doi: 10.19920/j. cnki. jmsc. 2025. 08. 011

凸激励推高了资产价格与波动率吗?①
——基于投资者异质信念的视角

徐 思[1,2], 盛积良[1*]
(1. 江西财经大学统计与数据科学学院, 南昌 330013; 2. 杭州职业技术学院信息工程学院, 杭州 310018)

摘要: 运用连续时间金融框架下的理论模型,分析机构代理投资中的凸激励对风险资产价格及波动率的影响.假设作为市场投资主体的散户和机构投资者存在异质信念,且机构代理投资中存在与某一基准组合业绩相关的凸激励,建立包含多个风险资产的动态均衡定价模型.利用鞅方法,根据市场出清条件求解模型,得出一般均衡下的基准组合成份股和非成份股的价格及其波动率的封闭解.通过数值模拟发现,基准组合成份股比非成份股具有更高的价格和波动率;凸激励强度的增加推高了风险资产价格和基准组合成份股的波动率;当机构投资者较散户更悲观时,凸激励强度的增加会使非基准组合成份股的波动率降低,机构市场占有率的增加能降低非基准组合成份股的泡沫化程度.

关键词: 异质信念; 凸激励; 资产定价; 基准组合; 鞅方法
中图分类号: F830 **文献标识码**: A **文章编号**: 1007-9807(2025)08-0175-16

0 引 言

自 2001 年证监会提出"超常规发展机构投资者"的方针以来,我国机构投资者实现了跨越式发展[1].虽然投资主体机构化程度不断提高,但散户直接参与市场投资的比例仍然很高,根据上海证券交易所统计年鉴 2020 卷,2019 年度 A 股买卖净额中自然人投资者交易占比高达 82.01%.因此,机构投资者与散户并存是我国金融市场投资主体构成的典型特征.然而,国内外现有的机构代理投资文献大多数以代表性的机构投资者为研究对象,以机构和散户共同构成投资主体的相关研究较少,在此基础上考虑投资者异质信念的资产定价模型缺乏相关理论研究.因此,基于金融市场投资主体的现状,从散户与机构投资者存在异质信念的角度,进行机构代理投资框架下的资产定价理论研究具有重要的现实意义.

由于资产所有权和投资决策权的分离,为克服机构代理投资出现的道德风险问题,近年来,与基准(benchmark)相关的凸激励(convex incentives)被广泛应用于机构薪酬合同设计.凸激励分为显性凸激励和隐性凸激励[2].显性凸激励来源于基金管理者薪酬合同的不对称性,如 Ross[3] 发现管理者薪酬中包含期权项,即基金业绩超过基准时,管理者能获得超额收益的分红奖金,而业绩未达到基准时却不受到惩罚. Cuoco 和 Kaniel[4] 指出即使在基金业绩未到达基准时对管理者有所惩罚,但惩罚幅度远低于业绩超过基准时的奖励幅度.隐性凸激励来源于基金的业绩与管理资金流动的凸性关系,即基金业绩-流动的不对称关系(fund performance-flow asymmetric relationship).具体而言,开放式基金在业绩优于基准时的资金流入量大幅超过了收益不佳时的资金流出量[5].由于管理者薪酬中包含的管理费为其所管理的资产净值的某一比例,基金业绩导致的资金流动使

① 收稿日期: 2021-03-25; 修订日期: 2022-06-30.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71973056; 71561011); 国家自然科学基金资助重点项目(71531003).
通讯作者: 盛积良(1972—), 男, 江西余干人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: shengjiliang@163.com

得基金管理资产规模发生变动,进而影响管理者的薪酬. 这种基金业绩 - 流动关系所呈现的凸性对管理者产生隐性凸激励.

凸激励对资产价格及其波动率的影响受到广泛关注. 在理论模型研究方面,Cuoco 和 Kaniel[4] 研究发现显性凸激励提高了基准组合(benchmark portfolio) 中股票的价格和波动率,同时增加了市场的交易量. Buffa 等[6] 发现隐性凸激励导致风险资产价格偏离其基本价值. Buffa 和 Hodor[7] 通过建立风险厌恶型的机构投资者具有异质基准(heterogeneous benchmarks) 的一般均衡模型,综合分析了两类凸激励对基准组合成份股(benchmark stocks) 和非成份股(non-benchmark stocks) 价格的影响. 上述文献均假设市场参与者为代表性的机构投资者,Basak 和 Pavlova[8] 考虑了散户和机构投资者共同参与市场投资,基于投资主体偏好的异质性,研究发现凸激励导致两类投资者采取了不同的动态投资策略,并进一步分析其对资产定价的影响. 实证研究方面,Kashyap 等[9] 发现凸激励导致机构增持基准组合内的股票,基准组合成份股价被高估. Pavlova 和 Sikorskaya[10] 发现凸激励使基准组合成份股的长期回报率偏低.

另一方面,由于散户和机构投资者在信息获取渠道和专业化程度等方面的差异,其对风险资产未来支付(payoff) 的预期不同,即投资者具有异质信念(heterogeneous beliefs) . 基于异质信念的资产定价研究解释了许多传统金融理论无法解释的市场异象,如巨量交易、股票溢价之谜等. 关于投资者的异质信念对资产价格和波动率的影响,现有文献分别从理论模型和实证研究方面进行了深入研究. 在理论研究方面,基于静态资产定价模型,张维和张永杰[11] 利用均值 - 方差分析法,分析了投资者异质信念和市场卖空限制对资产价格的影响,发现投资者信念异质程度越高,风险资产的当期价格越高. 由于静态模型的局限性,最新的相关研究均建立在连续时间金融框架下,如 Cvitanić等[12]、Bhamra 和 Uppal[13] 利用动态资产定价模型研究了风险厌恶型投资者的异质信念对均衡资产价格的影响,发现投资者异质信念会导致资产价格泡沫. Banerjee 和 Kremer[14] 指出异质信念的存在导致风险资产的波动率升高. 郑敏[15] 分析了两个代表性投资者的信念异质对动态资产价格的影响,并讨论了投资者的生存条件问题. Atmaz 和 Basak[16] 进一步将市场参与者由代表性投资者推广为一系列具有连续信念偏差的投资者,发现投资者的信念偏差度和分散度均会导致风险资产波动性和交易量的增加. Borovička[17] 采用 Duffie-Epstein-Zin 型递归效用函数代替传统的风险厌恶型效用函数,分析了均衡资产价格的长期变化趋势,发现与传统偏好模型相反,拥有错误信念的投资者能长期存在. 在实证研究方面,Berkman 等[18] 和 Yu[19] 研究发现投资者的信念分散度和风险资产的回报存在负相关. 国内学者陈国进和张贻军[20] 在当时我国 A 股具有卖空限制的背景下,利用固定效应条件 Logit 模型得出投资者异质信念程度越大,市场发生暴跌的可能性越大. 熊熊等[21]、孟庆斌和黄清华[22] 基于中国股票市场的交易数据,发现开放卖空交易使得悲观信念在市场中得到有效释放,缓解了股票定价过高的现象. 刘燕和朱宏泉[23] 利用我国 A 股交易数据分别定义了机构投资者和个人投资者的信念偏移度,发现个体投资者的信念仍是左右股票定价的主要因素.

综上,机构投资者受到的凸激励和投资者之间的异质信念均为影响资产价格的重要因素,国内外相关研究已取得丰富成果,但仍存在如下不足和局限. 第一,研究凸激励对均衡资产价格影响的文献均假设投资者具有同质信念,未将凸激励和投资者异质信念纳入同一框架下进行系统研究. 第二,投资者异质信念的资产定价理论模型均假设市场参与者为代表性的机构投资者,对投资主体的完整性考虑不足,因而难以基于模型反映散户和机构投资者的信念偏移对资产价格的影响机制是否存在差异. 第三,相关实证文献虽基于国内外金融市场的实际数据开展研究,但是对资产价格的形成机制、基准组合成份股和非成份股价格形成机制的差异性缺乏理论解释. 鉴于上述不足,本研究尝试进行有益的补充,基于散户和机构投资者异质信念的视角,利用理论模型分析机构代理投资中的凸激励对资产价格和波动率的影响. 主要贡献为: 1) 在连续时间金融框架下,构建并求解具有异质信念和异质偏好的散户和机构投资者的动态投资组合决策模型. 其中异质信念源于投资者对现金流消息(cash-flow news) 的平均

增加率的不同认识,因而投资者进行投资决策时的目标函数为不同测度空间下的期望. 而异质偏好的产生归因于机构投资者的投资决策受到凸激励的影响,因而投资者决策时具有不同的效用函数. 2)利用市场出清条件,求解投资者异质信念下包含多个风险资产的定价模型,分别得出市场均衡状态下基准组合成份股和非成份股的价格及其波动率的封闭解. 3)研究基准组合成份股和非成份股的价格形成机制的差异,并分别讨论投资者的信念偏移度、凸激励的强度和机构投资者市场占有率对资产价格及其波动率的影响.

1　模型

1.1　市场结构

在连续时间金融框架下,参考文献[16]的研究,定义一个投资期限为 $[0,T]$ 的纯交换经济,用信息域流的概率空间 $(\Omega,\mathscr{F},\{\mathscr{F}_t\}_{0\leqslant t\leqslant T},\mathrm{P})$ 刻画不确定性②. 市场上有四种可供投资的资产:一种无风险资产 B,由于模型中不考虑中间消费过程,因此可假设其收益率为零;另三种风险资产(或为资产组合)记为 S_k (下标 $k=1,2,3$ 为风险资产的编号),其中 S_1 表示基准组合内的风险资产(基准组合成份股), S_2 表示基准组合外的风险资产(非基准组合成份股), S_3 表示一种为简化模型求解构造的辅助资产组合. t 时刻的风险资产价格 $S_{k,t}$ 所满足的动态过程为

$$\mathrm{d}S_{k,t} = S_{k,t}(\mu_{S_k,t}\mathrm{d}t + \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{S_k,t}}{}^{T} d\,\mathbf{Z}_t) \tag{1}$$

其中 $\mathbf{Z}_t=(Z_{1,t},Z_{2,t},Z_{0,t})^{\mathrm{T}}$ 为 P 测度上的三维标准布朗运动, $\mu_{S_k,t}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_{S_k,t}=(\sigma_{S_{k1},t},\sigma_{S_{k2},t},\sigma_{S_{k0},t})^{\mathrm{T}}$ 分别表示第 k 种风险资产 t 时刻的漂移项和波动率向量,其值由市场均衡内生决定,并且记 $\boldsymbol{\mu}_{S,t}=(\mu_{S_1,t},\mu_{S_2,t},\mu_{S_3,t})^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\sigma}_{S,t}=(\boldsymbol{\sigma}_{S_1,t},\boldsymbol{\sigma}_{S_2,t},\boldsymbol{\sigma}_{S_3,t})^{\mathrm{T}}$.

假设风险资产 S_k 在投资期限 $[0,T]$ 内不分红,仅在投资期限结束时支付回报(payoff) $D_{k,T}$,则该回报等于风险资产的期末价值,即 $D_{k,T}=S_{k,T}$. 设前两种风险资产的回报 $D_{k,T}$ 是动态过程 $D_{k,t}$ 的期末终值,且 $D_{k,t}$ 满足

$$\mathrm{d}D_{k,t}=D_{k,t}(\mu_k\mathrm{d}t+\sigma_k\mathrm{d}Z_{k,t}+\sigma_0\mathrm{d}Z_{0,t}),k=1,2 \tag{2}$$

其中 μ_k 、σ_k 和 σ_0 为常数,分别表示预期回报的漂移项、由 $Z_{k,t}$ 和 $Z_{0,t}$ 所驱动的回报波动率③. 为了降低模型的求解难度,设第三种风险资产的回报 $D_{3,t}$ 遵循的动态随机过程使得风险资产的总回报过程 $D_t=\sum_{k=1}^{3}D_{k,t}$ 满足④

$$\mathrm{d}D_t = D_t(\mu_0\mathrm{d}t+\sigma_0\mathrm{d}Z_{0,t}) \tag{3}$$

回报过程 $D_{k,t}$ 表示 t 时刻关于第 k 种风险资产期末回报 $D_{k,T}$ 的消息,因此 $D_{k,t}$ 也被称为现金流消息(cash-flow news). 假设其初始值 $D_{k,0}=1$, $(k=1,2,3)$,于是总回报的初始值 $D_0=3$.

1.2　投资者及其信念

假设市场上只有两类代表性投资者:一类为机构投资者(institutional investors),另一类为散户(retail investors). 散户以自有资金参与市场投资,而机构投资者管理的是委托人的资金,管理者在投资期限结束时根据基金业绩获得相应的薪酬. 两类投资者由于信息获取渠道和专业化程度等方面的差异,对市场具有不同的信念,体现为对回报过程 $D_{k,t}$ 的增长速度具有不同认识. 由式(2)可知,回报过程 $D_{k,t}$ 的变化包括两方面,一是以漂移项 μ_k 为平均增长率的固定趋势变化;二是由布朗运动驱动的随机游走型波动. 因而,投资者的异质信念体现为对漂移项 μ_k 的不同认识. 假设投资者 i ($i=I$ 表示机构投资者, $i=R$ 表示散户)认定 $D_{k,t}$ 的漂移项为 μ_k^i,且不随时间更新,所有投资者对 $D_{k,t}$ 的波动率 σ_k 的认识无偏差⑤. 则基于投资

② 假设下文中所有随机过程均适应于 $\{\mathscr{F}_t\}$,且均具有良好定义.

③ 式(2)中的 $Z_{k,t}(K=1,2)$ 和 $Z_{0,t}$ 分别为 P 测度上的标准布朗运动的三个维度,因此风险资产的回报 $D_{k,t}(k=1,2)$ 的波动由布朗运动的三个维度共同驱动. 此处单独将第三个维度 $Z_{0,t}$ 的系数 σ_0 单独列出是为了与下文中总回报的波动率对应.

④ 为了降低包含多个风险资产的动态资产定价模型的求解难度,本研究借鉴 Buffa 和 Hodor[7] 和 Atmaz 和 Basak[16] 的相关研究,在模型的设定中增加第三种风险资产,其存在仅为了确保风险资产的总回报 D_t 服从几何布朗运动,而后续关于信念异质和基准组合选择的研究只关注前两种风险资产,不具体讨论第三种风险资产的价格和波动率.

⑤ 关于投资者异质信念的定义,本研究借鉴了 Cvitanić等[12] 、Bhamra 和 Uppal[13] 等相关研究,并假设投资者对前两种风险资产的回报存在信念偏移,且偏移程度不随时间变化.

者 i 的信念,现金流消息过程 $D_{k,t}$ 为

$$dD_{k,t} = D_{k,t}(\mu_k^i dt + \sigma_k dZ_{k,t}^i + \sigma_0 dZ_{0,t})$$
$$k = 1,2,\ i = I,R \tag{4}$$

其中 $(Z_{1,t}^i, Z_{2,t}^i, Z_{0,t})^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{Z}_t^i$ 为投资者 i 认定的测度 P^i 下的标准布朗运动. 由 Girsanov 定理,有

$$dZ_{k,t}^i = dZ_{k,t} - \eta_k^i dt,\ \eta_k^i = \frac{\mu_k^i - \mu_k}{\sigma_k} \tag{5}$$

η_k^i 表示投资者 i 对 $D_{k,t}$ 漂移项的认定值与真实值之间的差异程度,体现了投资者 i 的信念偏移度. 假设投资者对市场的信念偏移,不受风险资产基本面的异质性影响,即投资者 i 对不同风险资产的信念偏移度 η_k^i 同号,有 $\eta_1^i \eta_2^i > 0(i = I,R)$. 因此,$\eta_k^i > 0$ 表示投资者 i 对市场具有乐观信念;$\eta_k^i < 0$ 表示投资者 i 对市场具有悲观信念.

基于不同的信念,投资者 i 对风险资产的漂移向量 $\boldsymbol{\mu}_{S,t}$ 产生了不同的认定结果,记为 $\boldsymbol{\mu}_{S,t}^i$,但风险资产的真实价格最终由市场均衡决定,如式(1). 因此,投资者 i 在 t 时刻的财富过程 W_t^i 满足

$$dW_t^i = W_t^i(\boldsymbol{\varphi}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\mu}_{S,t}^i dt + \boldsymbol{\sigma}_{S,t} d\boldsymbol{Z}_t^i)$$
$$= W_t^i(\boldsymbol{\varphi}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\mu}_{S,t} dt + \boldsymbol{\sigma}_{S,t} d\boldsymbol{Z}_t) \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{\varphi}_t^i = (\varphi_{S_1,t}^i, \varphi_{S_2,t}^i, \varphi_{S_3,t}^i)^{\mathrm{T}}$ 表示投资者 i 在 t 时刻投资于各风险资产的比率,也称为投资者 i 的风险暴露,反映投资者的动态投资组合策略. 由于投资者在风险资产上的初始投资比例不影响其最优投资决策,不妨设投资者 i 在各风险资产的初始投资比例相同,分别为 $\varphi_{S_k,0}^I = \lambda, \varphi_{S_k,0}^R = 1 - \lambda$. 假设风险资产的初始价格 $S_{k,0} = 1$, $(k = 1, 2, 3)$,则两投资者的初始投资组合价值分别为 $W_0^I = 3\lambda, W_0^R = 3(1-\lambda)$. 可见,参数 λ 亦表示机构投资者在风险资产市场上的初始占有率,因此本研究将参数 λ 定义为机构市场占有率.

1.3 凸激励与投资者效用函数

机构投资者向委托人提供资产管理服务,并按合同约定在期末时根据基金业绩获得相应的薪酬. 由于资产所有权与投资决策权的分离,机构投资者的决策行为受到与基准组合相关的凸激励的影响,具体包括显性和隐性凸激励. 显性凸激励来源于基金管理者薪酬合同的不对称性,即基金业绩超过基准时,管理者能获得奖金,而未达到基准业绩却不受到惩罚(或惩罚的比例远低于奖金的比例)[3, 4, 24, 25]. 隐性凸激励来源于基金业绩与管理资金流动的凸关系,具体而言,基金业绩优于基准时的资金流入量,大幅超过业绩未达到基准时的资金流出量[5, 26]. 由于管理者薪酬中的管理费收入为管理资产净值的固定比例,因此基金业绩导致的资金流动使得基金管理资产规模发生变动,进而改变了管理者的薪酬. 因而隐性激励的凸性表现为基金业绩超过基准时,管理者所获得的薪酬增加量远超过业绩未达到基准时的薪酬减少量.

由于上述两类凸激励的作用,机构投资者的投资决策行为与基准组合的期末业绩有关. Basak 和 Pavlova[8] 指出在凸激励的作用下,当基准组合业绩较好时,机构投资者会投入更多的努力以使自己的投资组合获得比基准组合更高的收益,并证明了机构投资者关于基准组合期末业绩的边际效用为正. 因此,机构投资者的效用函数不仅与期末资产价值 W_T^I 有关,还取决于基准组合的期末价值 Y_T. 综上,借鉴 Basak 和 Pavlova[8]、Buffa 和 Hodor[7] 的研究,设机构投资者的效用函数为

$$u^I(W_T^I) = (1 + bY_T)\ln(W_T^I) \tag{7}$$

其中参数 $b > 0$ 表示机构代理投资中的凸激励强度.

关于基准组合 Y 的选择,早期的相关研究为了简化模型的求解,往往将其设定为静态基准,即假设基准组合期末价值 Y_T 为外生给定的常数,如 Kouwenberg 和 Ziemba[27] 设显性凸激励的基准收益率为无风险资产的收益率. 但 Servaes 和 Sigurdsson[28] 指出对基于业绩获取薪酬的基金管理者,只设定最低投资回报率(即固定的静态基准收益率),而在合同中不添加随机基准,损害基金投资者的利益. 事实上,在委托投资组合管理实践中,基金的业绩评估中的基准组合一般设定为随市场动态变化的随机基准组合(如某一指数). 如 Evans 和 Gómez[29] 指出 78% 的美国基金公司采用了与业绩相关的管理者薪酬合同,且其中的 78.8% 的比较基准为某一市场指数.

因此,近年来大部分相关研究均假设基准组合为动态随机基准,如在 Basak 等[30] 和 Nicolosi[31] 的模型中将基准组合设定为以固定比例投资于风险资产的投资组合. 针对只有唯一风险资产的定价模型,Basak 和 Pavlova[8] 将该风险资产

设定为基金的业绩比较基准,发现凸激励的存在推高了风险资产的价格和波动率. 为了进一步分析投资者异质信念和凸激励对基准组合成份股和非成份股的影响机制是否存在差异,本研究基于包含多个风险资产的定价模型开展研究,并借鉴 Buffa 和 Hodor[7] 的研究,假设第一种风险资产为基准组合,即在式(7) 所示的机构投资者的效用函数中 $Y_T = S_{1,T}$. 因此,在下文讨论资产价格和波动率时,将针对前两种风险资产分别进行讨论,其中 S_1 表示基准组合内的风险资产(基准组合成份股),S_2 表示基准组合外的风险资产(非基准组合成份股).

作为另一类市场主体,散户直接管理自有资产,期末投资的收益由其全部享有,相对应地,投资损失亦由其全部承担. 根据经典的投资决策理论,其效用由期末资产价值 W_T^R 决定,假设效用函数为标准的对数型,即

$$u^R(W_T^R) = \ln(W_T^R) \tag{8}$$

1.4　动态投资组合决策模型

根据前面的假设,投资者 i 的动态投资组合选择模型为

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{\varphi}_t^i} \mathrm{E}^i\left[u^i(W_T^i)\right]\\ &\text{s.t. } \mathrm{d}W_t^i = W_t^i(\boldsymbol{\varphi}_t^i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\mu}_{S,t}\mathrm{d}t + \boldsymbol{\sigma}_{S,t}\mathrm{d}\boldsymbol{Z}_t)\end{aligned} \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{\varphi}_t^i$ 为决策变量,机构投资者 I 和散户 R 的效用函数 $u^i(W_T^i)$ 分别如式(7) 和式(8) 所示. E^i 表示投资者 i 在其信念对应的测度 P^i 下的期望算子. 由于 $\boldsymbol{\varphi}_t^i$ 是自融资策略,任意期末价值 X_T 均存在唯一的动态投资策略使之得以实现(Karatzas 和 Shreve[32]). 因此,动态策略决策模型(9) 可转化为以最优投资组合期末价值 W_T^i 为决策变量的静态规划问题,利用鞅方法[32, 33]求解.

在完全市场下⑥,记 $\boldsymbol{\kappa}_t = (\boldsymbol{\sigma}_{S,t})^{-1}\boldsymbol{\mu}_{S,t}$ 为风险市场价格,则存在唯一的状态价格密度过程(state price density)

$$\xi_t = \exp\left(-\int_0^t(\boldsymbol{\kappa}_\tau)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{Z}_\tau - \frac{1}{2}\int_0^t\|\boldsymbol{\kappa}\|_\tau^2\mathrm{d}\tau\right) \tag{10}$$

使得对于任意期末价值 X_T, $\xi_t X_t$ 在真实测度 P 下均为鞅过程,即任意 t 时刻

$$\mathrm{E}_t\left[\xi_T X_T\right] = \xi_t X_t \tag{11}$$

其中 E_t 为 P 测度下 t 时刻的条件期望算子. 在式(11) 中,取 $t = 0$, $X_T = W_T^i$,可将模型(9) 中的约束条件转化为

$$\mathrm{E}\left[\xi_T W_T^i\right] = \xi_0 W_0^i \tag{12}$$

由 Girsanov 定理,测度 P^i 对真实测度 P 的 Radon-Nikodym 导数为

$$M_t^i = \frac{\mathrm{dP}^i}{\mathrm{dP}} = \exp\left(\int_0^t(\boldsymbol{\eta}^i)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{Z}_\tau - \frac{1}{2}\int_0^t\|\boldsymbol{\eta}^i\|^2\mathrm{d}\tau\right) \tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{\eta}^i = (\eta_1^i, \eta_2^i, 0)^{\mathrm{T}}$ 为投资者 i 的信念偏移向量. 由于投资者的信念偏移不随时间改变,$\boldsymbol{\eta}^i$ 与 t 无关,因此由式(13) 可得

$$\begin{aligned}M_T^i &= \exp((\boldsymbol{\eta}^i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}_T - \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\eta}^i\|^2 T)\\ &= \prod_{k=1}^{2}\exp(\eta_k^i Z_{k,T} - \frac{1}{2}(\eta_k^i)^2 T)\end{aligned} \tag{14}$$

据此,可将模型(9) 中的目标函数转化为真实测度 P 下的期望,即

$$\mathrm{E}^i\left[u^i(W_T^i)\right] = \mathrm{E}\left[M_T^i u^i(W_T^i)\right] \tag{15}$$

综上,动态决策模型(9) 等价于下列以期末投资组合价值 W_T^i 为决策变量的静态决策问题

$$\begin{aligned}&\max_{W_T^i} \mathrm{E}\left[M_T^i u^i(W_T^i)\right]\\ &\text{s.t. } \mathrm{E}\left[\xi_T W_T^i\right] = \xi_0 W_0^i\end{aligned} \tag{16}$$

2　市场均衡

本节首先基于上文投资者的动态投资组合决策模型,分别求解投资者的最优投资组合期末价值; 再利用市场出清条件,讨论投资者最优决策下形成的市场均衡状态; 最后,根据均衡时的市场状态价格密度,求解风险资产的均衡价格和波动率.

2.1　投资者最优投资组合选择及市场均衡状态

分别求解机构投资者($i = I$) 和散户($i = R$) 的决策模型(16),得到如下投资者的最优投资组合期末价值.

引理 1　1) 机构投资者的最优投资组合期末价值为

$$W_T^{I*} = \frac{M_T^I(1 + bD_{1,T})}{y^I\xi_T} \tag{17}$$

⑥　由于模型中风险资产数量与布朗运动维数相同,因此市场具备完全性.

其中拉格朗日乘子 y^I 满足

$$y^I = \frac{1 + b\exp(\mu_1 T + \sigma_1 \eta_1^I T)}{3^{\frac{\eta_1^I}{\sigma_1}+\frac{\eta_2^I}{\sigma_2}+1}\lambda \xi_0} \tag{18}$$

2) 散户的最优投资组合期末价值为

$$W_T^{R^*} = \frac{M_T^R}{y^R \xi_T} \tag{19}$$

其中拉格朗日乘子 y^R 满足

$$y^R = \frac{1}{3^{\frac{\eta_1^R}{\sigma_1}+\frac{\eta_2^R}{\sigma_2}+1}(1-\lambda)\xi_0} \tag{20}$$

证明 见附录1⑦.

基于投资者各自不同的偏好和信念,引理 1 给出了机构和散户的最优投资组合的期末价值 $W_T^{i^*}$,可见投资者的最优投资组合选择与其信念偏移 η_k^i、凸激励强度 b 和机构市场占有率 λ 有关.

作为理性的市场投资主体,散户和机构均按其最优投资组合策略进行投资. 在期末 T 时刻风险资产市场出清,风险资产的总需求等于总供给,则投资者的投资组合总价值等于市场上所有风险资产的总价值,即

$$\sum_{i=I,R} W_T^{i^*} = \sum_{k=1}^{3} S_{k,T} \tag{21}$$

由于期末风险资产回报 $D_{k,T} = S_{k,T}$,根据总回报 D_T 的定义,有

$$W_T^{I^*} + W_T^{R^*} = D_T \tag{22}$$

代入投资者的投资组合期末价值式(17) 和式(19) ,整理得出均衡状态下的市场状态价格密度过程为

$$\xi_T = \frac{1}{D_T}\left[\frac{M_T^I(1 + bD_{1,T})}{y^I} + \frac{M_T^R}{y^R}\right] \tag{23}$$

2.2 风险资产价格及波动率

本节根据上文求得的市场均衡时的市场状态价格密度 ξ_T 的取值式(23) ,利用鞅过程的性质,求解风险资产的均衡价格和波动率,得到如下结论.

定理 1 1) 市场均衡状态下,基准组合成份股的风险资产价格过程为

$$S_{1,t} = \frac{A_1^I + A_1^R + bB_{S_1}}{\left(\frac{Q^I}{y^I} + \frac{Q^R}{y^R}\right)F + bA_1^I} \tag{24}$$

2) 市场均衡状态下,非基准组合成份股的风险资产价格过程为

$$S_{2,t} = \frac{A_2^I + A_2^R + bB_{S_2}}{\left(\frac{Q^I}{y^I} + \frac{Q^R}{y^R}\right)F + bA_1^I} \tag{25}$$

其中

$$F = \exp[-\mu_0(T-t) + \sigma_0^2(T-t)] \tag{26}$$

$$B_{S_1} = \frac{Q^I}{y^I}(D_{1,t}H_1^I)^2\exp[(\mu_0+\sigma_1^2)(T-t)] \tag{27}$$

$$B_{S_2} = \frac{Q^I}{y^I}D_{1,t}D_{2,t}H_1^I H_2^I\exp[\mu_0(T-t)] \tag{28}$$

$$A_k^i = \frac{Q^i}{y^i}H_k^i D_{k,t},\ Q^i = \prod_{k=1}^{2}\left[\left(\frac{D_{k,t}}{D_t}\right)^{\frac{\eta_k^i}{\sigma_k}} G_k^i\right] \tag{29}$$

$$G_k^i = \exp\left[-\frac{\eta_k^i}{\sigma_k}\left(\mu_k - \mu_0 - \frac{1}{2}\sigma_k^2\right)t - \frac{1}{2}(\eta_k^i)^2 t\right] \tag{30}$$

$$H_k^i = \exp[(\mu_k - \mu_0)(T-t) + \sigma_k\eta_k^i(T-t)]$$
$$(k = 1,2,\ i = I,R) \tag{31}$$

证明 见附录 2.

定理 1 分别给出了基准组合成分股和非成份股的动态均衡价格,由式(24) 和式(25) 可知 $S_{1,t}$ 和 $S_{2,t}$ 的分母相同,若不考虑两种风险资产的基本面差异($\mu_1 = \mu_2, \sigma_1 = \sigma_2$) 和现金流消息的差异($D_{1,t} = D_{2,t}$) ,且投资者的信念偏移不受风险资产基本面影响,即 $\eta_1^i = \eta_2^i$,则 $A_1^I = A_2^I, A_1^R = A_2^R$, $B_{S_1} > B_{S_2}$,于是当凸激励强度 $b > 0$ 时,基准组合成份股的价格高于非成份股,这表明凸激励的存在推高了基准组合成份股的价格.

定理 2 1) 市场均衡状态下,基准组合成份股的波动率为

$$\|\boldsymbol{\sigma}_{S_1,t}\| = \sqrt{\sigma_{S_{11},t}^2 + \sigma_{S_{12},t}^2 + \sigma_{S_{10},t}^2} \tag{32}$$

其各分量分别为

⑦ 由于版面限制,未刊登附录部分. 相关内容可通过邮箱联系作者索取.

$$\sigma_{S_{11},t} = \sigma_1 - \sigma_{S_1M} + \frac{1}{X_{S_1}}[A_1^I\eta_1^I + A_1^R\eta_1^R + bB_{S_1}(\eta_1^I + \sigma_1)] \tag{33}$$

$$\sigma_{S_{12},t} = \frac{1}{X_{S_1}}[A_1^I\eta_2^I + A_1^R\eta_2^R + bB_{S_1}\eta_2^I] - \sigma_{S_2M} \tag{34}$$

$$\sigma_{S_{10},t} = \sigma_0 + \frac{bB_{S_1}}{X_{S_1}}\sigma_0 - \sigma_{S_0M} \tag{35}$$

其中

$$\sigma_{S_1M} = \frac{1}{X_M}\left[\frac{Q^I}{y^I}F\eta_1^I + \frac{Q^R}{y^R}F\eta_1^R + bA_1^I(\eta_1^I + \sigma_1)\right] \tag{36}$$

$$\sigma_{S_2M} = \frac{1}{X_M}\left(\frac{Q^I}{y^I}F\eta_2^I + \frac{Q^R}{y^R}F\eta_2^R + bA_1^I\eta_2^I\right) \tag{37}$$

$$\sigma_{S_0M} = \frac{bA_1^I}{X_M}\sigma_0 \tag{38}$$

X_{S_1} 和 X_M 分别为式(24)中 $S_{1,t}$ 的分子和分母.

2) 市场均衡状态下,非基准组合成份股的波动率为

$$\|\boldsymbol{\sigma}_{S_2,t}\| = \sqrt{\sigma_{S_{21},t}^2 + \sigma_{S_{22},t}^2 + \sigma_{S_{20},t}^2} \tag{39}$$

其各分量分别为

$$\sigma_{S_{21},t} = \frac{1}{X_{S_2}}[A_2^I\eta_1^I + A_2^R\eta_1^R + bB_{S_2}(\eta_1^I + \sigma_1)] - \sigma_{S_1M} \tag{40}$$

$$\sigma_{S_{22},t} = \sigma_2 + \frac{1}{X_{S_2}}[A_2^I\eta_2^I + A_2^R\eta_2^R + bB_{S_2}\eta_2^I] - \sigma_{S_2M} \tag{41}$$

$$\sigma_{S_{20},t} = \sigma_0 + \frac{bB_{S_2}}{X_{S_2}}\sigma_0 - \sigma_{S_0M} \tag{42}$$

其中 X_{S_1} 为式(25)中 $S_{2,t}$ 的分子.

证明　见附录 3.

定理 2 分别给出了市场均衡状态下,基准组合成份股和非成份股的波动率,其中波动率三个维度的分量分别由 P 测度下的标准布朗运动 $\boldsymbol{Z}_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, Z_{0,t})^{\mathrm{T}}$ 的对应维度驱动.

由上述定理,在两种特殊情况下,可以得出以下推论.

推论 1　当投资者不存在信念偏移时(即 $\eta_k^I = \eta_k^R = 0$),若不考虑风险资产基本面和现金流消息的差异(即 $\mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1 = \sigma_2$, $D_{1,t} = D_{2,t}$),则风险资产价格 $S_{1,t} > S_{2,t}$,波动率 $\|\boldsymbol{\sigma}_{S_1,t}\| > \|\boldsymbol{\sigma}_{S_2,t}\|$,即基准组合成份股的价格和波动率均高于非成份股.

证明　见附录 4.

这表明当投资者不存在信念偏移时,在凸激励的作用下,机构投资者会增加基准组合的风险暴露,从而导致基准组合成份股价格和波动率显著升高,该结论与现有研究一致,如 Cuoco 和 Kaniel[4],Basak 和 Pavlova[8],Buffa 等[6],Juan 和 Fernando[2] 等.

推论 2　当机构投资者效用函数中不包含与基准组合相关的凸激励时(即 $b = 0$),若投资者的信念偏移程度不受风险资产基本面影响($\eta_1^i = \eta_2^i$),且不考虑风险资产基本面和现金流消息的差异,则 $S_{1,t} = S_{2,t}$, $\|\boldsymbol{\sigma}_{S_1,t}\| = \|\boldsymbol{\sigma}_{S_2,t}\|$,投资者的异质信念导致风险资产波动率升高.

证明　见附录 5.

当不考虑凸激励时,散户与机构投资者具有相同形式的效用函数,投资者异质信念的存在导致了风险资产波动率升高,与 Banerjee 和 Kremer[14]、Atmaz 和 Basak[16] 等的研究结论一致.

上述两个推论是本研究中模型的特殊情况,本研究的主要贡献是将投资者的异质信念和机构代理投资中的凸激励两个因素综合考虑,得到动态资产价格和波动率的封闭解,拓展了现有文献的结论. 但由于解的形式较复杂,从封闭解进行定性分析难度较大,因此,在下节中,将利用我国证券市场的交易数据对市场参数进行校准,再通过数值模拟分析异质信念和凸激励对均衡资产价格及其波动率的共同影响.

3　数值模拟

首先利用我国证券市场交易数据对市场参数进行校准. 选取 2019 年 1 月 2 日—2021 年 11 月 12 日共计 695 个交易日的数据,分别测算上证指数和沪深 300 指数日涨幅的均值和标准差,并计算年均涨幅和年化波动率(按年 252 个交易日计算,年均涨幅 = 日涨幅均值 × 252,年化波动率 =

日均涨幅标准差 $\times\sqrt{252}$). 此外,随机抽取 300 支非沪深 300 成份股的股票,以 2019 年 1 月 2 日的股价为基期价格测算该组合的指数,并计算该非成份股指数的年平均涨幅和年化波动率,结果如表 1. 分别以上证指数、沪深 300 指数和非成份指数的年平均涨幅和年化波动率作为市场总回报 D_t 、基准组合成份股回报 $D_{1,t}$ 和非基准组合成份股回报 $D_{2,t}$ 的漂移项和波动率. 具体参数为 $\mu_0 = 0.1478$, $\sigma_0 = 0.1813$, $\mu_1 = 0.2036$, $\sigma_1 = 0.2081$, $\mu_2 = 0.1030$, $\sigma_2 = 0.2064$.

表 1 指数的年均涨幅和年化波动率

Table 1 The annualized returns and volatility of the indexes

统计量 \ 指数	上证指数	沪深 300 指数	非成份股指数
日涨幅均值	0.000 6	0.000 8	0.000 4
日涨幅标准差	0.011 4	0.013 1	0.013 0
年均涨幅	0.147 8	0.203 6	0.103 0
年化波动率	0.181 3	0.208 1	0.206 4

由定理 1 和定理 2 可知,影响市场均衡状态的因素有: 散户和机构投资者的信念偏移度 (η_k^I 和 η_k^R),机构投资者效用函数中凸激励的强度 (b),机构投资者的市场占有率(λ). 接下来将通过数值模拟分析在异质信念和凸激励共同存在的情况下,各影响因素对均衡资产价格和波动率的作用.

3.1 信念偏移度

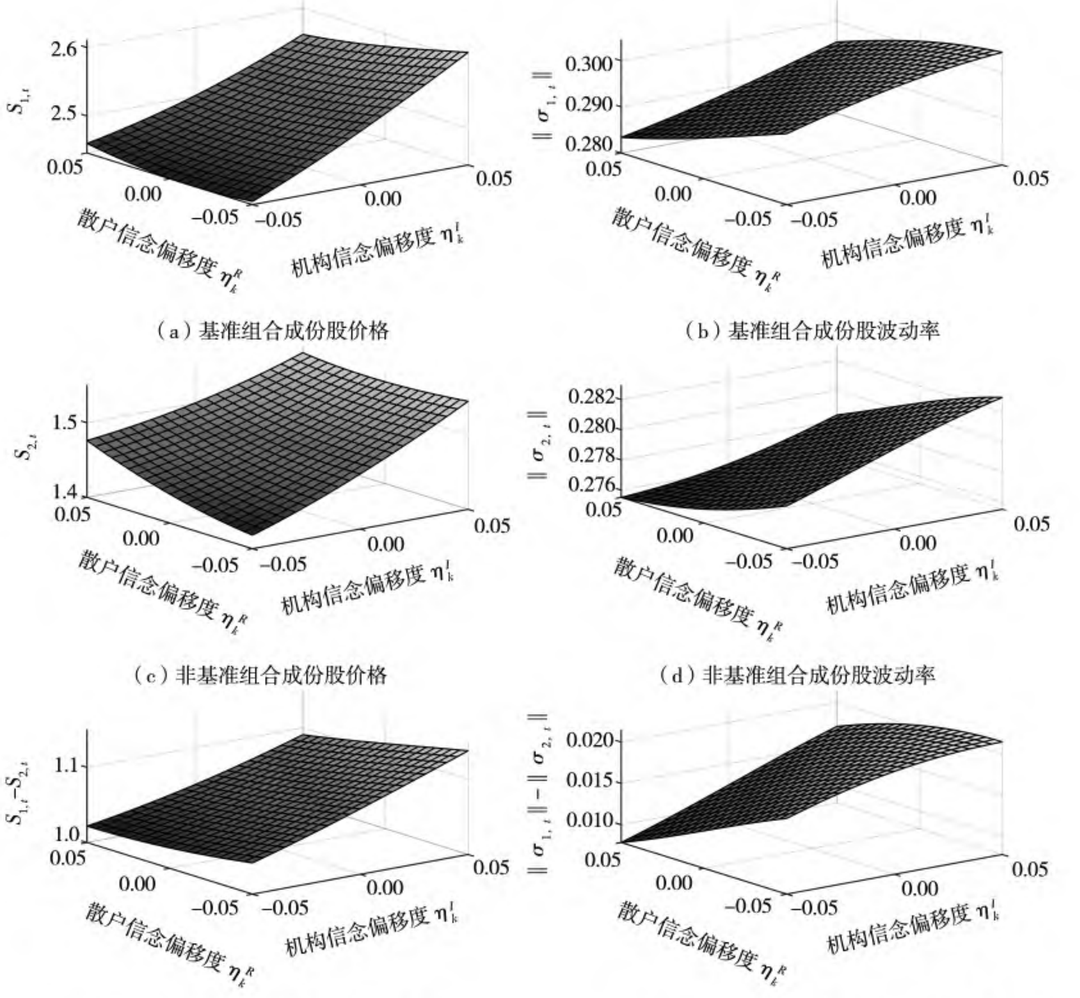
本节模拟机构投资者和散户的信念偏移度 (η_k^I 和 η_k^R) 对风险资产价格和波动率的影响. 假设投资者的信念偏移与风险资产基本面无关(即 $\eta_1^i = \eta_2^i$) , η_k^I 和 η_k^R 分别在 $-0.05 \sim 0.05$ 之间变动, $t = 1$, $T = 5$, $\xi_0 = 1$, 凸激励强度 $b = 1$. 为了消除市场占有率对分析的影响,取 $\lambda = 0.5$, 在 3.3 节将通过调整 λ 的值,分析机构市场占有率对市场平衡状态的影响. 关于现金流消息 $D_{k,t}$ 的取值,考虑其为满足式(2) 的几何布朗运动, t 时刻的取值服从对数正态分布,因此在数值模拟中取 $D_{k,t}$ 为其均值,即 $D_{k,t} = \exp[(\mu_k - \sigma_0^2/2 - \sigma_k^2/2)t]$ 表示 t 时刻市场上的现金流消息为中性. 分别计算出投资者具有不同信念偏移组合时,基准组合成份股和非成份股的价格和波动率,以及两者之间的价差和波动率之差,如图 1.

由图 1(c) 可见,随着 η_k^I 和 η_k^R 的增加 $S_{2,t}$ 递增,这表明投资者的乐观信念会推高非基准组合成份股的价格. 但只有当投资者均具有乐观信念时,其价格才会显著升高,这是由于在无卖空限制的情况下,投资者的悲观信念在市场上能得到有效释放,从而缓解非成份股过度泡沫化的风险,这与文献[21]和文献[22]的实证结论一致. 但对于图 1(a) 中的基准组合成份股而言,当机构投资者具有乐观信念时(例如 $\eta_k^I = 0.05$ 时) ,散户的悲观信念不会导致基准组合成份股的价格下降. 这是由于在凸激励的作用下,机构投资者对基准组合成份股的高风险暴露导致其具有更大的定价优势,因而机构投资者的乐观信念会导致基准组合价格升高,且此时散户的悲观信念不能起到缓解基准组合成份股价格上涨的作用.

上节推论 1 发现,在投资者均无信念偏移时,凸激励的存在使得基准组合成份股的价格和波动率均高于非成份股. 由图 1(e) 和图 1(f) 可见,这一结论在投资者具有异质信念时仍成立. 且当机构投资者比散户更乐观时(即 $\eta_k^I > \eta_k^R$, 在图 1(e) 和图 1(f) 中体现为底面对角线右侧部分对应的图形) ,基准组合成份股和非成份股的价差和波动率差显著升高; 反之,成份股和非成份股价差和波动率差,较投资者无信念偏移(即 $\eta_k^I = \eta_k^R = 0$) 时更低. 该结论得到大量实证研究的支持,例如,Kashyap 等[9] 指出,当一只股票加入标普 500 指数后,其相对于标普 500 指数的贝塔系数上升,而非标普 500 指数的股票贝塔系数下降. Boyer[34] 发现当股票加入价值股指数和成长股指数时亦有类似现象.

根据数值模拟,有如下结论.

结论 1 当投资者具有异质信念时,投资者的悲观信念能有效缓解非基准组合成份股的泡沫化; 当机构投资者具有乐观信念时,其对基准组合成份股具有更大的定价优势,散户的悲观信念不能缓解成份股价格的上涨; 凸激励的存在导致基准组合成份股比非成份股具有更高的价格和波动率,当机构投资者比散户更悲观时,这一现象能得到一定程度缓解.



（a）基准组合成份股价格　（b）基准组合成份股波动率
（c）非基准组合成份股价格　（d）非基准组合成份股波动率
（e）基准组合成份股与非成份股价差　（f）基准组合成份股与非成份股波动率之差

图 1　投资者信念偏移度对风险资产价格和波动率的影响

Fig. 1 The impact of investor's bias of belief on risk asset prices and volatility

3.2　凸激励强度

3.2.1　两类凸激励对凸激励强度的贡献

在 1.3 节中，借鉴 Basak 和 Pavlova[8] 的相关研究，设机构投资者效用函数为式(7)，其中参数 b 表示机构代理投资中的凸激励强度. 由于凸激励按照来源可划分为显性和隐性凸激励，为了分析二者对资产价格和波动率的作用是否存在差异，接下来讨论不同情况下两类凸激励中的参数对凸激励强度的贡献.

显性凸激励来源于基金管理者的不对称薪酬合同. 基金管理者受托于委托人，向其提供资产管理服务，并按合同约定在期末时根据基金业绩获得相应的薪酬. 薪酬包括两部分，一部分是管理资产的固定比例，另一部分为与基准组合 Y 期末表现相关的超额奖励[24]，具体形式如下

$$\psi(W_T^I, Y_T) = \rho W_T^I + \gamma \max\{0, (W_T^I - Y_T)\} \tag{43}$$

其中 W_T^I 为机构投资者的投资组合期末价值，Y_T 为基准组合期末价值，常数 $\rho>0$ 为管理费率，$\gamma>0$ 为管理者对超额正向收益的分享比例. 由式(43)可见，管理者受到薪酬合同的显性凸激励，即机构投资者的投资组合期末价值 W_T^I 超过基准组合的期末价值 Y_T，能获得超额收益部分的分享奖金，而 W_T^I 未达到 Y_T 却无惩罚.

此外，机构投资者还受到业绩引发资金流动的隐性凸激励. 具体而言，相对业绩较好的基金会有大量资金流入，从而使得基金净值增加，管理者

薪酬式(43) 中的第一项管理费显著提高. 为了量化管理资金总额的变化，参考文献[30]，定义业绩－流动关系函数 F_T，F_T 取决于机构投资者的投资组合期末价值 W_T^I 和基准组合期末价值 Y_T，具体表达为

$$F_T(W_T^I, Y_T) = \begin{cases} K & \text{当 } W_T^I > Y_T \\ 1 & \text{当 } W_T^I = Y_T \\ L & \text{当 } W_T^I < Y_T \end{cases} \quad (44)$$

其中 $K > 1$ 为资金流入系数，$L < 1$ 为资金流出系数. 当基金投资组合的期末价值高于基准组合时，资金流动系数 $F_T = K$，表示有资金流入; 反之，$F_T = L$ 表示有资金流出，此时基金管理的资金减少，比如，因投资业绩差，基金部分被赎回，基金规模减小. 因此，考虑资金流动引起的管理资产净值变化时，管理者薪酬式(43) 中的第一项管理费为 $\rho F_T W_T^I$.

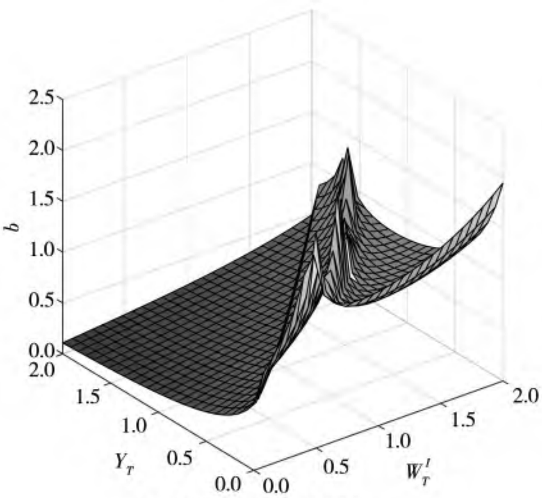
考虑上述两方面的凸激励，机构投资者的效用函数为

$$u^I(W_T^I) = \ln(\psi(W_T^I, Y_T)) = \begin{cases} \ln(\rho K W_T^I + \gamma(W_T^I - Y_T)) & W_T^I > Y_T \\ \ln(\rho W_T^I) & W_T^I = Y_T \\ \ln(\rho L W_T^I) & W_T^I < Y_T \end{cases} \quad (45)$$

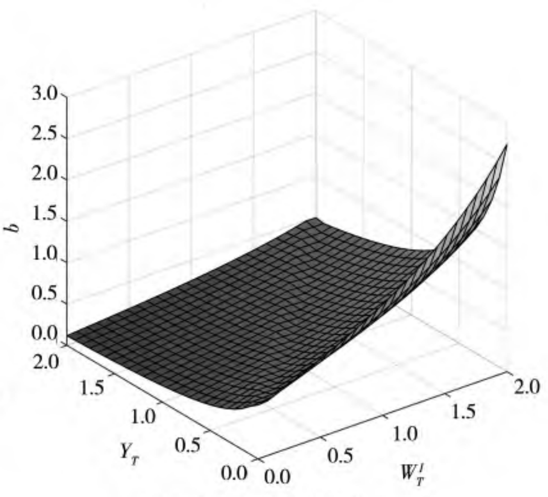
由式(45) 容易验证，机构投资者的效用函数具有与简化效用函数式(7) 相同的性质，即机构投资者的效用与基准组合期末价值 Y_T 相关，且效用随 Y_T 的增加递增. 对比式(7) 和式(45)，可得出两类凸激励中的参数对凸激励强度 b 的贡献如下

$$b = \begin{cases} \dfrac{\ln\left(\rho K + \gamma\left(\dfrac{W_T^I - Y_T}{W_T^I}\right)\right)}{Y_T \ln W_T^I} & W_T^I > Y_T \\ \dfrac{\ln \rho}{Y_T \ln W_T^I} & W_T^I = Y_T \\ \dfrac{\ln(\rho L)}{Y_T \ln W_T^I} & W_T^I < Y_T \end{cases} \quad (46)$$

根据式(46)，分别模拟两类凸激励对凸激励强度 b 的贡献，如图 2 所示. 图 2(a) 中设 $K = L = 1$，$\gamma = 0.2$，即不考虑资金流动的隐性激励时，分析不对称的薪酬合同对凸激励强度的影响; 图 2(b) 中设 $K = 1.2$，$L = 0.8$，$\gamma = 0$，分析仅存在隐性凸激励时，其对凸激励强度的贡献. 可见，当基金投资组合业绩低于基准组合业绩时($W_T^I \leqslant Y_T$ 时)，两类凸激励的作用均不显著; 当基金投资组合业绩远优于基准组合业绩时，两类凸激励作用显著增强. 二者对凸激励强度的贡献主要体现在当基金投资组合的业绩略高于基准组合时，显性凸激励的作用远高于隐性凸激励.



(a) 显性凸激励的作用



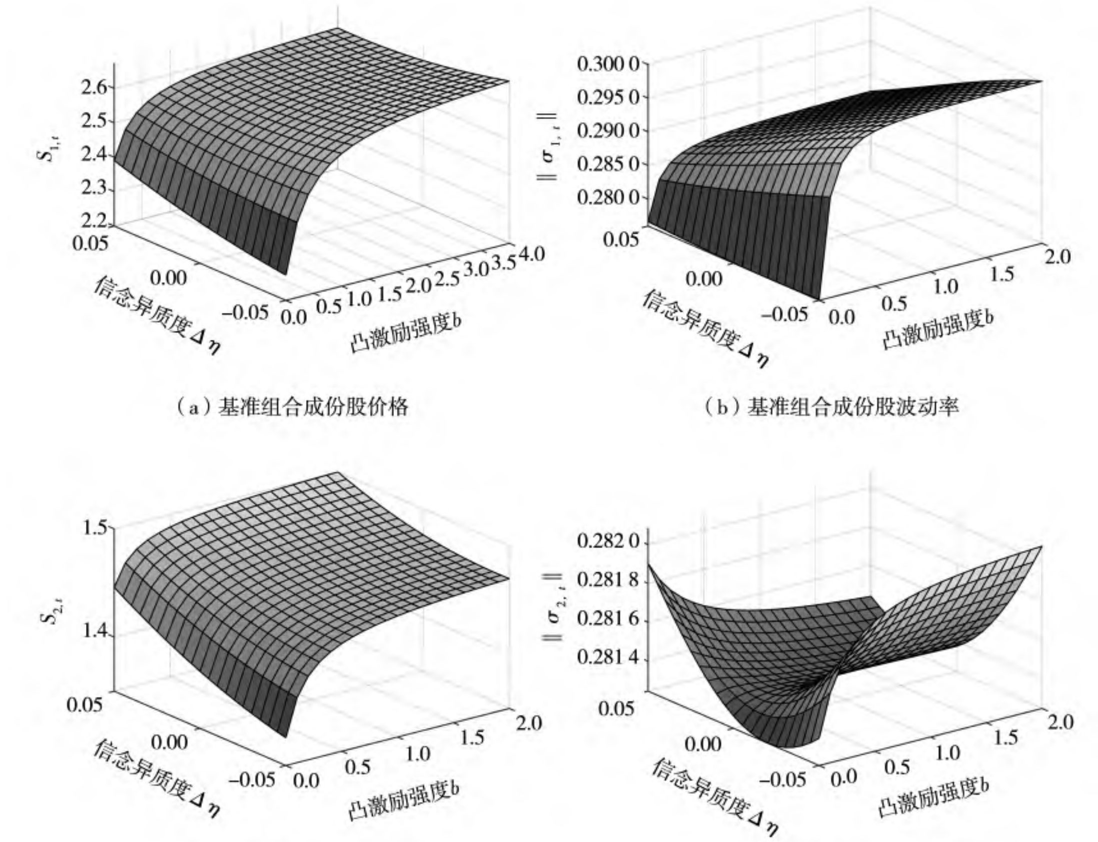
(b) 隐性凸激励的作用

图 2 两类凸激励对凸激励强度的贡献

Fig. 2 The contribution of two kinds of convex incentives to convex incentives intensity

3.2.2　凸激励强度对风险资产价格和波动率的影响

本节模拟凸激励强度 b 对风险资产价格和波动率的影响. 记 $\Delta\eta = \eta_k^R - \eta_k^I$ 为两类投资者的信念异质度,当 $\Delta\eta > 0$ 时,表示机构投资者较散户更悲观;反之,机构投资者更乐观. b 在 0 ~4 之间变动,取机构投资者的信念偏移度 $\eta_k^I = 0$,$\Delta\eta$ 在 −0.05 ~ 0.05 之间变动,其他参数设定与 3.1 节相同,分别模拟基准组合成份股和非成份股的价格和波动率,结果如图 3.



(a) 基准组合成份股价格　(b) 基准组合成份股波动率

(c) 非基准组合成份股价格　(d) 非基准组合成份股波动率

图 3　凸激励强度和投资者信念异质度对风险资产价格和波动率的影响

Fig. 3 The impact of convex incentives and investors' belief heterogeneity on the prices and volatility of risky assets

由图 3(a) 和图 3(c) 可见,无论投资者的信念异质程度如何,随着凸激励强度的提升,风险资产价格 $S_{1,t}$ 和 $S_{2,t}$ 均递增,且 $S_{1,t}$ 增加的幅度更显著. 这表明虽然凸激励仅与基准组合期末表现相关,但凸激励强度对风险资产价格的正向影响不仅限于基准组合成份股,同时波及非成份股,从而加剧了整个市场的资产泡沫化程度.

由图 3(b) 可见,凸激励强度的提升,导致基准组合成份股波动率上升,且当机构投资者较散户更乐观时 (即 $\Delta\eta < 0$) ,波动率增加幅度更显著,而当机构投资者较散户更悲观时(即 $\Delta\eta > 0$) ,波动率增加幅度较小. 由图 3(d) 可见,凸激励强度对非成份股波动率的影响与投资者信念有关,当机构投资者较散户更乐观时 (即 $\Delta\eta < 0$) ,凸激励强度 b 的提升使波动率增加; 当机构投资者较散户更悲观时(即 $\Delta\eta > 0$) ,凸激励强度 b 提升使波动性下降,此时凸激励的存在降低了非基准组合成份股的波动率.

根据数值模拟,有如下结论.

结论 2　机构代理投资中的凸激励强度越大,风险资产的均衡价格越高,且基准组合成份股的波动率越大; 当机构投资者较散户更乐观时,凸激励强度越大,非基准组合成份股的波动率越大; 当机构投资者较散户更悲观时,凸激励强度越大,

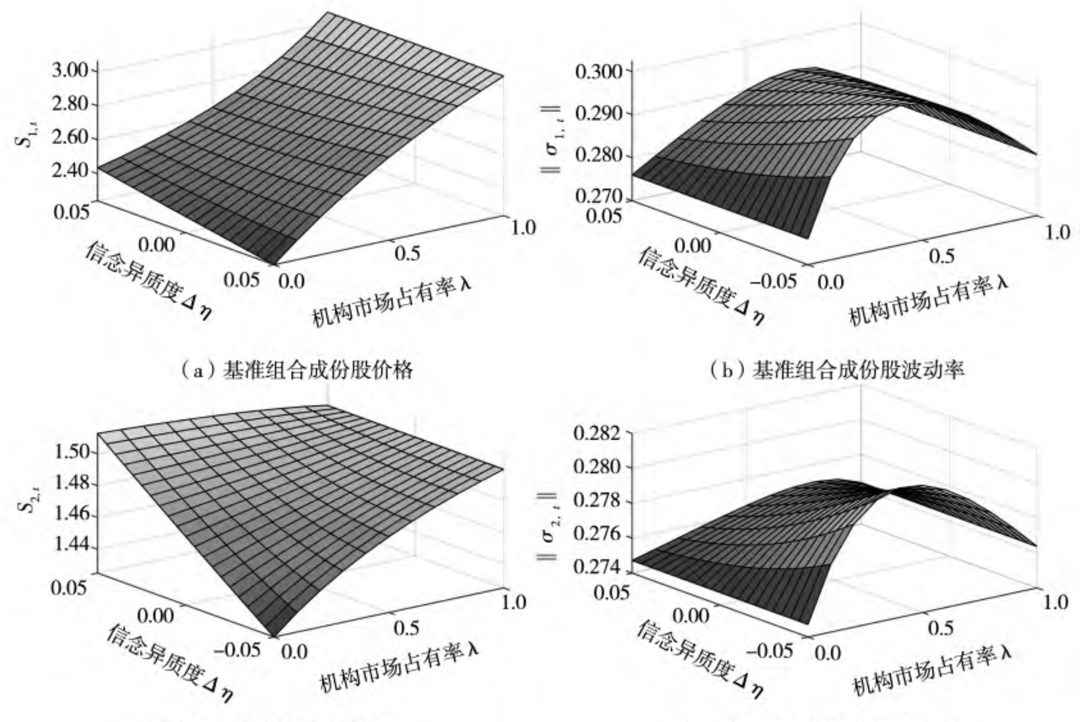
非基准组合成份股的波动率越小.

现有研究表明,机构代理投资中的凸激励会导致管理者采取更激进的投资策略,导致风险转移[8, 35],该结论使投资主体机构化对金融市场的稳定作用遭到质疑. 然而机构投资者具备专业的研究人员,在决策过程中比个人投资者更为理性,不会频繁改变投资策略和投资组合造成市场波动,这些特性表明机构投资者在稳定市场方面有一定作用. 从结论 2 可知,凸激励强度的增大导致风险资产价格提高,但若机构投资者能在对市场的判断上更为谨慎,保持比散户更悲观的信念,则凸激励的存在能起到降低非基准组合成份股波动率的作用.

3.3 机构市场占有率

本节模拟机构投资者的市场占有率 λ 对风险资产价格和波动率的影响. λ 在 0 ~ 1 之间变动,取凸激励强度 $b = 1$,$\Delta\eta$ 在 -0.05 ~ 0.05 之间变动,其他参数设定与 3.2.2 节一致,模拟结果如图 4.

由图 4(a) 可见,随着机构投资者的市场占有率的提高,基准组合成份股的价格升高,而图 4(c) 中非成份股的价格变化与投资者的信念偏移有关,当机构投资者的信念较散户更乐观时 ($\Delta\eta < 0$) ,随着机构投资者市场占有率增加,风险资产价格递增,当散户的信念更乐观时 ($\Delta\eta > 0$) ,风险资产价格随机构投资者市场占有率的增加而减少.



(a) 基准组合成份股价格 (b) 基准组合成份股波动率

(c) 非基准组合成份股价格 (d) 非基准组合成份股波动率

图 4 机构投资者的市场占有率对风险资产价格和波动率的影响

Fig. 4 The impact of institutional investor's market share on the prices and volatility of risky assets

由图 4(b) 和图 4(d) 可见,机构投资者市场占有率对基准组合成份股和非成份股波动的影响一致,波动率随之先增加后减少. 出现这种现象的原因是,散户和机构投资者在异质信念和凸激励的作用下,动态投资策略产生差异,这种差异导致了风险资产价格的波动,因此当机构投资者市场占有率较低时,随着机构规模的扩大,市场上风险资产波动率随之增加,随着规模的进一步扩大,散户所能减持(或卖空) 风险资产比例减少,这反过来迫使机构投资者的杠杆在均衡中下降,促使风险资产波动性随之下降.

根据数值模拟,有如下结论.

结论 3 基准组合成份股的价格随着机构市场占有率的增加而升高; 风险资产的波动率随机

构市场占有率先增加后减少; 当机构投资者的信念较散户更乐观时,随着机构市场占有率的增加,非基准组合成份股价格递增; 当机构投资者的信念较散户更悲观时,非基准组合成份股的价格随机构市场占有率的增加而减少.

不少学者认为,我国机构投资者在稳定市场方面没有发挥应有的作用[36-38]. 事实上,分析国内金融市场的投资主体结构不难发现,散户仍占绝对多数,专业金融机构的力量还非常薄弱. 根据上海证券交易所统计年鉴 2020 卷,2019 年末 A 股专业机构持股市值占比仅为 15.74%,其中投资基金 4.10%,而同期自然人投资者和一般法人的持股比分别为 20.59% 和 60.89%. 从结论 3 可见,随着金融市场专业化和机构化程度的不断加深,机构投资者市场占有率的提高对降低市场波动率有一定的作用,同时谨慎的机构投资者(具有比散户悲观的信念的机构投资者) 能缓解非基准组合成份股的泡沫化程度.

4　结束语

投资主体是金融市场重要的构成要素,传统研究框架中关于投资者同质的假设显然不符合市场的现实情况. 本研究假设市场投资主体为具有异质信念的散户和机构投资者,构造并求解了动态均衡资产定价模型. 分析了投资者的异质信念和机构代理投资中的凸激励对基准组合成份股和非成份股的影响. 得到如下两点结论及政策建议.

第一,由于凸激励的作用,基准组合成份股的价格和波动率均高于非成份股,且随着凸激励强度的增加,基准组合成份股和非成份股的价格均显著升高,与此同时,基准组合成份股的波动率增加. 因此,从缓解资本泡沫,维持资本市场稳定的角度,应降低机构代理投资的凸激励强度. Ma 等[24] 指出,美国 1940 年发布的《基金管理公司法案》规定,基金管理公司禁止采用不对称的薪酬结构,但对于个人基金经理的薪酬合同并没有明确的约束,事实上,不对称的期权激励项仍是构成个人基金经理薪酬的主要部分. 在我国,大部分公募基金发行的产品仅按其管理资产规模收取固定比例的管理费,但与业绩相关的不对称合同在私募基金产品中被广泛采用,这类不对称的薪酬合同是显性凸激励的主要来源. 金融监管部门可通过发布相关指引性文件,对基金管理者的薪酬合同设计进行规范,通过对合同中的期权项进行限制可有效降低凸激励强度.

第二,当机构投资者比散户具有更悲观的信念时,凸激励强度越大,非基准组合成份股的波动率越小,同时其价格随机构投资者市场占有率的增加而下降. 这说明如果机构投资者对市场保持更谨慎态度,其投资行为能有效缓解非基准组合成分股的泡沫化,且降低其波动率. 此时,凸激励的存在对于市场稳定能起到一定的积极作用,但仅限于非基准组合成份股. 因此,基金管理者在投资过程中保持谨慎态度的同时,若基金公司所发行的产品具有多元化,且各类产品的具有不同的较窄的基准组合,则更能发挥机构投资者对资本市场的稳定作用.

本研究假设市场投资主体为散户和代表性的机构投资者,未考虑机构投资者的异质性,后续研究可将投资主体拓展为具有异质信念和异质基准组合的一系列机构投资者,分析投资者的策略互动及其对资产价格的影响.

参 考 文 献:

[1] 蔡庆丰, 宋友勇. 超常规发展的机构投资者能稳定市场吗? ——对我国基金业跨越式发展的反思[J]. 经济研究, 2010, 45(1): 90-101.

Cai Qingfeng, Song Youyong. Can the hyper-normal development of institutional investors stabilize the market? Leapfrog development of China's fund industry[J]. Economic Research Journal, 2010, 45(1): 90-101. (in Chinese)

[2] Juan S P, Fernando Z. Riding the bubble with convex incentives[J]. Review of Financial Studies, 2019, 32(5):

1416 – 1456.

[3] Ross S. Compensation, incentives and the duality of risk aversion and riskiness [J]. Journal of Finance, 2004, 59(1): 207 – 225.

[4] Cuoco D, Kaniel R. Equilibrium prices in the presence of delegated portfolio management [J]. Journal of Financial Economics, 2011, 101(2): 264 – 296.

[5] 伍燕然, 王 凯, 苏 淞, 等. 有限理性对开放式基金业绩 – 流量关系的影响 [J]. 管理科学学报, 2019, 22(10): 101 – 126.

Wu Yanran, Wang Kai, Su Song, et al. Effects of limited rational factors on performance-flow relationship of mutual funds [J]. Journal of Management Sciences in China, 2019, 22(10): 101 – 126. (in Chinese)

[6] Buffa A M, Vayanos D, Woolley P. Asset management contracts and equilibrium prices [J]. Journal of Political Economy, 2022, 130(12): 3146 – 3201.

[7] Buffa A M, Hodor I. Institutional investors, heterogeneous benchmarks and the comovement of asset prices [J]. Journal of Financial Economics, 2023, 147(2): 352 – 381.

[8] Basak S, Pavlova A. Asset prices and institutional investors [J]. American Economic Review, 2013, 103(6): 1728 – 1758.

[9] Kashyap A K, Kovrijnykh N, Li J, et al. The benchmark inclusion subsidy [J]. Journal of Financial Economics, 2021, 142(2): 756 – 774.

[10] Pavlova A, Sikorskaya T. Benchmarking intensity [J]. The Review of Financial Studies, 2023, 36(3): 859 – 903.

[11] 张 维, 张永杰. 异质信念、卖空限制与风险资产价格 [J]. 管理科学学报, 2006, 9(4): 58 – 64.

Zhang Wei, Zhang Yongjie. Heterogeneous beliefs, short-selling constraints and the asset prices [J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(4): 58 – 64. (in Chinese)

[12] Cvitanić J, Jouini E, Malamud S, et al. Financial markets equilibrium with heterogeneous agents [J]. Review of Finance, 2012, 16: 285 – 321.

[13] Bhamra H S, Uppal R. Asset prices with heterogeneity in preferences and beliefs [J]. Review of Financial Studies, 2014, 27(2): 519 – 580.

[14] Banerjee S, Kremer I. Disagreement and learning: Dynamic patterns of trade [J]. Journal of Finance, 2009, 65(4): 1269 – 1302.

[15] 郑 敏. 异质信念、生存条件及市场影响力 [J]. 管理科学学报, 2015, 18(8): 73 – 82.

Zheng Min. Heterogeneous beliefs, survival and market impact [J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(8): 73 – 82. (in Chinese)

[16] Atmaz A, Basak S. Belief dispersion in the stock market [J]. Journal of Finance, 2018, 73(3): 1125 – 1279.

[17] Borovička J. Survival and long-run dynamics with heterogeneous beliefs under recursive preferences [J]. Journal of Political Economy, 2020, 128(1): 206 – 251.

[18] Berkman H, Dimitrov V, Jain P C, et al. Sell on the news: Differences of opinion, short-sales constraints, and returns around earnings announcements [J]. Journal of Financial Economics, 2009, 92(3): 376 – 399.

[19] Yu J. Disagreement and return predictability of stock portfolios [J]. Journal of Financial Economics, 2011, 99(1): 162 – 183.

[20] 陈国进, 张贻军. 异质信念、卖空限制与我国股市的暴跌现象研究 [J]. 金融研究, 2009, (4): 80 – 91.

Chen Guojin, Zhang Yijun. Heterogeneous beliefs, short-selling constraints and the crash phenomenon in the Chinese stock markets [J]. Journal of Financial Research, 2009, (4): 80 – 91. (in Chinese)

[21] 熊 熊, 高 雅, 冯 绪. 卖空交易与异质信念: 基于中国股票市场的证据 [J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(8): 1937 – 1948.

Xiong Xiong, Gao Ya, Feng Xu. Short-sales and heterogeneous beliefs: Evidence from China stock market [J]. Systems

Engineering: Theory & Practice, 2017, 37(8): 1937 – 1948. (in Chinese)

[22] 孟庆斌, 黄清华. 卖空机制是否降低了股价高估? ——基于投资者异质信念的视角[J]. 管理科学学报, 2018, 21(4): 43 – 66.

Meng Qingbin, Huang Qinghua. Does short selling decrease stock overvaluation: A perspective of heterogeneous beliefs [J]. Journal of Management Sciences in China, 2018, 21(4): 43 – 66. (in Chinese)

[23] 刘　燕, 朱宏泉. 个体与机构投资者, 谁左右 A 股股价变化? ——基于投资者异质信念的视角[J]. 中国管理科学, 2018, 26(4): 120 – 130.

Liu Yan, Zhu Hongquan. Individual investor or institutional investor, who dominates asset pricing in Chinese A-share stock market? [J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(4): 120 – 130. (in Chinese)

[24] Ma L L, Tang Y H, Gómez J P. Portfolio manager compensation in the U. S. mutual fund industry[J]. Journal of Finance, 2019, 74(2): 587 – 638.

[25] Li X W, Wu W F. Portfolio pumping and fund performance ranking: A performance-based compensation contract perspective[J]. Journal of Banking & Finance, 2019, 105: 94 – 106.

[26] 肖　峻, 石　劲. 基金业绩与资金流量: 我国基金市场存在"赎回异象"吗? [J]. 经济研究, 2011, 46(1): 112 – 125.

Xiao Jun, Shi Jing. Historical performance and fund flows: Does "Redemption Anomaly" exist in China's open-end fund market? [J]. Economic Research Journal, 2011, 46(1): 112 – 125. (in Chinese)

[27] Kouwenberg R, Ziemba W T. Incentives and risk taking in hedge funds[J]. Journal of Banking & Finance, 2007, 31(11): 3291 – 3310.

[28] Servaes H, Sigurdsson K. The costs and benefits of performance fees in mutual funds[J]. Journal of Financial Intermediation, 2022, 50: 100959.

[29] Evans R, Gómez J P, Ma L, et al. Peer versus pure benchmarks in the compensation of mutual fund managers[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2024, 59(7): 3101 – 3138.

[30] Basak S, Pavlova A, Shapiro A. Offsetting the implicit incentives: Benefits of bench marking in money management[J]. Journal of Banking & Finance, 2008, 32(9): 1883 – 1893.

[31] Nicolosi M. Optimal strategy for a fund manager with option compensation[J]. Decisions in Economics and Finance, 2018, 41(1): 1 – 17.

[32] Karatzas I, Shreve S E, Karatzas I, et al. Methods of Mathematical Finance[M]. New York: Springer, 1998.

[33] Cox J C, Huang C F. Optimal consumptions and portfolio policies when asset prices follow a diffusion process[J]. Journal of Economic Theory, 1989, 49: 33 – 83.

[34] Boyer B H. Style-related comovement: Fundamentals or labels? [J]. The Journal of Finance, 2011, 66(1): 307 – 332.

[35] Lim J, Sensoy B A, Weisbach M S. Indirect incentives of hedge fund managers[J]. Journal of Finance, 2016, 71(2): 871 – 918.

[36] 史永东, 王谨乐. 中国机构投资者真的稳定市场了吗? [J]. 经济研究, 2014, 49(13): 100 – 112.

Shi Yongdong, Wang Jinle. Do Chinese institutional investors really stabilize the market? [J]. Economic Research Journal, 2014, 49(13): 100 – 112. (in Chinese)

[37] 董纪昌, 庞嘉琦, 李秀婷, 等. 机构投资者持股与股价崩盘风险的关系——基于市场变量的检验[J]. 管理科学学报, 2020, 23(3): 73 – 88.

Dong Jichang, Pang Jiaqi, Li Xiuting, et al. Exploring the relationship between institutional investor holdings and stock price crash risk: A test based on market variables[J]. Journal of Management Sciences in China, 2020, 23(3): 73 – 88. (in Chinese)

[38] 高昊宇, 刘　伟, 马超群, 等. 机构卖出和暴跌风险: 优势信息的作用[J]. 管理科学学报, 2022, 25(1): 64 – 80.

Gao Haoyu, Liu Wei, Ma Chaoqun, et al. Institutional exits and stock crash: The role of informed investors[J]. Journal of

Management Sciences in China, 2022, 25(1): 64 – 80. (in Chinese)

Do convex incentives boost asset prices and volatility? From the perspective of investors' heterogeneous beliefs

XU Si[1,2], *SHENG Ji-liang*[1*]

1. School of Statistics and Data Science, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China;
2. School of Information Engineering, Hangzhou Vocational & Technical College, Hangzhou 310018, China

Abstract: This paper analyzes the impact of convex incentives in delegated portfolio management on the prices and volatility of risky assets using a theoretical model within a continuous-time financial framework. A multiple-stock dynamic equilibrium pricing model is constructed, where institutional and retail investors have heterogeneous beliefs, and the institutional investors face convex incentives associated with a benchmark portfolio's performance. On this basis, using the martingale method, the closed-form solutions for the risky assets' equilibrium prices and volatility are derived. Finally, numerical results show that the stock in the benchmark portfolio has a higher price and volatility than the stock that is not included. Convex incentives for institutional investors can always boost risky asset prices and the volatility of stocks in benchmark portfolio. When institutional investors are more pessimistic than retail investors, an increase in convex incentives will reduce the volatility of stocks not in the benchmark portfolio, and an increase in institutional market share will reduce the degree of bubble of stock not in benchmark portfolio.

Key words: heterogeneous beliefs; convex incentives; asset pricing; benchmark portfolio; martingale method