具有隐含期权的商业银行利率风险测量与管理:凸度缺口模型[①]

王春峰,张 伟
(天津大学金融工程研究中心,天津 300072)

摘要:研究基于凸度缺口模型的具有隐含期权的商业银行利率风险管理问题.提出隐含期权型金融工具利率风险测量的杂合低偏差序列 Monte Carlo 方法(HPL-MC),构建利率风险管理的目标规划模型.计算实例表明,与久期缺口模型相比,凸度缺口模型在鲁棒性和减少利率风险方面效果更好.

关键词:利率风险;隐含期权;有效凸度;HPL-MC
中图分类号:F830　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1007-9807(2001)05-0021-09

0 引 言

近年来,随着放松利率管制和金融创新,利率风险越来越成为金融机构面临的主要风险之一[1,2].在我国,随着金融业改革和加入 WTO 的要求,利率市场化已成必然,利率风险将成为我国金融机构未来几年内面临的最重要的金融风险之一.

利率风险是指由利率波动引起金融机构资产、负债以及表外头寸市场价值的变化,而导致金融机构的市场价值和所有者权益损失的可能性.其根源在于利率波动导致的资产－负债不匹配.例如,利率上升时会导致资产和负债价值下降,但通常由于资产的到期日长于负债的到期日,使得资产价值的下降大于负债价值的下降,由此导致了资不抵债的风险.

目前,利率风险管理的主流方法是久期缺口免疫模型[3,4].其基本思想是,通过调整资产－负债结构,使反映金融机构利率风险的久期缺口为0(或尽可能地小),此时无论利率上升和下降,金融机构的资产和负债对利率的敏感性相同,完全对冲了利率风险.但由于久期概念假设所有资产和负债的现金流不随利率波动而变化,而具有隐含期权的金融工具的未来现金流都随利率波动而变化.因此,一般久期缺口模型无法处理具有隐含期权的利率风险问题[2].而随着金融创新和衍生金融工具的迅速发展,具有隐含期权的金融工具如可赎回债券(Callable Bonds)、抵押支持证券(MBS)、担保抵押债务(CMOs)及提前偿付的贷款和提前支取的存款等,在金融机构资产和负债中的比例不断增加,对这种类型的利率风险管理不力可能给金融机构造成重大损失.因此,王春峰等人提出了基于有效久期的利率风险管理模型,在一定程度上改进了久期模型的缺点[②].

但由于久期概念的本质是证券价格变化对利率变化的一阶泰勒展开,只有当利率变化较小时,这种线性近似才成立.而当利率波动幅度较大时,基于久期的风险测量就会产生较大的误差,为此一些学者提出了基于凸度的风险测量方法[2-5],但与久期模型一样,一般凸度模型无法测量隐含期权的利率风险.

---

① 收稿日期:2000-01-06;修订日期:2001-06-28.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(79870090);教育部跨世纪优秀人才基金资助项目;教育部优秀青年教师奖励基金资助项目.
作者简介:王春峰(1966-),男,河北省人,博士,教授,博士生导师.
② 王春峰,张伟.基于久期缺口模型的商业银行的隐含期权利率风险测量与管理.研究报告,天津大学金融工程研究中心,2000

为此，引入有效凸度概念，建立了可考虑隐含期权利率风险的目标规划模型，并提出了估计有效凸度的杂合低偏差序列 Monte Carlo 方法(HPL-MC，Hybrid Principal Component Low-discrepancy Sequences Monte Carlo).

1 利率风险的测量：有效久期与有效凸度

下面介绍测量隐含期权利率风险的有效久期与有效凸度概念.

1.1 期权调整利差、有效久期与有效凸度

由于具有隐含期权的金融工具的未来的现金流都随着利率波动而变化，因此，久期和凸度模型无法有效处理具有隐含期权的利率风险问题. 为此，一些学者提出了有效久期与有效凸度概念.

有效久期是指，利率水平发生特定变化的情况下，证券价格变动的百分比. 其计算公式为[2]

$$D_{eff} = \frac{P_{-} - P_{-}}{P_0(R_{+} - R_{-})}$$

其中 D_{eff}—— 证券的有效久期

P_0—— 债券的初始市场价格

P_{-}，P_{-} —— 利率上升和下降 X 个基本点时债券的市场价格

R_{-}，R_{-} —— 初始收益率减去和加上 X 个基本点，而初始收益率是指证券的初始到期收益率，它是由无风险市场利率(通常是相同期限的国库券收益率)加上期权调整利差构成的

所谓期权调整利差(OAS)是指对证券中含有的隐含期权风险的补偿. 以国际金融市场中最常见的抵押支持证券为例，抵押贷款人享有可随市场利率波动而提前偿还本金不受任何惩罚的隐含期权. 如当市场利率下降时，贷款人往往会提前偿付本金，则证券持有人将会由于收到的本金的再投资收益率降低而遭受损失，市场对此作出的补偿就是期权调整利差. 它是有效久期能够测量隐含期权风险的基础，因此有效久期又称为期权调整久期(option-adjusted duration).

同理，定义有效凸度如下：

$$C_{eff} = \frac{P_{+} - 2P_0 - P_{-}}{2(R_{+} - R_{-})^2}$$

从有效久期和有效凸度概念知，它们充分考虑了隐含期权对证券市场价格的影响.

1.2 期权调整利差、有效久期与有效凸度的计算

显然，测量隐含期权金融工具的利率风险的核心在于 OAS 的计算. 计算 OAS 时，假设市场是有效的(即市场价格已反映了隐含期权风险的存在)，首先模拟计算该证券的未来现金流(此现金流跟未来利率和提前偿付模型有关)，并将这些现金流用无风险利率贴现加总得到证券的一个理论价格；将该理论价格与市场价格比较，如不相等(实际上很少相等)，则将无风险利率加上一个固定值(比如 5 个基本点)再模拟计算证券的理论价格，然后再与市场价格相比. 如此重复上述工作，直到理论价格与市场价格相一致，用此时得到的证券贴现率(即到期收益率)减去无风险利率就是 OAS.

在计算 OAS 时，要多次计算抵押支持证券的理论价格. 但由于抵押支持证券的预期现金流是不确定的，对利率路径具有依赖性，因此无法采用传统的计算方法，而往往只能采用 Monte Carlo 模拟方法(MC).

计算 OAS 和有效久期的步骤可归纳为：

1° 从附息国库券收益率曲线计算零息票收益率曲线；

2° 选择定义利率期限结构的数学模型；

3° 运用 MC 模拟 n 条利率路径；

4° 结合提前偿付模型计算每一条利率路径上的现金流并贴现；

5° 计算证券的理论价格及其 OAS；

6° 将得到的 OAS 加到初始零息票利率上，得到新的贴现率；

7° 将新的贴现率分别上移和下移固定的基本点(比如 100 个基本点)，计算证券在移动后贴现率下的新价格；

8° 计算有效久期和有效凸度.

1.3 杂合主成分低偏差序列 Monte Carlo 模拟

利用 MC 计算具有隐含期权的证券价格和有效久期，实际上是计算一个样本利率路径空间上的多维数值积分. 但传统 MC 产生的随机数序列

在模拟空间中分布不均匀,导致了随机数的群聚效应,浪费了大量观测值,降低了计算效率.一些学者提出了Quasi MC方法,用预先设定的确定性方法在空间中产生一些低偏差的点来代替蒙特卡洛模拟中的独立随机点进行模拟,由于这些模拟点在空间中的分布较均匀,因此能够用较少的模拟次数产生较好的收敛效果.但是研究表明QMC模拟只在较低维模拟时才能产生明显的改进效果,在模拟维数较高时它的模拟效果有时甚至还不如MC模拟[1].为此,这里提出了一种QMC与MC杂合的模拟利率路径产生方法——杂合主成份低偏差MC方法(HPL-MC).

该方法是在主成份法基础上形成的.假设将模拟区间$[0,T]$划分成d维,即$0=t_0<t_1<\cdots<t_d=T$,模拟的利率路径为维纳向量$\boldsymbol{w}_t=(w_{t_1},w_{t_2},\cdots,w_{t_d})^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{w}_t=\boldsymbol{AZ}$其中矩阵$\boldsymbol{A}$为转换矩阵,$\boldsymbol{Z}=(z_1,z_2,\cdots,z_d)^{\mathrm{T}}$,$z_i$为标准正态向量.假设该向量的协方差矩阵为$\Sigma$,则有$AA^{\mathrm{T}}=\Sigma$.而主成份分析就是要构造一个矩阵$\boldsymbol{B}$,使得$\boldsymbol{BB}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{AA}^{\mathrm{T}}=\Sigma$,并且由$w_t=\boldsymbol{BZ}$所产生的每一个标准正态变量都能够最大限度地揭示原来所有d个标准正态变量所含的信息.根据主成份分析思想,矩阵$\boldsymbol{B}$应为以下形式:$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{V\Lambda}$,其中,矩阵$\Lambda$为由协方差矩阵$\Sigma$的所有特征值的平方根组成的一个对角形矩阵,并且特征值平方根的排列顺序是沿着对角线从大到小进行的,而矩阵$\boldsymbol{V}$的所有列向量都是矩阵Σ的单位化的特征向量,并且第i个列向量对应矩阵$\boldsymbol{V}$的对角线上的第i个特征值.

HPL-MC就是在得到矩阵$\boldsymbol{B}$后,先用QMC模拟产生前k项准随机数z_i',$i=1,2,\cdots,k$,再用MC模拟产生剩下的d-k维伪随机数z_i,$i=k+1,k+2,\cdots,d$.这样最后产生的杂合模拟序列向量就为

$$w_t=\sum_{i=1}^{k}b_iz_i'+\sum_{i=k+1}^{d}b_iz_i,$$其中$\boldsymbol{b}_i$为矩阵$\boldsymbol{B}$的列向量.

该杂合序列既保证了对序列波动性质起主导作用的各主成分项在空间中能够均匀分布,又避免了QMC在模拟高维序列时效果不明显的缺点,从而达到提高模拟精度、加快收敛速度的目的.

1.4 基于HPL-MC的OAS、有效久期和有效凸度计算

1.4.1 模型的输入

计算OAS、有效久期和有效凸度时涉及到利率期限结构、提前偿付和现金流模型.这里选择Hull-White(H-W)[5]的单因素均值回归利率期限结构模型,利用HPL-MC方法,通过模拟维纳过程计算出利率,从而得到一条利率路径.

选择OTS[6]及Richard和Roll[7]的提前偿付模型,则MBS年提前偿付率为

$$\mathrm{CPR}(t)=\mathrm{RI}(t)\cdot\mathrm{AGE}(t)\cdot\mathrm{MM}(t)\cdot\mathrm{BM}(t)$$

其中 RI(t)——再融资激励

AGE(t)——证券老化因子

MM(t)——季节因子

BM(t)——燃尽效应因子

抵押支持证券有效期内的现金流为

$$PV=\sum_{t=1}^{WAM-1}\mathrm{DIST}(t)\cdot(\mathrm{TPP}(t)+\mathrm{INT}(t))$$

其中 DIST(t)——第t月的折现因子

TPP(t)——MBS在第t月全部本金支付

INT(t)——MBS在第t月的应付利息

WAM——MBS的加权平均到期期限

1.4.2 OAS、有效久期与有效凸度的计算

HPC模拟时,首先要计算$x(t)$的协方差矩阵$\boldsymbol{\Sigma}=(\sigma_{ij})_{d\times d}$,由维纳过程的性质有

$$\sigma_{ij}=g(t_i)g(t_j)h[\min(t_i,t_j)]_0^{-}=\sigma^2\cdot\frac{e^{-a(t_i-t_j)}-e^{-a(t_i+t_j)}}{2a}$$

求得协方差矩阵的特征值λ_i,$i=1,2,\cdots,d$,按从大到小顺序排列,并求得各特征值对应的单位特征向量$\boldsymbol{v}_i$,则有$b_i=\sqrt{\lambda_i}\boldsymbol{v}_i$.

实际模拟中,取前k项($k=8,12$)特征值所对应的随机项用QMC序列模拟,剩下的其他特征值对应的随机项则用MC序列进行模拟.

这里以选取1991年4月26日的一种FNMA抵押支持证券为例,模拟结果如表1所示

把用MC模拟40 000次后所得的证券理论价格,当作证券价格的真实值来观察证券价格的模拟收敛情况.在运用HPL-MC模拟利率路径时选取$k=8$和$k=12$两种情况.从表1中的数据可以看出,无论k为8还是12,HPL-MC模拟的证券价格都要明显好于MC模拟的情况,HPL-MC

模拟1000次几乎相当于MC模拟5000次的效果. 另外,还可以看到在使用HPL-MC进行模拟计算时,选取 $k=12$ 比 $k=8$ 收敛得更快,效果更好.

采用 $k=12$ 时的HPL-MC模拟利率路径,计算MBS的期权调整利差,得到OAS为35个基本点,即0.003 5,经期权风险调整后的贴现率则变为0.053 5. 然后将贴现率分别加上和减去100个基本点,计算新的证券价格得到 $P_+=89.589\,2$、$P_-=100.013\,4$,由有效久期和有效凸度定义得,这种MBS的有效久期和有效凸度分别为5.50、-425.

表 1 MC 和 HPC 模拟计算结果

模拟参数			$f(t)=0.050$ $a=0.3$ $\sigma=0.01$					
模拟次数			100	500	1 000	5 000	10 000	10 000
模拟方法	MC		97.254 3	97.304 2	97.182 7	96.956 6	96.746 9	96.646 5
	HPL-MC	$K=8$	97.139 6	97.138 8	96.985 3	96.729 1	96.638 1	
		$K=12$	97.121 5	97.116 7	96.990 3	96.725 3	96.636 5	

2 利率风险管理的凸度模型

2.1 基于久期、凸度的利率风险管理

考虑利率变化导致的商业银行净资产变化 $\Delta E=\Delta A-\Delta L$,利用久期和凸度可描述为

$$\begin{aligned}\Delta E &= -D_A\cdot\frac{A}{1+R}\cdot\Delta R+CX_A\cdot(\Delta R)^2+D_L\cdot\frac{L}{1+R}\cdot\Delta R-CX_L\cdot(\Delta R)^2=\\&-(D_A-D_LK)\cdot A\cdot\frac{\Delta R}{(1+R)}+(CX_A-CX_L)\cdot(\Delta R)^2\end{aligned}$$

其中 $K=L/A$ —— 银行杠杆率

(D_A-D_LK) ——资产-负债的久期缺口

(CX_A-CX_L) —— 资产-负债的凸度缺口,记为 CX_{GAP}

D_A、D_L —— 资产组合和负债组合的久期(或有效久期)

CX_A、CX_L —— 资产组合和负债组合的凸度(或有效凸度)

上式表明,如果利率波动性较小,凸度的影响可以忽略不计,此时利率风险免疫的任务就是调整资产-负债结构,使久期缺口为零,这种方法就是久期缺口模型. 但当利率波动性较大时,凸度的影响不能忽略,此时利率风险免疫的任务是,调整资产-负债结构,在使久期缺口为零的情况下,最大化凸度缺口(因为 $(\Delta R)^2>0$,故 CX_{GAP} 越大银行的净值越大). 这种方法就是凸度缺口模型.

2.2 利率风险管理的凸度缺口模型

下面构建资产负债表中包括隐含期权型证券(如抵押支持债券)的商业银行利率风险管理的凸度缺口模型,并给出计算实例.

2.2.1 模型构建的原则和假设

实际利率风险管理系统包含众多因素,不失一般性,这里只给出其框架模型. 为此特作如下假设:(1)模型只考虑一个决策期,且在决策期内没有利率波动. 因此商业银行要在决策期初作出各种投资交易决策,以实现对决策期末的利率风险管理;(2)采用市值记账法;(3)假设模型中所有资产和负债在决策期内都不到期,这样商业银行就避免了再投资风险和再融资风险. 事实上,在商业银行利率风险管理中,决策期常常是较短的(有的甚至是一天),所以这一条假设是合理的;(4)模型中所涉及的证券皆为零息票证券. 这条假设仅仅是为了计算上的简便,实际应用中只需用有息证券的计算公式替代折现证券的计算公式即可;(5)交易成本和管理费用是固定的,从而在模型中被省略;(6)在商业银行的资产负债平衡表中,资产只有现金、政府债券、抵押支持证券、货币市场投资和贷款五项;负债只有货币市场借款和存款两项. 这几项资产和负债构成了任何一家商业银行资产负债表的典型结构,实际应用中只需简单地将相应的资产和负债进行扩充即可,故这一条假设也是合理的. 并且用一种抵押支持证券来代表有隐含期权的金融工具,因为其它工具的计算思路与抵押支持证券基本类似;(7)货币市

场工具的到期期限与决策期末正好重叠,这样就可以使这两项资产和负债没有任何利率风险暴露,从而简化了模型.因为一般货币市场工具的到期期限往往是很短的(如隔夜拆借等),我们的模型只讨论了一个决策期的情形,实际应用中的多期模型可以以很短时间(如一天)作为决策期间,不断使用单期模型,所以这一条假设也是合理的.

2.2.2 模型符号说明

模型中涉及的参数和变量可分为资产负债平衡表变量、决策变量、参数及其他变量三类.资产负债平衡表变量包括 C(现金)、L(贷款)、D(存款)、MMB(货币市场借款)、MMI(货币市场投资)、S(政府债券)、MBS(抵押支持证券)、E(银行净值)、E_0(决策期末预期银行净值).

决策变量包括 P(MMI)(货币市场投资额)、$P(S)$(债券购买额)、$P(L)$(发放贷款额)、P(MBS)(抵押证券购买额)、S(MMB)(货币市场借款额)、$S(S)$(债券出售额)、$S(D)$(吸收存款额)、S(MBS)(抵押证券出售额).

参数及其他变量见表 2.

表 2　参数及其它变量

符　号	意　义	符　号	意　义
m	决策期长	MD_L	贷款的修正久期
m(MM)	货币市场工具期限	MD_D	存款的修正久期
$m(S)$	政府债券期限	MD_S	政府债券的修正久期
$m(L)$	贷款期限	OAS	期权调整利差
$m(D)$	存款期限	ED_{MBS}	抵押支持证券的有效久期
Min(L)	新发贷款最小额	D_{GAP}	久期缺口
Max(L)	新发贷款最大额	CX	组合凸度的负偏差
Min(D)	新增存款最小额	CX^-	组合凸度的正偏差
Max(D)	新增存款最大额	CX_S	债券的凸度
R(MM)	货币市场利率	CX_L	贷款的凸度
$R(S)$	债券利率	CX_D	存款的凸度
$R(L)$	贷款利率	ECX_{MBS}	MBS 的有效凸度
$R(D)$	存款利率	irr^+,irr^-	利率风险目标偏差变量
a	存款准备率	prf^+,prf^-	银行净值偏差变量
b	货币市场投资额与存款的最大比率	w_1	银行净值目标权重
VLN	一个很大的正数	w_2	久期目标权重
		w_3	凸度目标的权重

2.2.3 模型的具体形式

构建凸度缺口模型的指导思想是 Markowitz 的现代组合投资理论,即构造一个目标规划模型,通过合理确定表 3 中的决策变量的值,使商业银行在决策期末满足收益最大化的条件下最小化利率风险.于是,建立如下的目标规划模型:

目标函数

$$\text{Min}\,\{w_1(prf^-) - w_2\cdot(irr^+ + irr^-) + w_3\cdot(CX^-)\} \qquad (\text{Obj}.1)$$

决策约束

$$P(\text{MMI}) < \infty \qquad (\text{D}.1)$$

$$P(S) < \infty \qquad (\text{D}.2)$$

$$P(\text{MBS}) < \infty \qquad (\text{D}.3)$$

$$S(\text{MMB}) \leqslant b[D + S(D)] \qquad (\text{D}.4)$$

$$\text{Min}(L) \leqslant P(L) \leqslant \text{Max}(L) \qquad (\text{D}.5)$$

$$\text{Min}(D) \leqslant S(D) \leqslant \text{Max}(D) \qquad (\text{D}.6)$$

$$S(S) \leqslant S \qquad (\text{D}.7)$$

$$S(\text{MBS}) \leqslant \text{MBS} \qquad (\text{D}.8)$$

平衡表约束

$$C(n) = aD(n) \qquad (\text{BS}.1)$$

$$\text{MMI}(n) = P(\text{MMI})\cdot[1 - R(\text{MM})]^m \qquad (\text{BS}.2)$$

$$S(n) = [S + P(S) - S(S)]\cdot[1 + R(S)]^m$$

$$\text{(BS. 3)}$$

$$L(n) = [L + P(L)] \cdot [1 - R(L)]^n \quad \text{(BS. 4)}$$

$$MBS(n) = [MBS - P(MBS) - S(MBS)] \cdot [1 - R(S) + OAS]^n \quad \text{(BS. 5)}$$

$$D(n) = [D + S(D)] [1 + R(D)]^m \quad \text{(BS. 6)}$$

$$MMB(n) = S(MMB) \cdot [1 + R(MM)^n] \quad \text{(BS. 7)}$$

$$\begin{aligned} E(n) = {} & [MMI(n) - P(MMI)] + \\ & [S(n) - S + S(S) - P(S)] - \\ & [L(n) - L - P(L)] - \\ & [D(N) - D - S(D)] - \\ & [MMB(n) - S(MMB)] + \\ & [MBS(n) - MBS + S(MBS) - \\ & P(MBS)] + E \end{aligned} \quad \text{(BS. 8)}$$

$$C(n) + MMI(n) + MBS(n) + S(n) + L(n) = D(n) + MMB(n) + E(n) \quad \text{(BS. 9)}$$

目标约束

$$E(n) - E + prf^- - prf^+ = VLN \quad \text{(G. 1)}$$

$$S(n) \cdot MD_S + L(n) \cdot MD_L + MBS(n) \cdot ED_{MBS} - D(n) \cdot MD_D + irr^- - irr^+ = 0 \quad \text{(G. 2)}$$

$$CX_S + CX_L + ECX_{MBS} - CX_D + CX^- - CX^+ = 0 \quad \text{(G. 3)}$$

上述模型中各符号的含义如表 2 ~ 4 所示．下面具体分析一下模型中每个式子的具体含义．

（1）决策约束

模型包含 8 个决策约束，(D. 1)-(D. 8)，它们之间的相互关系确定了一个决策范围，即要求做出的各种决策必须落在这个范围内．前 3 个约束(D. 1)、(D. 2) 和(D. 3) 表明商业银行在货币市场和资本市场的投资额不受限制，这 3 约束在运算过程中其实是不起作用的．之所以列出，是为了实际应用中模型的进一步扩展方便；(D. 4) 表明商业银行在货币市场借款额应小于存款的一定比例，这是监管机构为减少商业银行进行“再贷款借款”时发生违约的可能而设置的约束；(D. 5)、(D. 6) 表明商业银行新发贷款额和新增存款额都有一定的上、下限，其上、下限是由市场条件决定的，一方面以确保商业银行能积极从事经营活动履行其做为金融中介的职能，将商业银行和共同基金、投资公司等区别开来；另一方面避免商业银行承受过高的经营风险；(D. 7)、(D. 8) 表明，由于存在证券二级市场以及对卖空行为的限制使得商业银行可以出售其拥有的政府债券和抵押支持证券，但出售额不得超过其原来的拥有额．与此同时，还假定商业银行不能出售其贷款．

（2）平衡表约束

模型包括 9 个平衡表约束，(BS. 1) ~ (BS. 9)，用以描述商业银行资产负债平衡表各帐户之间的关系．按照央行的规定，各商业银行都必须按照其存款额的一定百分比将现金以准备金的形式存入央行，另外商业银行的日常经营活动也需要一定现金以满足流动性的要求，这两部分现金准备用约束(BS. 1) 表示．现金是商业银行资产负债平衡表各账户中唯一的非盈利性资产，持有过多的现金显然是不利的，因此对现金而言不需要采取任何具体的策略，只要保证随时都有约束(BS. 1) 成立即可．约束(BS. 2) ~ (BS. 7) 描述了各项资产和负债期末对期初的增值情况，可由相应的价值关系与定价公式求得．

约束(BS. 9) 实质上是一个定义式，它定义模型所追求的收益变量等于期末银行净值减去期初净值，也等于各项资产的增值减去各项负债的增值．约束(BS. 9) 是决策期末的会计恒等式，即资产永远等于负债加上权益．

（3）目标约束

模型包括 3 个目标约束(G. 1) ~ (G. 3)．(G. 1) 表示银行的收益约束，其中 VLN 是一个很大的正数，而 prf^+、prf^- 表示银行净值相对于 VLN 的正负偏差，为了满足银行的收益最大化，要求目标函数中负偏差最小．(G. 2) 是基于久期缺口的利率风险约束，其中 irr^+ 和 irr^- 分别代表久期缺口相对于零的正负偏差变量，也即是利率风险的正、负偏差变量，其中 irr^-，$irr^+ \geqslant 0$．久期缺口为资产负债平衡表上各项资产、负债的修正久期的加权平均和，权重分别为各项资产、负债的市值．

目标约束(G. 3) 中的 CX^+ 和 CX^- 是资产负债组合凸度的正负偏差，该约束是资产负债组合的凸度约束．

这里抵押支持证券的风险测量采用有效久期和有效凸度方法，其计算采用 1.4 节的模拟方法；其他资产和负债的利率风险采用修正久期和凸度方法[6]．由于现金的久期和凸度为零，且假设货币

市场工具的到期期限等于决策期长，所以现金、货币市场投资、货币市场借款这三部分资产和负债的久期和凸度不予考虑.）

（4）目标函数

为了实现在保证资产负债组合的久期匹配的前提下使组合的凸度最大化，从而使银行的效益最大化的目标. 在目标函数（Obj.1）中，将（$irr^- + irr^-$）和 CX^- 设定了优先等级，分别赋予一定的权重 w_2 和 w_3，并且前者大于后者.

2.3　数值实例与分析

2.3.1　数据

为验证久期 - 凸度缺口模型的实际效果，下面给出一个数字实例，并与久期缺口管理模型进行了对比分析（在凸度缺口模型中，取 $w_1 = 0$ 并去掉式（G.3）即得）进行对比分析. 实例银行的有关数据如表 3 所示. 这里由于商业秘密，给出的不是真实数据，但保持了与实际数据的合理比例.

表 3　某银行决策期初的初始值

资产负债变量	存贷款参数	利率参数	期限参数	目标参数
MMI = 0	min(L) = 40	R(MM) = 0.04	m(MMB) = 0.25	$w_1 = 1$
MMB = 0	max(L) = 50	R(D) = 0.03	m(MMI) = 0.25	$w_2 = 2$
MBS = 130	min(D) = 10	R(L) = 0.10	m(L) = 2.00	$w_3 = 1$
S = 250	max(D) = 50	R(S) = 0.05	m(S) = 1.00	VLN = 1 000
L = 600	a = 0.12	$\sigma = 0.01$	m(D) = 1.00	
C = 120	b = 0.20	OAS = 0.003 5	m = 0.25	
D = 1000			ED_{MBS} = 5.50	
E = 100			ECX_{MBS} = −425	

表 3 中的数据除了抵押支持证券的有效久期和有效凸度外，其他都为决策期初的数据. 为了简化计算，假设表中的有效久期和有效凸度是在决策期末经过模拟计算后得到的数值.

2.3.2　计算结果与分析

根据表 3 中提供的数据，运用 LINDO 规划软件求解，得到了计算结果见表 4：

表 4　数字模拟结果

变量	初始值	期末值（久期模型）	期末值（凸度模型）	变量	初始值	期末值（久期模型）	期末值（凸度模型）
决策变量				资产负债表变量			
P(MMI)		383.067 0	383.067 0	C	120	126.932 4	126.932 4
P(S)		0	0	MMI	0	386.859 1	386.859 4
P(L)		40	40	S	250	0	0
S(S)		250	250	L	600	655.36	655.36
S(D)		50	50	MBS	130	0	0
S(MMB)		0	0	资产总计	1 100	1 169.151 8	1 169.151 8
S(MBS)		130	130	D	1000	1 057.77	1 057.77
P(MBS)		0	0	MMB	0	0	0
目标变量				E	100	111.446 3	111.146 3
prf^-		0	0	负债及权益总计	1 100	1 169.216 3	1 169.216 3
prf		988.553 7	988.553 7				
irr^-		272.422 1	272.422 4				
irr		0	0				
CX^-			224.116 5				
CX			0				

由表 4 可以看出：

(1) 决策期末银行的资本收益有所增加，资本资产比(E/A)从决策期初的 9.1% 增长为 9.53%，有了较大增长，这说明两个模型在增加银行收益方面是成功的；

(2) 在保证商业银行利润最大化的前提下，决策期末优化后的资产负债结构明显比决策期初资产负债结构的风险要小得多. 很容易就能计算出来决策期初资产负债结构的久期缺口为 − 1 165，而决策期末优化配置后资产负债结构的久期缺口仅为 − 272.422 4，这表明经过模型的管理大大减少了资产负债表的利率风险.

(3) 在给定的初始值和约束条件下，久期模型和久期 - 凸度模型最后得到的优化配置和收益值都是相同的(111.446 3). 但可以发现，久期 - 凸度模型面临的风险比久期模型要小得多：当利率上升 dr 时，根据久期模型和久期 - 凸度模型计算的资产与负债市值的变化分别为 ($-272.4224\,dr$) 和 [$-272.4224\,dr-224.1165(dr)^2$])，显然久期 - 凸度模型比久期模型测量的利率风险更为精确；

(4) 灵敏度检验结果表明，一些变量的系数和取值在一定范围内变化时，久期模型和久期 - 凸度模型始终得到相同最优解. 但是，当变量的取值超出一定范围时，两个模型得到的最优匹配将不再相同. 当取消某些经济约束限制，如最大吸收存款额限制，得到如表 5 所示的资产负债匹配表.

由表 5 知，尽管两个模型的久期缺口都达到了零，而且利润都达到最大值 1 000(即收益偏差为零)，但是两个模型的资产负债匹配情况相差很大，凸度缺口分别为 − 35 282.48 和 − 3 132.71. 显然，按久期模型匹配的资产负债的凸度缺口，要远远小于按凸度模型匹配的资产负债的凸度缺口. 这意味着当利率波动较大时，按久期模型匹配的资产负债表的市值将比按凸度模型匹配的资产负债表的市值的变化大得多，也就是说面临的利率风险也将大得多. 由此可见，在某些约束情况下当利率变动较大时凸度缺口模型比久期缺口模型的有效性和鲁棒性更好.

表 5 数据对比

变量名	久期模型	凸度模型
prf^+	0	0
prf^-	0	0
irr^-	0	0
irr	0	0
CX		0
CX⁻		3 132.71
P(MMI)	428 195.5	0
P(S)	0	268 127.54
P(L)	50	50
P(MBS)	75 355.07	0
S(MMB)	0	35 071.27
S(D)	573 053.63	264 736.19
S(S)	0	250
S(MBS)	130	130

3 结束语

本文基于凸度缺口模型研究了具有隐含期权的商业银行利率风险管理问题；给出了隐含期权型金融工具利率风险测量的 HPL-MC 方法；构建了利率风险管理的目标规划模型. 计算实例表明，凸度模型对于给定的初始值和约束条件，可以较好地减少利率风险的暴露头寸、提高收益. 计算结果还表明，利率变动较大时凸度缺口模型比久期缺口管理模型可以更好地减少风险暴露，鲁棒性更强。

参 考 文 献：

[1] 王春峰. 金融市场风险管理[M]. 天津：天津大学出版社，2001

[2] Cornyn A G, Klein R A, Lederman J. Controlling and managing interest-rate risk[M]. New York: NYIF Corp., 1997

[3] Toevs A L, Haney W C. Measuring and managing interest rate risk: A guide to asset/liability models used in banks

thrifts, in R. B. Platt (ed). Controlling Interest Rate Risk[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1986, 256-351

[4] Bessler W, Booth G G. An interest rate risk management model[J]. European Journal of Operation Research. 1991, 74(2): 243-256

[5] Hull J. White A. The pricing of options on assets with stochastic volatilities[J]. Journal of Finance, 1987, 42: 211-287

[6] Office of Thrift Supervision. The OTS Net Portfolio Value Model[R]. Risk Management Division, OTS, November 1994

[7] Richard S F, Roll R. Prepayments on fixed-rate mortgage backed securities[J]. Journal of Portfolio Management, 1989: 15(3): 623-645

Measuring and managing interest rate risk in commercial banks with embedded option: convexity-gap model

WANG Chun-feng, *ZHANG Wei*

Center for Financial Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: Interest rate risk management for commercial banks with embedded option is investigated based on the convexity-gap model in this paper. The HPL-MC method is proposed for measurement of interest rate risk of the embedded option, and an objective programming model is constructed to manage interest rate risk. The results of numerical example demonstrate that this model is effective than duration-gap model in robustness and risk exposure reduction.

Key words: interest rate risk; embedded option; effective convexity; HPL-MC