房地产市场的生存均衡①

赵胜民，王春峰，李光泉
（天津大学，天津 300072）

摘要：研究房地产市场的 Walras 均衡问题. 首先建立了房地产市场的静态模型，定义了房地产市场的可生存 Walras 均衡，并证明了其存在性. 其次，给出了房地产市场的微分包含形式的动态演化模型，利用生存理论证明了在一定条件下房地产市场的可生存动态均衡是存在的. 最后，对我国房地产市场的发展状况进行了分析，并提出了一些建议.

关键词：房地产市场；生存均衡；微分包含；生存理论

中图分类号：F019.1；F293.30　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1007-9807(2001)02-0052-06

0 引 言

一般经济均衡问题是现代经济学的核心和基础问题之一[1,2]，而房地产市场具有其自身的特殊性，同时房地产市场在国民经济中占有特别重要地位[3~5]，因此房地产市场的一般均衡问题研究具有重要理论意义和应用价值.

传统的研究方法在研究类似问题时，主要是通过 Arrow-Debreu 一般经济均衡模型证明市场一般均衡价格的存在性. 均衡价格使供需保持平衡，在该平衡条件下，消费者效用达到最大，生产者利润达到最大，实现社会福利最大化[6,7]. 但传统方法存在一个重要缺陷就是，传统均衡模型是在价格空间中建模，这样在价格调整的过程中(即均衡价格的形成过程中)，市场的供需是不平衡的，从而得到的市场轨线是“不可生存轨线”——非时时满足供需平衡条件[8,9].

Aubin 在处理类似问题时，从可生存性出发，选择在商品空间中建模，保证了供需的时时均衡(可生存性)，具有动态合理性. 但在 Aubin 的模型中，只考虑交换经济，即仅考虑消费者的行为，而不考虑生产者的行为，市场中的均衡价格定义为使需求不超出供给的价格体系[10,11]. 这种模型虽然给出了一些有益的结论，但模型没有考虑到生产者的因素，无法真正刻画现实市场均衡的本质.

在房地产市场模型中引入生产者，并改进了 Aubin 模型的一些假设条件，如 Aubin 假定房地产是一个封闭的子系统，购房收入来自于系统内部，这显然与实际不符. 房地产市场模型假定房地产系统是一个开放的子系统，消费者的购房费用来自外部收入或系统内部.

首先建立房地产市场的静态模型，并给出了生存 Walras 均衡定义和具有现实意义的 β 水平生存 Walras 均衡定义，证明在一定条件下房地产市场的 β 水平生存 Walras 均衡是存在的，并对影响房地产业发展的各方面因素进行讨论；其次，通过引入瞬时生产和消费函数、Walras 瞬时准则，建立房地产市场的微分包含形式的动态演化模型，利用生存理论，证明房地产市场可生存动态 Walras 均衡的存在性.

对于向量 $u=[u_i]$、$v=[v_i]\in R^n$，称 $u>(\geqslant)v$ 是指 $\forall\, i$ 都有 $u_i>(\geqslant)v_i$ 成立；$\forall\, p,q\in R^n$，$\langle p,q\rangle$ 表示向量 p,q 的内积；R^n_+ 表示以非负实数为元素的 n 维向量的集合.

① 收稿日期：2000-03-22；修订日期：2001-03-06.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(79500012).
作者简介：赵胜民(1967-)，男，黑龙江人，博士，讲师.

1　房地产市场的静态模型

假设房地产市场中有 h 个消费者,k 个生产者,l 种房地产. l 种房地产的数量用 l 维向量 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_l)$ 来表示,即第 i 种房地产的数量为 $x_i,i=1,2,\cdots,l$. 房地产市场的价格体系记为 $p=(p_1,p_2,\cdots,p_l)$,它表示第 i 种房地产的价格为 $p_i,i=1,2,\cdots,l$;第 j 个生产者在价格体系 p 下,所生产的房地产数量为 $\sigma_j(p)\in R_+^l$;而对于第 i 个消费者来说,在价格体系 p 下,可用于购房的总收入为 r_i 时,他的需求为 $\delta_i=\delta_i(p,r_i),i=1,2,\cdots,h$. 对于第 i 个消费者来说,其收入来源于两方面:一是他从其它经济活动中得到的收入记为 r_{1i}、二是他从房地产生产者那里分得的利润份额(与房地产相关行业的经济活动收入,如原材料生产者们). 设他从第 j 个生产者那里分得的利润份额为 $\alpha_{ij}\in[0,1],i=1,2,\cdots,h,j=1,2,\cdots,k$,这时有 $r_i=r_{1i}+\sum_{j=1}^{k}\alpha_{ij}\langle p,\sigma_j(p)\rangle$. 这样,房地产市场可以表示为

$$H=\{(\sigma_j),(\delta_i,r_{1i}),(\alpha_{ij})\}$$

房地产市场 H 的生存均衡定义如下.

定义1　如果存在一个价格体系 $\bar{p}\in R_+^l$ 使得

$$\sum_{j=1}^{k}\sigma_j(\bar{p})-\sum_{i=1}^{h}\delta_i(\bar{p},r_i(\bar{p}))\geqslant 0$$

成立,则称 $\bar{p}\in R_+^l$ 为房地产市场 H 的可生存 Walras 均衡. 又如果存在 $\beta\in(0,1]$ 使得 $\beta\sum_{j=1}^{k}\langle\bar{p},\sigma_j(\bar{p})\rangle=\sum_{i=1}^{h}\langle\bar{p},\delta_i(\bar{p},r_i(\bar{p}))\rangle$ 则称 $\bar{p}\in R_+^l$ 为房地产市场 H 的 β 水平上可生存 Walras 均衡.

由该定义可知,在均衡价格 $\bar{p}$ 下,房地产市场内 h 个消费者的总需求不会超过 k 个生产者的总供给,即不会出现供不应求的情况. 又当 $\bar{p}$ 为房地产市场的 β 水平上的均衡价格时,则消费者购买的房地产的总值占生产者生产出来的房地产总值的比例为 β,β 越大,表示生产者的积压率越小.

下面研究房地产市场 H 的可生存 Walras 均衡的存在性,这里先列出非线性泛函分析中的一个结果.

引理1[12]　(Ky Fan 不等式)设 K 是一个 Banach 空间中的紧凸子集,而 φ 是定义于 $K\times K$ 上的函数且满足

(1)$\forall\ y\in K,x\to\varphi(x,y)$ 是下半连续的,

(2)$\forall\ x\in K,y\to\varphi(x,y)$ 是凹的,

则存在 $\bar{x}\in K$ 使得

$$\sup_{y\in K}\varphi(\bar{x},y)\leqslant\sup_{y\in K}\varphi(y,y)$$

针对房地产市场 H 做如下假设:

(i) 对于生产者,假设 $\sigma_j(j=1,2,\cdots,k)$ 为连续函数且存在一个单增函数 $f:R_+\to R_+$ 满足 $\lim_{x\to\infty}f(x)=0,\lim_{x\to 0}f(x)=+\infty$ 使得 $\forall\ p\in R_+^l$ 都有

$$\sum_{j=1}^{k}\langle\bar{p},\sigma_j(\bar{p})\rangle=f\Big(\sum_{i=1}^{l}p_i\Big)\qquad(1)$$

(ii) 对于消费者,假设 $\delta_i(i=1,2,\cdots,h)$ 为连续的且 $\forall\ p\in R_+^l,\forall\ r_i\in R_+,i=1,2,\cdots,h$ 都有

$$\sum_{i=1}^{h}\langle p,\delta_i(p,r_i)\rangle=\sum_{i=1}^{h}r_i\qquad(2)$$

(iii) 为了研究问题的简化,假设由生产者到消费者的利润转移系数满足

$$\sum_{i=1}^{h}\alpha_{ij}=\alpha,j=1,2,\cdots,k\qquad(3)$$

(iv) 假设房地产市场中,消费者手中的资金可以相互流动.

定理1　在上面关于房地产市场 H 的假设条件下,对常数 $\beta\in(\alpha,1]$,房地产市场 H 存在一个 β 水平上可生存 Walras 均衡.

证明　首先由关于函数 f 假设知,一定存在一个常数 C_0 使得

$$\beta f(C_0)=\alpha f(C_0)+\sum_{i=1}^{h}r_{1i}\leqslant f(C_0)\qquad(4)$$

定义集合

$$K=\Big\{p\in R_+^l\mid\sum_{i=1}^{l}p_i=C_0\Big\}\qquad(5)$$

则 K 为 R^l 中的有界闭凸子集. $K\times K$ 上的函数 φ 定义为

$$\varphi(p,q)=\sum_{i=1}^{h}\langle q,\delta_i(p,r_i(p))\rangle-\sum_{j=1}^{k}\langle q,\sigma_j(p)\rangle$$

由 σ_j 和 δ_j 的连续性知,φ 关于 p 为连续的,并且显然关于 q 为凹的. 由式(1)-(4)可知 $\forall\ q\in K$ 有

$$\varphi(q,q)=\sum_{i=1}^{h}\langle q,\delta_i(q,r_i(q))\rangle-$$

$$\sum_{j=1}^{k}\langle q,\sigma_j(q)\rangle =$$
$$\sum_{i=1}^{h} r_i(q) - \sum_{j=1}^{k}\langle q,\sigma_j(q)\rangle =$$
$$\sum_{i=1}^{h} r_{1i} + \alpha\sum_{j=1}^{k}\langle q,\sigma_j(q)\rangle -$$
$$\sum_{j=1}^{k}\langle q,\sigma_j(q)\rangle =$$
$$\sum_{i=1}^{h} r_{1i} + (\alpha - 1)f(C_0) \leqslant 0$$

于是由引理1知，存在某个 $\bar{p}\in K$ 使得

$$\sup_{q\in K}\varphi(\bar{p},q) = \sup_{q\in K}\Big(\sum_{i=1}^{h}\langle q,\delta_i(\bar{p},r_i(\bar{p}))\rangle - \sum_{j=1}^{k}\langle q,\sigma_j(\bar{p})\rangle\Big) \leqslant \sup_{q\in K}\varphi(q,q) \leqslant 0$$

因此由分离定理有

$$\sum_{j=1}^{k}\sigma_j(\bar{p}) - \sum_{i=1}^{h}\delta_i(\bar{p},r_i(\bar{p})) \geqslant 0$$

又由式(4)有

$$\sum_{i=1}^{h}\langle \bar{p},\delta_i(\bar{p},r_i(\bar{p}))\rangle = \sum_{i=1}^{h} r_{1i} + \alpha\sum_{j=1}^{k}\langle \bar{p},\sigma_j(\bar{p})\rangle = \beta\sum_{j=1}^{k}\langle \bar{p},\sigma_j(\bar{p})\rangle$$

因此 $\bar{p}\in K$ 为房地产市场的一个 β 水平上的可生存 Walras 均衡.

由这个定理的证明过程可以看出：在考虑房地产市场的均衡问题时，资金的均衡，即消费者所能支付的用于购房的资金与购房所需资金的平衡，是其中的关键问题. 由此，可以得到以下一些结论：

1) 在居民收入一定的情况下，若房地产市场出现供不应求的情况，则说明当时的市场价格体系 p 不是均衡价格，原因在于房地产生产者所提供的房地产的总市值低于消费者所能拿出来的用于购房的资金额. 这时市场就会通过提高房地产市场总体的价格水平 C_0 的办法，使得 $(1-\alpha)f(C_0)$ 大于居民用于购房的资金总额，并找到新的均衡价格 p^*，从而解决供不应求的问题.

2) 设价格体系 $\bar{p}\in R_+^l$ 为房地产市场 H 的 $\beta(\beta\in(0,1])$ 水平上可生存 Walras 均衡. 当 β 接近1时，可以认为房地产市场供需是基本平衡的，而当 β 与1差距较大的时候，则市场处于供大于求的状况. 这时解决问题的办法可以包括：(1) 降低房地产市场的总体价格水平 C_0，使得 $(1-\alpha)f(C_0)$ 接近居民可用于购房的资金总额；(2) 增加居民所能提供的用于购房的资金，这在居民收入一定的情况下，可以通过提供各种购房贷款的方法解决.

3) 在前面假设购房资金可以在消费者之间流动，这种流动需要借助各种方式，其中消费者将手中的旧房进行买卖是一个重要方式. 因此，再假设在房地产市场中还有 $\tilde{l}$ 种旧房，它们的价格可用 $\tilde{l}$ 维向量 $\tilde{p}\in R_+^{\tilde{l}}$ 表示. 假设其交易量为 $\sigma_j(\tilde{p})$，则消费者购入这些旧房的总支出为 $\langle\tilde{p},\sigma_j(\tilde{p})\rangle$，而卖出这些旧房的收入为 $(1-\tilde{\beta})\langle\tilde{p},\sigma_j(\tilde{p})\rangle$，其中 $\tilde{\beta}$ 为政府各部门在交易中所收的各种税费的比例. 这时消费者实际用于购买新房的资金为

$$\sum_{i=1}^{h} r_{1i} + \alpha\sum_{j=1}^{k}\langle\bar{p},\sigma_j(\bar{p})\rangle - \tilde{\beta}\langle\tilde{p},\sigma_j(\tilde{p})\rangle$$

由此可以看出，若 $\tilde{\beta}$ 较大，就会影响消费者对新房的购买能力，不利于实现购房资金在消费者之间的流动，特别是在新房市场购买力不足的情况下，这个问题就尤为突出；反之，将 $\tilde{\beta}$ 降至合理的水平，则有利于房地产市场的发展.

4) 考虑房地产生产过程的成本. 假设在价格体系 p 下房地产生产者的总成本为 $N(p)=\lambda f(D)D^{-1}$，其中 $D=\sum_{i=1}^{l}p_i$，λ 是由外部经济系统活动确定的一个常数. 而房地产生产者分给消费者的利润必须大于房地产生产的成本，即 $N(p)=\lambda f(D)D^{-1}\geqslant\alpha f(D)$，由此得 $D\geqslant\frac{\lambda}{\alpha}$. 若 p 是房地产市场 H 的 β 水平上的可生存 Walras 均衡，则有 $\beta f(D)=\alpha f(D)+\sum_{i=1}^{h}r_{1i}$，可以推得

$$\beta\leqslant\frac{1}{f(\frac{\lambda}{\alpha})}\sum_{i=1}^{h}r_{1i}+\alpha \tag{6}$$

2 房地产市场的动态均衡

本节研究房地产市场的动态均衡问题. 作为后面研究的工具，首先介绍集值映射与生存理论中的有关概念和结论.

定义2 设 X 为线性度量空间，K 为 X 中的一个子集，则 K 在点 $x\in K$ 处的相依锥 $T_K(x)$ 定义为

$$T_K(x) = \left\{u \in X \middle| \liminf_{h \to 0^+} \frac{d_K(x+hu)}{h} = 0\right\}$$

其中 $d_K(x)$ 表示点 x 到集合 K 的距离.

设 F 为由集合 $K \subset X$ 到线性度量空间 Y 的集值映射，即 F 在任意点 $x \in K$ 处的值 $F(x)$ 均为 Y 的子集. F 的图象是指下面的集合

$$\mathrm{graph}(F) = \{(x, y) \in X \times Y \mid x \in K,\ y \in F(x)\}$$

以 $C(-\infty, 0; X)$ 表示从 $(-\infty, 0]$ 到 X 的连续函数空间，其拓扑由紧集上的一致收敛性定义；位移算子 $T(t) \in L(C(-\infty, +\infty; X), C(-\infty, 0; X))$ 定义为

$$T(t)x(s) \doteq x(t+s) \qquad \forall s \leqslant 0$$

引理 2[13] 设 K 是 Hilbert 空间 X 中的一个闭凸子集，函数空间 $C(-\infty, 0; X)$ 中的子集 $\overline{K}$ 定义为 $\overline{K} \doteq \{\varphi \in C(-\infty, 0; X) \mid \varphi(0) \in K\}$. 设 F 是从 $\overline{K}$ 到 X 的紧凸子集的具相对紧图象的上半连续集值映射. 假设

$$\forall \varphi \in \overline{K} \qquad F(\varphi) \cap T_K(\varphi(0)) \neq \varnothing$$

则对所有的 $\varphi \in \overline{K}$，下面的微分包含系统都有解

$$\begin{cases} x'(t) \in F(T(t)x) & \text{对几乎所有的 } t \geqslant 0 \\ x(t) = \varphi(t) & \text{对所有的 } t < 0 \end{cases}$$

且在如下的意义下生存

$$x(t) \in K \qquad \forall t \geqslant 0$$

注 1 把 K 理解为引理中微分包含系统的生存域，即 $x(t) \in K$ 时表示系统是生存的，而当 $x(t) \notin K$ 时则认为系统死亡.

接下来给出房地产市场的动态描述.

为了考虑消费者历史因素，引入如下函数集合：$C \doteq C(-\infty, 0; R^l_+)$，它表示从 $(-\infty, 0]$ 到 R^l_+ 的绝对连续函数空间，其拓扑由紧集上的一致收敛性定义.

设房地产的使用寿命为 τ. 假设第 i 个消费者的所需求的房地产数量集合为凸集 $W_i \subset R^l_+$，$i = 1, 2, \cdots, h$，该消费者在时刻 t 之前总的消费量为 $w_i(t)$，则此时他所拥有的房地产为 $w_i(t) - w_i(t-\tau)$；第 j 个生产者的生产集合为上方有界凸集 $M_j \subset R^l_+$，$j = 1, 2, \cdots, k$，该生产者在时刻 t 之前总的生产量为 $m_j(t)$，则此时他所生产出来的现存房地产为 $m_j(t) - m_j(t-\tau)$. 假设生产者提供的房源与消费者需求集合交集不为空集

$$0 \in \mathrm{Int}\left\{\sum_{j=1}^{k} M_j - \sum_{i=1}^{h} W_i\right\} \tag{7}$$

定义函数集合如下

$$\overline{W}_i \doteq \{\psi \in C \mid \psi(0) - \psi(-\tau)\} \in W_i$$

$$\overline{M}_j \doteq \{\psi \in C \mid \psi(0) - \psi(-\tau)\} \in M_j$$

又不妨假设房地产市场的价格在式(5) 所定义的集合 K 中取值，则有第 i 个消费者的瞬时消费为 $w_i: \overline{W}_i \times K \to R^l$，第 j 个消费者的瞬时消费为 $m_i: \overline{M}_i \times K \to R^l$.

假设：

(i) $\forall i = 1, 2, \cdots, h$，$w_i$ 均为有界连续的，$\forall \psi \in \overline{W}_i$，$p \to w_i(\psi, p)$ 为仿射的，又 $\forall \psi \in \overline{W}_i$，$\forall p \in K$ 都有

$$w_i(\psi, p) - \psi'(-\tau) \in T_{W_i}(\psi(0) - \psi(-\tau)) \tag{8}$$

(ii) $\forall j = 1, 2, \cdots, k$，$m_j$ 均为有界连续的，$\forall \psi \in \overline{M}_j$，$p \to m_j(\psi, p)$ 为仿射的，又 $\forall \psi \in \overline{M}_j$，$\forall p \in K$ 都有

$$m_j(\psi, p) - \psi'(-\tau) \in T_{M_j}(\psi(0) - \psi(-\tau)) \tag{9}$$

(iii) $\forall \psi \doteq (\psi_1, \psi_2, \cdots, \psi_h)^{\mathrm{T}} \in \prod_{i=1}^{h} \overline{W}_i$，$\forall \Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \cdots, \Phi_k)^{\mathrm{T}} \in \prod_{j=1}^{k} \overline{M}_j$，$\forall p \in K$ 都有

$$\left\langle p, \sum_{i=1}^{h} w_i(\psi_i, p) - \sum_{j=1}^{k} m_j(\Phi_j, p)\right\rangle \leqslant 0 \tag{10}$$

假设条件(8) 和(9) 是生存理论中的切性条件；假设条件(10) 是指消费者用于购房的瞬时支出不能大于其瞬时收人. 这个条件称为 Walras 瞬时法则.

这时有下面的定理

定理 2 设在时间域 $(-\infty, 0]$ 上消费者的消费函数为 $\varphi^0 = (\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_h) \in \prod_{j=1}^{k} \overline{W}_j$，生产者生产函数为 $\eta^0 = (\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_k) \in \prod_{j=1}^{k} \overline{M}_j$，又设对任意 $t \in [-\tau, 0]$ 都有

$$\sum_{i=1}^{h} \varphi_i'(t) - \sum_{j=1}^{k} \eta_j'(t) \leqslant 0 \tag{11}$$

则在假设条件(7)——(10) 下，存在 h 个绝对连续函数 $x_i(\cdot): R \to R^l_+$、k 个绝对连续函数 $y_j(\cdot): R \to R^l_+$ 以及函数 $p(\cdot): R_+ \to R^l_+$ 使得

$$\begin{cases} x_i'(t) = w_i(T(t)x_i, p(t)) \\ \quad \text{对几乎所有的 } t \geqslant 0 \quad \forall i = 1, 2, \cdots, h \\ x_i(t) = \varphi_i(t) \quad t < 0 \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} y_j'(t) = m_j(T(t)y_j, p(t)) \\ \quad \text{对几乎所有的 } t \geqslant 0 \quad \forall j = 1,2,\cdots,k \quad (13) \\ y_j(t) = \eta_j(t) \quad t < 0 \end{cases}$$

且满足约束条件

$$\begin{cases} x_i(t) - x_i(t-T) \in W_i & t \geqslant 0 & i = 1,2,\cdots,h & (14) \\ y_j(t) - y_j(t-T) \in M_j & t \geqslant 0 & j = 1,2,\cdots,k & (15) \\ \sum_{i=1}^{h}(x_i(t) - x_i(t-\tau)) - \sum_{i=1}^{k}(y_j(t) - y_j(t-\tau)) \leqslant 0 & t \geqslant 0 & & (16) \end{cases}$$

证明 对任意的 $\psi = (\psi_1, \psi_2, \cdots, \psi_h)^{\mathrm{T}} \in \prod_{i=1}^{h} \overline{W}_i$，$\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \cdots, \Phi_k)^{\mathrm{T}} \in \prod_{i=1}^{h} \overline{M}_i$，定义 K 中子集 $D(\psi, \Phi)$ 如下，

$$D(\Psi, \Phi) = \{p \in K \mid \sum_{i=1}^{h} w_i(\psi, p) - \sum_{i=1}^{k} m_j(\Phi_j, p) \leqslant 0\} \quad (17)$$

由假设条件(10)以及 w_i、m_j 关于 p 仿射可知，$D(\Psi, \varnothing)$ 为非空的有界闭凸集合. 再定义集值映射

$$S(\psi, \Phi) = \{(w_1(\psi_1, p) - \psi_1(-\tau), \cdots, w_h(\psi_h, p) - \psi_h'(-\tau), m_1(\Phi_1, p) - \Phi_1'(-\tau), \cdots, m_k(\Phi_k, p) - \Phi_h'(-\tau) \mid p \in D(\psi, \Phi)\}$$

记 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_h(t))$

$y(t) = (y_1(t), \cdots, y_k(t))$

考虑如下带时延的微分包含

$$(x'(t) - x'(t-\tau), y'(t) - y'(t-\tau)) \in S(T(t)x, T(t)y) \quad \text{对几乎所有的 } \forall t \geqslant 0 \quad (18)$$

$$(x(t), y(t)) = (\psi(t), \Phi(t)) \quad \forall t < 0 \quad (19)$$

微分包含的左端表示每一时刻消费者房屋净增量所处范围. 该微分包含的含义是：只要该微分包含有解，消费者拥有的房屋量就满足供需平衡.

由 M_j 和 W_i 的凸性知，对任意的 $(x, y) = (x_1, x_2, \cdots, x_h, y_1, y_2, \cdots, y_k) \in \Omega = \prod_{i=1}^{h} W_i \prod_{j=1}^{j} M_j$ 都有

$$T_\Omega(x, y) = \prod_{i=1}^{h} T_{W_i}(x_i) \prod_{i=1}^{k} T_{M_j}(y_j)$$

这样由(8)(9)，利用引理2可知，存在 h 个绝对连续函数 $x_i(\cdot): R \to R_+^l$、k 个绝对连续函数 $y_j(\cdot): R \to R_+^l$ 以及函数 $p(\cdot): R_+ \to R_+^l$ 为微分包含(18)(19)的解且满足条件(14)、(15)，并且对几乎所有的 $t > 0$ 都有

$$p(t) \in D(T(t)x, T(t)y) \quad (20)$$

又由(11)、(17)、(20)显然条件(16)成立. 证毕.

注 2

(1) 定理中的 $\varphi^0 = (\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_h) \in \prod_{j=1}^{k} \overline{W}_j$ 和 $\eta^0 = (\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_k) \in \prod_{j=1}^{k} \overline{M}_j$ 分别被视为消费者和生产者的初始消费和初始生产；

(2) 定理中条件(11)是指历史上瞬时消费需求小于瞬时生产；

(3) 条件(14)称为消费者生存性条件：这里 $W_i \subset R_+^l$ 表示第 i 个消费者为保证其正常的生活所必须的房地产数量集合，如果某时刻他所拥有的房地产数量 $x_i(t) - x_i(t-\tau)$ 跑出这个集合，就表示他的正常生活受到了影响，这时我们认为房地产系统不再生存；而条件(8)保证：当这个消费者所拥有的房地产数量 $x_i(t) - x_i(t-\tau)$ 处于 $W_i \subset R_+^l$ 上时，$x_i(t) - x_i(t-\tau)$ 的变化方向是指向 W_i 内部的.

(4) 条件(15)为生产者生存条件，而条件(9)与条件(8)作用类似；

(5) 定理结论中的式(16)保证在每一时刻社会上现存的房地产总量大于消费者所需的房地产总量，这也是保证房地产市场正常运行的必要条件；

(6) 称满足(14)—(16)的 $(x(\cdot), y(\cdot), p(\cdot))$ 为房地产市场的可生存动态均衡；

(7) 式(20)表明，在动态房地产市场的演化过程中，市场的价格 $p(t)$ 起着反馈控制的作用.

定理的结论说明：在一定条件下存在房地产市场的可生存动态均衡. 一个价格函数 $p(t)$ 使得(12)、(13)有解满足生存性条件(14—16).

3 我国房地产市场发展状况分析

我国房地产市场形成以来一直处于供大于求的状况,究其原因包括以下几点:(1)政府部门各种名目的税费过多,房地产生产者的赢利期望过高,从而导致房地产市场 H 中的 α 过低,致使房地产市场的总体价格水平居高不下;(2)旧房市场的税费过高,阻碍购房资金在消费者之间合理的流动;(3)消费者的收入有限,又得不到金融部门的支持. 这样房地产市场就不可能存在较高水平的可生存 Walras 均衡(参见式(6)),势必处于严重的供大于求的状况.

我国政府为了解决房地产市场供大于求的局面,促进房地产业的发展,采取了一系列的措施,如降低了房地产开发中的一些收费,大幅降低了旧房交易中的税费比例,出台了个人住房消费贷款政策. 这些举措收到了良好的效果,目前房地产市场变得十分活跃,与历史同期相比产销均有大幅增长,表现出良好的发展势头.

但也应该看到,目前我国房地产市场的价格水平仍没有明显下降,与消费者的收入之比还远远高于世界平均水平;而金融部门对消费者购房的支持力度也比其他国家尤其是发达国家小得多. 为促进房地产业的发展,还需要逐步降低房地产开发中的各种税费,去掉不合理的收费项目,促使房地产价格水平降到比较合理的水平,同时也要加大金融部门对消费者购房的支持力度.

由于历史原因,我国消费者的住房水平还很低,因此房地产市场的潜在需求是巨大的. 只要能够采取适当的财政政策和金融手段,就可以将房地产市场的潜在需求变成有效需求,促使我国房地产业健康稳定地发展,带动国民经济的增长.

4 结束语

本文研究房地产市场的均衡问题. 首先建立了房地产市场的静态模型,并给出了生存均衡的定义,证明了在一定条件下房地产市场的生存均衡是存在的. 由此对影响房地产业发展的各方面因素进行了讨论. 其次,建立了房地产市场的微分包含形式的动态演化模型,利用生存理论,证明了在一定的条件下房地产市场可生存动态均衡的存在性. 最后对我国房地产市场的发展状况进行了分析.

参考文献:

[1] Chiang A C. Fundamental methods of mathematical economics[M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1984
[2] 洪银兴. 经济运行的均衡与非均衡分析[M]. 上海:上海三联书店出版,1988
[3] Fred E C. Real estate economics: a systematic introduction[M]. Los Angeles: California Association of Realtors, 1974
[4] Stephen A P. Real estate investment strategy, analysis, decision[M]. New York: John Willy & Sons, 1992
[5] 袁 征. 中国经济发展与房地产市场[M]. 北京:改革出版社,1994
[6] Arrow K J, Debreu G. Existence of an equilibrium for a competitive economy[J]. Econometrica, 1954, 22:265-290
[7] Balaskov Y. Foundations of the theory of general equilibrium[M]. New York: Academic Press,1988
[8] 史树中. 微分包含与经济均衡[J]. 高校应用数学报,1986, 1(1): 131-142
[9] 史树中. 生存理论和价格调整[J]. 系统工程,1991, 9(1): 24-29
[10] Aubin J P. Celina Arrigo. Differential inclusions[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1984
[11] Aubin J P. Optima and equilibria[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1991
[12] Aubin J P. Applied abstract analysis[M]. New York: Wiley-Interscience,1977
[13] Aubin J P. Viability theory, systems and control[M]. 16, Boston: Birkhauser,1991

(下转至第62页)

Fuzzy Sets and Systems. 1993.53:601-610
[5] 李光金,刘永清.基于多目标规划的 DEA [J].系统工程理论与实践,1997,17(3):16-22
[6] 阅尽.1999深沪股票大典·上海卷 [M].广州:羊城晚报出版社,1999.5,1-428

Input-and-output-oriented DEA for assessing relative efficiency

LI Guang-jin
Management School, Sichuan University, Chengdu 610064, China

Abstract: The previous data envelopment analysis(DEA) can only be used to measure relative efficiencies of decision making units(DMUs) in either input orientation or output orientation, so it is considered to be traditional DEA in this paper. As the result, it is unable to reflect totally the performance of DMUs in the input-output process. On the basis of bi-objective programming,this paper develops input-and-output-oriented DEA so as to assess relative efficiencies of DMUs in both input and output orientation, and further discusses the relative efficiency of DMUs.
Key words: DEA; DMU; relative efficiency score; mathematical programming

(上接第57页)

Viability equilibrium of real estate market

ZHAO Sheng-min, WANG Chun-feng, LI Guang-quan
Tianjin University, Tianjin, 300072, China

Abstract: In this paper the problem of Walras equilibrium of a real estate market is considered. First, a static model of the real estate market is established. The viability Walras equilibrium of the real estate market is defined, and its existence is proved. Secondly, a dynamic evolution model of the real estate market is developed in the form of differential inclusion. The existence of viability dynamic equilibrium of the real estate market is proved under some assumptions by applying viability theory. Finally, the situation of Chinese real estate market is analyzed, and some suggestions are presented.
Key words: real estate market; viability equilibrium; differential inclusions; viability theory