

doi: 10.19920/j.cnki.jmsc.2024.01.010

基于时变稳健加权最小二乘法的股市收益率预测^①

刘莉¹, 郝显峰², 王玉东³

(1. 南京审计大学金融学院, 南京 211815; 2. 上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200030;
3. 南京理工大学经济管理学院, 南京 210094)

摘要: 提出一类时变参数稳健加权最小二乘法 (TRWLS), 并将其用于预测标准普尔 500 指数收益率。该方法将时间相关权重与稳健估计权重相结合, 既能捕捉参数时变性, 又能降低数据噪声的影响。TRWLS 模型组合揭示了经济和统计意义上均显著的收益率可预测性, 而且预测能力明显高于普通最小二乘法。TRWLS 模型的预测表现也好于传统时变参数模型和稳健回归模型。其预测能力主要来源于时间权重和稳健性权重的互补性以及超参数的学习能力。预测结果在调整多元信息组合方法、权重核函数和验证集长度的情况下均具有稳健性。

关键词: 时变参数; 稳健估计; 加权最小二乘; 机器学习; 预测组合

中图分类号: C93; C94 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2024)01-0141-18

0 引言

股票收益率预测是一项非常具有挑战性的工作, 对资产配置和风险管理具有重要意义。Goyal 和 Welch^[1] 运用基于最小二乘 (OLS) 估计的预测回归, 发现红利价格比、利率和市盈率等许多经济变量的样本外预测能力反而逊色于假定收益率不变的历史平均模型。

近年来, 国内外学者也提出许多预测方法, 试图改进样本外预测表现。这些方法主要试图解决预测中两个常见问题: 参数不稳定性和模型不确定性。参数不稳定性一般是由预测关系的变化导致的。现有文献或运用时变参数模型^[2-4], 或设计参数约束方法^[5-6], 或利用广义最小二乘法和深度学习^[7-9] 解决这一问题以提高预测表现。模型不确定性观点认为, 被预测变量的驱动因素是随时间变化的, 因此在不同时点运用同一组变量进行预测是不合理的。处理模型不确定性常用的方法有模型组合^[10] 和扩散指数等^[11-13]。其他

关于收益率预测的研究参见 Rapach 和 Zhou^[14] 和张春玲等^[15] 的文献综述。

本文的贡献在于提出一种时变稳健加权最小二乘法 (TRWLS), 该方法可以从两个维度解决参数不稳定性。第一, TRWLS 对临近数据施加更大的权重, 从而捕捉参数时变性。第二, 借鉴稳健回归的思想, TRWLS 模型通过对噪声较大的观测值施加较小权重, 以降低噪声对参数估计的影响, 提高稳健性。TRWLS 将两个维度的权重进行结合, 也符合经济直觉: 由于注意力有限, 投资者对近期数据的关注度更高; 由于历史极端数据的信噪比很低, 投资者也可能会选择性忽略。具体而言, 本文借鉴非参数估计的方法, 采用核函数方法对观测点施加权重, 基于时间索引 t 构建时间维度的权重, 基于 OLS 模型残差构建稳健性权重, 其中权重的平滑程度由核函数带宽决定。在预测过程中, 通过机器学习方法进行超参数 (带宽) 自动搜索和选择。

本文选取 Goyal 和 Welch^[1] 建议的 12 个经济

① 收稿日期: 2021-02-15; 修订日期: 2022-06-07。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71771124; 72071114); 霍英东青年教师基金项目 (171074)。

作者简介: 刘莉 (1984—), 女, 安徽利辛人, 博士, 教授, 硕士生导师。Email: liuli840821@nau.edu.cn

指标预测标准普尔 500 指数超额收益率. 样本时期从 1927 年 1 月至 2019 年 12 月. 用递归窗口的方法预测 1947 年 1 月至 2019 年 12 月的收益率, 并用模型组合方法综合不同模型的预测信息. 实证结果表明, TRWLS 提高了所有 12 个单变量模型的样本外 R 平方 (R_{oos}^2). 其等权重组合的 R_{oos}^2 从 0.511% 提高至 1.064%. Clark 和 West^[16] 检验的结果也表明, TRWLS 模型组合的预测能力显著优于基准模型. 为了评估可预测性的经济价值, 假定均值方差偏好的投资者在股票指数和无风险资产之间进行资产配置, 其中股票指数的权重由收益率预测值事先确定. 结果表明 TRWLS 可以提高单变量模型的资产组合表现, 等权重组合预测的效用盈余也从 99.9 增加到 211.1 个基点.

在以上研究的基础上, 本文做了进一步扩展分析. 首先, 发现 TRWLS 比传统变参数方法能够产生更为精准的收益率预测. 其次, 分析了 TRWLS 及其分解后的单一权重模型在不同经济状态下预测表现, 发现模型预测能力来自于两种维度权重在经济周期变化时的互补性: 时间维度权重在经济衰退期能够更大幅度地提高预测表现, 而稳健性权重在经济扩张期作用更大. 最后, 通过比较不同的超参数选择策略, 本文发现超参数学习也是 TRWLS 预测能力的重要来源. 一系列稳健性检验表明 TRWLS 预测表现不受多元信息组合方法、核函数选择和验证集长度等因素影响.

1 研究方法

1.1 最小二乘 (OLS) 预测回归模型

现有文献大多运用简单回归模型预测股市收益率^[1, 17]. 这类模型的一般形式如下

$$r_{t+1} = X_t \times \beta + \varepsilon_{t+1}, \varepsilon_{t+1} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad t = 1, \dots, T-1 \quad (1)$$

其中 r_{t+1} 表示 $t+1$ 时刻的股票超额收益率, X_t 是包含截距项在内的预测变量. 根据 Rapach 等^[10] 的建议, 先使用单变量模型以探究每个经济变量的预测能力, 然后运用模型组合方法综合各变量的预测结果. 在单变量模型设定下, 除截距之外, X_t 仅包含一个解释变量. 模型 (1) 中, 参数估计值 $\hat{\beta}$ 用如下 OLS 方法得到

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left(\sum_{t=1}^{T-1} X_t X_t' \right)^{-1} \sum_{t=1}^{T-1} X_t r_{t+1} \quad (2)$$

1.2 时变稳健加权最小二乘法 (TRWLS)

简单 OLS 模型假设参数是一个不随时间变化的常数, 并且通过优化平方损失估计参数. 由于经济周期变化、宏观政策实施或极端事件等因素, 金融变量之间的关系很可能存在结构突变, 这使得模型不可避免地会遇到参数不稳定问题. 针对此问题, 提出了一种基于时变参数模型的稳健性加权最小二乘法, 该方法结合时变参数模型和稳健性回归二者优势. 参照 Robinson^[18], 本文首先考虑如下时变参数模型

$$r_{t+1} = X_t \times \beta\left(\frac{t}{T}\right) + \varepsilon_{t+1}, \varepsilon_{t+1} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad t = 1, \dots, T-1 \quad (3)$$

其中 β_t 是关于时间 t 的平滑函数, $\beta_t = \beta(t/T)$, 平滑性的设定使得 β_t 可以通过非参数估计方法求解而不需要额外的结构化假设. Robinson^[18] 采用极大似然估计求解 β_t , 并给出其估计量的无偏性和渐进正态性, 目标函数如下

$$l(\beta_s, \sigma) = \sum_{t=1}^{T-1} \ln(f(r_{t+1} | X_t, \beta_s, \sigma)) \times K_{h_1}\left(\frac{t}{T} - \frac{s}{T}\right) \quad (4)$$

其中 $f(r_{t+1} | X_t, \beta_s, \sigma)$ 表示高斯分布的概率密度函数, K_{h_1} 为带宽 h_1 的核函数. 对于变参数模型而言, 参数估计值对于离群值 (Outliers) 更加敏感, 因此稳定性是影响其预测表现的重要因素. 本文采用对异常值不敏感的加权分布代替高斯分布以提高稳定性, 改进后目标函数为

$$l(\beta_s, \sigma) = \sum_{t=1}^{T-1} \ln(f_R(r_{t+1} | X_t, \beta_s, \sigma)) \times K_h\left(\frac{t}{T} - \frac{s}{T}\right) \quad (5)$$

$$f_R(r_{t+1} | X_t, \beta_s, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{(r_{t+1} - X_t \beta_s)^2}{2\sigma^2} K_{h_2}(e_t^{OLS})\right) \quad (6)$$

其中 e_t^{OLS} 为 OLS 模型拟合残差, 权重 $K_{h_2}(e_t^{OLS})$ 设定为 e_t^{OLS} 绝对值的递减函数, 即残差幅度越大权重越小, 这种设定与关注稳健性回归的文献一致^[8, 19]. 对于某一时刻 s , TRWLS 方法的参数估

计为

$$\hat{\beta}_{s,TRWLS} = \left(\sum_{t=1}^{T-1} w_{s,t} X_t X_t' \right)^{-1} \sum_{t=1}^{T-1} w_{s,t} X_t r_{t+1}$$

$$w_{s,t} = K_{h_1} \left(\frac{t}{T} - \frac{s}{T} \right) K_{h_2} (e_t^{OLS}) \quad (7)$$

式(7)所表示的估计量包含时间和残差两个维度的权重,对于临近的观测点和残差幅度较小的观测点赋予更高的权重.这种权重从信息获取的角度更符合经济直觉.文献表明,由于心理和生理能力的限制,投资者的注意力是有限的^[20,21],因此对近期数据的关注度更高.残差维度的权重设定与研究参数不稳定的文献一致^[22,23].这类文献认为股票市场极端收益是由于某些突发事件导致的,而这些观测点包含的信息存在大量不可预测的成分,拥有更低的信噪比.因此,结合两个维度的权重从理论上可以改进模型预测能力.

本文权重设定借鉴了非参数估计中的核函数方法.虽然不同核函数会生成不同权重,大量文献表明核函数选择不是决定非参数估计量准确性的核心因素^[24,25].为了说明新方法的普适性,考虑两类共六种核函数.第一类是非截断核函数,对所有观测点都赋予非零权重,包括拉普拉斯核和高斯核.第二类是截断核函数,对超出带宽 h 的观测点赋予零权重,包括 Epanechnikov 核、Quartic 核、线性核和余弦核.相比而言,第一类核函数保留所有数据点信息,因此在训练样本量较少时具有优势.为了方便表示,设定 $K_h(x) = K(u)$, 其中 $u = x/h$. 上述六种核函数公式如下

拉普拉斯核

$$K(u) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{|u|}{2}\right), -\infty < u < +\infty \quad (8)$$

高斯核

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right), -\infty < u < +\infty \quad (9)$$

Epanechnikov 核

$$K(u) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-u^2), & |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1 \end{cases} \quad (10)$$

Quartic 核

$$K(u) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1-u^2)^2, & |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1 \end{cases} \quad (11)$$

线性核

$$K(u) = \begin{cases} 1 - |u|, & |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1 \end{cases} \quad (12)$$

余弦核

$$K(u) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}u\right), & |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1 \end{cases} \quad (13)$$

Johnson^[8]提出了波动率加权最小二乘(VWLS).TRWLS与VWLS都属于稳健性回归,通过降低异常值权重以提高参数估计稳定性.与之不同的是,TRWLS方法在以下三方面具有优势.首先,VWLS假设参数是固定的,而TRWLS允许参数的时变性.其次,VWLS从经济理论角度用波动率衡量异常值大小.波动率是一种事前代理变量,如果股票市场收益不可预测,即自变量斜率系数为0,那么波动率就是残差平方的合理代理变量.本文直接采用OLS残差作为异常值的衡量是从统计意义出发,与稳健性回归文献保持一致.最后,VWLS将权重固定为波动率的倒数,而TRWLS则是假设权重是残差的函数.可以认为,VWLS是TRWLS的一种特殊情况.总之,相对于VWLS方法而言,本文所提出的TRWLS方法在模型参数设定和权重设定两个方面更加一般化,具有更广泛的适用性.

1.3 机器学习预测

采用向前一步法预测月度超额收益.具体而言,预测 $(k+1)$ 时刻股票收益时,只使用截至 k 时刻的信息估计模型,并且逐月更新模型参数.为评估模型预测表现,将整个数据集(共 $T-1$ 个样本)进行划分,设定前 m 个观测值为初始样本内训练集,剩余的 $T-m-1$ 个观测值设置为评估期.参照 Goyal 和 Welch^[1] 的建议,将前 20 年(240 个月)数据设置为初始样本内数据.

TRWLS 模型第 $(k+1)$ 期的预测值可以计算如下

$$\hat{r}_{k+1} = X_k \cdot \hat{\beta}_{kl, \hat{h}_k^*}, k = m, \dots, T-1 \quad (14)$$

其中 $\hat{\beta}_{kl, \hat{h}_k^*}$ 是在给定最优带宽估计值 \hat{h}_k^* 条件下 β_k 的估计值.对于 $\hat{\beta}_{kl, \hat{h}_k^*}$ 的估计,只用到截至 k 时刻的信息,计算公式如下

$$\hat{\beta}_{kl, \hat{h}_k^*} = \left(\sum_{t=1}^{k-1} w_{k,t} X_t X_t' \right)^{-1} \sum_{t=1}^{k-1} w_{k,t} X_t r_{t+1},$$

$$w_{k,t} = K_{h_1}^* \left(\frac{t}{T} - \frac{k}{T} \right) K_{h_2}^* (e_t^{OLS}) \quad (15)$$

带宽 h 权衡了估计量的偏差和方差. 本文基于交叉验证方法 (CV) 选择带宽, 具体步骤如下:

步骤 1 将样本内数据 (共 k 个样本期) 进一步进行划分, 前 $k-p$ 个时期内数据为训练集, 最近 p 期数据为验证集, 用于挑选最优超参数.

步骤 2 给定任意某一带宽 h , 用以下公式在训练集中得到参数估计

$$\hat{\beta}_{\tau|h} = \left(\sum_{t=1}^{k-p-1} w_{\tau,t} X_t X_t' \right)^{-1} \sum_{t=1}^{k-p-1} w_{\tau,t} X_t r_{t+1} \quad (16)$$

$$w_{\tau,t} = K_{h_1} \left(\frac{t}{T} - \frac{\tau}{T} \right) K_{h_2} (e_t^{OLS})$$

值得注意的是, 此时估计参数 $\hat{\beta}_{\tau|h}$ 只用到截止 $k-p$ 时刻信息而非全部历史信息, 这样可以保证训练集和验证集相互独立, 避免过拟合的问题.

步骤 3 基于训练集中得到的参数估计值计算验证集中的均方误差, 在 k 时刻损失函数 CV 可以表示为 h 的函数

$$CV_k(h) = \frac{1}{p} \sum_{\tau=k-p}^{k-1} (r_{\tau+1} - X_{\tau} \hat{\beta}_{\tau|h})^2 \quad (17)$$

步骤 4 从给定数据集^②中挑选产生最低均方误差的带宽作为“事前”最优带宽

$$\hat{h}_k^* = \min_h CV_k(h), k = m, \dots, T-1 \quad (18)$$

将选择的“事前”最优带宽代入式 (15), 利用所有历史样本计算得到参数估计值 $\hat{\beta}_{k|\hat{h}_k^*}$, 并进一步代入式 (14) 就可以计算得到 $(k+1)$ 时刻收益率预测值 \hat{r}_{k+1} .

1.4 预测组合

按照 Rapach 等^[10] 和 Wang 等^[26] 的建议^③, 使用组合方法综合不同模型的预测信息. 组合预测值等于各单一模型预测值的加权平均

$$\hat{r}_{k+1,c} = \sum_{i=1}^N \hat{\pi}_{k,i} \hat{r}_{k+1,i}, k = m, \dots, T-1 \quad (19)$$

其中 $\hat{r}_{k+1,i}$ 表示模型 i 的预测, $\hat{\pi}_{k,i}$ 是模型 i 在时

间 k 预先估计的组合权重, N 是预测模型总数. 本文考虑了 5 种组合策略. 第一种是等权均值组合 (EWMC), 其权重是固定的 $\hat{\pi}_{k,i} = 1/N$. 尽管这种加权方案很简单, 但近期研究表明复杂组合策略并不一定优于简单的等权重策略^[27]. 除此之外, 还考虑动态组合策略, 根据单一模型的历史表现确定组合权重. 第二种方法是 Stock 和 Watson^[27] 的修剪均值组合 (TMC), 它在每一期将历史表现最差的单个模型权重设置为零, 并对剩余 $N-1$ 个模型施加相同的权重. 还有两种策略将权重设定为 MSPE 的函数, 即对历史表现更好的模型施加更高权重. 使用贴现均方预测误差 (DMSPE) 组合, 使用的权重如下

$$\hat{\pi}_{k,i} = \frac{\phi_{i,k}^{-1}}{\sum_{j=1}^N \phi_{j,k}^{-1}} \phi_{i,k} = \sum_{t=m}^{k-1} \delta^{k-t} (r_{t+1} - \hat{r}_{t+1,i})^2 \quad (20)$$

$k = m, \dots, T-1$

其中 δ 表示贴现因子. 考虑两个贴现因子值, $\delta = 0.9$ 和 $\delta = 1$, 并将相应的组合分别称为 DM-SPE (0.9) 和 DMSPE (1). 最后一个组合方案参照文献 [28]. 它提出了一种非线性组合方案, 使用 MSPE 的指数变换确定组合权重

$$\hat{\pi}_{k,i} = \frac{\exp \left(- \sum_{t=m}^{k-1} \delta^{k-t} (r_{t+1} - \hat{r}_{t+1,i})^2 \right)}{\sum_{j=1}^N \exp \left(- \sum_{t=m}^{k-1} \delta^{k-t} (r_{t+1} - \hat{r}_{t+1,j})^2 \right)} \quad (21)$$

2 数据

通过计算标准普尔 500 指数与无风险利率 (美联储 3 个月期国库券利率) 差额得到股票超额收益率. 股票收益和无风险利率均为连续复利. 预测变量为 Goyal 和 Welch^[11] 建议的 12 个宏观经济变量. 数据来源为 Amit Goyal 个人主页^④, 变量的简要说明如下:

② 为了节省计算成本, 采用网格搜索方法从备择数据集里面挑选 h . 备择数据集和搜索精度都不是唯一的, 主要取决于计算力. 令 $h_1 = 1/\lambda_1, h_2 = 1/\lambda_2$. 对于拉普拉斯核和高斯核, 令 $\lambda_1 \in [0, 5], \lambda_2 \in [0, 100]$ 并且在每个参数给定的范围内平均搜索 100 个点. 对于其他四个核函数, 令 $\lambda_1 \in [0, 1], \lambda_2 \in [0, 10]$.

③ 多变量回归模型相比, 预测组合方法在整合多元信息的前提下保证了参数估计的准确性, 具有更好的预测表现. 而与扩散指数方法相比, 预测组合策略也同样具有优势: 扩散指数是多个变量预测信息的加权平均, 属于无监督的信息提取, 而模型组合是多个模型预测结果的加权平均, 属于有监督的提取信息.

④ <http://www.hec.unil.ch/agoyal>.

- 股息价格比(*DP*): 标准普尔 500 指数的股息对数减去股票价格对数.
- 股息收益率(*DY*): 标准普尔 500 指数的股息对数减去滞后一期股价对数.
- 盈余价格比(*EP*): 标准普尔 500 指数的盈余对数减去股票价格对数.
- 股票波动率(*SVAR*): 每个月标准普尔 500 指数日收益平方和.
- 账面市值比(*BM*): 上一年末账面价值与道琼斯工业指数的月末市值之比.
- 净股本扩张(*NITS*): 纽约证券交易所上市股票过去十二个月发行量移动平均值与其年末总市值的比率.
- 国库券利率(*TBL*): 美国三个月期国库

- 券的二级市场利率.
- 长期收益率(*LTY*): 长期政府债券收益率.
- 长期回报(*LTR*): 长期政府债券回报率.
- 违约收益率差(*DFY*): 穆迪 BAA 级和 AAA 级公司债券收益率的差额.
- 违约收益率(*DFR*): 长期公司债券收益与长期政府债券收益之差.
- 通货膨胀(*INFL*): 消费者物价指数(CPI)的一阶对数差分. 由于数据发布的延迟, 本文使用增加一个月滞后的 CPI.

以上数据样本时间从 1927 年 1 月至 2019 年 12 月. 表 1 列出了预测变量和股票收益的描述性统计量.

表 1 描述性统计量

Table 1 Descriptive statistics

变量	Mean	Median	Min	Max	Std. Dev	Skewness	Kurtosis	JB	Q (1)	Q (10)
<i>RET</i>	0.005	0.010	-0.339	0.346	0.054	-0.438	10.898	<0.001	0.007	<0.001
<i>DP</i>	-3.386	-3.359	-4.524	-1.873	0.465	-0.172	2.564	<0.001	<0.001	<0.001
<i>DY</i>	-3.381	-3.351	-4.531	-1.913	0.462	-0.198	2.542	<0.001	<0.001	<0.001
<i>EP</i>	-2.745	-2.797	-4.836	-1.775	0.415	-0.554	5.526	<0.001	<0.001	<0.001
<i>SVAR</i>	0.003	0.001	0.000	0.071	0.006	5.836	47.294	<0.001	<0.001	<0.001
<i>BM</i>	0.561	0.535	0.121	2.028	0.267	0.787	4.390	<0.001	<0.001	<0.001
<i>NTIS</i>	0.016	0.017	-0.058	0.177	0.026	1.603	10.839	<0.001	<0.001	<0.001
<i>TBL</i>	3.374	2.900	0.010	16.300	3.073	1.108	4.369	<0.001	<0.001	<0.001
<i>LTY</i>	5.071	4.190	1.750	14.820	2.785	1.109	3.648	<0.001	<0.001	<0.001
<i>LTR</i>	0.478	0.305	-11.240	15.230	2.454	0.591	7.453	<0.001	0.194	0.249
<i>DFY</i>	1.122	0.900	0.320	5.640	0.687	2.513	12.087	<0.001	<0.001	<0.001
<i>DFR</i>	0.038	0.050	-9.750	7.370	1.366	-0.375	10.495	<0.001	<0.001	<0.001
<i>INFL</i>	0.241	0.240	-2.055	5.882	0.528	1.087	16.968	<0.001	<0.001	<0.001

注: 本表列示了标准普尔 500 指数超额收益(*RET*)和 12 个预测变量的描述性统计结果. JB 表示正态分布 Jarque-Bera 检验统计量的 *p* 值. 而 *Q*(*k*) 表示滞后长度为 *k* 的序列自相关 Ljung-Box *Q* 检验统计量的 *p* 值. 样本期间为 1927 年 1 月至 2019 年 12 月.

3 样本外预测结果

采用样本外 R^2 (R_{OoS}^2) 评估预测表现. 该指标度量给定模型预测均方误差 (MSPE) 相对于基准模型 MSPE 的减少比例, 即

$$R_{OoS}^2 = 100 \times \left(1 - \frac{MSPE_1}{MSPE_0} \right) \quad (22)$$

其中 $MSPE_1 = \frac{1}{T-m} \sum_{t=m}^{T-1} (r_{t+1} - \hat{r}_{t+1})^2$, $MSPE_0 = \frac{1}{T-m} \sum_{t=m}^{T-1} (r_{t+1} - \bar{r}_{t+1})^2$ 分别表示给定模型和基准

模型的 *MSPE*. 本文使用历史平均作为基准预测

模型, 其预测值 $\bar{r}_t = \frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^{t-1} r_i$ 等于历史收益率

序列对截距项回归的参数. 基于 Clark 和 West^[16] (CW) 统计量检验可预测性的显著性. CW 统计量的原假设是 $H_0: MSPE_1 \geq MSPE_0$. 对应备择假设是 $H_1: MSPE_1 < MSPE_0$. 在计算统计量之前, 需要首先生成以下时间序列

$$f_t = (\bar{r}_t - r_t)^2 - (\hat{r}_t - r_t)^2 + (\hat{r}_t - \bar{r}_t)^2 \quad (23)$$

将 f_t 对截距项回归后, 对应的 *t* 值即为 CW 统计量.

本文选取 1947 年 1 月至 2019 年 12 月作为

预测表现评估期.表2给出了基于 R^2_{OoS} 的评估结果.首先,对于单变量模型而言,在全样本评估期间只有2个变量的 R^2_{OoS} 大于0(*TBL*和*SVAR*).虽然CW检验表明*TBL*的预测精度显著高于历史平均的基准模型,但是其 R^2_{OoS} 接近于0,只有0.091%.总之,基于OLS的实证结果表明,很难

找到可以显著预测收益率的单变量模型.这一发现与Goyal和Welch^[1]的结论一致.相比之下,在运用TRWLS估计参数之后,12个变量预测效果都得到显著提升.其中10个单变量模型的 R^2_{OoS} 大于0,并且根据CW检验,4个变量具有显著的预测能力(*DP*、*DY*、*TBL*和*SVAR*).

表2 基于 R^2_{OoS} 的样本外预测评估结果

Table 2 Out-of-sample evaluation results based on R^2_{OoS}

	全样本 (1947年—2019年)		子样本一 (1947年—1983年)		子样本二 (1984年—2019年)	
	OLS	TRWLS	OLS	TRWLS	OLS	TRWLS
单变量模型						
<i>DP</i>	-0.143	0.650**	1.112***	1.428***	-1.252	-0.036
<i>DY</i>	-0.480	0.702**	1.091***	1.640***	-1.867	-0.125
<i>EP</i>	-1.506	-0.271	-1.748	-0.568	-1.291	-0.008
<i>BM</i>	0.137	1.016***	-0.079	0.538**	0.328	1.438**
<i>NTIS</i>	-1.567	0.349*	-0.887	0.875*	-2.167	-0.117
<i>TBL</i>	-0.532	0.005	0.440	0.888**	-1.390	-0.774
<i>LTY</i>	0.091*	0.218**	0.560*	1.245**	-0.324	-0.690
<i>LTR</i>	-0.625	-0.537	-1.065	-0.813	-0.236	-0.294
<i>DFY</i>	-0.647	0.141**	-1.512	-0.013*	0.116	0.276
<i>DFR</i>	-0.170	0.220*	-0.162	0.619**	-0.178	-0.131
<i>INFL</i>	-0.235	0.276*	-0.663	0.191	0.143	0.352
<i>SVAR</i>	-0.044	0.570**	0.234	1.316**	-0.290	-0.090
预测组合						
EWMC	0.511**	1.064***	1.086***	1.760***	0.004	0.448**
DMSPE (0.9)	0.499**	1.055***	1.061***	1.744***	0.002	0.447**
DMSPE (1)	0.534**	1.069***	1.085***	1.769***	0.047	0.451**
TMC	0.516**	1.059***	1.055***	1.745***	0.041	0.455**
Yang (2014)	0.511**	1.063***	1.083***	1.758***	0.005	0.448**

注:表中给出12个单变量模型和5种组合方法的预测结果.OLS和TRWLS分别表示最小二乘和时变稳健加权最小二乘估计.本文用样本外 R^2 (R^2_{OoS}) 评估预测表现. R^2_{OoS} 大于0表示给定模型预测比基准模型更加精确.加粗字体表示相应的TRWLS模型预测表现超过OLS模型.用Clark和West方法检验预测能力的显著性.*、**和***分别表示在10%、5%和1%的显著性水平上拒绝原假设.

组合方法能够产生比基准模型更为精确的收益率预测.基于OLS方法的5种预测组合产生 R^2_{OoS} 的范围为0.499%~0.534%,且均在5%水平显著. TRWLS模型组合的预测效果依然好于OLS,五个组合的 R^2_{OoS} 高达1.055%~1.069%,在1%水平显著超越历史平均模型.这一结果说明采用时变稳健加权最小二乘法后,组合预测表现也得到显著改善.

将评估期等分为两个子样本时期(1947—1983和1984—2019),研究预测表现变化情况.实证结果表明OLS模型组合表现受到时间变化影

响较大,仅在第一个子样本区间能够显著超越历史平均模型,而在第二个子样本区间预测能力不显著.正如Goyal和Welch^[1]指出,许多预测变量在1976年石油危机之后因为结构突变而失去预测能力.相反,对参数施加时变稳健性权重之后,模型预测表现受到时间变化的影响较小. TRWLS在第一个子样本区改进了12个单变量模型的表现,在第二个子样本依旧可以改善10个变量预测表现. TRWLS模型组合在第一个子样本将 R^2_{OoS} 从1.08%提高至1.75%左右,在第二个子样本将 R^2_{OoS} 从接近于0提高至约0.45%,且在两个子样

本都显著优于历史平均。

为了更加直观地说明预测表现的稳定性, 计算累积预测误差

$$CSSED_{model\ t} = \sum_{\tau=1}^t (e_{bench\ \tau+1}^2 - e_{model\ \tau+1}^2),$$

$$t = m, \dots, T - 1 \quad (24)$$

其中 $e_{bench\ \tau}$ 和 $e_{model\ \tau}$ 分别表示基准模型和给定模型预测误差。CSSED 从 $t - 1$ 时刻到 t 时刻增加, 说

明给定模型在 t 时刻产生更为精确的预测。图 1 和图 2 分别表示单变量模型和组合方法的 CSSED。TRWLS 模型的 CSSED 在绝大多数时期都高于对应 OLS 模型。1990 年以后, OLS 模型组合的 CSSED 出现大幅下降, 而 TRWLS 模型组合表现更加稳定, 基本上处于持续上升的态势。因此, TRWLS 可以稳定地产生更加准确的收益率预测。

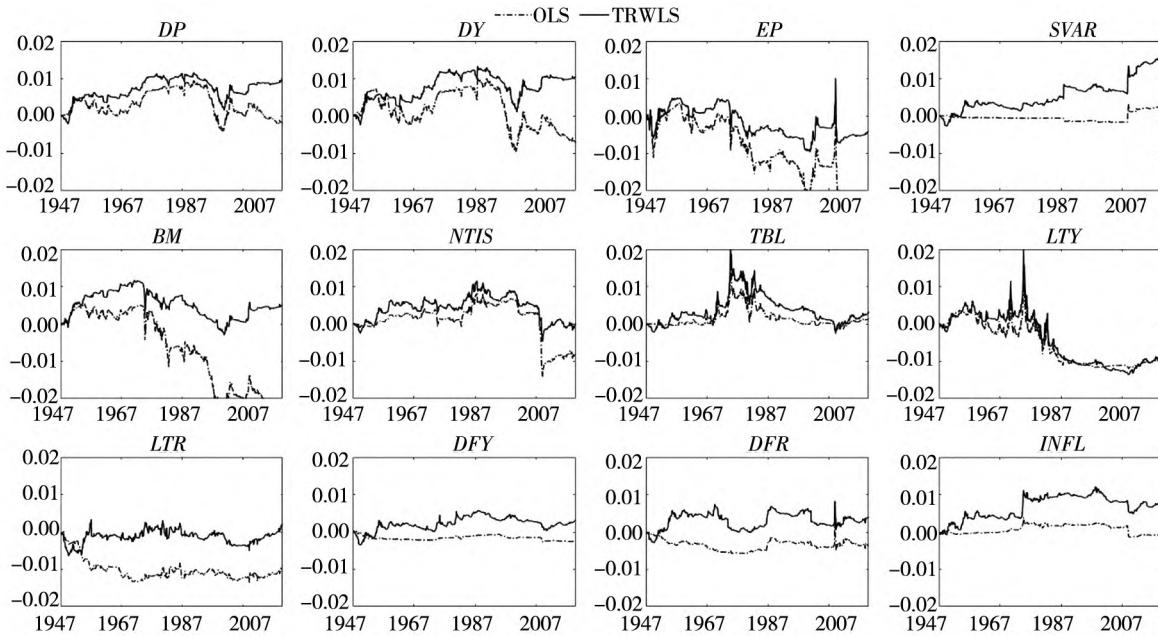


图 1 单变量模型的累积预测误差

Fig. 1 Cumulative sum of squared error differences of univariate models

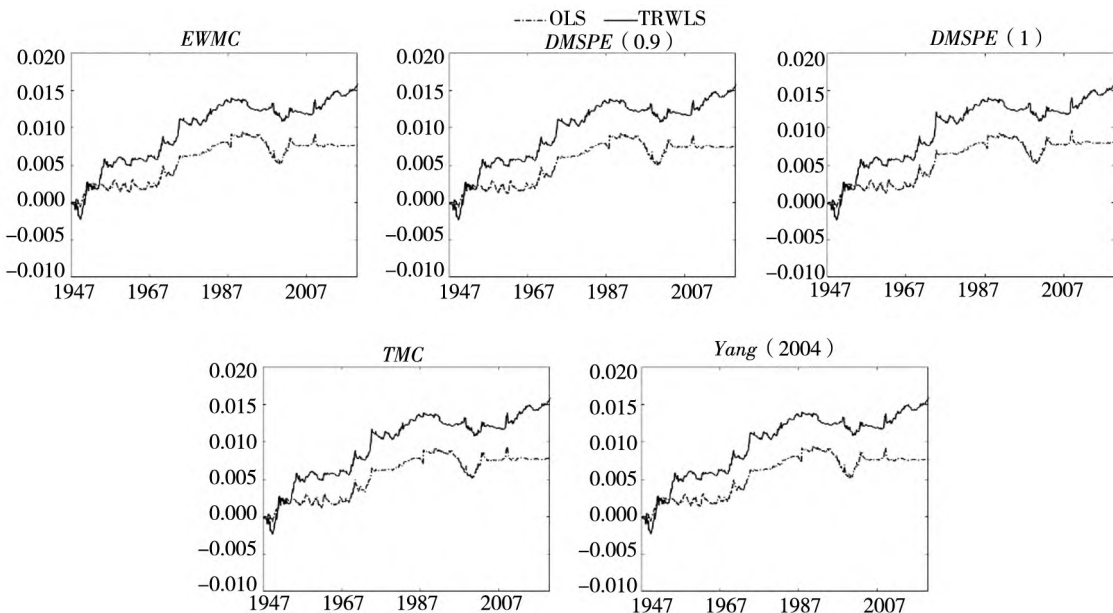


图 2 预测组合的累积预测误差

Fig. 2 Cumulative sum of squared error differences of forecast combinations

4 预测结果的经济价值检验

与统计意义上的预测能力相比,投资者更加关注经济意义上的预测表现.基于这一考虑,本文研究收益率可预测性在投资组合的应用价值.根据 Rapach 等^[10]与 Dangel 和 Halling^[2]的建议,考虑具有均值-方差偏好的投资者在股票指数和无风险债券之间进行资产配置的情形,其效用函数为

$$U_t = E_t(\omega_t r_t + r_f) - \frac{\gamma}{2} \text{var}_t(\omega_t r_t + r_f) \quad (25)$$

其中 ω_t 是股票权重, r_f 是无风险资产收益率, γ 是风险厌恶系数; $E_t(\cdot)$ 和 $\text{var}_t(\cdot)$ 分别表示期望和方差算子.通过令等式(25)对股票权重的一阶导数等于0,可以得到效用最大化条件下最优权重为

$$\hat{\omega}_t^* = \frac{\hat{r}_{t+1|t}}{\gamma \hat{\sigma}_{t+1|t}^2} \quad (26)$$

其中 $\hat{\sigma}_{t+1|t}^2$ 表示在 t 时刻产生的波动率预测值^⑤, $\hat{r}_{t+1|t}$ 是收益率预测值.这样得到资产组合的收益率

$$R_{t+1} = \hat{\omega}_t^* r_{t+1} + r_f \quad (27)$$

参考 Rapach 等^[10]的做法,将风险厌恶系数设定为3.令股票最优权重 $\hat{\omega}_t^*$ 处于0到1.5之间以限

制卖空和高于50%的财务杠杆.用基于确定性等值收益(CER)盈余评估资产配置的表现

$$CG = 1\,200 \times (CER_{model} - CER_{bench}) \quad (28)$$

其中 CER_{model} 和 CER_{bench} 分别表示给定模型和基准模型的 CER 值,即

$$CER = \text{mean}(R_t) - \frac{\gamma}{2} \text{var}(R_t) \quad (29)$$

将两个模型 CER 值的差乘以1200表示年化效用盈余的百分数.

表3给出了模型的资产组合表现评估结果.在全样本期间,与基准模型相比,7个OLS单变量模型取得了更高的CER,而12个单变量TRWLS模型都取得正CER盈余.用TRWLS替代OLS进行参数估计后,11个变量的资产组合表现都得到改进,而预测组合的CER盈余也从100个基点左右提高到210个基点以上.观察子样本期间的评估结果,可以发现TRWLS方法可以在第一个子样本期间提高所有12个单变量模型的资产配置表现,在第二个子样本期间也依旧可以提高11个变量的表现.基于TRWLS组合预测方法的资产组合表现在两个子样本区间也都得到增加.其CER盈余在第一个样本区间从160提高至230个基点,在第二个样本区间从35大幅增加至180个基点以上.综上所述,TRWLS方法可以从经济意义上显著提升预测效果.

表3 基于确定性等值收益(CER)的预测表现

Table 3 Forecasting performance evaluated by certainty equivalent return (CER)

	全样本 (1947年—2019年)		子样本一 (1947年—1983年)		子样本二 (1984年—2019年)	
	OLS	TRWLS	OLS	TRWLS	OLS	TRWLS
单变量模型						
DP	-0.750	1.488	0.516	1.680	-2.034	1.297
DY	-1.191	1.709	0.033	2.527	-2.431	0.880
EP	0.047	1.497	-0.615	0.239	0.734	2.790
BM	0.448	1.519	-0.148	0.853	1.060	2.204
NTIS	-1.425	1.280	-0.201	1.213	-2.660	1.353
TBL	0.759	1.488	0.598	1.821	0.922	1.145
LTY	0.901	0.678	2.153	2.290	-0.382	-0.977
LTR	0.575	1.155	1.521	2.496	-0.394	-0.222
DFY	-0.091	1.786	-0.862	1.752	0.702	1.821
DFR	-0.557	0.413	-0.340	0.852	-0.779	-0.039
INFL	0.374	1.387	-0.609	0.789	1.386	2.002
SVAR	0.149	1.270	0.451	1.938	-0.160	0.583

⑤ 简便起见,使用5年滚动窗口预测波动率.其它预测波动率的方法可以参见陈王等^[29]、李木易和方颖^[30]和吴鑫育等^[31].

续表 3
Table 3 Continues

	全样本 (1947 年—2019 年)		子样本一 (1947 年—1983 年)		子样本二 (1984 年—2019 年)	
	OLS	TRWLS	OLS	TRWLS	OLS	TRWLS
预测组合						
<i>EWMC</i>	0.999	2.111	1.637	2.363	0.351	1.853
<i>DMSPE</i> (0.9)	0.979	2.108	1.605	2.359	0.342	1.851
<i>DMSPE</i> (1)	1.197	2.222	1.854	2.556	0.528	1.881
<i>TMC</i>	1.107	2.186	1.726	2.486	0.479	1.879
<i>Yang</i> (2014)	1.002	2.112	1.639	2.366	0.354	1.853

注: 表中给出了 12 个单变量模型和 5 种预测组合的资产配置表现. OLS 和 TRWLS 分别表示最小二乘和时变稳健加权最小二乘估计. 在每一期末, 均值方差偏好的投资者对风险资产分配权重 $\hat{\omega}_t = \hat{r}_{t+1}^{model} / \hat{\sigma}_{t+1}^2$, $t = M, \dots, T-1$, 其中 γ 表示风险厌恶系数, $\hat{\sigma}_{t+1}^2$ 表示在 t 时刻产生的波动率预测值, \hat{r}_{t+1}^{model} 是模型的收益率预测值. 股票指数的最优权重被限制在 0 到 1.5 的范围内, 风险厌恶系数 γ 被设定为 3. 表中数字是对应模型产生的确定性等值收益 (CER) 与基准模型 CER 之间的差值乘以 1 200 之后的数值. 加粗字体表示 TRWLS 模型资产组合表现超过 OLS 模型.

5 进一步研究

主要从两方面开展进一步研究, 一是比较 TRWLS 与其它相近方法的预测表现; 二是评估 TRWLS 方法在不同经济状态下的预测能力.

5.1 与其它方法的比较

TRWLS 综合考虑参数时变性和稳健性, 从时间和误差项两个维度对观测值加权, 并用加权最小二乘法估计参数, 其间所用到的超参数由机器学习方法动态确定. 与之相近的方法主要包括两类, 第一类为时变参数 (TVP) 模型. 本文选择 Robinson^[18] 非参数估计方法进行比较, 该方法可以看作 TRWLS 去除稳健性权重的简化版. 另一类为稳健性回归方法, 包括 Johnson^[8] 波动率加权最小二乘 (VWLS), 该方法可以通过降低观测值噪声提高预测效果. 与之类似, Huber^[19] 函数是另一种常见的降低噪声方法, 它在误差项绝对值小于某一个临界值时使用误差平方和作为损失函数, 在超过临界值时使用误差绝对值和作为损失函数. 最后将 TRWLS 去除时变因素, 使其退化为 RWLS 模型.

表 4 给出 TRWLS 与现有方法的比较结果, 本文发现无论从统计意义还是经济意义上 TRWLS 方法均表现最佳. 首先, R_{OoS}^2 结果表明, TRWLS 方法在单变量模型和预测组合模型中均产

生了最准确的预测. TRWLS 方法提高所有 12 个变量的 R_{OoS}^2 , 而其他四个竞争模型仅仅改进了部分单变量模型. 对于预测组合方法而言, RWLS 是四个竞争模型中表现最好的, 其 R_{OoS}^2 约为 0.88%, 但是依旧低于 TRWLS 模型组合. 投资组合表现与统计检验结果一致, TRWLS 在单变量和预测组合中表现均优于竞争对手. TRWLS 模型组合均可以产生 210 基点以上的 CER 盈余. 相比较而言, 现有方法的 CER 盈余最高也只有 187.3 基点.

此外表 4 的结果也可以为本文动机提供支持. 将 TVP 方法与 RWLS 方法进行结合, 其动机之一是 TVP 模型引入了参数时变性之后, 其预测结果更有可能受到异常值影响, 从而产生不稳定的收益预测. 通过对比 TVP 模型预测结果, 发现其产生的 R_{OoS}^2 是所有模型中最低的, 但是 CER 盈余却是除了 TRWLS 模型以外最高的. TVP 模型在两种评估框架下产生了不一致的样本外表现. 这种差异产生的原因是本文人为将式 (25) 中最优资产配置权重 w_t 约束在 0 ~ 1.5 范围内, 该约束在一定程度上消除了极端预测值的不良影响, 从而使 TVP 模型资产组合表现相对较好. 进一步发现考虑双重权重的 TRWLS 模型表现比仅考虑时间维度的 TVP 模型和仅考虑稳定性维度的 RWLS 模型表现都要好, 说明将两种权重结合产生了互补性的影响.

表4 与其它方法的比较结果

Table 4 Results for comparison with alternative approaches

	R^2_{OoS}					CER 盈余				
	VWLS	Huber	TVP	RWLS	TRWLS	VWLS	Huber	TVP	RWLS	TRWLS
单变量模型										
<i>DP</i>	0.432**	0.325*	0.240**	0.626**	0.650**	0.997	0.333	0.429	1.007	1.488
<i>DY</i>	0.501**	0.466**	0.286**	0.798***	0.702**	1.059	0.465	0.430	0.998	1.709
<i>EP</i>	0.295**	0.008	-1.485	-0.562*	-0.271	1.552	1.618	-0.076	1.314	1.497
<i>BM</i>	0.381**	0.695**	-0.108	0.656**	1.016***	2.103	1.120	0.218	0.947	1.519
<i>NTIS</i>	-0.288	-0.025	-0.928	-0.138	0.349*	0.976	0.398	-0.489	1.097	1.280
<i>TBL</i>	-0.545	0.001	0.546**	-0.285	0.005	0.946	0.996	2.102	0.923	1.488
<i>LTY</i>	0.981***	-0.043**	0.057**	0.301**	0.218**	1.631	1.519	0.894	1.043	0.678
<i>LTR</i>	0.632***	-0.954*	-0.793	-0.191**	-0.537	0.881	0.772	0.532	1.180	1.155
<i>DFY</i>	1.051***	0.427***	0.175**	-0.370	0.141**	1.988	2.103	1.484	0.830	1.786
<i>DFR</i>	0.216**	-0.113	-0.369	0.058	0.220*	0.157	0.504	-0.075	-0.028	0.413
<i>INFL</i>	0.271*	-0.602	-0.422	-0.171	0.276*	1.664	0.212	0.458	0.628	1.387
<i>SVAR</i>	0.128	0.195	0.129	0.215*	0.570**	0.914	1.094	0.745	0.698	1.270
预测组合										
<i>EVMC</i>	0.724***	0.762***	0.692**	0.882***	1.064***	1.417	1.312	1.869	1.709	2.111
<i>DMSPE(0.9)</i>	0.724***	0.736***	0.685**	0.874***	1.055***	1.416	1.305	1.862	1.707	2.108
<i>DMSPE(1)</i>	0.738***	0.740***	0.700**	0.885***	1.069***	1.423	1.460	1.873	1.868	2.222
<i>TMC</i>	0.734***	0.735***	0.687**	0.877***	1.059***	1.422	1.401	1.869	1.807	2.186
<i>Yang(2014)</i>	0.725***	0.761***	0.692**	0.881***	1.063***	1.417	1.315	1.869	1.711	2.112

注：表中给出了 TRWLS 与现有方法的比较结果。VWLS 和 Huber 分别表示波动率加权最小二乘法法和 Huber(1964) 损失函数方法。

TVP 和 RWLS 分别表示时变参数模型和稳健加权最小二乘法。加粗字体表示相应的 RWLS 模型预测能力超过 OLS 模型。

5.2 不同经济状态下的预测表现

大量文献表明经济周期是股市收益率变化的主要原因^[32-34]。Campbell 和 Cochrane^[32]认为在经济衰退期投资者风险厌恶程度增加，只有更高风险溢价才能满足其需求，因而收益率可预测性增加。现有文献实证研究也表明，收益率在经济衰退时期更容易预测^[10]。

表5和表6给出了不同经济状态下 TRWLS 模型预测结果。为了说明其作用机理，本文报告了两个分解模型 TVP 和 RWLS 的预测结果。经济状态由 NBER 经济周期指标决定。关注组合预测方法的结果，发现 TRWLS 模型的预测能力来自于两个维度权重的共同作用。主要表现有以下两个方面：

首先，这两种维度的权重在不同经济周期呈现出互补性。TVP 模型预测组合在经济衰退期将 R^2_{OoS} 从 1.3% 大幅提高至 2%，而 CER 盈余从 670 个基点显著增加至 1 000 个基点以上。与之相比，经

济扩张时期的 R^2_{OoS} 仅仅出现了小幅增加，CER 盈余相对较小。而 RWLS 模型恰好与 TVP 模型呈现出相反的趋势，在经济衰退期 R^2_{OoS} 从 1.3% 小幅增加至 1.4% 左右，且 CER 盈余表现劣于 OLS 模型。但是其在经济扩张时期却表现优异， R^2_{OoS} 增加 2 倍以上，CER 盈余增加 3 倍以上。通过比较发现，时间维度的权重在经济衰退期发挥作用，而稳健性权重在经济扩张期产生效益。TVP 对临近信息施加更高权重，因此参数对信息反应快于 OLS；相反 RWLS 模型因为对极端数据降低权重，所以比 OLS 模型更加稳健，参数更新变化幅度小。这种参数对于信息的适应速度可以很好地解释两种模型在不同经济周期的差异：在经济衰退期预测变量包含可预测信息较多，此时参数适应速度较快的模型具有更好预测能力；而在经济扩张期预测变量信息量较低，参数适应速度较慢的模型因为其稳健性而占据优势。TRWLS 将两种权重的优势进行组合，在不同经济周期产生互补性，使得在

经济衰退期与扩张期均可以显著超越 OLS 以及历史平均基准。

其次,这两种维度的权重在经济衰退期发挥出协同作用。在衰退期 TRWLS 模型可以超越任意单一权重的模型,然而在扩张期则不一定成立。对于组合预测方法而言, TVP 和 RWLS 在经济衰退期产生的 R_{OoS}^2 分别为 1.969% 和 1.418%, 而 TRWLS 的 R_{OoS}^2 则高达 2.296%; 相反在经济增长长期,单一权重模型的 R_{OoS}^2 为 0.474% 和 0.805%,

而 TRWLS 的 R_{OoS}^2 只有 0.757%, 并未超过表现最好的单一权重模型。为了解释其原因, 本文计算了全样本和不同经济周期下的两种权重超参数的相关系数, 并在表 7 报告了相关结果。发现无论是全样本还是子样本, 两种权重的相关系数均显著为正, 证实了两种维度的权重具有互补性。经济衰退期两种权重的相关系数显著高于经济增长长期相关系数, 表明具有更好的协同性, 解释了为什么 TRWLS 在经济衰退期表现更佳。

表 5 基于 R_{OoS}^2 的不同经济状态下预测结果

Table 5 Forecasting evaluation results under different economic states based on R_{OoS}^2

	经济衰退期				经济扩张期			
	OLS	TVP	RWLS	TRWLS	OLS	TVP	RWLS	TRWLS
单变量模型								
<i>DP</i>	2.182***	1.848**	2.031***	2.095***	-0.728	-0.144	0.243*	0.190*
<i>DY</i>	3.322***	3.093***	3.107***	2.949***	-1.487	-0.453	0.148*	-0.047
<i>EP</i>	-1.686	-3.454	-1.525	-0.060	-1.095	-0.416	0.077**	-0.087
<i>BM</i>	0.685	0.395	1.106	1.793*	-0.049	-0.218	0.464*	0.689**
<i>NTIS</i>	-0.048	-1.671	-0.066	1.204	-2.014	-0.565	-0.270	0.003
<i>TBL</i>	-3.893	1.717	-3.057	-0.983	0.385**	0.404**	0.454**	0.318**
<i>LTY</i>	1.457	1.917	1.470	2.734*	0.124*	0.031**	0.381**	-0.09*
<i>LTR</i>	1.299	0.008	1.118	1.182	-0.434	-0.278*	0.171**	-0.273
<i>DFY</i>	1.087	4.936***	1.574*	2.652**	-1.131	-1.305	-0.990	-0.760
<i>DFR</i>	-0.188	-0.451	-0.342	0.673*	-0.192	-0.440	0.125	-0.018
<i>INFL</i>	-0.428	-1.326	-0.502	-0.257	-0.230	-0.137	-0.148	0.412**
<i>SVAR</i>	-0.399	1.126	-0.441	1.571*	0.204*	0.089	0.556**	0.457**
预测组合								
<i>EWMC</i>	1.321***	1.969*	1.418***	2.296***	0.390**	0.474**	0.805***	0.757***
<i>DMSPE(0.9)</i>	1.312***	1.967*	1.415***	2.290***	0.377**	0.465**	0.797***	0.749***
<i>DMSPE(1)</i>	1.456***	2.079*	1.532***	2.401***	0.378**	0.449**	0.775***	0.731***
<i>TMC</i>	1.386***	2.008*	1.473***	2.336***	0.377**	0.455**	0.783***	0.740***
<i>Yang(2014)</i>	1.320***	1.968*	1.416***	2.294***	0.390**	0.473**	0.804***	0.756***

注: 表中给出了 12 个单变量模型和 5 种预测组合模型在不同经济状态下的统计意义表现。经济状态由国民经济研究局(NBER)经济周期指数确定。加粗字体表示相应的模型预测能力超过 OLS 模型。关于 R_{OoS}^2 评估指标的细节请参见表 2。

表 6 基于 CER 盈余的不同经济状态下预测结果

Table 6 Forecasting evaluation results under different economic states based on CER gains

	面板 A: 经济衰退期				面板 B: 经济扩张期			
	OLS	TVP	RWLS	TRWLS	OLS	TVP	RWLS	TRWLS
单变量模型								
<i>DP</i>	9.521	6.256	6.518	8.061	-1.930	0.216	0.914	0.580
<i>DY</i>	14.698	10.235	10.160	12.418	-3.008	-0.143	0.630	0.224
<i>EP</i>	10.521	2.643	2.364	11.001	-1.142	-0.150	0.877	0.298
<i>BM</i>	3.026	4.336	1.562	6.169	0.044	0.240	0.892	0.804
<i>NTIS</i>	10.244	0.015	0.056	10.079	-2.856	-0.414	0.305	0.141

续表 6

Table 6 Continues

	面板 A: 经济衰退期				面板 B: 经济扩张期			
	OLS	TVP	RWLS	TRWLS	OLS	TVP	RWLS	TRWLS
单变量模型								
<i>TBL</i>	-1.937	6.801	-10.125	2.477	0.945	1.433	1.439	1.482
<i>LTY</i>	6.475	7.411	4.516	6.848	0.691	1.107	1.849	0.300
<i>LTR</i>	9.498	6.985	6.835	9.858	0.133	0.867	1.834	0.659
<i>DFY</i>	5.737	9.056	2.281	7.763	-0.815	-0.269	-0.072	0.977
<i>DFR</i>	-1.360	2.856	-0.990	1.480	-0.496	0.036	0.660	0.234
<i>INFL</i>	1.409	-0.791	-0.594	0.972	0.144	0.838	0.763	1.500
<i>SVAR</i>	1.465	4.756	0.198	5.812	0.141	0.579	1.214	1.026
预测组合								
<i>EWMC</i>	6.739	10.029	5.772	10.568	0.411	1.113	1.704	1.095
<i>DMSPE(0.9)</i>	6.730	10.029	5.810	10.594	0.391	1.106	1.699	1.088
<i>DMSPE(1)</i>	8.316	10.216	6.600	11.756	0.414	1.101	1.694	1.055
<i>TMC</i>	7.719	10.154	6.307	11.333	0.398	1.095	1.688	1.072
<i>Yang(2014)</i>	6.765	10.033	5.786	10.589	0.410	1.112	1.703	1.094

注: 表中给出了 12 个单变量模型和 5 种预测组合模型在不同经济状态下的投资组合的表现. 经济状态由国民经济研究局(NBER)经济周期指数确定. 加粗字体表示相应的模型预测能力超过 OLS 模型. 关于 CER 盈余评估指标的细节请参见表 3.

表 7 超参数相关系数

Table 7 Correlations of hyperparameters under different economic states

	全样本	衰退期	扩张期
<i>DP</i>	0.259***	0.635***	0.193***
<i>DY</i>	0.230***	0.684***	0.154***
<i>EP</i>	0.265***	0.407***	0.224***
<i>BM</i>	0.385***	0.465***	0.368***
<i>NTIS</i>	0.247***	0.592***	0.186***
<i>TBL</i>	0.369***	0.517***	0.335***
<i>LTY</i>	0.287***	0.349***	0.286***
<i>LTR</i>	0.263***	0.493***	0.230***
<i>DFY</i>	0.198***	0.277***	0.186***
<i>DFR</i>	0.346***	0.625***	0.310***
<i>INFL</i>	0.201***	0.402***	0.158***
<i>SVAR</i>	0.306***	0.443***	0.275***
<i>Average</i>	0.487***	0.734***	0.440***

注: 表中给出了全样本和不同经济状态下两个超参数的相关系数. 经济状态由国民经济研究局(NBER)经济周期指数确定. 最后一列表示两个权重单变量模型超参数平均值的相关系数. *、**和***分别表示在 10%、5%和 1%的显著性水平上拒绝原假设.

5.3 超参数选择策略对预测表现的影响

机器学习方法在每个预测期仅依赖一组超参数集合, 本部分考虑一种替代的超参数选择策略. 用基于不同超参数的 TRWLS 方法预测收益率, 然后将预测值进行组合. 这种方法可以对冲超参数选择风险, 提高预测值稳健性.

表 8 报告了基于不同超参数组合预测法的 TRWLS 模型样本外表现. 首先, TRWLS 模型在全样本和两个子样本均揭示出显著的收益可预

测性, 且可预测性在统计意义和经济意义框架均成立. 这说明 TRWLS 模型对于超参数的选择策略具有稳健性. 通过比较两种超参数选择策略, 发现基于机器学习方法超参数选择更具有优势, 其 TRWLS 在全样本产生的 R^2_{OLS} 在 1% 以上, 而基于超参数平均策略的 R^2_{OLS} 仅有 0.75% 左右. 进一步评估超参数平均策略在不同经济周期的预测表现, 可以发现其虽然在经济增长期与机器学习策略表现一致, 但是在经济衰退

期却劣于 OLS 模型. 虽然超参数平均策略考虑多组超参数信息, 其依旧是假设超参数对于时间是保持不变, 而机器学习策略则是允许超参数具有时变性. 经济衰退期收益率可预测性较强, 此时数据包含有效信息较多, 允许参数时变

性使得模型可以对于信息具有更快的响应速度, 因此机器学习方法表现更佳, 这与前述的结果相呼应. 同时, 机器学习策略能够产生更加准确的收益预测也说明超参数学习也是预测能力的一个重要来源.

表 8 基于不同超参数组合预测法的 TRWLS 模型的预测表现

Table 8 Forecasting results of the combinations for TRWLS with different hyperparameters

	R^2_{OoS}					CER 盈余				
	全样本	子样本 1	子样本 2	衰退期	增长期	全样本	子样本 1	子样本 2	衰退期	增长期
DP	0.594**	1.284***	-0.016	0.997*	0.431**	1.015	1.212	0.821	5.600	0.341
DY	0.65***	1.511***	-0.110	1.946**	0.228*	1.013	1.699	0.319	9.381	-0.130
EP	-0.447*	-0.939*	-0.013	-1.824	0.141**	1.374	-0.161	2.953	9.109	0.320
BM	-0.219	-0.118	-0.309	-0.086	-0.385	1.181	0.520	1.859	3.368	0.792
NTIS	-0.322	-0.336	-0.310	-1.040	-0.239	0.846	1.029	0.665	6.965	0.016
TBL	-0.381	0.289	-0.973	-3.178	0.328**	1.170	1.303	1.032	-0.623	1.363
LTY	0.339**	1.255**	-0.469	1.354	0.446**	1.166	2.604	-0.310	6.970	0.842
LTR	-0.405*	-0.57*	-0.260	0.540	0.04**	1.210	2.524	-0.139	8.814	0.879
DFY	-0.033*	-0.187	0.103	1.857**	-0.719	1.702	1.772	1.630	7.487	0.924
DFR	-0.018	-0.026	-0.011	-0.617	-0.009	0.358	0.577	0.133	-1.206	0.507
INFL	-0.146	-0.615	0.269	-0.939	-0.067	1.360	0.640	2.099	-0.401	1.550
SVAR	-0.038	0.391	-0.418	-1.061	0.374**	1.182	1.587	0.765	4.503	0.953
EWMC	0.758***	1.331***	0.252*	0.778**	0.770***	1.568	1.711	1.525	6.297	0.992
DMSPE(0.9)	0.752***	1.319***	0.250*	0.778**	0.763***	1.568	1.713	1.522	6.350	0.985
DMSPE(1)	0.767***	1.336***	0.264*	0.903**	0.744***	1.728	1.865	1.587	7.813	0.961
TMC	0.755***	1.312***	0.264*	0.834**	0.750***	1.668	1.758	1.576	7.227	0.974
Yang(2014)	0.757***	1.329***	0.252*	0.777**	0.769***	1.571	1.715	1.526	6.321	0.991

注: 表中给出了全样本, 子样本 1(1947—1983), 子样本 2(1984—2019) 以及不同经济状态下基于不同超参数组合预测法的预测表现. 经济状态由国民经济研究局(NBER)经济周期指数确定.

6 稳健性检验

6.1 子集回归

前文一直使用单变量预测回归方法并通过预测组合整合多元信息. 近年来多元预测回归方法在处理参数估计误差方面有长足的进步. Elliott 等^[35]提出了子集回归的概念与方法, 并指出采用子集回归方法能够得到更加准确的股指收益预测结果. 因此, 本文基于子集回归方法检验 TRWLS 模型的预测表现.

理论上, 对于包含 K 个潜在预测变量的集合, k 变量子集回归预测模型的总数为 2^{K-1} ($1 \leq k \leq K$). 具体地, 给定一个 k 值, 就意味着从 12 个

单变量中任意取 k 个变量进行子集回归, 并对所有包含 k 个变量子集情况做等权重组合处理. 其中对应的 k 变量子集回归的个数为 $N(k) = C_{12}^k = \frac{12!}{k!(12-k)!}$. 参照 Elliott 等^[35], 本文考虑了两种类型的子集回归组合方案: 第一种将包含 k 个预测变量的子集回归预测值进行等权重组合, 记作 $k = i$; 第二种则是将包含小于等于 k 个预测变量的子集预测值进行等权重组合, 记作 $k \leq i$.

表 9 报告了相应的预测表现^⑥, 主要实证结果与 Elliott 等^[35]一致, 即子集回归方法可以提高预测能力. 对于子集回归模型, 本文发现 OLS 在统计意义上只对于前五个子集回归模型($i \in [1, 5]$)有显著改进, R^2_{OoS} 最大值仅为 0.545%.

⑥ 考虑到如果回归中包含变量过多则会使得估计误差较大, 此时模型参考价值较小, 为节省空间, 表 9 中报告了 $i \in [1, 7]$ 的结果.

与之形成鲜明对比的是,TRWLS模型对于七个子集回归模型($i \in [1, 7]$)都在1%水平上显著改进预测性能, R^2_{OoS} 变动范围为1.025%至1.438%,相比OLS模型提高一倍以上.在经济意义上,TRWLS也可以将子集回归的CER盈余

从100基点左右提升至200甚至400基点以上.同样地,对于第二种量子集回归组合模型本文也可以观察到类似的结果.综上所述,TRWLS模型的优越能力在子集回归应用中也是成立的.

表9 基于不同子集回归的预测结果
Table 9 Forecasting results of subset regressions

	R^2_{OoS}		CER	
	OLS	TRWLS	OLS	TRWLS
$k = 1$	0.511 **	1.064 ***	0.999	2.111
$k = 2$	0.545 **	1.270 ***	1.177	2.870
$k = 3$	0.402 **	1.407 ***	0.950	3.315
$k = 4$	0.158 **	1.438 ***	0.790	3.504
$k = 5$	-0.221 *	1.405 ***	0.839	3.732
$k = 6$	-0.793	1.267 ***	0.853	3.963
$k = 7$	-1.634	1.025 ***	1.049	4.014
$k \leq 2$	0.553 **	1.238 ***	1.177	2.750
$k \leq 3$	0.459 **	1.376 ***	1.044	3.236
$k \leq 4$	0.297 **	1.433 ***	0.892	3.425
$k \leq 5$	0.082 *	1.448 ***	0.888	3.605
$k \leq 6$	-0.172 *	1.422 ***	0.949	3.792
$k \leq 7$	-0.433 *	1.378 ***	0.978	3.955

注:表中给出了不同子集回归预测结果的统计意义表现和投资组合表现.本文考虑了两种类型的子集回归组合方案:第一种将包含 k 个预测变量的子集回归的预测值进行等权重组合,记作 $k = i$;第二种则是将包含小于等于 k 个预测变量的子集预测值进行等权重组合,记作 $k \leq i$.

6.2 核函数对预测结果的影响

前文主要运用拉普拉斯核函数对观测值加权,并进一步运用加权最小二乘法估计参数.本部分用另外5种核函数(参见2.2节)检验其稳健性.表10中给出了预测评估结果.可以看出,使用

这5种核函数进行加权回归可以改进大部分单变量模型的预测表现,而且这5种加权的预测结果都比较接近.基于预测组合方法产生的 R^2_{OoS} 均超过1%,CER盈余均达到200基点.总之,TRWLS模型的表现对于不同核函数是稳健的.

表10 基于不同核函数的TRWLS模型预测结果

Table 10 Forecasting results of TRWLS based on alternative kernel functions

	R^2_{OoS}					CER 盈余				
	Gaussian	Epanechnikov	Quartic	Linear	Cosine	Gaussian	Epanechnikov	Quartic	Linear	Cosine
单变量模型										
DP	0.638 **	0.692 ***	0.422 **	0.635 **	0.572 **	1.424	1.546	0.513	1.381	0.874
DY	0.545 **	0.862 ***	0.416 **	0.956 ***	0.728 **	1.522	1.896	0.682	1.880	1.213
EP	-0.342 *	0.151 **	0.119 *	0.064 *	0.231 **	1.505	2.279	2.067	1.665	1.792
BM	0.71 ***	0.658 ***	0.354 *	0.903 **	0.911 **	1.461	1.419	0.416	0.808	0.704
NTIS	0.244 *	0.547 **	-0.214	0.243 *	0.134 *	1.194	1.491	1.279	1.849	1.939
TBL	-0.02 **	-0.295 *	-0.301 *	-0.275	-0.252	1.538	1.449	1.161	0.956	1.099
LTY	0.263 **	0.269 **	0.176 **	0.409 **	0.4 **	0.681	0.922	1.349	1.258	1.232
LTR	-0.554 *	-0.414 *	-0.131 **	-0.22 *	-0.092 **	1.078	1.229	1.484	1.353	1.399
DFY	0.12 **	0.216 **	0.307 **	-0.228 *	-0.358	1.663	1.968	1.941	1.460	1.410
DFR	0.211 *	0.029	-0.180	0.085	0.042	0.434	-0.095	-0.271	0.091	-0.007
INFL	0.234 *	0.089	-0.457	0.375 *	0.255 *	1.316	1.511	0.460	1.434	1.086
SVAR	0.53 **	0.572 **	-0.567	0.174 *	0.222 *	1.213	1.057	0.860	0.987	0.945

续表 10
Table 10 Continues

	R^2_{OoS}					CER 盈余				
	Gaussian	Epanechnikov	Quartic	Linear	Cosine	Gaussian	Epanechnikov	Quartic	Linear	Cosine
预测组合										
<i>EWMC</i>	1.004 ***	1.129 ***	1.05 ***	1.073 ***	1.049 ***	1.964	2.119	1.720	2.088	1.954
<i>DMSPE</i> (0.9)	0.995 ***	1.121 ***	1.045 ***	1.067 ***	1.043 ***	1.961	2.116	1.722	2.087	1.954
<i>DMSPE</i> (1)	1.013 ***	1.141 ***	1.042 ***	1.074 ***	1.051 ***	2.087	2.247	1.879	2.222	2.106
<i>TMC</i>	1.002 ***	1.13 ***	1.039 ***	1.066 ***	1.044 ***	2.046	2.206	1.821	2.171	2.051
<i>Yang</i> (2014)	1.003 ***	1.128 ***	1.049 ***	1.072 ***	1.063 ***	1.966	2.121	1.721	2.090	1.956

注: 表中给出了 12 个单变量模型及 5 个预测组合的预测结果. 本文用不同核函数的加权最小二乘回归, 用样本外 R^2 (R^2_{OoS}) 和 CER 盈余评估预测表现.

6.3 不同验证集的预测结果

验证集长度可能决定最优超参数的选择以及预测表现. 前文中采用 12 个月的窗口选择超参数, 在此进一步选择 6 个月、9 个月、15 个月和 18 个月的验证集窗口进行稳健性检验. 表 11

给出单变量模型预测以及组合预测的评估结果. 实证结果表明, 随着验证集长度的增加, R^2_{OoS} 和 CER 盈余总体上数值比较接近. 因此, 本文主要实证结果受到验证集长度的干扰较小, 具有稳健性.

表 11 考虑不同验证集的 TRWLS 模型预测结果

Table 11 Forecasting results of TRWLS based on different validation sample lengths

	R^2_{OoS}				CER 盈余			
	6 个月	9 个月	15 个月	18 个月	6 个月	9 个月	15 个月	18 个月
单变量模型								
<i>DP</i>	0.719 ***	0.834 ***	0.638 **	0.466 **	1.468	1.654	1.424	0.970
<i>DY</i>	0.78 ***	0.802 ***	0.545 **	0.696 **	1.670	1.961	1.522	1.300
<i>EP</i>	-0.338 *	-0.107 *	-0.342 *	-0.301 *	1.763	2.086	1.505	1.380
<i>BM</i>	0.413 *	0.581 **	0.71 ***	0.59 **	1.210	1.275	1.461	1.186
<i>NTIS</i>	0.183 *	0.185 *	0.244 *	0.085	1.630	1.404	1.194	1.361
<i>TBL</i>	-0.029 *	-0.347	-0.02 **	-0.09 *	1.509	1.306	1.538	1.515
<i>LTY</i>	0.342 **	0.529 **	0.263 **	0.424 **	0.461	0.799	0.681	0.949
<i>LTR</i>	-0.422 *	-0.293 **	-0.554 *	-0.369 *	1.118	1.232	1.078	1.099
<i>DFY</i>	0.143 **	0.128 **	0.12 **	0.035 **	1.444	1.515	1.663	1.786
<i>DFR</i>	0.323 **	0.018	0.211 *	0.112 *	0.548	0.017	0.434	0.396
<i>INFL</i>	0.214 *	0.142	0.234 *	0.117	1.119	0.964	1.316	1.406
<i>SVAR</i>	0.505 **	0.595 **	0.53 **	0.545 **	1.488	1.693	1.213	1.153
预测组合								
<i>EWMC</i>	1.012 ***	1.031 ***	1.004 ***	0.978 ***	2.039	1.942	1.964	1.929
<i>DMSPE</i> (0.9)	1.005 ***	1.025 ***	0.995 ***	0.970 ***	2.040	1.943	1.961	1.925
<i>DMSPE</i> (1)	1.017 ***	1.046 ***	1.013 ***	0.983 ***	2.142	2.078	2.087	2.040
<i>TMC</i>	1.01 ***	1.034 ***	1.002 ***	0.976 ***	2.111	2.037	2.046	2.003
<i>Yang</i> (2014)	1.011 ***	1.031 ***	1.003 ***	0.978 ***	2.040	1.944	1.966	1.931

注: 表中给出了 12 个单变量模型及 5 个预测组合的预测结果. 本文采用基于不同验证集的核函数进行加权最小二乘回归, 用样本外 R^2 (R^2_{OoS}) 和 CER 盈余评估预测表现.

7 结束语

收益率预测是学术界和实务界都长期关注的议题. 现有大量研究结果表明, 受到参数不稳定和模型不确定性等因素的影响, 经济模型的预测能力往往较差, 反而不如历史平均基准模型. 本文提出一种新的时变稳健加权最小二乘法, 通过核函数权重给更早期的观测值以及

波动较大的观测值赋予较低的权重, 以提高参数估计有效性和稳定性. 相对于 OLS 方法, TRWLS 可以改进所有单变量模型及其组合模型的预测表现. 均值方差偏好的投资者运用 TRWLS 模型预测值代替 OLS 模型预测值将产生更高的效用. 基于 TRWLS 的模型预测能力来源于两个维度权重互补性以及超参数学习能力. 进一步实证研究也表明 TRWLS 的预测能力超过现有相近的预测方法.

参考文献:

- [1] Goyal A, Welch I. A comprehensive look at the empirical performance of equity premium prediction [J]. *The Review of Financial Studies*, 2008, 21(4): 1455–1508.
- [2] Dangl T, Halling M. Predictive regressions with time-varying coefficients [J]. *Journal of Financial Economics*, 2012, 106(1): 157–181.
- [3] Zhu X, Zhu J. Predicting stock returns: A regime-switching combination approach and economic links [J]. *Journal of Banking & Finance*, 2013, 37(11): 4120–4133.
- [4] Liu L, Pan Z, Wang Y. What can we learn from the return predictability over the business cycle? [J]. *Journal of Forecasting*, 2021, (40): 108–131.
- [5] Campbell J Y, Thompson S B. Predicting excess stock returns out of sample: Can anything beat the historical average? [J]. *The Review of Financial Studies*, 2008, 21(4): 1509–1531.
- [6] Pettenuzzo D, Timmermann A, Valkanov R. Forecasting stock returns under economic constraints [J]. *Journal of Financial Economics*, 2014, 114(3): 517–553.
- [7] 蒋志强, 田婧雯, 周炜星. 中国股票市场收益率的可预测性研究 [J]. *管理科学学报*, 2019, 22(4): 92–109.
Jiang Zhiqiang, Tian Jingwen, Zhou Weixing. Return predictability in the Chinese stock markets [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2019, 22(4): 92–109. (in Chinese).
- [8] Johnson T L. A fresh look at return predictability using a more efficient estimator [J]. *The Review of Asset Pricing Studies*, 2019, 9(1): 1–46.
- [9] 姚加权, 冯 绪, 王赞钧, 等. 语调、情绪及市场影响: 基于金融情绪词典 [J]. *管理科学学报*, 2021, 24(5): 26–46.
Yao Jiaquan, Feng Xu, Wang ZanJun, et al. Tone, sentiment and market impacts: The construction of Chinese sentiment dictionary in finance [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2021, 24(5): 26–46. (in Chinese)
- [10] Rapach D E, Strauss J K, Zhou G. Out-of-sample equity premium prediction: Combination forecasts and links to the real economy [J]. *The Review of Financial Studies*, 2010, 23(2): 821–862.
- [11] Neely C J, Rapach D E, Tu J, et al. Forecasting the equity risk premium: The role of technical indicators [J]. *Management Science*, 2014, 60(7): 1772–1791.
- [12] Huang D, Jiang F, Tu J, et al. Investor sentiment aligned: A powerful predictor of stock returns [J]. *The Review of Financial Studies*, 2015, 28(3): 791–837.
- [13] 姜富伟, 涂 俊, Rapach D E, 等. 中国股票市场可预测性的实证研究 [J]. *金融研究*, 2011, (9): 107–121.

- Jiang Fuwei , Tu Jun , Rapach D E , et al. Chinese stock market predictability [J]. *Journal of Financial Research* , 2011 , (9) : 107 – 121. (in Chinese) .
- [14] Rapach D , Zhou G. Forecasting Stock Returns [M]. // *Handbook of Economic Forecasting* , Elsevier , New York , 2013 , (2) : 328 – 383.
- [15] 张春玲 , 姜富伟 , 唐国豪. 资本市场收益可预测性研究进展 [J]. *经济学动态* , 2019 , (2) : 133 – 148.
Zhang Chunling , Jiang Fuwei , Tang Guohao. Recent development on asset market return predictability [J]. *Economic Perspectives* , 2019 , (2) : 133 – 148. (in Chinese)
- [16] Clark T E , West K D. Approximately normal tests for equal predictive accuracy in nested models [J]. *Journal of econometrics* , 2007 , 138(1) : 291 – 311.
- [17] 陈 坚 , 张轶凡 , 洪集民. 期权隐含尾部风险及其对股票收益率的预测 [J]. *管理科学学报* , 2019 , 22(10) : 72 – 81.
Chen Jian , Zhang Yifan , Hong Jimin. Option implied tail risk and predictability of stock return [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2019 , 22(10) : 72 – 81. (in Chinese)
- [18] Robinson P M. Nonparametric Estimation of Time-Varying Parameters [M]. *Statistical Analysis and Forecasting of Economic Structural Change* , Springer , Berlin , Heidelberg , 1989: 253 – 264.
- [19] Huber P J. Robust Estimation of a Location Parameter [M]. *Breakthroughs in Statistics* , New York: Springer , 1992: 492 – 518.
- [20] Hirshleifer D. Investor psychology and asset pricing [J]. *The Journal of Finance* , 2001 , 56(4) : 1533 – 1597.
- [21] Chen J , Tang G , Yao J. Investor attention and stock returns [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* , 2022 , (57) , 455 – 484.
- [22] Pesaran M H , Timmermann A. Market timing and return prediction under model instability [J]. *Journal of Empirical Finance* , 2002 , 9(5) : 495 – 510.
- [23] Pesaran M H , Pettenuzzo D , Timmermann A. Forecasting time series subject to multiple structural breaks [J]. *The Review of Economic Studies* , 2006 , 73(4) : 1057 – 1084.
- [24] Fan J. Local linear regression smoothers and their minimax efficiencies [J]. *The Annals of Statistics* , 1993 , (21) : 196 – 216.
- [25] Cai Z , Fan J , Yao Q. Functional-coefficient regression models for nonlinear time series [J]. *Journal of the American Statistical Association* , 2000 , 95(451) : 941 – 956.
- [26] Wang Y , Hao X , Wu C. Forecasting stock returns: A time-dependent weighted least squares approach [J]. *Journal of Financial Markets* , 2021 , (53) : 100568.
- [27] Stock J H , Watson M W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set [J]. *Journal of Forecasting* , 2004 , 23(6) : 405 – 430.
- [28] Yang Y. Combining forecasting procedures: Some theoretical results [J]. *Econometric Theory* , 2004 , 20(1) : 176 – 222.
- [29] 陈 王 , 魏 宇 , 马 锋 , 等. 高频视角下股市波动预测的新方法: HARFIMA 模型 [J]. *管理科学学报* , 2020 , 23(11) : 103 – 116.
Chen Wang , Wei Yu , Ma Feng , et al. A new method of stock market volatility forecasting in high-frequency perspective: HARFIMA model [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2020 , 23(11) : 103 – 116. (in Chinese)
- [30] 李木易 , 方 颖. 动态混合 HGARCH 模型的估计和预测 [J]. *管理科学学报* , 2020 , 23(5) : 1 – 12.
Li Muye , Fang Ying. Estimation and forecasting of mixture HGARCH model [J]. *Journal of Management Sciences in China* , 2020 , 23(5) : 1 – 12. (in Chinese)
- [31] 吴鑫育 , 谢海滨 , 汪寿阳. 双因子随机条件极差模型及其实证研究 [J]. *管理科学学报* , 2020 , 23(1) : 47 – 64.

- Wu Xinyu , Xie Haibin , Wang Shouyang. Two-factor stochastic conditional range model and its empirical study [J]. Journal of Management Sciences in China , 2020 , 23(1) : 47 – 64. (in Chinese)
- [32] Campbell J Y , Cochrane J H. By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior [J]. Journal of Political Economy , 1999 , 107(2) : 205 – 251.
- [33] Gen L , Wei K C J , Yang L. Disagreement , underreaction , and stock returns [J]. Management Science , 2017 , 63(4) : 1214 – 1231.
- [34] Cujean J , Hasler M. Why does return predictability concentrate in bad times? [J]. The Journal of Finance , 2017 , 72(6) : 2717 – 2758.
- [35] Elliott G , Gargano A , Timmermann A. Complete subset regressions [J]. Journal of Econometrics , 2013 , 177(2) : 357 – 373.

Forecasting stock returns: A time-varying robust weighted least squares approach

LIU Li¹ , HAO Xian-feng² , WANG Yu-dong³

1. School of Finance , Nanjing Audit University , Nanjing 211815 , China;
2. Antai College of Economics and Management , Shanghai Jiao Tong University , Shanghai 200030 , China;
3. School of Economics and Management , Nanjing University of Science and Technology , Nanjing 210094 , China

Abstract: This paper proposes a time-varying robust weighted least squares (TRWLS) approach to forecast excess returns of S&P 500 index. TRWLS combines time-dependent weights and robustness weights , which allows parameter to vary over time and to be robust to noises. The hyperparameters are selected using a machine learning method. Empirical results show that the forecast combinations for TRWLS models can reveal significant return predictability in both statistical and economic evaluation frameworks. Moreover , the TRWLS method outperforms the ordinary least squares (OLS) method and the state-of-the-art methods dealing with parameter instability. The predictive power of the TRWLS method comes from the complementary effect of two dimensions of the weights and hyperparameters learning. The forecasting performance is robust to the alternative multivariate information methods , kernel functions , and validation sizes.

Key words: time-varying parameter; robust estimation; weighted least squares; machine learning; forecast combination