向量随机波动模型的共因子研究[①]

杜子平, 张世英
(天津大学管理学院, 天津 300072)

摘要: 提出了向量随机波动模型波动协同持续(common persistence in volatility)的定义, 证明了波动协同持续与协整(cointegration)两者之间的等价关系; 同时, 基于 Stock-Watson 与 Gonzalo-Granger 因子分解, 给出了协同持续因子(common persistent factor)的两种不同的表达形式, 证明了两者间存在着协整关系. 文中讨论了在隐因子过程为 VAR(1)的假定下, 协同持续因子的表达以及协同持续因子存在的必要条件.

关键词: 向量随机波动模型; 波动协同持续; 协同持续因子; 协整; 长期共同趋势
中图分类号: F830　　文献标识码: A　　文章编号: 1007-9807(2002)05-0001-05

0 引　言

在金融市场上, 如股票收益、汇率变化等均呈现波动的时变性及持续性, 不同的市场之间又存在着相互的关联影响, 从而有必要研究波动的共同趋势(common trend)问题. 从经济、金融或自然科学理论上讲, 许多事物间存在着紧密的联系, 从而在表现上有着同趋势运动的特征, 因此对波动共同趋势研究, 有助于系统结构的研究; 反映共同趋势的因子与反映短期行为特征的因子的分离, 有利于信息的遴选利用, 这对于政策制定、金融投资有着重要意义; 两类因子的分离, 有助于简化复杂系统, 更深入探究系统结构; 共同趋势因子是多变量间共性的反映, 反映的是系统特征, 其研究有助于系统行为的预测.

早在 1986 年 Engle、Bollerslev 提出 I-GARCH 模型[1]并对 Diebold 等的评论作答时, 就根据协整的思想提出波动协同持续的观点, 到 1993 年给出波动协同持续的定义[2], 并在 GARCH 模型下作了讨论. 但随后的研究凤毛麟角[3-6]. 值得注意的是 Engle、Bollerslev 给出波动协同持续的定义是基于时变的条件异方差, 并涉及了条件协方差, 从而使得这一定义在另一类反映波动特征的 SV (stochastic volatility)模型下无法扩展. 在文[4]中从长相依(long-range dependent)的共因子角度提出 SV 模型波动协同持续的一个新观点, 本文将其扩展、研究.

1 向量 SV 模型的波动协同持续

由文[7]等提出的 SV 模型与文[8]等提出的 ARCH 类模型不同. 前者从金融理论出发, 将时变异方差当作一个由不可观察的隐因子过程支配的随机过程, 而后者将时变异方差当作基于历史数据的条件自回归过程; 在反映波动的持续性方面, 前者认为可通过不可观察的隐因子过程表现的长相依性表示[3, 9], 而后者直接通过条件异方差过程的分整(单整)行为来刻画[10]; 在多维方面, 前者因不直接考虑变量间的相关性, 可用于研究多个变量或多个市场间波动的联系[3, 11], 而后者直接利用了变量间的协方差, 而使市场组合后的投资收益波动分析成为可能. 因此在两种模型下的波动协同持续定义将会不同, 其波动协同持续的涵义也不同.

① 收稿日期: 2001-10-18; 修订日期: 2002-06-10.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70171001).
作者简介: 杜子平(1964-), 男, 副教授, 博士.

文[4]提出,如果两随机波动过程的隐因子是同一长相依过程的线性函数(可具有不同的系数),那么称这两个随机波动过程是关于波动协同持续的(common persistence in volatility). 可见在这一观点中,变量间存在长相依的共同因子是波动协同持续的关键 对于金融市场的许多收益过程来说,其波动经常受诸如市场因子、行业因子、经济增长等因素的影响,从而完全可能导致它们在波动上有着共同的趋势,即出现波动协同持续现象 因此,研究探讨隐藏在各波动后的共同因素有着重要的意义,它有助理解金融市场的内在规律 由于在经济金融系统中单位根现象的普遍存在性,下面对长相依共同因子为 I(1) 的单整过程的 SV 模型给出波动协同持续的定义

定义 1 设有N 维不相关的随机波动过程 $\{Y_t\}$

$$Y_t = (Y_{1t}, Y_{2t}, \cdots, Y_{Nt})^T,$$

$$Y_{it} = \sigma_i \exp(h_{it}/2)\epsilon_{it}, i = 1, 2, \cdots, N \tag{1}$$

$\epsilon_t = (\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}, \cdots, \epsilon_{Nt})^T$ 为N 维独立正态分布白噪声($\epsilon \sim N(O, \Sigma_\epsilon)$, Σ_ϵ 为对角线元素是 1 的正定阵);$h_t = (h_{1t}, h_{2t}, \cdots, h_{Nt})^T$ 为每一分量是 $I(1)$ 的单整过程,并由VAR(p) 表达

$$h_t = \Phi_1 h_{t-1} + \Phi_2 h_{2t} + \cdots + \Phi_p h_{t-p} + \eta_t \tag{2}$$

的N 维隐因子过程 其中η为N 维独立正态分布的白噪声($\eta \sim N(O, \Sigma_\eta)$, Σ_η 为正定阵),且与$\{\epsilon_t\}$不相关; 系数阵 Φ_i, $i = 1, 2, \cdots, p$ 满足特征方程 $\det\{I - \sum_{i=1}^{p} \Phi_i z^i\} = 0$ 的根之模大于等于 1 的条件. 那么,当存在每一分量为一阶单整的、且分量间不存在协整关系的m ($< N$) 维随机过程$\{\nu_t\}$,使 $Y_{it} = \sigma_i \exp\{(\theta_i^T \nu_t + u_{it}^*)/2\}\epsilon_{it}$, $i = 1, 2, \cdots, N$ 时,则称随机波动过程$\{Y_t\}$ 关于波动协同持续,其中θ_i为m 维的元素非零的列向量,u_{it}^* 为$I(0)$ 的平稳过程,$i = 1, 2, \cdots, N$. 相应地,将导致$\{Y_t\}$ 波动协同持续的共同因子 ν_t 称为协同持续因子.

在定义 1 中,协同持续因子 ν_t 是每一分量为一阶单整的、且分量间不存在协整关系的m 维随机过程,因此各分量的任意线性组合仍为 $I(1)$ 的单整过程,反映了隐因子h_t中的长期共同趋势,是导致$\{Y_t\}$ 波动协同持续的内在因素 一般意义下,协同持续因子 ν_t 就是指导致各金融市场或各收益过程波动持续的共同因素

随机过程$\{Y_t\}$ 波动协同持续就是内在共同因素的表现,这些内在共同因素的行为可间接地通过可观察的$\{Y_t\}$ 得以反映 下面定理 1 将从定量的角度说明这种关系,即波动协同持续与协整之间的关系

定理 1 由式(1)、(2) 表示的随机过程$\{Y_t\}$关于波动协同持续的充要条件是随机过程$\{W_t\}$:

$$W_t = (\log Y_{1t}^2, \log Y_{2t}^2, \cdots, \log Y_{Nt}^2)^T \tag{3}$$

分量间协整

证明 必要性 由于$\{Y_t\}$ 关于波动协同持续,所以存在m 维的协同持续因子 ν_t,使得

$$Y_{it} = \sigma_i \exp\{(\theta_i^T \nu_t + u_{it}^*)/2\}\epsilon_{it}, i = 1, 2, \cdots, N$$

将上式两边平方并取对数有

$$\log Y_{it}^2 = \log \sigma_i^2 + \theta_i^T \nu_t + u_{it}^* + \log \epsilon_{it}^2,$$
$$i = 1, 2, \cdots, N$$

用矩阵表示有

$$W_t = \mu + \theta^T \nu_t + u_t^* + \xi_t \tag{4}$$

其中,$\mu = (\log \sigma_1^2 + E\log \epsilon_1^2 t, \cdots, \log \sigma_N^2 + E\log \epsilon_{Nt}^2)^T$, $u_t^* = (u_{1t}^*, \cdots, u_{Nt}^*)^T$

$\xi_t = (\log \epsilon_{1t}^2 - E\log \epsilon_{1t}^2, \cdots, \log \epsilon_{Nt}^2 - E\log \epsilon_{Nt}^2)^T$.

取$\theta_\perp$ 为与θ行向量正交的$(N - m) \times N$ 阶矩阵,并在式(4) 等式两边左乘 $\theta_\perp$ 有

$$\theta_\perp W_t = \theta_\perp \theta^T \nu_t + \theta_\perp (\mu + u_t^* + \xi_t)$$

因 $\theta_\perp \theta^T = 0$,所以上式右边为 I(0) 平稳序列,可得$W_t$ 分量间协整

充分性 因$W_t = \mu + h_t + \xi_t$,W_t 各分量间协整,所以对协整向量$\alpha \in R^N$, $\alpha^T W_t = \alpha^T(\mu + \xi_t) + \alpha^T h_t$为 I(0) 的平稳过程,从而$\alpha^T h_t$为 I(0) 平稳序列,$h_t$ 分量间也协整

不妨假定 Δh_t 有Wold 表达式为

$$\Delta h_t = C(L)\eta_t, \sum_{j=0}^{+\infty} j|c_j| < \infty$$

L 为滞后算子,$C(z) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i z^i$, $C(o) = I_N$, rank $C(1) = m$, η为具有均值为 0,协方差为 $\sum_\eta$ 的独立正态分布的白噪声,并假定 $\eta_s = 0, s \le 0$.

在此情况下,由 Stock-Watson 关于 Beveridge-Nelson 分解的多维推广[12] 有

$$h_t = A\tau_t + \alpha_t \tag{5}$$

$$\tau_t = \tau_{t-1} + u_t \tag{6}$$

其中,$\tau_t = S_m H^{-1}\sum_{i=1}^{t}\eta_i$为$m$ 维的随机游走过程,

$a_t = (1 - L)^{-1}(C(L) - C(1))\eta$ 为 N 维 $I(0)$ 平稳过程, $u_t = S_m H^{-1}\eta$, $S_m = [O_{m\times(N-m)} I_m]$ 为 $m\times N$ 阶的选择矩阵(selection matrix), $H = [H_1 H_2]$, H_2 为列向量正交于 $N\times(N-m)$ 阶阵 H_1 的列向量的秩为 m 的 $N\times m$ 阶阵, 而 $C(1)H_1 = 0$, H_1 为秩为 $N-m$ 的 $N\times(N-m)$ 阶阵, $A = C(1)H_2$.

取协同持续因子 $\nu_t = \tau_t$, 则有

$$Y_{it} = \sigma_i \exp\{(A_i\nu_t + a_{it})/2\}\epsilon_{it},\quad i = 1, 2, \cdots, N. \tag{7}$$

其中 A_i 为 A 的第 i 个行向量, a_{it} 为 a_t 的第 i 个分量. 由定义 1 知 $\{Y_t\}$ 关于波动协同持续. 证毕.

定理 1 的证明反映了由可观测的 $\{Y_t\}$ 而得的 $\{W_t\}$ 分量间协整与不可观测的隐因子 $\{h_t\}$ 分量间协整的等价关系, 这是波动存在共同趋势与存在内在长相依共同因素间接关系的必然体现.

2　协同持续因子的确定

向量 SV 过程的波动协同持续是根据协同持续因子来定义的. 协同持续因子是向量 SV 过程各隐因子中共同的长期趋势成分, 是导致向量 SV 过程波动协同持续(common persistence in volatility)的内在因素. 由于从协同持续因子角度定义波动协同持续具有很好的理论解释, 因此协同持续因子的确定成为向量 SV 过程波动协同持续的关键问题.

正如前面定理 1 证明中所示, 在式(1)、(2) 表示的向量随机波动过程 $\{Y_t\}$ 下, N 维隐因子 h_t 的协整隐含了协同持续因子 ν_t 的存在, 协同持续因子就是长相依的共同趋势成分. 在长相依因子的确定方面, Pena and Box, Stock and Watson, Granger and Gonzalo 等学者做了一些有益的尝试.

如前式(5), 因子 τ_t 的载荷阵 A 的正交补若记为 $A_\perp$, 由 $A_\perp^T A = 0$ 可知, $A_\perp$ 由 h_t 的协整向量构成. 记 $f_t = (A, A_\perp)^T h_t$, 则由文[13] 的讨论, $A^T h_t$ 确定的因子为互相之间不存在协整关系的 $I(1)$ 的因子, 反映的是 h_t 中的长期共同趋势; $A_\perp^T h_t$ 确定的是 $I(0)$ 的因子, 反映的是 h_t 中的协整关系, 这样 h_t 被分解为上述两个成分. 若特别取 A 及 $A_\perp$ 使

$$A^T A = I, A_\perp^T A_\perp = I$$

则

$$AA^T + A_\perp A_\perp^T = I \tag{8}$$

从而有

$$h_t = A(A^T h_t) + A_\perp(A_\perp^T h_t) \tag{9}$$

而在一般情况下有

$$h_t = P_1(A^T h_t) + P_2(A_\perp^T h_t) \tag{10}$$

其中, P_1, P_2 分别为 $N\times m$ 及 $N\times(N-m)$ 矩阵, 满足 $P_1A^T + P_2A_\perp^T = I$.

文[12] 取 $A^T h_t$ 为共同趋势因子, 可取 $A(A^TA)^{-1}$ 为相应的因子载荷阵, 那么按(10) 的分解有

$$h_t = A(A^TA)^{-1}(A^Th_t) + A_\perp(A_\perp^TA_\perp)^{-1}(A_\perp^Th_t) \tag{11}$$

将式(11) 称为 Stock-Watson 因子分解.

记 D 为满足 $C(1)D = 0$ 的 $N\times(N-m)$ 阶矩阵, $D_\perp$ 为 D 的正交补, 其中 $C(1)$ 由定理 1 中 $C(L)$ 决定, 那么文[14] 提出的短期成分并不对 h_t 的长期趋势产生影响的 Permanent-transitory 分解为

$$h_t = A(D_\perp^TA)^{-1}(D_\perp^Th_t) + D(A_\perp^TD)^{-1}(A_\perp^Th_t) \tag{12}$$

其中, $D_\perp^T h_t$ 反映了 h_t 的长期趋势, $A_\perp^T h_t$ 为 h_t 的短期成分. 式(12) 称为 Gonzalo-Granger 因子分解. 下面以定理方式说明在这两种分解下协同持续因子间的关系.

定理 2　在 Stock-Watson 因子分解的共同趋势因子和 Gonzalo-Granger 因子分解的长期趋势因子下, 由式(1)、(2) 表示的 $\{Y_t\}$ 相应的两协同持续因子是协整的.

证明　由式(11)、(12) 可分别取两协同持续因子:

$$\nu_{SWt} = A^T h_t \tag{13}$$

$$\nu_{GGt} = D_\perp^T h_t \tag{14}$$

相应地, 对 $\{Y_t\}$ 分别有

$$Y_{it} = \sigma_i \exp\{(A_i^1\nu_{SWt} + u_{it}^{1*})/2\}\epsilon_{it}$$

$$Y_{it} = \sigma_i \exp\{(A_i^2\nu_{GGt} + u_{it}^{2*})/2\}\epsilon_{it},\quad i = 1, 2, \cdots, N$$

其中, A_i^1、A_i^2 分别为矩阵 $A(A^TA)^{-1}$, $A(D_\perp^TA)^{-1}$ 的第 i 行向量, u_{it}^{1*}、u_{it}^{2*} 分别为式(11)、(12) 右边第 2 项的第 i 个分量. 由式(11)、(12) 有

$$A(A^{T}A)^{-1}(A^{T}h_t) - A(D_{\perp}^{T}A)^{-1}(D_{\perp}^{T}h_t) = [D(A_{\perp}^{T}D)^{-1} - A_{\perp}(A_{\perp}^{T}A_{\perp})^{-1}](A_{\perp}^{T}h_t) \qquad (15)$$

因为$A_{\perp}^{T}h_t$是$I(0)$平稳的,所以$A^{T}h_t$与$D_{\perp}^{T}h_t$是协整的,从而得$v_{SW\,t}$与$v_{GG\,t}$协整　　证毕

由定理 2 知,同一过程$\{Y_t\}$可以有不同的协同持续因子,但它们之间存在着内在联系即协整关系,说明不同的方法确定的协同持续因子有着相同的长期趋势 这也说明,虽然导致过程$\{Y_t\}$波动协同持续的共同因素在表达上会有所差异,但这些表达在反映长期趋势上没有本质的不同

协同持续因子决定了向量 SV 过程的波动协同持续,它反映的是多个变量中波动的内在联系,这种内在联系也许不是单一的,可能要由多个协同持续因子来刻画,其个数已由定理 1、定理 2 显示,为(h_t的维数)—(h_t协整的阶数). 协同持续因子不同于反映协整关系的短期成分,作为变量h_t的线性组合仍保持着单位根的长相依特性 为了对协同持续因子有更深入的理解,进行下一步的研究

3　进一步的结果

协同持续因子必然由共同长期趋势决定,正如式(13)表明的,只有当存在共同长期趋势时才存在协同持续因子. 本部分将在式(2)中$p = 1$即$h_t \sim VAR(1)$

$$h_t = \Phi_1 h_{t-1} + \eta_t \qquad (16)$$

情况下,探讨协同持续因子的表达及其存在的必要条件 式(16)也是向量 SV 模型经常使用的假设 记$A_{\perp}$为h_t的协整矩阵,A 为$A_{\perp}$的正交补,且满足$A^{T}A = I, A_{\perp}^{T}A_{\perp} = I$. 由第 2 部分知$A^{T}h_t$为$h_t$的长期趋势成分,可取为协同持续因子,如式(13)记为$v_{SW\,t}$.

定理 3　若由式(1)、(16)确定的N维随机波动过程$\{Y_t\}$关于波动协同持续即隐因子过程h_t为$N - m$阶协整时,$\{Y_t\}$的协同持续因子$v_{SW\,t}$由两部分构成: 一部分为$VAR(1)$,另一部分为由$A_{\perp}^{T}h_t$确定的平稳成分. 在A 与$A_{\perp}$关于Φ_1正交时,$v_{SW\,t}$也服从$VAR(1)$,且系数阵$\Phi_1^{*} = A^{T}\Phi_1 A$含有$m$个实单位根; 在此条件下,方程(16)中系数阵$\Phi_1$至少存在一个实单位根

证明　在方程(16)两边左乘A^{T}并利用$AA^{T} + A_{\perp}A_{\perp}^{T} = I$有

$$v_{SW\,t} = A^{T}\Phi_1[AA^{T} + A_{\perp}A_{\perp}^{T}]h_{t-1} + A^{T}\eta = A^{T}\Phi_1 A v_{SW\,t-1} + A^{T}\eta + A^{T}\Phi_1 A_{\perp}\cdot(A_{\perp}^{T}h_{t-1}) \qquad (17)$$

由此可见$v_{SW\,t}$由两部分构成: 一部分为$VAR(1)$,另一部分为由$A_{\perp}^{T}h_t$确定的平稳成分.

在A 与$A_{\perp}$关于Φ_1正交时,$A^{T}\Phi_1 A_{\perp} = 0$,从而$v_{SW\,t} = A^{T}\Phi_1 v_{SW\,t-1} + A^{T}\eta$,即$v_{SW\,t}$服从$VAR(1)$,且系数阵$\Phi_1^{*} = A^{T}\Phi_1 A$.

文[12]中指出,N维$N - m$阶协整的随机过程$\{h_t\}$具有m个共同趋势,$A^{T}h_t$即$v_{SW\,t}$就是这m个单整的共同趋势的线性组合,$\tilde{\Phi} = [\sum v_{SW\,t}v_{SW\,t-1}^{T}][\sum v_{SW\,t-1}v_{SW\,t-1}^{T}]^{-1}$的极限$\Phi$就有$m$个实的单位根 由此在$v_{SW\,t} \sim VAR(1)$:

$$v_{SW\,t} = \Phi_1^{*}v_{SW\,t-1} + \delta_t \qquad (18)$$

(其中,$\delta_t = A^{T}h_t$)下,在式(18)两边右乘$v_{SW\,t-1}$并关于t求和有

$$\sum v_{SW\,t}v_{SW\,t-1}^{T} = \Phi_1^{*}\sum v_{SW\,t}v_{SW\,t-1}^{T} + \sum \delta_t v_{SW\,t-1}^{T}$$

由于$[\sum \delta_t v_{SW\,t-1}^{T}][\sum v_{SW\,t}v_{SW\,t-1}^{T}]^{-1}$依概率收敛于零,所以在$v_{SW\,t} \sim VAR(1)$时,系数阵$\Phi_1^{*}$即为文[12]中的$\Phi$,因此系数阵$\Phi_1^{*}$就有$m$个实单位根

由$|\lambda I_m - \Phi_1^{*}| = |\lambda I_m - A^{T}\Phi_1 A| = |A^{T}(\lambda I_N - \Phi_1)A| = |A^{T}Q^{T}(\lambda I_N - J)QA|$(其中,Q 为使$\Phi_1$约当化的正交矩阵,J 为相应的约当阵)知,在$\Phi_1^{*}$存在实单位根的情况下,$\Phi_1$至少存在一个实单位根 否则,在$\Phi_1$不存在实单位根下,$(\lambda I_N - J)$将为满秩矩阵,从而$A^{T}Q^{T}(\lambda I_N - J)QA$也满秩,相应行列式不为零 这与$\Phi_1^{*}$存在实单位根相矛盾,故式(16)的系数阵$\Phi_1$至少存在一个实单位根 由$VAR(1)$的边际化知,$h_t$每一分量为单整过程　　证毕

定理 3 讨论了协同持续因子的表达及其存在的必要条件 它也说明,如果导致金融市场波动或各收益过程波动的隐因子是具有一阶滞后效应的,那么导致各市场波动协同持续的共同因素 —协同持续因子也是一阶滞后的; 而且,共同的长相依因子的存在必然说明原各隐因子间内涵着这种长相依性,这可从单位根的存在性上得以印证

4　结论

在本文中, 证明了以协同持续因子为出发点的波动协同持续与协整间存在着等价关系, 说明了长相依共因子与波动协同持续的内在联系; 本文还证明了在 Stock-Watson 与 Gonzalo-Granger 的不同因子分解下而得的不同协同持续因子间存在协整性, 说明协同持续因子即导致金融市场或收益过程波动持续的共同因素虽会有不同表达形式但有相同长期趋势; 最后讨论了在隐因子过程为一阶向量自回归情况下, 协同持续因子的表达及其存在的必要条件, 从而对协同持续因子有了更深入的理解. 全文工作有助于进一步研究金融市场波动之间的关系亦即金融市场的波动结构, 但对于应用于实际金融市场分析还有待于提出多维 SV 模型有效的估计检验方法, 解决 SV 模型的单位根检验以及合理的因子个数检验方法等问题, 本文工作只是一个理论探讨的起点.

参 考 文 献:

[1] Engle R F, Bollerslev T. Modeling the persistence of conditional variances[J]. Econometric Review, 1986, 5(1): 1 - 50; 81- 87

[2] Bollerslev T, Engle R F. Common persistence in conditional variance[J]. Econometrica, 1993, 61: 167- 186

[3] Harvey A, Ruiz E, Shephard N. Multivariate stochastic variance models[J]. Review of Economic Studies, 1994, 61: 247- 264

[4] Ray B, Tsay R S. Long-range dependence in daily stock volatilities[J]. Journal of Business and Economic Statistics, 2000, 18(2): 254- 262

[5] 李汉东, 张世英. 自回归条件异方差的持续性研究[J]. 预测, 2000, 1: 51- 54

[6] 李汉东, 张世英. BEKK 模型的协同持续性研究[J]. 系统工程学报, 2001, 16(3): 225- 231

[7] Taylor S J. Modeling financial time series[J]. New York: Wiley, 1986

[8] Engle R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation[J]. Econometrica, 1982, 50: 987- 1008

[9] Breidt F J, Crato N, Lima P D. The detection and estimation of long memory in stochastic volatility[J]. Journal of Economatrics, 1998, 83: 325- 348

[10] Baillie R T, Bollerslev T, Mikkelsen H O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics 1996, 74: 3- 30

[11] So M K, Li W K, Lam K. Multivariate modeling of the autoregressive random variance process[J]. Journal of Time Series Analysis, 1997, 18(4): 429- 446

[12] Stock J H, Watson M W. Testing for common trend[J]. Journal of the American Statistical Association, 1988, 83(404): 1097- 1107

[13] Escribano A, Pena D. Cointegration and common factors[J]. Journal of Time Series, 1994, 15(6): 577- 586

[14] Gonzalo J, Granger C. Estimation of common long memory components in cointegrated systems[J]. Journal of Business and Economic Statistics, 1995, 13(1): 27- 35

[15] 朱宏泉, 卢祖帝, 汪寿阳. 中国股市 Granger 因果关系分析[J]. 管理科学学报, 2001, 4(5): 7- 12

[16] 柯　珂, 张世英. ARCH 模型的诊断分析[J]. 管理科学学报, 2001, 4(2): 12- 18

(下转第 17 页)

Stock Exchange. The results indicate that the two composite indexes and two A-share indexes can accurately reflect the market changes, and other indexes are not so good in this function. Because all the four indexes are not good investment portfolios, we need to make indexing portfolios to track them. With the theory of APT and the approaches of statistics and optimization, we choose principal components as factors, make the factor loadings of tracking portfolios the same as the indexes, and then let the sum of squared differences of residuals minimized in the sample period to obtain the weight of each stock in the portfolio. About 20 stocks are selected from every market to obtain the tracking portfolio with specified weight. The indexing portfolios have almost the same returns as the indexes both in the sample period and after sample period (three months).

Key words: market indexes; indexing portfolio; cluster analysis; APT model

(上接第 5 页)

Study on common factors of vector stochastic volatility model

DU Zi-ping, ZHANG Shi-ying

School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract: In this paper, from the idea of common trend, we put forward the definition of co-persistence in volatility of vector SV model, and establish the equivalent relationship between common persistence in volatility and cointegration. Meanwhile, we give two representations of common persistent factors under the Stock-Wotson and Gonzalo-Granger factor decompositions, and verify the existence of cointegration between these two representations. Moreover, under the unobserved variables to be VAR (1), the representation of co-persistence factors is presented, and necessary conditions of existing co-persistence factors are also studied.

Key words: vector SV model; common persistence in volatility; common persistent factor; cointegration; long-run common trend