第4卷第2期
2001年4月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 4 No. 2
Apr., 2001

线性二层决策问题的期望收益模型及算法[①]

曹 东
(深圳大学管理学院,深圳 518060)

摘要:下层反应不唯一时,如何确定二层线性决策问题最优策略为一非确定型决策问题.对此类问题,本文通过引入领导者对追随者合作程度的期望系数,提出期望收益模型.利用双罚函数把该问题转换为一单层次优化问题,并提出一种求解问题的全局优化算法.应用此模型分析二层线性问题可知:对存在不确定性反应的二层决策问题,下层追随者与上层领导者的合作态度是领导者确定其最优策略的关键;对下层追随者而言,某些情况下,采取与领导者部分合作的态度对其自身收益的提高是合理的.

关键词:二层决策;不确定性反应;期望收益;对策论

中图分类号:O225;O221.6 **文献标识码**:A **文章编号**:1007-9807(2001)02-0038-07

0 引 言

过去十多年,线性二层决策问题由于其正确地描述了管理决策问题的分散(decentralization)性特征,在管理科学和运筹学研究领域引起充分的关注.大量的研究工作围绕线性二层决策问题在不同决策环境如何建立适合模型及具有不同特性的二层决策问题的求解方法展开[1-8].从已有的研究成果来看,绝大部分有关线性二层决策问题的研究工作都把该类问题归结为研究以下二层线性优化问题:

$$\begin{aligned}\max\ & f_1 = c_1x + c_2y(x) \qquad (1)\\ \text{s.t.}\ & x \in \aleph = \{x \in \Re^{m_1};\ A_1x \leqslant b_1, x \geqslant 0\}\end{aligned}$$

其中,$f_1 = c_1x + c_2y(x)$ 为上层领导者的目标函数(收益),领导者的可控变量为 x;$y(x)$ 为上层领导者给定诱导决策 x 后,下层追随者在追求其自身收益 $f_2 = c_3y$ 最大的反应决策,该反应决策为下子优化问题的最优解:

$$\begin{aligned}\max\ & f_2 = c_3y\\ \text{s.t.}\ & A_3y \leqslant b_2 - A_2x, y \geqslant 0, y \in \Re^{m_2}\end{aligned}$$

线性二层决策问题在于领导者在考虑到追随者追求其自身收益最大的前提下,如何决定其最优策略 x 以得到其最大收益(f_1 最大).

过去一些研究工作假定下层反应是唯一的[4,7-9].但处理实际问题时,下层反应唯一这一假设不一定满足.当下层反应有多选择可能性时(multiple choices),通常假设下层追随者在达到其收益最大后,选择最有利于上层领导利益的反应决策[2,4,6,9].本文称追随者的这种反应为完全合作型反应(co-operative reaction).另一种现象为已知下层追随者与上层领导者存在敌对关系,下层反应将选取对领导者最不利的反应[6],这种反应为完全不合作型反应(non-cooperative reaction).追随者完全合作和完全不合作模型只适用于上层领导者与下层追随者有合作协议和下层追随者与上层领导者存在对抗性矛盾两种特殊情况.一般情况下,上下层决策是独立进行的,下层追随者在不了解决策结果的前提下,并不能确定其与上层领导者的合作程度.因此,以反应不确定模型描述下层反应不唯一是合理的,而且能应用于一般情况下二层问题的决策分析.完全合作和完全不合作只是不确定模型的两个特例.

本文就下层反应不唯一的线性二层问题提出

① 收稿日期:1999-10-14;修订日期:2000-02-13.
作者简介:曹 东(1963-),男,广东广州人,博士,副教授.

一描述上层领导者对下层追随者合作程度的期望系数(expectation of the degree of co-operation from the follower)并建立一期望收益模型.利用双罚函数可把二层决策问题转换为一等价单层次优化问题.基于外逼近理论,建立一求解等价单层次优化问题的全局优化方法.应用该模型分析二层决策问题,可得到应用现有分析方法不可能得到,但与实际决策原理相符合的结果:在二层决策环境下,下层追随者采取与领导者部分合作(即非完全合作又非完全不合作 -partial co-operation)态度有时对其自身收益的提高是合理的.该结果对领导者正确选定其能为下层追随者所接受的最优策略有决定意义.

1　下层合作程度的期望系数及期望收益模型

本节首先从分析一简单二层线性问题出发,了解下层反应不唯一二层问题具有的一些特性.在此基础上,提出上层领导者对下层追随者合作程度的期望系数.

考虑下二层线性决策问题:

$$\max_{x}\quad f_1 = 8x_1 + 10x_2 + 2y_1(x_1,x_2) - y_2(x_1,x_2)$$

$$\text{s.t.}\quad x_1 + x_2 \leqslant 10\ ,x_1,\ x_2 \geqslant 0$$

其中 $y(x_1,x_2)$ 为以下决策子问题的反应解

$$\max_{y}\ f_2 = y_1 + y_2$$

$$\text{s.t.}\quad y_1 + y_2 \leqslant 20 + x_1 - x_2,\quad y_1,y_2 \geqslant 0$$

对此简单二层问题,可注意到以下现象:1)上层领导者以下层追随者完全合作为假设制定其最优决策:领导者与追随者的最优策略为 $(x_1,x_2,y_1,y_2) = (10,0,30,0)$;领导者的收益值 $f_1 = 140$,而追随者的收益实现为 $f_2 = 30$.但注意到领导者该收益值的实现只在追随者以 $(y_1,y_2) = (30,0)$ 作为反应才能得到.而追随者实现其收益值 $f_2 = 30$ 可在区域 $\{(y_1,y_2): y_1 + y_2 = 30, y_1,y_2 \geqslant 0\}$ 内任意一点实现.当追随者以 $(y_1,y_2) = (0,\ 30)$ 实现时(对领导者而言为完全不合作的最坏情况),领导者收益的实现值仅为 $f_1 = 50$.当下层追随者的合作程度介乎于完全合作与完全不合作之间时,追随者的收益实现值总为 $f_2 = 30$,但领导者的收益实现值将在50到140区间变动.2)上层领导者以下层追随者完全不合作为假设制定其最优决策:领导者与追随者的最优策略为 $(x_1,x_2,y_1,y_2) = (0,10,0,10)$;领导者的收益值至少可达到 $f_1 = 90$,而追随者的收益实现为 $f_2 = 10$.追随者的收益 $f_2 = 10$ 的实现可在区域 $\{(y_1,\ y_2): y_1 + y_2 = 10, y_1,y_2 \geqslant 0\}$ 内任意一点实现.当追随者以 $(y_1,y_2) = (10,0)$ 实现时(对领导者而言为完全合作的最理想情况),领导者收益的实现值为 $f_1 = 120$.当下层追随者的合作程度介乎于完全合作与完全不合作之间时,追随者收益实现值总为 $f_2 = 10$,但领导者收益实现值将在90到120区间变动.

以上结果说明,由于追随者与领导者的合作程度不确定,仅以追随者完全合作或完全不合作假设得到的领导者的最优决策具有片面性.

定义 β 为领导者对追随者合作程度的期望系数,$0 \leqslant \beta \leqslant 1$,其中,$\beta = 1$ 代表完全合作,$\beta = 0$ 代表完全不合作.

问题(1)中,当领导者决策 x 给定后,追随者的反应决策为

$$y \in Y(x) = \{y(x) \in \arg\max_{y} f_2 = c_3 y;\quad \text{s.t.}\ A_3 y \leqslant b_2 - A_2 x,\ y \geqslant 0\}$$

当下层反应不唯一时,$Y(x)$ 为一集合.当追随者反应在该集合变动时,领导者收益值为不确定值,收益值的变化区间为 $[f_1^L(x),\ f_1^U(x)]$,这里

$$f_1^L(x) = c_1 x + f_y^L(x) \qquad (2)$$

$$f_1^U(x) = c_1 x + f_y^U(x) \qquad (3)$$

其中

$$f_y^L(x) = [\min_{y} c_2 y;\ \text{s.t.}\ y \in Y(x)]$$

$$f_y^U(x) = [\max_{y} c_2 y;\ \text{s.t.}\ y \in Y(x)]$$

$f_1^U(x)$ 为追随者与领导者完全合作时领导者的收益实现;$f_1^L(x)$ 为追随者与领导者完全不合作时领导者的收益实现.当合作程度为 $0 \leqslant \beta \leqslant 1$,领导者期望收益可定义为 $f_1^E(x) = c_1 x + (1 - \beta) f_y^L(x) + \beta f_y^U(x)$.下层反应不唯一,领导者以其期望收益 $f_1^E(x)$ 最大为优化目标的期望收益模型(expected return model)描述如下:

$$\max_{x}\ f_1^E(x) = c_1 x + (1-\beta) f_y^L(x) + \beta f_y^U(x) \qquad (4)$$

$$\text{s.t.}\ x \in \aleph = \{x \in \mathfrak{R}^{m_1}: A_1 x \leqslant b_1, x \geqslant 0\}$$

$Y(x) \neq \varnothing$.

很明显，当 $\beta = 1$ 时，上模型等价于二层问题的合作反应模型；当 $\beta = 0$ 时，上模型等价于二层问题的完全不合作反应模型. 当 $0 < \beta < 1$ 时，模型(4)为一介于合作与不合作(即部分合作)之间的折衷模型(compromise model).

应用参数分析方法，在[0,1]区间变动 β 数值并求解问题(4)可得到追随者不同合作程度下领导者的最优策略及领导者和追随者的收益实现. 这些信息有助于领导者正确选定其能为追随者接受的"稳定"的最优策略.

2 期望收益模型的等价数学规划问题

本节讨论如何利用双罚函数把相应于期望收益模型的二层决策问题转化为一等价单层数学规划问题.

不失一般性，本文对线性二层问题作如下假设：

1) 问题(4)有解；

2) $\aleph = \{x \in \mathfrak{R}^{m_1}: A_1 x \leqslant b_1,\ x \geqslant 0\}$ 为一非空有界域；

3) 给定一领导决策 $x \in \aleph$，参数决策区域 $E_x = \{y \in \mathfrak{R}^{m_2}: A_3 y \leqslant b_2 - A_2 x,\ y \geqslant 0\}$ 若非空集，必为一有界集.

对给定 $x \in \aleph$ 及 $E_x \neq \varnothing$，定义隐函数

$$S(x) = \max_y c_3 y \tag{5}$$
$$\text{s.t.}\quad A_3 y \leqslant b_2 - A_2 x,\ y \geqslant 0$$

模型(4)可表达为下优化问题：

$$\max_{x,y} f_1^E(x) = c_1 x + \beta c_2 y + (1-\beta) f_y^L(x)$$
$$\text{s.t.}\quad x \in \aleph = \{x \in \mathfrak{R}^{m_1}: A_1 x \leqslant b_1,\ x \geqslant 0\} \tag{6}$$
$$A_3 y \leqslant b_2 - A_2 x, c_3 y = S(x),$$
$$y \geqslant 0, y \in \mathfrak{R}^{m_2}$$

求解问题(6)的困难在于该问题中出现含隐函数等式约束 $c_3 y = S(x)$，及函数 $f_y^L(x)$ 性质未知.

为避开以上困难，考虑问题(6)的以下罚函数表达式：

$$\max_{x,y}\ F(x,y) = c_1 x + \beta c_2 y + K_1[c_3 y - S(x)] + (1-\beta) f_y^L(x)$$
$$\text{s.t.}\quad x \in \aleph = \{x \in \mathfrak{R}^{m_1}: A_1 x \leqslant b_1,\ x \geqslant 0\} \tag{7}$$
$$A_3 y \leqslant b_2 - A_2 x,\ y \geqslant 0,\ y \in \mathfrak{R}^{m_2}$$

其中 $f_y^L(x)$ 定义如下：

$$f_y^L(x) = \min_{y'} c_2 y' + K_2[S(x) - c_3 y'] \tag{8}$$
$$\text{s.t.}\quad A_3 y' \leqslant b_2 - A_2 x,$$
$$y' \geqslant 0, y' \in \mathfrak{R}^{m_2}$$

这里 K_1，K_2 为非负惩罚系数.

以下两定理说明问题(6)与问题(7)的等价关系并构成求解问题(7)有效算法的理论基础：

定理1 存在某一正数 K^*，使得当 $K_1 > K_2 > K^*$ 时，问题(7)的目标函数为一连续凸函数；问题(7)与问题(6)同解.

定理2 问题(7)的最优解必可在多面体区域 $FR_{xy} = \{x \in \mathfrak{R}^{m_1}, y \in \mathfrak{R}^{m_2}: x \in \aleph, A_3 y \leqslant b_2 - A_2 x,\ y \geqslant 0\}$ 的某一端点实现.

以上两定理的证明在附录给出.

从定理1、定理2可知，采用期望收益模型的线性二层决策问题最终等价于在一多面体区域内寻求一连续凸函数目标函数最大的特殊单层数学规划问题.

3 全局优化算法

从上节定理1、定理2可知，问题(7)为线性二层问题的数值等价问题. 此问题为在一组线性约束条件下，寻求使具有连续凸函数特性的目标函数最大的一般优化问题. 该类问题从全局优化理论[10]来看，已有较为有效的求解方法. 本文应用外逼近方法[10]求解. 其基本步骤如下：

步骤0 设立一可行区域 FR_{xy} 的初始外逼近区域，该外逼近区域的顶点集合为 D. 计算目标函数在各端点 $(x^L, y^L) \in D$ 的数值 $F(x^L, y^L)$*.

步骤1 确定 $F(x^L, y^L)$ 在集合 D 中达最大值的顶点 L_m.

步骤2 若 (x^{L_m}, y^{L_m}) 为可行解(即 $(x^{L_m}, y^{L_m}) \in FR_{xy}$)，转至步骤4. 否则，转步骤3.

---

* 由于采用外逼近方法，$S(x)$、$f_y^L(x)$ 计算时可能无可行解. 可由计算问题(5)、(8)的对偶问题得到，这两对偶问题要加入充分大上界作为对偶变量的取值附加约束.

步骤 3 引入切割约束,删去不可行顶点,并产生新顶点. 顶点集合 D 随之刷新. 返回步骤 1.

步骤 4 最优解已求出,停止.

顶点的产生方法可参阅文[11],本文不再叙述. 由于可行区域 FR_{β} 为有界区域,上迭代过程必然在有限次迭代后收敛.

4 应用期望收益模型决策结果分析

本节应用上两节提出的期望收益模型和求解方法分析一下层反应不唯一的线性二层决策问题. 通过分析该问题得到期望值模型一些有现实指导意义的基本信息,并讨论如何利用这一信息对线性二层决策问题作出合理的最优决策.

讨论的线性二层决策问题如下:

$$\max_{x} \quad f_1 = 8x_1 + 6x_2 + 25y_1(x) + 30y_2(x) - 2y_3(x) - 16y_4(x)$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 \leqslant 10,\ x_1,\ x_2 \geqslant 0$$

其中 $y(x) = [y_1(x), y_2(x), y_3(x), y_4(x)]^T$ 为以下决策子问题的最优解:

$$\max_{y} \quad f_2 = 10y_1 + 10y_2 + 10y_3 + 10y_4$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leqslant 10 - x_1 - x_2 \\ & -y_1 + y_4 \leqslant 0.8x_1 + 0.8x_2 \\ & y_2 + y_4 \leqslant 4x_2 \\ & y \geqslant 0 \end{aligned}$$

设定下层追随者合作程度的期望系数 β 取区间[0,1]的不同值,应用期望收益模型及算法于上问题,得到决策结果如表 1、表 2 所示.

从表 1、表 2 结果可注意到:应用期望收益模型分析二层决策问题时,取决于追随者合作程度期望值大小,领导者有三种不同的最优决策选择

$$(x_1, x_2) = (10, 0) \quad 当\ 0 \leqslant \beta \leqslant 0.37$$

$$(x_1, x_2) = (0, 0) \quad 当\ 0.37 < \beta < 0.78$$

$$(x_1, x_2) = (0, 2) \quad 当\ 0.78 \leqslant \beta \leqslant 1.0$$

也即,当追随者反应不确定时,若领导者有足够把握(可能性大于 78% 或合作程度大于 78%)认为追随者与其合作,领导者策略的确定可以追随者完全合作为假设. 若领导者认为追随者与其合作可能性很低(可能性小于 37% 或合作程度低于 37%)领导者策略的确定可以追随者完全不合作为假设. 介于两者之间需采用由期望收益模型优化得到的折衷方案.

同时,从表 2 领导者、追随者收益变化可注意到,当 β 在区间[0.37,0.78]变动时,下层追随者取得其最大收益 100. 也就是说从自身利益考虑,下层追随者应采取与领导者部分(局部)合作(partial co-operation)的态度. 考虑到这一影响因素,领导者应以 $\beta = 0.77$(或一小于 0.78 但接近该值的数)为最终决策用期望合作系数,因为该数值能在追随者接受(原因:其收益能达最大)的前提下使得领导者的真实收益最大(一稳定收益).

以上分析结论是应用传统二层决策方法分析无法得到的结果. 该结果是合理的,因为下层决策者是独立进行决策的,与上层领导者合作与否及合作程度多大完全从提高自身收益考虑. 所以,本例子出现的与领导者部分合作对其最有利的结果,及领导者必须考虑这一现实反应与实际决策原则是相符合的.

5 结论

本文就下层反应不唯一的线性二层问题提出一描述上层领导者对下层追随者合作程度的期望系数(expectation of the degree of co-operation from the follower)并建立一期望收益模型. 利用双罚函数可把二层决策问题转换为一等价单层次优化问题. 基于外逼近理论,建立一求解等价单层次优化问题的全局优化方法. 应用该模型分析二层决策问题,可得到应用现有分析方法不可能得到,但与实际决策原理相符合的结果:在二层决策环境下,下层追随者采取与领导者部分合作(即非完全合作又非完全不合作 —partial co-operation)态度有时对其自身收益的提高是合理的. 该结果对领导者正确选定其能为下层追随者所接受的最优策略有决定意义.

表 1 最优决策

β	领导者的最优策略 (x_1, x_2)	追随者的完全合作反应策略 (y_1, y_2, y_3, y_4)	追随者的完全不合作反应策略 (y_1, y_2, y_3, y_4)
0	(10 0)	(0 0 0 0)	(0 0 0 0)
0.30	(10 0)	(0 0 0 0)	(0 0 0 0)
0.37	(10 0)	(0 0 0 0)	(0 0 0 0)
0.38	(0 0)	(10 0 0 0)	(0 0 10 0)
0.50	(0 0)	(10 0 0 0)	(0 0 10 0)
0.77	(0 0)	(10 0 0 0)	(0 0 10 0)
0.78	(0 2)	(0 8 0 0)	(0 0 6.4 1.6)
0.80	(0 2)	(0 8 0 0)	(0 0 6.4 1.6)
1.0	(0 2)	(0 8 0 0)	(0 0 6.4 1.6)

表 2 领导者与追随者的收益实现

β	追随者完全合作时领导者的收益实现 f_1^U	追随者完全不合作时领导者的收益实现 f_1^L	领导者真实收益* f_1^E	追随者收益实现 f_2
0	80	80	80	0
0.30	80	80	80	0
0.37	80	80	80	0
0.38	250	−20	82.6	100
0.50	250	−20	115	100
0.77	250	−20	187.9	100
0.78	252	−26.4	190.75	80
0.80	252	−26.4	196.32	80
1.0	252	−26.4	252	80

* 注：很明显，当追随者与领导者的合作程度确实为 β，领导者的期望收益 $f_1^E(x)$ 也就是其真实收益.

参 考 文 献：

[1] Annandalingam G, Friesz T L. Hierarchical optimization: An Introduction[J]. Annals of Operations Research, 1992;34:1-11

[2] Anandalingam G. White D J. Solution method for the linear static Stackelberg problem using penalty functions[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1990. 35(10): 1170-1173

[3] Audet C, Hansen P, Jaumard B, Savard G. Links between linear bilevel and mixed 0-1 programming problems[J]. Journal of Optimization theory and Applications, 1997, 93(2): 273-300

[4] Bard J F. Convex two-level optimization[J]. Mathematical programming, 1988, 40: 5-27

[5] Wen U P, Hsu S T. Linear bi-level programming problems — A review[J]. Journal of Operational Research Society, 1991, 42(2): 125-133

[6] Ben-Ayed O. Bilevel linear programming[J]. Computers and Operations Research, 1993, 9: 77-100

[7] Bialas W F, Karwan M H. Two-level linear programming[J]. Management Science, 1984,30: 1004-1020

[8] Candler W, Townsley R. Linear two-level programming problem[J]. Computer and Operations Research, 1982,9 (1): 59-76

[9] Bard J F, Falk J E. An explicit solution to the multi-level programming problem[J]. Computers and Operations Research, 1982,9:77-100

[10] Horst H, Tuy H. Global optimization-deterministic approaches[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1990

[11] Horst R, Vries J, Thoai N V. On finding new vertices and redundant constraints in cutting plane algorithms for global optimization[J]. Operations Research Letters, 1988,7:85-90

[12] Luenberger D G, Linear and nonlinear programming[J]. Reading: Addison-Wesley Publishing Company, 1984

An expected-return model for linear bilevel problems with uncertain reaction and its solution procedure

CAO Dong

School of Management, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China

Abstract: This paper proposes an expected-return model for linear bilevel problems with uncertain reaction from follower. Using double penalty functions, the bilevel problem is transformed into a single level optimization problem. A global optimization procedure is developed to find the optimal decision. It is shown that using this model, the degree of co-operation from the follower plays a key role for the leader to determine his optimal strategy, and that the follower with a partial co-operation with the leader may have his most favorite outcome.

Key words: bilevel problems; uncertain reaction; expected return; game theory

附录:定理1、2证明

定理1

证明 定理 I 的证明由以下三部分组成:1) 当 $K_1 > K_2$时,问题(7) 的目标函数为一连续凸函数;2) 存在某一正实数 K_2^*,使得对任意 $x \in \{x \in \Re^{m_1}: x \in \aleph$ 及 $E_x \neq \varnothing\}$,当 $K_2 > K_2^*$ 时,$f_y^L(x)$ 等价于 $f_y^L(x)$;3) 存在某一正实数 K_1^*,使得当 $K_1 > K_1^*$,$K_2 > K_2^*$ 及 $K_1 > K_2$时,问题(7) 与问题(6) 具有相同解.

1) 从对偶原理可直接得出:给定任一 $x \in \{x \in \Re^{m_1}: x \in \aleph$ 及 $E_x \neq \varnothing\}$,隐函数 $S(x)$ 为一连续凹函数,且 $f_y^L(x)$ 可表达为 $f_y^L(x) = K_2 S(x) + \alpha(x)$,其中 $\alpha(x)$ 为定义如下的连续凸函数

$$\alpha(x) = \max_{v} \quad v(A_2 x - b_2)$$

$$\text{s.t.} \quad -vA_3 \leqslant c_2 - K_2 c_3, \ v \geqslant 0$$

因此,问题(7) 的目标函数当 $K_1 > K_2$时为连续凸函数.

2) 本部分只需证明存在某一正实数 K_2^*,对任意 $x \in \{x \in \Re^{m_1}: x \in \aleph$ 及 $E_x \neq \varnothing\}$,当 $K_2 > K_2^*$ 时,问题(8) 中的惩罚项 $[S(x) - c_3 y']$ 等于 0.

定义 $y^{*'}(x)$ 为问题(2) 的最优解;$y^{k'}(x)$ 为问题 (8) 的最优解. 明显可知 $y^{*'}(x)$ 为问题 (8) 的可行解,且有 $[S(x) - c_3 y^{*'}(x)] = 0$. 由罚函数理论[12] 可知,给定任一非负惩罚系数 K_2,下不等式成立:

$$c_2 y^{k'}(x) + K_2[S(x) - c_3 y^{k'}(x)] \leqslant c_2 y^{*'}(x) \qquad \text{(R.1)}$$

问题(8) 为一线性规划问题,最优解 $y^{k'}(x)$ 必可在多面体 E_x的某一顶点实现. 定义 V_{EX} 为使得不等式

$[S(x)-c_3y']>0$ 成立的顶点集合，及

$$\varnothing_1=\min_{y'}\ [S(x)-c_3y'] \quad \varnothing_2=\min_{y'}\ c_2y'$$
$$\text{s.t.}\ y'\in V_{EX}, \qquad \text{s.t.}\ y'\in E_x.$$

设定 $K_2^*=[c_2y^{*'}(x)-\varnothing_2]/\varnothing_1$，选择 $K_2>K_2^*$，考察目标函数 $c_2y^{k'}(x)+K_2[S(x)-c_3y^{k'}(x)]$ 的实现值.

假设 $[S(x)-c_3y^{k'}(x)]>0$，则有

$$c_2y^{k'}(x)+K_2[S(x)-c_3y^{k'}(x)]>c_2y^{k'}(x)+K_2^*[S(x)-c_3y^{k'}(x)]$$
$$=c_2y^{k'}(x)+[S(x)-c_3y^{k'}(x)][c_2y^{*'}(x)-\varnothing_2]/\varnothing_1$$

由于 $[S(x)-c_3y^{k'}(x)]/\varnothing_1\geqslant 1$，可得

$$c_2y^{k'}(x)+K_2[S(x)-c_3y^{k'}(x)]>c_2y^{k'}(x)+[c_2y^{*'}(x)-\varnothing_2]$$

最终由于 $c_2y^{k'}(x)\geqslant\varnothing_2$，下不等式成立：

$$c_2y^{k'}(x)+K_2[S(x)-c_3y^{k'}(x)]>c_2y^{*'}(x)$$

上不等式与 (R.1) 矛盾，也即假设 $[S(x)-c_3y^{k'}(x)]>0$ 不成立. 由 $S(x)$ 的定义可知 $[S(x)-c_3y^{k'}(x)]\geqslant 0$，所以，当 $K_2>K_2^*$ 时，惩罚项 $[S(x)-c_3y^{k'}(x)]$ 必为 0.

以上确定的 K_2^* 值取决于领导者决策 x，但注意到可行域 $\{x\in\mathfrak{R}^{n_1}: x\in\aleph$ 及 $E_x\neq\varnothing\}$ 有界，因此必存在某一正实数 K_2^*，使得对任意 $x\in\{x\in\mathfrak{R}^{n_1}: x\in\aleph$ 及 $E_x\neq\varnothing\}$，当 $K_2>K_2^*$ 时，问题(8)中的惩罚项必为 0.

3) 注意到当 $K_1>K_2$ 时，问题(7)为在一有界多面体上求连续凸函数最大，据全局优化理论[10]，其最优解可在多面体的某个顶点实现. 因此，第三部分的证明与第二部分证明相类似.

因此，设定 $K^*=\max\{K_1^*,K_2^*\}$，取 $K_1>K_2>K^*$，问题(7)与问题(6)有相同解.

定理 2

证明 定理 2 的证明可由全局优化理论[10]得到.

(上接第11页)

[17] 金菊良，魏一鸣. 基于遗传算法的神经网络及其在洪水灾害承灾体易损性建模中的应用[J]. 自然灾害学报，1998，7(2)：653-660

[18] 金菊良，魏一鸣. 基于遗传算法的洪水灾害灾情评估模型探讨[J]. 灾害学，1998，13(2)：6-11

[19] 成思危. 复杂科学与系统工程[J]. 管理科学学报，1999，2(2)：1-7

System theory for risk analysis of flood disaster

WEI Yi-ming[1], *FAN Ying*[1], *JIN Ju-liang*[2]

1. Institute of Policy & Management, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China
2. Sichuan University, Chengdu 610065, China

Abstract: From the viewpoint of system theory, the concept of large complex system of flood disaster is put forward, on which is based to investigate the characteristics and fundamental contents about the risk analysis for flood disaster. The hazard analysis of flood and vulnerability analysis of flood disaster-affected body as well as lose evaluation of flood disasters taken as the key contents are systematically described.

Key words: flood disaster; risk management; complex system