

一种基于模糊推理的多目标柔性决策方法¹⁾

刘新旺¹, 黄卫²

(1. 东南大学经济管理学院, 南京 210096; 2. 东南大学智能运输系统研究中心, 南京 210096)

摘要:在目前多目标决策研究的基础上,提出了基于模糊推理的目标函数集成方法,该方法避免了一般的目标函数集成方法特定函数形式的局限性,而直接基于决策者对目标偏好的知识结构,用模糊规则来表达.实际上,基于模糊推理的目标函数集成方法对应于连续变化权值的算术加权平均集成.该方法不仅与决策者的实际决策过程更加接近,而且由于模糊推理的通用逼近特性,可以表达一般的目标函数集成方法不能表示的决策偏好结构.

关键词:多目标决策;模糊推理;目标集成

中图分类号:O159

文献标识码:A

文章编号:1007-9807(2001)06-0071-06

0 引言

多目标决策是现实决策过程中经常遇到的一种决策问题,它在生产计划、公路养护和施工过程中都有着广泛的应用,由于多目标决策问题中各目标之间存在着相互冲突和不可公度性,很难找到一个绝对的最优解.决策者只能根据自己的经验和偏好在各目标之间进行折衷,以得到自己需要的 Pareto 最优解.因此多目标决策问题的关键在于如何根据决策者的偏好对目标函数进行集成,将多目标决策问题转化为体现决策者偏好的单目标优化决策问题.

目前广泛应用的多目标集成方法是目标赋权法和效用函数法.赋权法要求决策者对各目标的重要性有比较透彻的了解,而效用函数法则建立在某种特定函数形式的基础上,实际上由于决策者偏好的不确定性,决策者往往很难直接描述自己的偏好结构以及偏好函数的具体形式.在此情况下,很多人根据不同情况提出了各种目标函数的折衷方法和交互式决策方法.文[1]提出了以 STEM 方法为基础多目标线性规划问题的矩阵对策方法,文[2]提出了基于目标期望水平的多目

标决策方法,文[3]则提出了基于目标达成度和综合度的交互式多目标决策方法.这些方法都试图使决策者的偏好信息体现于决策过程中,通过对目标函数赋予不同的权重和与决策者的交互过程以提取决策者不能具体定量表达的决策信息.但这些方法普遍存在以下缺点:

1) 在决策过程中,决策者需要不断地根据模型提供自己偏好结构的定量信息;

2) 决策过程以决策者部分或局部的偏好信息为基础,通过决策者的比较选择进一步将偏好信息体现于决策过程中,以帮助决策者完成决策过程;

3) 由于决策模型总是以决策者局部的偏好信息为基础进行修正,在模型求解过程中,总是以体现决策者局部偏好信息的决策模型的最优解作为决策者的最优解,来让决策者进行评价修正.因此这种决策过程往往需要多次循环,并且有时不能得到决策者所期望的最优解.

近年来,随着模糊数学理论的发展,以模糊逻辑为基础的多目标决策方法得到越来越多的研究和重视^[4-6].这些方法将决策者对每个目标的期望值视为一个模糊数,通过建立各个目标函数的

1) 收稿日期:2000-05-09; 修订日期:2001-01-08.

基金项目:国家博士点基金资助项目(97028602).

作者简介:刘新旺(1968-),男,河南鲁山人,博士,副教授.

模糊隶属度函数,对目标函数进行集成,以得到决策者期望的最优解.目标集成的方法很多,通常是某种形式的三角模(t-norm)或对偶三角模(t-conorm).根据目标函数之间是否可以相互补偿,多目标模糊决策中常用的集成算子有两种:一种是最早由 Zimmermann 提出的极大极小算子,一种是一般的算术平均算子.由于这两种集成算子有各自的优点和缺陷,文[7]提出了将极大极小算子和算术平均算子相结合的两阶段法.文[8]对这些方法进行了改进,将两阶段法转化为一两层决策问题进行求解.文[9]将两阶段法转化为多目标问题进行求解.文[10,11]则考虑了各目标之间的相互依赖关系.

实际上,所有这些决策方法都是试图以某种方式得到描述决策者偏好结构的目标函数曲面,以及与决策曲面极值点对应的决策变量最优解.传统的交互式多目标决策方法在决策者逐步描述自己的偏好曲面和交互式的寻优过程中得到决策者满意的 Pareto 最优解,而基于模糊满意度一般多目标集成方法则将决策者的偏好曲面视为简单的平面或有分段平面.在实际的决策过程中,由于决策问题的性质和决策者本身的特点,决策者的偏好曲面往往不能简单地用极大极小算子或算术平均算子来描述.实际上,极小极大算子代表了决策者的比较悲观或保守的决策倾向,而算术平均算子代表了一般的决策态度,而较少采用的极大极小算子则代表了一种比较乐观的决策倾向,当然决策者还可以对不同的目标赋以不同的取值以体现其重要性.

由于决策者对决策对象复杂和不一致的决策态度,决策者的效用函数往往并非一简单的平面或分段平面,而是一种比较复杂的曲面,这种曲面不能简单地以某种集成算子来描述,而通常是几种集成算子在不同情况的组合.另一方面,决策者对目标重要性的估计和决策者的偏好态度也不能仅仅以某种形式的集成算子或某些固定权值的组合来表示,它往往是在决策者头脑中以知识的形式存在的.在描述决策者的知识方面,由于以知识形式存储的决策者的偏好信息很容易以规则形式来表示,以模糊逻辑为基础的模糊推理方法为决策者的偏好信息的集成提供了一种良好框架.根据模糊推理的有关理论,模糊推理系统可以以任

意的精度逼近任一连续可微函数.因此基于模糊推理的目标函数集成方法可以更直接地表达决策者的偏好结构,而且可以适应比较复杂的决策偏好结构.

1 基于模糊推理的多目标集成方法

1.1 模糊推理理论

模糊推理是模糊隐含关系的一种,是基于模糊逻辑建立一种输入输出关系的映射过程,它已被广泛应用于智能控制和决策的许多方面^[1,2],作者曾将模糊推理方法用于公路建设质量评价模型中^[11],而基于模糊推理的多目标集成方法尚未见报道.

模糊推理是由基于模糊语言变量的一组模糊规则构成的知识库、对知识库中的规则进行推理的决策单元、将输入、输出和模糊语言变量进行相互转化的模糊化与非模糊化预处理单元所构成.其结构如图1所示.

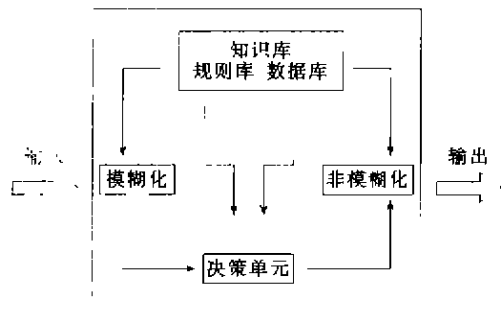


图1 模糊推理系统结构

在图1中,规则库包含了若干“若……,则……”形式的模糊规则:

数据库包含了模糊规则隶属度函数的定义;

决策单元完成规则的推理过程;

模糊化完成实数输入到相应语言变量的转化;

非模糊化将语言变量转化为实数输出.

模糊推理的实现过程可以描述如下:

1)比较输入变量与规则前提的隶属度函数,得到相应语言变量的隶属度函数值,即模糊化;

2)将规则前提语言变量的隶属度函数值通过某种形式(一般为某种形式的三角模,如乘法,极小),得到每一条模糊规则的激活程度(权重);

3) 依照每一条规则前提, 推理出相应的结论;

4) 对各规则的结论依照其激活程度, 进行集成得到确定的输出。

决策者根据目标函数值的可能范围进行模糊语言变量划分, 即将目标函数的取值范围划分为诸如“大、中、小”或其它更详细等级关系, 并用相应的模糊语言变量来描述, 即建立模糊语言变量的隶属度函数, 通过前提与结论之间的模糊关系得到决策者的偏好结构。

实际应用中的模糊系统通常有两种: Mamdani 模糊系统和 Takagi-Sugeno 模糊系统, 二者的主要区别在于其规则的形式不同。Mamdani 模糊系统以模糊语言变量为其规则结论, 而 Takagi-Sugeno 模糊系统则以规则前提输入的线性函数为其规则结论。由于模糊系统以模糊规则的形式进行描述, 每一条模糊规则都描述了系统或决策过程在某种情况下的局部状况, 若干规则集成到一起则形成了对整个系统或决策过程的整体描述, 而且规则参数和规则数目可以根据实际情况进行修改。

对模糊推理模型, 有如下的定理:

定理 1^[4] 对于任一定义在 $U \in R^n$ 上的连续函数 g , 及任意的 $\epsilon > 0$, 存在一广义隶属度型的模糊推理系统 f , 使得

$$\sup_{x \in U} |f(x) - g(x)| < \epsilon$$

1.2 基于模糊推理的多目标决策方法

基于模糊推理系统的万能逼近特性, 可以直接利用决策者的偏好知识对各目标函数进行集成, 而不必求出特定形式的决策偏好函数或某种具体的交互式决策机制。

下面以两个目标的决策问题为例来说明基于模糊推理的目标函数集成方法与一般集成算子的集成方法的区别。

设有两个目标函数 g_1, g_2 , 其满意度为从 0 到 1 的实数, 决策者的总体满意度为 g 。

若采用算术平均算子则有 $g = \frac{1}{2}(g_1 + g_2)$

若采用极大极小算子则有

$$g = \max(\min(g_1, g_2))$$

(为了方便起见, 不再讨论其加权形式)。

其目标函数曲面分别如图 2 和图 3 所示。

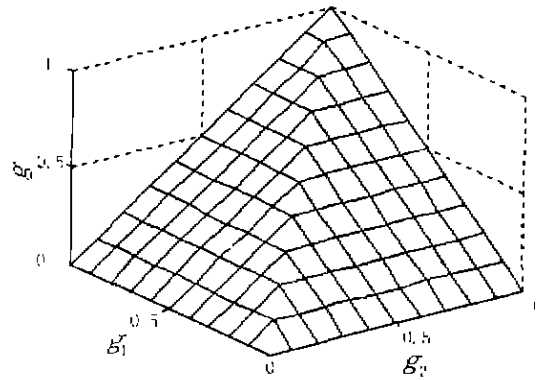


图 2 基于极大极小算子的偏好函数

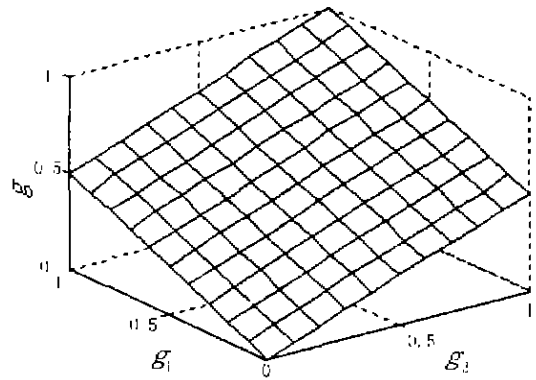


图 3 基于算术平均算子的偏好函数

容易看出, 决策者的目标函数曲面是一平面或分段平面。在极大极小算子的情况下, 各个目标之间是不可补偿的, 因此得到的有时不是 Pareto 最优解, 而算术平均算子则往往造成目标函数的不平衡。由于在实际的决策过程中决策者的偏好函数往往比较复杂, 决策者可能认为在某些情况下各目标函数可以相互补偿, 在另外的情况下则不能相互补偿, 这种复杂的偏好结构一般很难以某种解析的函数形式来表达, 而通常是以知识的形式来表达的, 采用模糊推理, 这种过程就容易理解得多。决策者首先对目标函数的取值范围或模糊满意度进行模糊语言变量划分, 然后在这些语言变量的基础上建立相应的模糊规则即可。

由于多目标决策问题各目标之间通常采用加权方式进行集成, 因此采用 Takagi-Sugeno 模型, 决策者的偏好规则的结论部分是各目标满意度的线性函数, 决策者的偏好规则可以表示为

If g_1 is A and g_2 is B , then $g = k_1x_1 - k_2x_2$,
 $i = 1, 2, \dots, k$

式中, K 为规则库的规则个数, A, B_i 分别为上述的模糊语言变量。

仍以上述的两个目标决策问题为例, 决策者可以对 g_1, g_2 模糊满意度范围分别以如下的模糊语言变量来描述: “零、小、中、大、一”。

建立的模糊语言变量划分如图 4 所示, 模糊规则库如表 1 所示, 这些规则所建立的目标函数 g 的偏好曲面如图 5 所示。

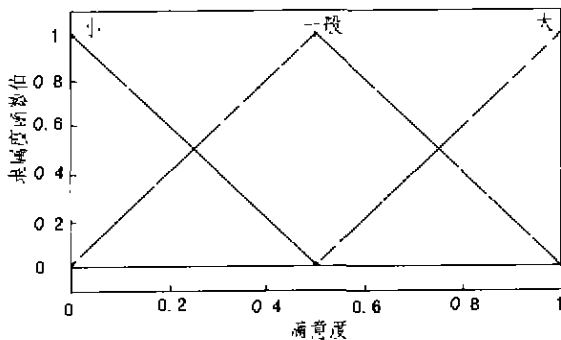


图 4 示例的模糊语言变量划分

表 1 示例的模糊规则表

R_2	R_1		
	小	一般	大
小	k_1	g_1	$0.5k_1 - 0.5g_2$
一般	k_1	$0.5g_1 - 0.5g_2$	$0.5g_1 - 0.5g_2$
大	$0.5g_1 + 0.5g_2$	$0.5g_1 - 0.5g_2$	k_2

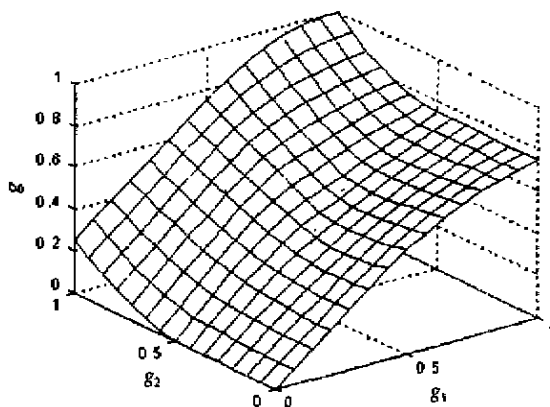


图 5 示例的偏好函数曲面

由上述示例可以看出, 以模糊语言变量建立的模糊推理目标函数集成方法与一般的多目标模糊决策集成算子相比, 不仅容易理解, 可以更加直

接表达决策者的偏好结构, 而且可以适应比较复杂的偏好结构情况。

根据定理 1, 通过设计适当的语言变量划分和模糊规则库, 模糊推理系统可以逼近任意的连续函数, 因此基于模糊推理的目标函数集成方法不仅可以逼近通常的目标函数集成方式, 而且可以适应比较复杂的偏好函数形式。同时由于基于模糊推理的目标函数集成是通过一组规则来描述的, 因此与实际的决策过程更加接近, 在确定了模糊隶属度函数之后, 决策者的偏好结构可以直接以知识的形式表达出来, 避免了以往只能通过给定函数解析式表达决策者偏好的限制和交互式决策过程中试图通过特定的函数形式来逐步描述决策者偏好的不准确性。基于 Takagi-Sugeno 推理模型的目标函数集成方法实际上是加权算术平均方法的一种推广, 它所描述的偏好函数值是各目标函数不断变动权值的算术平均值, 它所描述的函数形式是不同权值的分段算术平均的平滑结果。因此基于模糊推理的目标函数集成方法不仅可以逼近通常的目标函数集成形式, 而且可以体现更复杂偏好函数结构和在不同情况下变化的偏好情况。

2 基于模糊推理的多目标决策的基本过程

综上所述, 基于模糊推理的多目标决策问题求解过程如下:

- 1) 求出各目标函数在单独决策时的最优解;
- 2) 构造支付矩阵, 确定各目标函数的最大和最小期望目标值;
- 3) 建立各目标函数的模糊满意度函数, 并根据决策者的实际偏好进行语言变量划分, 建立各语言变量的模糊隶属度函数;
- 4) 由决策者根据自己的偏好提出基于上述语言变量的模糊规则;
- 5) 由上述规则库建立 T-S 模糊推理系统, 并以系统输出作为各目标集成后的总体目标函数;
- 6) 对转化后的问题进行求解, 以得到在决策者当前偏好结构下的最优解。

基于模糊推理的多目标函数集成方法可以直接将决策者的偏好体现于决策过程中,不需要特定和偏好函数形式或某种具体的交互过程,决策过程不仅更加直接而且决策效果更加准确。

3 算例

考虑如下的多目标决策问题

$$\min f_1(x) = 2x_1 + x_2$$

$$\max f_2(x) = 2x_1 + 3x_2$$

s. t.

$$x_1 - x_2 \leq 3$$

$$0 \leq x_1 \leq 2$$

$$0 \leq x_2 \leq 2$$

各目标函数的理想点和非理想点分别为 $f_1^U = 5, f_2^U = 8, f_1^L = f_2^L = 0$, 各目标函数的模糊隶属度函数分别为

$$y_1 = \mu_1(f) = \frac{f_1}{5}$$

$$y_2 = \mu_2(f) = \frac{f_2}{8}$$

为了计算方便,各目标函数的隶属度函数的语言变量为两个:大和小,它们的隶属度函数分别为(见图6)

$$\mu_{11}(x) = \mu_{21}(x) = y$$

$$\mu_{12}(x) = \mu_{22}(x) = 1 - y$$

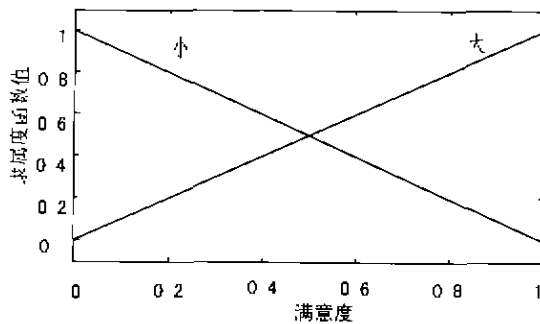


图6 算例的模糊语言变量划分

所采用的模糊规则库如表2所示。

表2 算例的模糊规则库

f_2	f_1	
	小	大
小	$0.5y_1 + 0.5y_2$	$0.5y_1 + 0.5y_2$
大	y_2	$0.5y_1 - 0.5y_2$

决策者对目标函数的偏好曲面如图7所示。

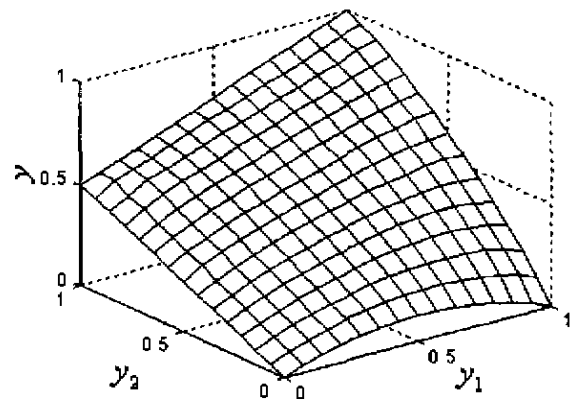


图7 算例的偏好函数曲面

很显然,这种形式的偏好结构,不能单纯以通常的极大极小算子或算术平均算子及其加权形式来表示,而是它们的某种形式的组合。

在此规则库下,各规则的激活程度分别为

$$w_1 = (1 - y_1)(1 - y_2)$$

$$w_2 = (1 - y_1)y_2$$

$$w_3 = y_1(1 - y_2)$$

$$w_4 = y_1y_2$$

模糊系统的输出为

$$y = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i O_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \frac{\sum_{i=1}^4 w_i O_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \frac{1}{2} [(w_1 + w_2 + w_4)(y_1 + y_2) + 2w_3 y_2] = \frac{1}{2} [(1 + w_3)y_2 + y_1(1 - w_3)] = \frac{1}{2} [(y_1 + y_2) + w_3(y_2 - y_1)] = \frac{1}{2} [(y_1 + y_2) + y_1(1 - y_2)(y_2 - y_1)] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{f_1}{5} + \frac{f_2}{8} \right) + \frac{f_1}{5} \left(1 - \frac{f_1}{5} \right) \left(\frac{f_2}{5} - \frac{f_2}{8} \right) \right]$$

于是原问题可以转化为如下的非线性规划问题

$$\max \left\{ \frac{13}{40}x_1 + \frac{23}{80}x_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2 \right) \right\}$$

$$\left\{ 1 - \frac{1}{4}x_1 - \frac{3}{8}x_2 \right\} \left\{ -\frac{3}{20}x_1 + \frac{7}{40}x_2 \right\}$$

s. t. $x_1 + x_2 \leq 3$

$0 \leq x_1 \leq 2$

$0 \leq x_2 \leq 2$

求解该非线性规划,可得问题的最优解为(2, 0, 1, 0)。

4 结论

本文研究了利用模糊推理对多目标决策问题目标函数决策进行集成的方法, 基于模糊推理理论的目标函数集成方法不仅可以更直接地反映决策者对各目标函数之间关系的偏好程度, 而且克

服了以往的多目标函数决策方法对目标函数集成形式的局限性, 同时也克服了交互式决策方法中只能通过特定的交互方式逐步描述决策者偏好的局限性. 决策者有关各目标函数的偏好性知识可以直接通过模糊规则的形式描述出来, 而不必拘泥于某种特定的函数形式或交互过程, 使决策过程更为直接和贴近决策过程实际.

参考文献:

- [1] 曹东, 谭贵方. 多目标规划的一种矩阵对策方法[J]. 系统工程学报, 1996, 11(4): 61-68
- [2] 吴清烈. 含正变量的多目标交互式多目标决策及两层决策[D]. 南京: 东南大学博士学位论文, 1997
- [3] 蒋尚华. 基于不完整信息的交互式多目标决策方法研究[D]. 南京: 东南大学博士学位论文, 1998
- [4] Ribero R A. Fuzzy multiple attribute decision making a review and new preference elicitation technique[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78: 155-181
- [5] Mokanty B K. A multiobjective programming problem and its equivalent goal programming problem with appropriate priorities and aspiration levels: A fuzzy approach[J]. Computers Ops. Res., 1995, 22(8): 771-778
- [6] 达庆利, 刘新旺. 多目标线性规划模糊决策的加权集成方法[J]. 系统工程学报, 1999, 14(4): 247-250
- [7] Lee E S, Li R J. Fuzzy multiple objective programming and compromise programming with Pareto optimum[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 53: 275-288
- [8] Guu S M, Wu Y K. Weighted coefficients in two-phase approach for solving the multiple objective programming problems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 85: 45-48
- [9] Chen H K, Chou H W. Solving multiobjective linear programming—a generic approach[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 82: 35-38
- [10] Carlsson C, Fuller R. Multiple criteria decision making: the case for interdependence[J]. Computers Ops., Res., 1995, 22: 251-260
- [11] Carlsson C, Fuller R. Fuzzy multiple decision making: Recent developments[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78: 139-153
- [12] Jiang J R. ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system[J]. IEEE Trans. on Sys. Man and Cyber., 1993, 23(3): 665-685
- [13] 黄卫, 刘新旺. 基于模糊推理的公路工程质量评定模型[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 9: 109-113
- [14] Hao Ying. Sufficient conditions on uniform approximation of multivariate functions by general Takagi-Sugeno fuzzy systems with linear rule consequent[J]. IEEE Trans. on Sys. Man and Cyber., 1998, 28: 515-520

Fuzzy inference based optimization method for multiobjective decision making

LIU Xin-wang¹, HUANG Wei²

1. Economic and Management School of Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. Intelligent Transportation Systems Research Center of Southeast University, Nanjing 210096, China

Abstract: On the current research development of multiobjective decision making, a fuzzy inference based approach to aggregate the objectives is proposed. It based directly on the decision maker's preferences and overcomes the limitation of traditional aggregation method that a certain function formulation must be specified. In fact, the fuzzy inference approach correspondes to a series of weighted arithmetic operator that the weights change continuously. And it can embody the preference structure that the ordinary aggregation method can not describes because its general approximate property.

Key words: multiobjective decision making; fuzzy inference; objective aggregation