

# 基于 MCMC 的金融市场风险 VaR 的估计

王春峰, 万海辉, 李刚

(天津大学管理学院, 天津大学金融工程中心, 天津 300072)

**摘要:** 针对现有 VaR 计算中主流方法的缺陷, 创新性地提出了一种基于马尔科夫链蒙特卡洛 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 模拟的 VaR 计算方法, 以克服传统 Monte Carlo 模拟的高维、静态性缺陷, 提高估算精度. 通过对美国国债的实证分析和计算, 验证了 MCMC 方法的优越性.

**关键词:** VaR; 蒙特卡洛模拟; 马尔科夫链蒙特卡洛模拟

**中图分类号:** O242.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1007-9807(2000)02-0054-08

## 0 引言

近二十年来, 由于受经济全球化与金融自由化、现代金融理论及信息技术进步、金融创新等因素的影响, 金融市场呈现出前所未有的波动性, 金融市场风险成为全球金融机构和监管当局关注的焦点. 许多金融机构投入大量资源开发金融风险测量技术, 特别是作为风险管理核心和基础的风险测量技术近年来取得许多重要进展, 其中 VaR (Value at Risk) 成为金融市场风险测量的主流模型<sup>[1,2]</sup>.

VaR 是指在特定的持有期及置信度内, 由于市场的负面波动而导致的证券组合的最大潜在损失. 用数学公式来表示

$$\text{prob}(\Delta P > -VaR) = 1 - \alpha \quad (1)$$

其中  $\Delta P$  为证券组合在持有期  $\Delta t$  内的损失, VaR 为置信水平  $\alpha$  下处于风险中的价值.

例如, J. P. Morgan 公司 1994 年年报披露, 1994 年该公司一天的 95% VaR 值为 1500 万美元. 其含义是指, 该公司可以以 95% 的可能性保证, 1994 年每一特定时点上的证券组合在未来 24 小时之内, 由于市场价格变动而带来的损失不会超过 1500 万美元.

与传统的风险测量如  $\beta$  值相比, VaR 的优点在于其简明、综合性, 它将市场风险概括为一个简单的数字, 便于高层管理者和监管机构理解. 自 80 年代 VaR 首次被一些金融公司用于测量交易性证券的市场风险后, 目前 VaR 已成为商业银行、投资银行、非金融公司、机构投资者测量市场风险的主流技术, 大量基于 VaR 的风险测量软件如 J. P. Morgan 公司的 RiskMetrics 系统已广泛投入应用; 监管机构则利用 VaR 技术作为金融监管的工具, 如《巴塞尔银行业有效监管核心原则》及欧盟的资本充足度法令中, VaR 被用于确定银行的风险资本金. 此外, VaR 还被金融机构用于确定市场风险的限额及评价绩效等方面.

然而, VaR 实施中存在许多严重问题, 主要表现在 VaR 的计算方面. VaR 计算的关键在于确定证券组合价值变化的概率分布, 而这个分布主要由两个假定所决定: 一是证券组合的价值函数与市场因子间呈线性还是非线性关系; 二是市场因子呈正态还是非正态分布. 不同的假定, 导致不同的计算方法. 目前常用的方法有<sup>[3-6]</sup>: 历史模拟法、分析方法和蒙特卡洛模拟法.

历史模拟法直接根据市场因子的历史数据对证券组合的未来收益进行模拟, 在给置信度下

① 收稿日期: 1999-01-08; 修改日期: 1999-10-18

基金项目: 国家自然科学基金重大项目 (79790130), 霍英东青年教师基金; 教育部跨世纪优秀人才基金; 教育部优秀青年教师奖励基金; 中科院开放实验室基金资助项目.

作者简介: 王春峰 (1966-), 男, 汉族, 河北省人, 博士, 教授, 博士生导师.

计算潜在损失,它不需要对市场因子的统计分布作出假设,但历史模拟法必须保留市场因子过去某个时期所有的历史数据,而且必须对证券组合中每一个金融工具进行估价,计算量大。

分析方法是一种利用证券组合的价值函数与市场因子间的近似关系、市场因子的统计分布(方差-协方差矩阵)来简化计算的方法。分析模型可分为两大类 delta-类和 gamma-类。在 delta-类中,证券组合的价值函数均取一阶近似,但不同模型中市场因子的统计分布假定不同,如 Garbade (1986)的 delta-正态模型<sup>[7]</sup>中市场因子服从多元正态分布;J. P. Morgan(1994)的 delta-加权正态模型<sup>[2]</sup>中,使用加权正态模型(WTN)来估计市场因子回报的协方差矩阵;Hsieh(1993)的 delta-GARCH 模型<sup>[8]</sup>中,使用了 GARCH 模型来描述市场因子。在 gamma-类模型中,证券组合的价值函数均取二阶近似,其中 Wilson(1993)的 gamma-正态模型<sup>[9]</sup>假定市场因子的变化服从多元正态分布,而 Fallon(1996)的 gamma-GARCH 模型<sup>[10]</sup>使用多元 GARCH 模型来描述市场因子。分析方法简化了 VaR 的计算,但它要求市场因子必须服从正态分布、价值函数非线性程度低,而现实中经常无法满足这两个假定。

针对分析方法在处理非线性证券组合时的缺陷,近年来蒙特卡洛模拟法成为学术界研究 VaR 计算的主流方法。但蒙特卡洛模拟法存在两个重要缺陷,其一是计算效率低,近年来许多工作集中在提高蒙特卡洛模拟法的计算效率方面<sup>[11]</sup>;其二是维数高、静态性的缺陷。传统的蒙特卡洛模拟法由于采用抽样方法产生随机序列,均值和协方差矩阵不变,而经济问题中的变量都具有时变性,用静态的方法处理时变变量时必然会产生一定的偏差;而且传统蒙特卡洛方法难于从高维的概率分布函数中抽样。

针对这种情况,本文提出了一种基于马尔科夫链蒙特卡洛(Markov Chain Monte Carlo,简称 MCMC)的 VaR 计算方法,以克服传统 Monte Carlo 模拟的高维、静态的缺陷,提高估算精度。

## 1 马尔科夫链蒙特卡洛方法

MCMC 方法<sup>[12]</sup>是一种特殊的蒙特卡洛方法,

它将随机过程中的马尔科夫过程引入到蒙特卡洛模拟中,实现动态模拟(即抽样分布随模拟的进行而改变)。本质上,MCMC 方法是使用马尔科夫链的蒙特卡洛积分。已知市场因子的历史数据,实际上是已知变量的后验分布,要求的一些后验量如均值、方差、分位数可归结为对高维的后验分布进行积分计算。具体来看,蒙特卡洛积分通过抽样点  $\{X^{(t)}, t = 1, \dots, n\}$  来估计  $E[f(X)]$ , 其估算公式为

$$E[f(x)] \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(X^{(i)}) \quad (2)$$

所以,由  $f(X)$  的抽样均值可得到其总体均值。如果抽样点  $\{X^{(i)}\}$  是独立的,则可以增加抽样次数  $n$  来达到所期望的准确度。

一般来讲,随机点  $X_t$  来自于分布  $\pi(X)$ , 因此如何由分布  $\pi(X)$  得到随机点至关重要。MCMC 方法就是通过构造一个平稳分布为  $\pi(X)$  的马尔科夫链来得到随机样本。假定要产生随机变量  $\{X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \dots\}$ , 则对任意  $t \geq 0$  的时刻,下一状态  $X^{(t+1)}$  来自于对分布  $P(X^{(t+1)} | X^{(t)})$  的抽样,它只依赖于当前状态  $X_t$ , 并不依赖于历史状态  $\{X^{(0)}, X^{(1)}, \dots, X^{(t-1)}\}$ 。这就是马尔科夫序列,其中  $P(\cdot | \cdot)$  称为转移核,它不依赖于时间  $t$ 。

现在有一个问题是初始状态  $X^{(0)}$  对  $X^{(t)}$  有什么影响。在给定  $X^{(0)}$  而没有  $\{X^{(1)}, \dots, X^{(t-1)}\}$  的信息情况下,将  $X^{(t)}$  的条件分布记为  $P^{(t)}(X^{(t)} | X^{(0)})$ 。在一般规律下,马尔科夫链将逐渐的忽略其初始状态,  $P^{(t)}(X^{(t)} | X^{(0)})$  将最终收敛于唯一的平稳分布,它既不依赖于  $t$  也不依赖于初始状态。这说明,不管初始值取什么,  $X^{(t)}$  的分布收敛到同一个分布,即所谓的平稳分布。

事实上,并不需要起始状态的边际分布就是  $\pi(x)$ , 从不同的  $X^{(0)}$  出发,链经过一段时间的迭代后,可以认为各个时刻的  $X^{(t)}$  的边际分布都是平稳分布  $\pi(x)$ , 此时称它收敛了。而在收敛出现以前的一段时间,比如  $m$  次迭代中,各状态的边际分布还不能认为是  $\pi(x)$ , 因此在使用式(2)估计  $E[f(X)]$  时,应把前面的  $m$  个迭代值去掉,而用后面的  $n - m$  个迭代结果来估计,即

$$E[f(X)] \approx \frac{1}{n - m} \sum_{t=m+1}^n f(X^{(t)}) \quad (3)$$

上式称为遍历平均。由众知的遍历性定理,有  $\hat{f}_m$

$\rightarrow E[f(X)], n \rightarrow \infty$ .

从模拟计算的角度看,构造的转移核使已知的概率分布  $\pi(x)$  为平稳分布. 因此,在采用 MCMC 方法时,转移核的构造具有至关重要的作用. 不同的转移核的构造方法,导致不同的 MCMC 方法,如 Metropolis 方法、Gibbs 抽样方法等.

至此,可以把 MCMC 方法概括为如下三步:

1) 在  $X$  上选一个“合适”的马尔科夫链,使其转移核为  $p(\cdot|\cdot)$ , 这里“合适”的含义主要指  $\pi(x)$  应是其相应的平稳分布;

2) 由  $X$  中某一点  $X^{(0)}$  出发,用(1)中的马尔科夫链产生点序列  $X^{(1)}, \dots, X^{(n)}$ ;

3) 对某个  $m$  和大的  $n$ ,任一函数  $f(x)$  的期望估计如下

$$\hat{E}[f(X)] = \frac{1}{n-m} \sum_{t=m+1}^n f(X^{(t)})$$

## 2 抽样方法——转移核的构造

MCMC 主要应用在多变量、非标准形式、且各变量间相互不独立时分布的模拟. 由于在 MCMC 方法中,转移核的构造起着决定性的作用,所以本部分将详细讨论这个问题.

### 2.1 Metropolis-Hastings 方法

在 MCMC 中最一般化的抽样方法是 Metropolis-Hastings 方法. Metropolis 等人在1953

$$p(x|x') = \begin{cases} q(x|x') & \pi(x')q(x'|x) \geq \pi(x)q(x|x') \\ q(x'|x) \frac{\pi(x')}{\pi(x)} & \pi(x')q(x'|x) < \pi(x)q(x|x') \end{cases}$$

下面讨论  $q(x|x')$  的选择问题.

同时产生整个  $X$  有时是困难的,而将  $X$  根据其分量进行逐个抽样则简单的多,这就要用到条件分布,特别是满条件分布.

考虑  $X_i | X_{-i}, i = 1, 2, \dots, n$  的条件分布,选择

$$q_i(x_i \rightarrow x'_i | x_{-i}) = \min \left\{ 1, \frac{\pi(x'_i)q_i(x_i \rightarrow x'_i | x_{-i})}{\pi(x_i)q_i(x'_i \rightarrow x_i | x_{-i})} \right\}$$

决定是否接受  $x'_i$  作为链的下一状态,这就是单元素 Metropolis-Hastings 算法.

### 2.2 Gibbs 抽样

Gibbs 抽样实际上是一种特殊的单元素 Metropolis-Hastings 算法,它是在 Metropolis-Hastings 方法中取  $q(x'_i \rightarrow x_i)$  为  $\pi(x_i | x_{-i})$ , 容易验证,

年提出了一种构造转移核的方法, Hastings 随后对之加以推广,形成 Metropolis-Hastings 方法,其思路如下.

任意选择一个不可约转移概率  $q(\cdot|\cdot)$  以及一个函数  $a(\cdot, \cdot), 0 < a(\cdot, \cdot) \leq 1$ , 对任一组合  $(x, x') (x \neq x')$  定义

$$p(x|x') = q(x|x')a(x, x'), x \neq x'$$

则  $p(x|x')$  形成一个转移核.

此方法的实施比较直观:如果链在时刻  $t$  处于状态  $x$ , 即  $X^{(t)} = x$ , 则首先由  $q(\cdot|x)$  产生一个潜在的转移  $x \rightarrow x'$ , 然后根据概率  $a(x, x')$  决定是否转移. 也就是说,在潜在转移点找到后,以概率  $a(x, x')$  接受  $x'$  作为链在下一时刻的状态值,而以概率  $1 - a(x, x')$  拒绝转移到  $x'$ , 从而链在下一时刻仍处于状态  $x$ . 于是,在有了  $x'$  后,可在抽取一个  $[0, 1]$  上均匀分布的随机数  $u$ , 则

$$X^{(t+1)} = \begin{cases} x', & u \leq a(x, x') \\ x, & u > a(x, x') \end{cases}$$

一般,分布  $q(\cdot|x)$  称为建议分布 (proposal distribution). 因为目的是使后验分布  $\pi(x)$  成为平稳分布,因此,在有了  $q(\cdot|\cdot)$  后,应选择一个  $a(\cdot, \cdot)$  使相应的  $p(x|x')$  以  $\pi(x)$  为其平稳分布,一个最常用的选择是

$$a(x, x') = \min \left\{ 1, \frac{\pi(x')q(x'|x)}{\pi(x)q(x|x')} \right\} \quad (4)$$

此时,  $p(x|x')$  为

$$\pi(x')q(x'|x) \geq \pi(x)q(x|x') \\ \pi(x')q(x'|x) < \pi(x)q(x|x')$$

一个转移核  $q(x_i \rightarrow x'_i | x_{-i})$ , 固定  $X'_{-i} = X_{-i} = x_{-i}$ , 不变,由  $q(x_i \rightarrow x'_i | x_{-i})$  产生一个可能的  $x'_i$ , 然后以概率  $X'_{-i} = X_{-i} = x_{-i}$  不变,由  $q(x_i \rightarrow x'_i | x_{-i})$  产生一个可能的  $x'_i$ , 然后以概率

在 Gibbs 抽样的构造之初,假设  $X$  具有密度函数  $\pi(x)$ , 这在实际中往往做不到,但这并不影响 Gibbs 抽样的实施. 应用中,可以对  $i = 1, \dots, n$  重复使用 Gibbs 抽样,在一般的条件下,这样的迭代依分布收敛到  $\pi$ . 下面将单元素 Gibbs 抽样具体化

写出.

1) 确定初始点  $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ , 设  $i = 0$ .

2) 从满条件分布  $\pi(x_1 | x_2^{(i)}, x_3^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$  中, 抽取  $x_1^{(i+1)}$ ; 从满条件分布  $\pi(x_2 | x_1^{(i+1)}, x_3^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$  中, 抽取  $x_2^{(i+1)}$ ;  $\dots$  从满条件分布  $\pi(x_n | x_1^{(i+1)}, x_2^{(i+1)}, \dots, x_{n-1}^{(i+1)})$  中, 抽取  $x_n^{(i+1)}$ .

$\dots, x_n^{(i+1)})$  中, 抽取  $x_n^{(i+1)}$ .

3) 设  $i = i + 1$ , 转到第 2) 步.

记  $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$ , 则  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(i)}$ ,  $\dots$  是马尔科夫链的实现值, 其由  $x$  到  $x'$  的转移概率为

$$p(x|x') = \pi(x_1|x_2, \dots, x_n)\pi(x_2|x_1, \dots, x_n)\dots\pi(x_n|x_1, \dots, x_{n-1})$$

要使 Gibbs 抽样具有实用性, 还必须知道 Gibbs 抽样的收敛条件以及怎样对 Gibbs 抽样得到的数进行分析. 通常可采用两种方法对其收敛性进行判断.

方法之一是用 Gibbs 抽样同时产生多个马尔科夫链. 在经过一段时间后, 如果这几条链稳定下来, 则 Gibbs 抽样收敛了. 图1是这个方法的一个直观说明, 它用 Gibbs 抽样同时产生9条马尔科夫链, 并把其中的一个参数的实现值作成散点图, 由图可

清楚地看到, 在经过约4400次迭代后, Gibbs 抽样收敛了.

另一个判断 Gibbs 抽样收敛的方法是看遍历均值是否已经收敛, 比如, 在由 Gibbs 抽样得到的链中每隔一段距离计算一次参数的遍历均值, 为使用来计算平均值的变量近似独立, 通常可每隔一段取一个样本, 当这样算得的均值稳定后, 可认为 Gibbs 抽样收敛. 下文所要采用的就是这种方法.

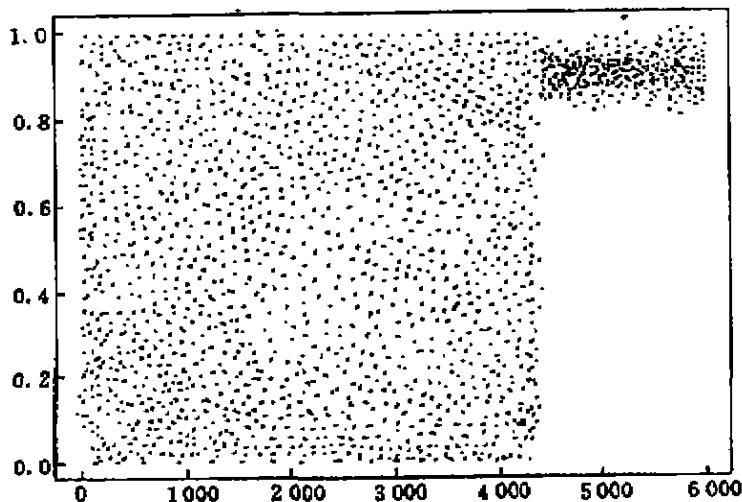


图1 Gibbs 抽样迭代过程

### 3 实证分析及评价

下面以美元国债为例, 将前面提出的 MCMC 方法应用于 VaR 的计算, 并与传统的蒙特卡洛模拟法的结果作比较, 以考察 MCMC 的优劣.

#### 3.1 实证分析

具体步骤如下: 首先识别基础的市场因子, 并用市场因子表示出证券组合中各个金融工具的盯市价值; 假设市场因子的变化服从的分布 (如多元正态分布), 运用 MCMC 方法估计分布的参数 (如均值向量和协方差矩阵); 根据参数模拟市场因子未来变化的情景, 用定价公式计算证券组合未来的

盯市价值及未来的潜在损益; 根据潜在损益的分布, 在给定置信度下计算 VaR 值.

假设持有的证券组合包括6个月、1年和2年期的零息美国国债, 则基础的市场因子就是6个月、1年和2年的利率. 所要做的第一步就是根据利率的历史数据, 运用 MCMC 方法估计分布的参数, 即均值向量和协方差矩阵, 这是问题的关键之所在.

我们的数据集合取为 1996年1月2日至1996年5月22日共100个交易日利率的历史数据. 由于 VaR 考察的是证券组合的收益 (或损失), 因此应通过资产回报率来衡量. 在给定第  $t$  天利率  $i_t$  的条件下, 定义日回报为

$$r_t = \ln \frac{i_t}{i_{t-1}}$$

实际上  $r_t$  是连续复利条件下的相对回报, 又称为对数回报. 首先需要进行的是正态性检验, 这是使用蒙特卡洛模拟法和 MCMC 方法的前提. 经检验,

本文所采用的从1996年1月2日至5月22日共100天的6个月、1年和2年期利率回报的历史数据, 近似服从多元正态分布. 同时根据利率的历史数据还可以得到以下的统计量:

表1 利率的统计量

	$r^{10.51}$	$r^{1.11}$	$r^{1.21}$
均值	0.000 096	0.000 214	0.000 459
方差	0.000 052	0.000 080	0.000 130
标准差	0.007 193	0.008 952	0.011 394
偏度	0.441 010	1.265 536	1.199 261
峰度	4.130 653	6.898 694	5.933 821

协方差矩阵  $\Sigma = \begin{bmatrix} 0.000\ 052 & 0.000\ 054 & 0.000\ 065 \\ 0.000\ 054 & 0.000\ 080 & 0.000\ 095 \\ 0.000\ 065 & 0.000\ 095 & 0.000\ 130 \end{bmatrix}$

相关系数矩阵  $R = \begin{bmatrix} 1.000\ 0 & 0.849\ 1 & 0.800\ 8 \\ 0.849\ 1 & 1.000\ 0 & 0.937\ 4 \\ 0.800\ 8 & 0.937\ 4 & 1.000\ 0 \end{bmatrix}$

可以看出, 6个月、1年和2年期利率回报的相关性非常大.

进行 MCMC 方法的计算. WinBUGS 可以利用一种被称作 DoodleBUGS 的图形界面来构造模型, 同时还具有多种分析工具来监测模拟的收敛状况. 下面建立本文的 DoodleBUGS 模型.

鉴于 MCMC 方法已经广泛地应用于应用统计学, 在此本文使用一种成熟的软件包 WinBUGS

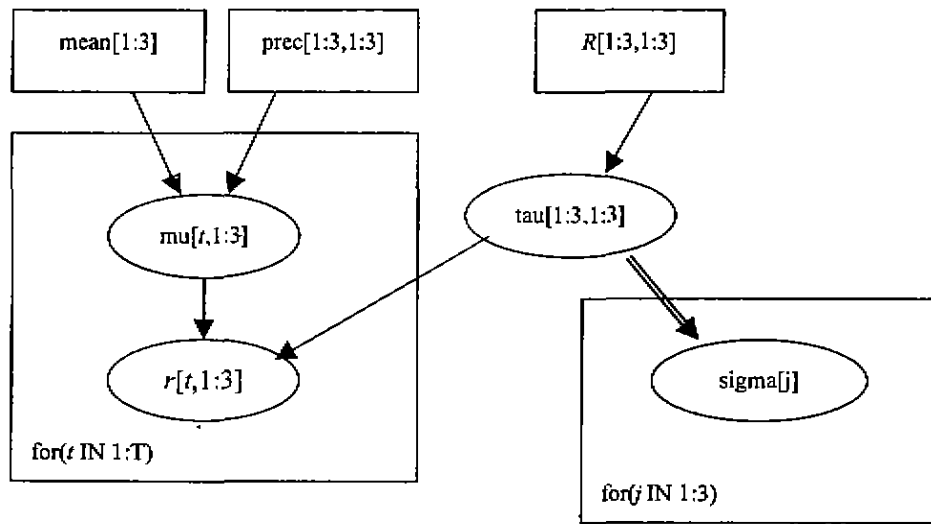


图2 DoodleBUGS 模型

通过计算,得到关于 $r[t,1;3]$ 的一些统计量:

表2 计算得到的统计量

节点	均值	标准差	MC 误差	5%	中值	95%	开始	抽样
$r[1,1]$	0.004 436	0.007 720	0.000 451	-0.0145	0.004 446	0.025 97	501	1500
$r[1,2]$	0.000 291	0.009 307	0.000 340	-0.014 97	0.000 432	0.014 40	501	1500
$r[1,3]$	0.000 459	0.013 360	0.000 474	-0.021 73	0.000 233	0.022 64	501	1500
$r[2,1]$	0.004 987	0.008 050	0.000 391	-0.013 71	0.004 505	0.027 09	501	1500
$r[2,2]$	0.001 737	0.008 963	0.000 236	-0.015 78	-0.000 149	0.014 00	501	1500
$r[2,3]$	-0.001 128	0.013 900	0.000 403	-0.023 28	-0.001 727	0.022 68	501	1500
$r[3,1]$	0.002 078	0.008 330	0.000 479	-0.019 74	0.002 004	0.024 00	501	1500
$r[3,2]$	0.004 173	0.009 602	0.000 382	-0.011 25	0.004 186	0.019 85	501	1500
$r[3,3]$	0.000 038	0.014 650	0.000 580	-0.024 36	0.000 337	0.022 53	501	1500
⋮								
$r[99,1]$	-0.000 163	0.007 890	0.000 403	-0.020 19	0.000 165	0.020 56	501	1500
$r[99,2]$	-0.002 055	0.008 762	0.000 305	-0.016 13	-0.002 048	0.012 36	501	1500
$r[99,3]$	-0.000 292	0.013 040	0.000 403	-0.021 13	-0.000 027	0.020 65	501	1500
$r[100,1]$	0.002 263	0.007 840	0.000 436	-0.020 35	0.001 927	0.026 56	501	1500
$r[100,2]$	-0.003 901	0.009 047	0.000 267	-0.018 47	-0.000 400	0.010 04	501	1500
$r[100,3]$	-0.006 756	0.014 160	0.000 444	-0.031 68	-0.006 281	0.018 00	501	1500

则 $r[100,1;3]$ 服从均值为 $[0.002\ 263, -0.003\ 901]$ ,得到其分布,最终计算出 VaR.

$-0.006\ 756]^{-1}$ 、协方差矩阵

$$\begin{bmatrix} 0.000\ 061 & 0.000\ 060 & 0.000\ 089 \\ 0.000\ 060 & 0.000\ 082 & 0.000\ 120 \\ 0.000\ 089 & 0.000\ 120 & 0.000\ 201 \end{bmatrix}$$

的多元正态分布.假设 $r[101,1;3]$ 也服从这个分布.在此条件下,模拟出5000个 $r[101,1;3]$ 的值,并且根据5月22日的利率,可以计算得到5000个5月23日的模拟利率 $i[101,1;3]$ .

而根据蒙特卡洛模拟法, $r[101,1;3]$ 服从均值为 $[0.000\ 096, 0.000\ 214, 0.000\ 459]^{-1}$ 、协方差

$$\begin{bmatrix} 0.000\ 052 & 0.000\ 054 & 0.000\ 065 \\ 0.000\ 054 & 0.000\ 080 & 0.000\ 095 \\ 0.000\ 065 & 0.000\ 095 & 0.000\ 130 \end{bmatrix}$$

的多元正态分布.同样模拟出5000个 $r[101,1;3]$ 的值,并计算出5000个模拟利率 $i[101,1;3]$ .下一步将根据这些模拟值(scenarios)计算证券组合的价值,

$$\begin{aligned} PV &= 300 \times e^{-5.112 \cdot 26/250} + 300 \times e^{-5.25\% \cdot 152/250} + 400 \times e^{-5.03\% \cdot 402/250} \\ &= 952.021 \text{ 万美元} \end{aligned}$$

由于本文的重点在于引入MCMC这种方法计算VaR,因而在金融工具中只涉及了债券这种最基本的金融工具,所以其定价过程比较简单.这三种不同期限的零息美国国债的现值分别只受各自利率的影响.采用连续复利的方法计息,零息债券的现值就是未来所收到报酬的贴现,其定价公式为

$$PV = M \cdot e^{-rt} \quad (5)$$

其中 $PV$ 为债券的现值, $M$ 为债券的面值或到期值, $r$ 为年利率, $n$ 为以年计的到期.

假设现持有期限为6个月的零息债券的面值为300万美元,到期为1996年6月30日;期限为1年的面值为300万美元,到期为1996年12月31日;期限为2年的面值为400万美元,到期为1997年12月31日.

1996年5月22日这一天证券组合的现值为

将根据 MCMC 方法模拟出的5月23日的利率分别代入式(5),得到5000个证券组合的价值,分别减去5月22日的现值952.021万美元后得到证券组合的收益(或损失),按照 VaR 的定义,计算左方5%的分位数得到 VaR 的值为6.28万美元。

按照同样的方法,可以计算出根据蒙特卡洛模拟法得到的 VaR 值为5.87万美元。

### 3.2 模型的评价

下面使用 Kupiec(1995)提出的置信区间法对  
 $-2\ln[(1-p^*)^{T-N}p^{*N}] + 2\ln[(1-N/T)^{T-N}(N/T)^N]$   
 在零假设成立的条件下,它服从自由度为1的  $\chi^2$  分布。

表3显示了测试的置信区间。当样本包括一年的数据 ( $T=255$ )时, $N$ 的期望值为  $pT=5\% \times 255$

两种模型进行比较分析。假定 VaR 的计算是在  $1-p^*$  的置信水平上,比较  $T$ 天的预测的 VaR 和实际损失,损失超过 VaR 的天数为  $N$ 。因此,损失超过 VaR 的频率为  $N/T$ 。我们要考察的是这个频率是否显著的不同于预测值  $p^*$ 。样本  $T$  中的  $N$  次失败预测的概率服从二项式公式

$$(1-p)^{T-N}p^N$$

对于零假设  $p = p^*$ ,其更加合适的测试为可能性比率(LR),即

$=13$ 。但只要  $N$  在区间  $[6, 21]$  中,就不能拒绝零假设。 $N$  值大于或等于21表明 VaR 低估了最大损失; $N$  值小于或等于6表明 VaR 的估计过于保守。

表3 评价 VaR 模型的置信区间

天数	VaR 的置信水平		VaR 的置信水平	
	1%		5%	
	下限	上限	下限	上限
$T=100$	—	—	1 (1%)	10 (10.0%)
$T=255$	—	7 (2.75%)	6 (2.35%)	21 (8.24%)
$T=300$	1 (0.33%)	11 (3.67%)	8 (2.7%)	23 (7.7%)
$T=510$	1 (0.2%)	11 (2.16%)	16 (3.14%)	36 (7.06%)
$T=1000$	4 (0.4%)	17 (1.7%)	37 (3.7%)	64 (6.4%)

当样本的数据个数  $T$  增加时,测试更加准确、有效。例如,从  $T=255$  时的  $[2.35\%, 8.24\%]$  到  $T=510$  时的  $[3.14\%, 7.06\%]$ 。数据越多,则更加易于拒绝预测效果不好的模型。

$$PV = 300 \times e^{-5.15\% \times 26/250} + 300 \times e^{-5.29\% \times 152/250} + 400 \times e^{-6.05\% \times 402/250}$$

$$= 951.828 \text{ 万美元}$$

实际上我们所持有的这个证券组合发生了  $(952.021 - 951.828 = 0.193)$  万美元的损失,这个损失同时小于这两种方法所计算出来的 VaR 值。在某种意义上,它也验证了 VaR 的涵义,即证券组合在未来24小时内由于市场价格变动而带来的损失不会超过 VaR 的值。

将移动窗口挪后一天,按照同样的方法计算 VaR 的值并与证券组合的实际损益相比较。使用从1996年5月23日到10月16日、到1997年5月30日和到1998年6月8日的数据,将这样的过程分别重复

为了使用上面的方法验证这两种模型所计算的 VaR 的准确性,可以根据5月23日的数据来进行检验。当天证券组合的现值为

100次、255次(1年)和510(2年)次之后发现,大部分时候损失都不会超过 VaR 的值,但是也有例外。当利率突然上升时,债券价格就会骤然下跌,导致严重损失。用 MCMC 方法计算 VaR 时,这样的情况分别发生了6次、14次和27次,例如5月29日、6月7日、7月5日、8月26日等;而用蒙特卡洛模拟法计算 VaR 时,这样的情况分别发生了7次、17次和33次,例如5月29日、6月7日、7月2日、7月5日等。不同之处在于,有的时候如7月2日,实际损失超过了用蒙特卡洛模拟法计算的 VaR 值,而并没有超过用

表4 MCMC和MC的误差比较

	MCMC			MC		
	T(天数)			T(天数)		
	100	255	510	100	255	510
95%置信水平上的 VaR	6 (6%)	14 (5.49%)	27 (5.29%)	7 (7%)	17 (6.67%)	33 (6.47%)

MCMC方法计算的VaR值。这样一来,实际情况见表4所示。误差的产生一方面是由于数据集合较小,可能导致误差;另一方面,1996年正是发生东南亚经济危机之前的最后一年,世界经济特别是美国经济十分繁荣,从而导致利率过度上扬,造成债券价格下跌。

从表3与表4比较可以看出,虽然两种方法的误差都在95%的置信区间内(即都不能拒绝这两种方法),但对于同样大小的数据集合,MCMC法的预测效果明显优于蒙特卡洛模拟法。而且,随着数据集合的增大,MCMC法比蒙特卡洛模拟法能

更快的降低误差。

## 4 结 论

由于金融市场的波动性增加,金融机构需要更加准确的测量其市场风险。本文提出的MCMC方法有效克服了传统Monte Carlo模拟方法的缺陷,提高了测量精度。虽然MCMC方法计算量大,但随着计算机硬件、软件技术的飞速发展,MCMC方法将会表现出巨大的应用优势。

## 参 考 文 献:

- [1] 王春峰等. 金融市场风险测量模型——VaR[J]. 系统工程学报, 2000, 15(1): 67~75
- [2] Morgan J.P. RiskMetrics—Technical Document, fourth edition[M]. New York: Morgan Guaranty Trust Company, 1996
- [3] Basle Committee on Bank Supervision. Planned supplement to the capital accord to incorporate market risks[R]. Basle, 1995
- [4] Jorion P. VALUE AT RISK: The Benchmark for Controlling Market Risk[M]. New York: McGraw-Hill, 1997
- [5] Dowd K. Beyond Value at Risk[M]. New York: John Wiley & Sons, 1998
- [6] Pritsker M. Evaluating value at risk methodologies: accuracy versus computational time[R]. Working Paper. University of Pennsylvania, 1996, 96~48
- [7] Garbade K. Assessing risk and capital adequacy for treasury securities[R]. Topics in Money and Securities Markets. Bankers Trust, 1986
- [8] Hsieh D. Implications of nonlinear dynamics for financial risk management[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1993, 28(1): 41~64
- [9] Wilson T. Plugging the GAP[J]. Risk, 1994, 7(10): 74(80)
- [10] Fallon W. Calculating Value-at-Risk[R]. Working paper. The Wharton Financial Institutions Center. University of Pennsylvania, 1996. #96-49
- [11] Jamshudian F, Yu Zhu. Scenario simulation model for risk management[J]. Financial Products, 1996, 50: 17~21
- [12] Gilks W.S. et al. Markov chain Monte Carlo in practice[M]. London: Chapman & Hall, 1996
- [13] Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distribution and the Bayesian restoration of images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, 6: 721~741
- [14] Metropolis N, et al. Equations of state calculations by fast computing machine[J]. Journal of Chemical Physics, 1953, 21: 1087~1091

(下转第89页)



习、创新,有应变能力。在知识经济时代,要加强人力资源管理,树立“以人为本”的管理观念,进行管理创新,改变组织结构,加大培训力度,完善激励机制,建立评价体系,以适应知识经济发展的要求。

#### 参 考 文 献:

- [1] 陈明仪. 知识经济的内涵、特征及状态[J]. 企业改革与管理,1998,(8):13  
 [2] 秦言著. 关注知识经济[M]. 天津:天津人民出版社,1998. 13~15,251~262  
 [3] 李京文. 知识经济时代已经到来[J]. 中外管理导报,1998,(2):62~64  
 [4] 唐晓华. 走向新时代的人力资源管理[J]. 中国工业经济,1998,(3):67~69  
 [5] 吴季松著. 知识经济[M]. 北京:北京科学技术出版社,1998. 27~28  
 [6] 曾建权. 论企业的人本管理的理论与实践[J]. 华侨大学学报,1998,(1):38~42  
 [7] 现代企业教育制度与成人高等教育改革课题组. 人力资源开发:紧迫的时代课题[J]. 劳动经济与人力资源管理,1998,(8):4~8  
 [8] 张承耀,韩岫岚,刘湘丽. 人力资源管理[J]. 经济研究参考,1998,(101):10~18  
 [9] 萧鸣政著. 现代人事考评技术及其应用[M]. 北京:中国人民大学出版社,1997. 64~108

## On the human resource management of knowledge economics age

ZENG Jian-quan<sup>1</sup>, ZHENG Pi-E<sup>2</sup>, MA Yan-hua<sup>2</sup>

1. Department of Business Administration, Huaqiao University, Quanzhou 362011, China;

2. School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

**Abstract:** In this paper, in connection with the emerge of the knowledge-based economy in the world's developed countries, characteristics and the early development of the knowledge-based economy are presented. Some fundamental requirements for human resources of the knowledge-based economy age are analyzed in detail. Further, within the frame of developing knowledge-based economy in our country, some new ideas of human resource management are proposed, which can be referred by top level decision makers.

**Key words:** knowledge economics age; human resource; management

(上接第61页)

- [15] Hastings W. K. Monte Carlo sampling methods using Markov Chain and their applications[M]. Biometrika,1970. 57:97~109

## Estimation of Value-at-Risk Using MCMC

WANG Chun-feng, WAN Hai-hui, LI Gang

Center of Finance Engineering, School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

**Abstract:** In order to overcome the limitations of Monte Carlo simulation method in computing VaR, i. e. high-dimensionality and static characteristics, this paper put forward a new method of Markov chain Monte Carlo(MCMC)simulation to improve the computing precision. And a computing example of US treasury bonds proved the advantage of MCMC.

**Key words:** VaR; Monte Carlo simulation; Markov chain Monte Carlo simulation