

(a) 当  $c > \frac{2(w + h_s)}{9}$  时,  $q_{s,n}^* < q_s'$ . 由于当  $q < q_s'$  时, 集成供应链的风险随着  $q$  的增加单调递增, 此时  $SD[\pi_s(q_{s1})] \leq k_s^* < k_s'$ , 进而得到  $\min \{ SD[\pi_s(q_{s1})], SD[\pi_s(q_{s2})] \} \leq k_s^* < k_s'$ , 即  $k_s^0 \leq k_s^* < k_s'$ ;

(b) 当  $c < \frac{2(w + h_s)}{9}$  时,  $q_{s,n}^* > q_s'$ . 由于当  $q > q_s'$  时, 集成供应链的风险随着  $q$  的增加单调递减, 此时  $SD[\pi_s(q_{s2})] \leq k_s^* < k_s'$ , 进而得到  $\min \{ SD[\pi_s(q_{s1})], SD[\pi_s(q_{s2})] \} \leq k_s^* < k_s'$ , 即  $k_s^0 \leq k_s^* < k_s'$ .

综上, 集成供应链的风险值满足  $k_s^0 \leq k_s^* < k_s'$ .

证毕.

命题 5 的证明:

在产出 uncertain 环境下, 供应商的最优投入量  $q_s^*$  满足:

1) 当  $k_s \geq k_s^*$  时, 供应商不受风险约束, 此时的最优投入量等于其风险中性时的最优投入量, 即  $q_s^* = q_{s,n}^*$ .

2) 当  $k_s^0 \leq k_s < k_s^*$  时,  $q_s^* = q_{s, sd}^*$ ,  $q_{s, sd}^*$  为供应商受到风险约束时的最优投入量. 考虑以下情形:

① 若  $\tilde{k}_s \geq k_s^*$ , 供应商在风险承受范围内始终有  $E[\pi_s(q_{s, sd2})] < E[\pi_s(q_{s, sd1})]$ , 能够选择的唯一最优投入量为  $q_{s, sd}^* = q_{s, sd1}$ .

② 若  $\tilde{k}_s < k_s^0$ , 供应商在期望利润大于 0 的情况下始终有  $E[\pi_s(q_{s, sd2})] > E[\pi_s(q_{s, sd1})]$ , 能够选择的唯一最优投入量为  $q_{s, sd}^* = q_{s, sd2}$ ;

③ 当  $k_s^0 \leq \tilde{k}_s < k_s^*$  时,

(a) 当  $k_s = \tilde{k}_s$  时, 供应商选择投入量  $q_{s, sd1}$  和  $q_{s, sd2}$  能够获得相同的期望利润.

(b) 当  $k_s > \tilde{k}_s$  时,  $E[\pi_s(q_{s, sd2})] > E[\pi_s(q_{s, sd1})]$ , 集成供应链的最优投入量  $q_{s, sd}^* = q_{s, sd2}$ .

(c) 当  $k_s < \tilde{k}_s$  时,  $E[\pi_s(q_{s, sd2})] < E[\pi_s(q_{s, sd1})]$ , 集成供应链的最优投入量  $q_{s, sd}^* = q_{s, sd1}$ .

证毕.

命题 7 的证明:

由命题 6 可知, 当  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0 \leq k_s < k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时, 供应商受到风险约束, 此时其最优投入量  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*$  为  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}$  或  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}$ . 分别求  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}$  和  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}$  关于  $\beta$  的一阶导数, 可得

$$\frac{\partial q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}}{\partial \beta} = \frac{d^2 w}{6k_s^2} \left[ \frac{(d^2 G^2 - 9k_s^2) + d^2 G^2 - 2dG\sqrt{d^2 G^2 - 9k_{sc}^2}}{\sqrt{d^2 G^2 - 9k_s^2}} \right] = \frac{d^2 w}{6k_{sc}^2 \sqrt{d^2 G^2 - 9k_s^2}} \left[ \sqrt{d^2 G^2 - 9k_s^2} - dG \right]^2 > 0$$

$$\frac{\partial q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}}{\partial \beta} = -\frac{d^2 w}{6k_s^2} \left[ dG + \sqrt{d^2 G^2 - 9k_{sc}^2} \right] - \frac{d^2 w G}{6k_s^2} \left\{ d + \frac{d^2 G}{\sqrt{d^2 G^2 - 9k_s^2}} \right\} < 0$$

即当  $k_{s(w, \alpha, \beta)}^0 \leq k_s < k_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  时,  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd1}$  随着批发价折扣  $\beta$  的增加单调递增;  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd2}$  随着批发价折扣  $\beta$  的增加而单调递减.

证毕.

命题 8 的证明:

将  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约下供应商的最优投入量用  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^*$  表示. 其中, 设供应商不受风险约束 (即总是满足  $SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q)] \leq k_s$ ) 时的最优投入量为  $q_{s(w, \alpha, \beta), n}^*$ , 此时  $SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q_{s(w, \alpha, \beta), n}^*)] \leq k_s$  总是成立. 设供应商受到风险约束 (即  $SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q)] > k_s$ ) 时的最优投入量为  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*$ , 此时  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*$  满足  $SD[\pi_{s(w, \alpha, \beta)}(q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*)] = k_s$ .

1) 若集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  满足  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] > k_s$ , 则供应商选择投入集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  时面临的风险将会超过自身风险承受范围, 此时  $\{w, \alpha, \beta\}$  契约始终无法协调供应链.

2) 若集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  满足  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] \leq k_s$ , 则供应商选择投入集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  时面临的风险将处于风险承受范围内. 那么:

① 当供应商不受风险约束时, 其最优投入量为  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), n}^* = d\sqrt{\frac{(1-\beta)w + h_s}{2(1-a)c}}$ . 令  $q_{s(w, \alpha, \beta), n}^* = q_{sc}^*$ , 可得  $\beta = \frac{wd^2 - 2(1-\alpha)c[q_{sc}^*]^2 + h_s d^2}{wd^2}$ . 此时, 若集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  满足  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] \leq k_s$ , 显然  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), n}^* = q_{sc}^*$  成立, 即实现了供应链协调.

②当供应商受到风险约束时 其最优投入量为  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*$  ,且满足  $SD[\pi_s(q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^*)] = k_s$  . 令  $q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^* = q_{sc}^*$  则  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] = k_s$  ,可得  $\beta = 1 - \frac{2\sqrt{3}k_s q_{sc}^*}{dw\sqrt{4dq_{sc}^* - 3d^2}} + \frac{h_s}{w}$  . 此时若集成供应链的最优投入量  $q_{sc}^*$  满足  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] \leq k_s$  ,那么  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^* = q_{sc}^*$  且  $SD[\pi_s(q_{s(w, \alpha, \beta)}^*)] = k_s$  成立 ,即实现了供应链协调. 证毕.

命题9的证明:

根据命题8可知 若  $SD[\pi_s(q_{sc}^*)] \leq k_s$  ,

1) 供应商不受风险约束时 满足  $\beta = \frac{wd^2 - 2(1 - \alpha)c[q_{sc}^*]^2 + h_s d^2}{wd^2}$  , 总有  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), n}^* = q_{sc}^*$  成立 ,此时供应链能够实现协调

$$\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \frac{2c \left\{ \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}] \right\}^2}{wd^2} > 0 ;$$

①当集成供应链不受风险约束时 ,  $q_{sc}^* = q_{sc, n}^* = d\sqrt{\frac{A}{2c}}$

$$\beta = \frac{wd^2 - 2(1 - \alpha)c[q_{sc}^*]^2 + h_s d^2}{wd^2} = \frac{w - (1 - \alpha)(p + h_r + h_s) + h_s}{w}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial w} = \frac{(1 - \alpha)(p + h_r + h_s) - h_s}{w^2}, \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \frac{p + h_r + h_s}{w}$$

由于  $0 \leq \beta \leq 1$  需满足  $\frac{p + h_r - w}{p + h_r + h_s} \leq \alpha \leq \frac{p + h_r}{p + h_r + h_s}$  ,因此  $\frac{\partial \beta}{\partial w} \geq 0$  ,  $\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} > 0$  .

②当集成供应链受到风险约束时 ,

$$(a) \text{ 若 } q_{sc}^* = q_{sc, sd1}^* = \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}] , \beta = \frac{wd^2 - 2(1 - \alpha)c \left\{ \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}] \right\}^2 + h_s d^2}{wd^2}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial w} = \frac{(1 - \alpha)cd^2 A^2 [2d^2 A^2 - 2dA\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} - 9k_{sc}^2] - 18h_s k_{sc}^4}{18w^2 k_{sc}^4}, \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \frac{2c \left\{ \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}] \right\}^2}{wd^2} > 0.$$

由于  $0 \leq \beta \leq 1$  需满足  $1 - \frac{(w + h_s)18k_{sc}^4}{cd^2 A^2 [2d^2 A^2 - 2dA\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} - 9k_{sc}^2]} \leq \alpha \leq 1 - \frac{18h_s k_{sc}^4}{cd^2 A^2 [2d^2 A^2 - 2dA\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} - 9k_{sc}^2]}$  因

此 此时  $\frac{\partial \beta}{\partial w} \geq 0$ .

$$(b) \text{ 若 } q_{sc}^* = q_{sc, sd2}^* = \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}] , \beta = \frac{wd^2 - 2(1 - \alpha)c \left\{ \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}] \right\}^2 + h_s d^2}{wd^2}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial w} = \frac{(1 - \alpha)cd^2 A^2 [2d^2 A^2 + 2dA\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} - 9k_{sc}^2] - 18h_s k_{sc}^4}{18w^2 k_{sc}^4}, \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \frac{2c \left\{ \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}] \right\}^2}{wd^2} > 0.$$

由于  $0 \leq \beta \leq 1$  需满足  $1 - \frac{(w + h_s)18k_{sc}^4}{cd^2 A^2 [2d^2 A^2 + 2dA\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} - 9k_{sc}^2]} \leq \alpha \leq 1 - \frac{18h_s k_{sc}^4}{cd^2 A^2 [2d^2 A^2 + 2dA\sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2} - 9k_{sc}^2]}$  . 此

时  $\frac{\partial \beta}{\partial w} \geq 0$  .

2) 当供应商受到风险约束时 满足  $\beta = 1 - \frac{2\sqrt{3}k_s q_{sc}^*}{dw\sqrt{4dq_{sc}^* - 3d^2}} + \frac{h_s}{w}$  时 总有  $q_{s(w, \alpha, \beta)}^* = q_{s(w, \alpha, \beta), sd}^* = q_{sc}^*$  成立 ,此时供应

链能够实现协调.

① 当集成供应链不受风险约束时,  $q_{sc}^* = q_{scn}^* = d\sqrt{\frac{A}{2c}}$ .

$$\beta = 1 - \frac{2\sqrt{3}k_s q_{sc}^*}{dw\sqrt{4dq_{sc}^* - 3d^2}} + \frac{h_s}{w} = 1 - \frac{2k_s \sqrt{\frac{3A}{2c}}}{dw\sqrt{4\sqrt{\frac{A}{2c}} - 3}} + \frac{h_s}{w}$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial w} = \frac{2k_s \sqrt{\frac{3A}{2c}} - dh_s \sqrt{4\sqrt{\frac{A}{2c}} - 3}}{dw^2 \sqrt{4\sqrt{\frac{A}{2c}} - 3}} = \frac{2k_s \sqrt{\frac{6A}{c}\sqrt{\frac{A}{2c}} - \frac{9A}{c}} - dh_s (4\sqrt{\frac{A}{2c}} - 3)}{dw^2 (4\sqrt{\frac{A}{2c}} - 3)}$$

由于  $0 \leq \beta \leq 1$  需满足  $\frac{dh_s}{3A} \sqrt{\frac{6A\sqrt{2AC} - 9AC}{2}} \leq k_s \leq \frac{d(w+h_s)}{3A} \sqrt{\frac{6A\sqrt{2AC} - 9AC}{2}}$  因此能够得出  $\frac{\partial\beta}{\partial w} \geq 0$ .

② 当集成供应链受到风险约束时,

(a) 如果  $q_{sc}^* = q_{scsd1} = \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]$

$$\beta = 1 - \frac{2\sqrt{3}k_s q_{sc}^*}{dw\sqrt{4dq_{sc}^* - 3d^2}} + \frac{h_s}{w} = 1 - \frac{k_s A [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]}{k_{sc} w \sqrt{2dA [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]} + \frac{h_s}{w}$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial w} = \frac{k_s A [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]}{w^2 k_{sc} \sqrt{2dA [dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]} - \frac{h_s}{w^2}$$

由于  $0 \leq \beta \leq 1$  需满足  $\frac{h_s}{3A} \sqrt{2dA(dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2})} \leq k_s \leq \frac{w+h_s}{3A} \sqrt{2dA(dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2})}$  因此能够得出

$\frac{\partial\beta}{\partial w} \geq 0$ .

(b) 如果  $q_{sc}^* = q_{scsd2} = \frac{d^2 A}{6k_{sc}^2} [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]$

$$\beta = 1 - \frac{2\sqrt{3}k_s q_{sc}^*}{dw\sqrt{4d - 3d^2}} + \frac{h_s}{w} = 1 - \frac{k_s A [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]}{k_{sc} w \sqrt{2dA [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]} + \frac{h_s}{w}$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial w} = \frac{k_s A [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]}{w^2 k_{sc} \sqrt{2dA [dA + \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2}]} - \frac{h_s}{w^2}$$

由于  $0 \leq \beta \leq 1$  需满足  $\frac{h_s}{3A} \sqrt{2dA(dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2})} \leq k_s \leq \frac{w+h_s}{3A} \sqrt{2dA(dA - \sqrt{d^2 A^2 - 9k_{sc}^2})}$  因此能够得出

$\frac{\partial\beta}{\partial w} \geq 0$ .

证毕.