第6卷第2期　　　　管 理 科 学 学 报　　　　Vol.6 No. 2
2003年4月　　　　JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA　　　　Apr. , 2003

动态经济系统分析的经济计量模型与方法①

姚　峰

(香川大学经济学部,日本香川县高松市 760-8523)

摘要:综述可有效阐明动态经济系统长期关系和因果关系的因果测度理论.首先简要介绍多变量时间序列的协整过程及与此相关的若干概念,并总结了在经济计量学领域评价较高的多变量自回归模型的统计识别方法.基于多变量时间序列协整过程的向量自回归模型,较详细讨论了多变量时间序列间各种因果测度的定义及其沃尔德检验.所述单方向因果测度及其统计检验理论作为C.W.J. Granger非因果性理论的扩张,不仅可以检验两组时间序列间的因果影响存在与否,还可以定量描述影响的程度.单方向因果测度理论为分析复杂经济系统提供了一种有效手段.

关键词:动态经济系统;经济计量模型;协整分析;长期经济关系;因果关系

中图分类号:F224.12　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1007-9807(2003)02-0074-07

0　引　言

经济活动的高度国际化及科学技术进步的加速,影响社会经济发展的因素变得繁多复杂,经济发展日趋不稳定.表现在现实生产活动中的主要现象是所观测到的许多经济统计指标时间序列都表现出了非平稳性.传统的统计学和经济计量分析方法几乎无法充分揭示如此复杂的动态经济系统的运行机制及准确预测未来.时间序列因果关系分析理论有助于阐明动态经济系统各主要指标间的复杂关系,提高预测精度及效率.这是制定有效的经济调控政策,确保经济高速稳定发展的前提.尽管时间序列分析方法理论比较复杂,但现代计算机技术的高度发展保证了有效地将其应用于现实经济问题的实证分析.研究表明协整时间序列单方向因果测度理论不失为分析复杂经济系统的一种有效手段.

为探讨两组时间序列间因果作用的方向性及反馈的存在性,格兰杰(Granger)[1]提出了非因果性概念.非因果性作为评价预测效果的一个统计标准,基于两个最基本假设:1)原因总是在结果之前;2)未来不影响过去.考虑平稳时间序列 $X(t)$ 和 $Y(t)$,记 $U(t)$ 为预测 $X(t)$ 时可以利用的所有信息,则 $\{U(t)-Y(t)\}$ 为预测 $X(t)$ 时除去 $Y(t)$ 以外的所有可利用信息.令 $U_{[1]}(t)$ 表示 $U(t)$ 的过去值,即 $\{U(t-j);j=1,2,\cdots,\infty\}$,记 $\sigma^2(X|U_{[1]})$ 和 $\sigma^2(X|(U-Y)_{[1]})$ 分别为利用 $\{U(t)\}$ 和 $\{U(t)-Y(t)\}$ 预测平稳过程 $X(t)$ 所产生的最小二乘无偏估计残差序列的方差.如果 $\sigma^2(X|U_{[1]})<\sigma^2(X|(U-Y)_{[1]})$,称在格兰杰意义下 $Y(t)$ 引起 $X(t)$,表记为 $Y(t)\Rightarrow X(t)$.也就是说,$Y(t)$ 引起 $X(t)$ 意味着引入 $Y(t)$ 的信息可更有效地预测 $X(t)$.换句话说.如果 $Y(t)$ 不在格兰杰意义下引起 $X(t)$,即 $\sigma^2(X|U_{[1]})\geq\sigma^2(X|(U-Y)_{[1]})$,则 $Y(t)$ 无助于预测 $X(t)$.

关于多变量时间序列间非因果性的统计检验,两个早期研究值得一提.一个是格兰杰的平稳向量自回归(VAR)模型回归系数的零检验,另一个是西姆斯(Sims,1972)的关于二变量平稳移动平均(MA)过程有关系数的零检验.近30年来国

① 收稿日期:2002-01-25;修订日期:2002-06-12.
基金项目:日本文部科学省1998—2000年度科研费资助项目(国际学术研究10045016).
作者简介:姚　峰(1960—),男,经济学博士,香川大学经济学部教授.

外学者虽然在这一研究领域取得了一些重要成果,但到目前为止几乎所有的研究都仅局限于格兰杰的非因果性.为了定量描述多变量时间序列间单方向因果关系,细谷(Hosoya)[2,3]分别定义了频谱域和时间域的三个因果测度,依次有效地描述了非确定趋势二阶平稳过程和非平稳过程内部变动的相互依存关系,奠定了单方向因果分析(one-way effect causal analysis)的理论基础.

为了研究非平稳宏观经济时间序列的长期均衡关系以及因果关系,姚和细谷(Yao and Hosoya)[8]研究了多变量协整过程单方向因果测度的计算机制问题,并首先将单方向因果测度应用于日本宏观经济的实证分析.为检验服从协整过程的时间序列间的因果测度并给出其信赖域,Yao and Hosoya[9]给出了单方向因果测度的沃尔德统计量(Wald statistic),从根本上解决了将单方向因果测度应用于分析复杂动态经济系统的基础理论问题.与格兰杰等人的非因果性检验不同的是,所提出的单方向因果测度及其沃尔德检验,可以从统计学的意义上检验服从多变量非平稳协整(包括平稳)过程的时间序列间任意大小的因果测度的显著性,格兰杰非因果性检验只是我们所定义的全测度(overall measure of one-way effect, OMO)为零的统计检验的一个特例.也就是说,我们不仅可以检验时间序列间的因果关系存在与否,还可以检验单方向因果影响的强度.另外,通过对定义在频谱区间$(-\pi,\pi]$内的单方向频谱测度(frequency-wise measure of one-way effect, FMO)在特定谱域上积分所得到的局部测度,也可探讨多变量时间序列间的长期或短期因果关系.限于篇幅,有关因果分析的其他理论研究及因果测度在实证经济分析中的应用等详细内容,可参阅Hosoya and Yao (1999).

本文使用了以下通用的数学记号及算子定义.记I_p为p阶单位矩阵,$\mathbf{1}_p$为所有元素都是1的p维向量.A^*指复数矩阵A的共轭转置;如果A为实数矩阵,则A^*表示一般意义下的转置矩阵.对于随机向量X或一组随机向量X和Y,cov(X)和cov(X, Y)分别表示X和(X, Y)的协方差矩阵.矩阵C的迹(trace)记为tr C,而其行列式记为det C.滞后算子L定义为$Lx_t = x_{t-1}$;差分算子记为$\Delta = 1 - L$.

1　协整过程及自回归模型的统计识别

记$\omega(t)$为白噪声过程,考虑生成于

$$y(t) = \alpha y(t-1) + \omega(t) \quad (t = 1,2,\cdots) \tag{1}$$

的单变量时间序列$\{y(t)\}$.当$\alpha = 1$时,称由式(1)所生成的时间序列$y(t)$服从单位根过程.因为此时式(1)相当于$\Delta y(t) = \omega(t)$,有时也称$y(t)$服从一阶积分过程(integrated of order one),记为$y(t) \sim I(1)$.通常称平稳过程或白噪声过程为0阶积分过程.对于非平稳时间序列$y(t)$,如果存在正整数k使得$\Delta^j y(t)$非平稳$(j = 1,2,\cdots,k-1)$,但是$\Delta^k y(t) \sim I(0)$,则称$y(t)$为k阶积分过程,记为$y(t) \sim I(k)$.无论理论研究还是探讨实证分析问题,当涉及非平稳过程时,人们通常把注意力集中在单位根过程,即$I(1)$过程.之所以如此是因为在现实的社会经济活动中,虽然有许多统计指标的时间序列表现出非平稳特征,但经一次差分变换后这些非平稳时间序列近似地服从平稳过程.

非平稳时间序列的协整(亦称共积)过程可视为满足一定条件的向量单位根过程.对于一个p维向量时间序列$Z(t)$,如果其每个元素都是$I(1)$,即非平稳含单位根过程,而存在某个非零p维向量β_1使得各序列的线性组合$\beta_1^* Z(t)$为平稳过程或$\beta_1^* Z(t) \sim I(0)$,则称$Z(t)$为协整的.非平稳多变量时间序列$Z(t)$服从协整过程,意味着尽管诸多因素引起$Z(t)$的各元素相对独立地变化,但存在线性组合$\beta_1^* Z(t)$将$Z(t)$的各个要素联系在一起,这一联系揭示了$Z(t)$各元素间内在的长期均衡关系.在此情形下,称β_1为非平稳过程$Z(t)$的协整向量.显然,非平稳过程$Z(t)$存在协整关系时,协整向量不是唯一的.任何非零常数与协整向量相乘都给出一个新的协整向量.因此,一般都要对协整向量施以相应的标准化.另外,如果存在r $(r < p)$个线性无关的p维向量$\beta = (\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_r)$,使得$\beta^* Z(t)$为$r$维平稳过程,则$Z(t)$的元素间存在$r$个协整关系,而$(\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_r)$称为协整向量空间的基.

约翰森(Johansen ,1991) 提出的完全信息极大似然法,可以分析识别协整过程的似然比检验理论及其他参数的一般最小二乘估计问题. 用这一方法估计协整系统的相应参数,一方面可避免因施加特定的制约条件导致模型的错误设定,另一方面可更一般地检验存在多个协整关系的零假设[5,10].

研究时间序列分析中广泛应用的 p 维 AR(a) 过程 $Z(t)$

$$\Delta Z(t) = \Pi Z(t-1) + \sum_{k=1}^{a-1} \Gamma(k) \Delta Z(t-k) + \mu + \Phi P(t) + \varepsilon(t) \qquad (2)$$

其中: $\varepsilon(t)\ (t = 1, \cdots, T)$ 为均值为零协方差矩阵 Σ 的 p 维白噪声过程; μ 是 p 维向量; $P(t)$ 是 $(s_d - 1)$ 维中心化季节虚拟变数向量, s_d 是季节周期数,对于季度统计数据, $s_d = 4$.

随机过程 $Z(t)$ 具有相互独立的 r 个协整关系的假设为

$$H(r) : \Pi = \alpha\beta^* \qquad (3)$$

α,β 是 $p \times r$ 阶满秩矩阵($r \leq p$) ,使得式(2) 中 $Z(t-1)$ 的系数矩阵的秩数为 r,即 $\mathrm{rank}(\Pi) = r$. r 亦称为随机过程 $Z(t)$ 的协整阶数. 如果 $r = 0$,则式(2) 退化为单位根过程. 如果 $r = p$,则 Π 为满秩矩阵, $Z(t)$ 为平稳随机过程. 可见,在有 r 个协整关系的假设下,只有 $Z(t-1)$ 水平上的 r 个不同的线性限制 $\beta^* Z(t-1)$ 出现在模型中. 在 $\Pi = \alpha\beta^*$ 的假设下,模型(2) 称为误差修正模型(ECM) , $\beta^* Z(t-1)$ 以速度 α 将动态系统调整向均衡过程.

记 $R_0(t)$ 和 $R_1(t)$ 分别为将 $Z(t-1)$ 在 $\Delta Z(t-1), \cdots, \Delta Z(t-k+1), 1_p, P(t)$ 上回归所产生的残差序列, $p \times p$ 阶矩阵 $S_{ij}(i,j = 0,1)$ 为 $R_0(t)$ 和 $R_1(t)$ 的方差协方差矩阵, $S_{ij} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T} R_i(t) R_j(t)^*$. 协整个数 r 和协整向量 β 的极大似然估计的计算过程如下:

1) 首先解 λ 的 p 阶矩阵方程 $|\lambda S_{11} - S_{10}S_{00}^{-1}S_{01}| = 0$,给出降序排列的特征根 $1 > \lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_p > 0$,以及对应的特征向量矩阵 $V = (V_1, V_2, \cdots, V_p)$, 并使 V 满足标准化关系 $V^* S_{11} V = I$.

2) 识别服从 p 维协整过程的统计模型的关键在于检验 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_p$ 中有多少个非零特征根. 在 $Z(t)$ 的元素中有 r 个协整关系的零假设 $H(r)$ 下,模型参数 β 的极大似然估计为 $\beta = (V_1, V_2, \cdots, V_r)$. 零假设 $H(r)$ 对 $H(p)$ 的对数似然比检验统计量 $\tau_{\mathrm{trace}}(r)$ 称为迹统计量,简记为

$$\tau(r) = -T\sum_{i=r+1}^{p} \ln(1-\lambda_i) \qquad (4)$$

统计量 $\tau(r)$ 的渐近分布是非标准的,统计检验的临界值表需要通过蒙特卡洛实验给出.

在几乎没有掌握关于 r 的事前信息的情况下,一般按如下步骤确定协整个数 $\hat{r}$:对给定的显著性水平 α,记 $\tau(i|1-\alpha)$ 为 $\tau(i)$ 的置信度为 $(1-\alpha)$ 的理论值, $\hat{\tau}(i)$ 为 $\tau(i)$ 的观测值, $i = 1,2,\cdots,p$. 如果 $\hat{\tau}(0) < \tau(0|1-\alpha)$,取 $\hat{r} = 0$;对于 $r = 1,\cdots,p-1$,取 $\hat{r}$ 为第一个 r,使其满足 $\hat{\tau}(r-1) > \tau(r-1|1-\alpha)$,并且 $\hat{\tau}(r) < \tau(r|1-\alpha)$;如果不存在这样的 r,则取 $\hat{r} = p$.

在实证经济分析中通常还要考虑各指标间的经济学意义下的关系. 另外,为了将单方向因果测度及其沃尔德统计检验理论应用于宏观经济分析,要求建立能充分反映样本观测值的动态过程的模型. 为避免模型的误导,往往还要对被识别的向量自回归模型的残差序列进行非自相关性以及正态性等检验.

2 单方向因果测度

2.1 平稳过程的单方向因果测度

定义单方向因果测度的基本思路,源于平稳随机过程的预测理论. 假设 $\{U(t), V(t) \mid t = 1, \cdots, \infty\}$ 是均值为零的平稳过程,而 $U(t)$ 和 $V(t)$ 分别是 p_1 和 p_2 维的实值向量($p = p_1 + p_2$). 记 $\{U(t), V(t)\}$ 的 $p \times p$ 阶谱密度函数矩阵为

$$f(\lambda) = \begin{bmatrix} f_{11}(\lambda) & f_{12}(\lambda) \\ f_{21}(\lambda) & f_{22}(\lambda) \end{bmatrix}, \quad -\pi < \lambda \leq \pi$$

其中: $f_{11}(\lambda)$ 是 $\{U(t)\}$ 的 $p_1 \times p_1$ 阶谱密度函数矩阵; $f_{12}(\lambda)$ 是 $\{U(t)\}$ 和 $\{V(t)\}$ 的 $p_1 \times p_2$ 阶交差谱密度函数矩阵. 如果 $f(\lambda)$ 满足 $\int_{-\pi}^{\pi} \log \det f(\lambda) \mathrm{d}\lambda > -\infty$,则谱密度函数矩阵 $f(\lambda)$ 可分解为 $f(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\Lambda(\mathrm{e}^{-i\lambda})^*$,其中: $\Lambda(\mathrm{e}^{-i\lambda})$ 是复平面单位圆{ z :|

$z| < 1\}$ 内无根的 $p \times p$ 阶矩阵值解析函数 $\Lambda(z)$ 的边界值. $V(t)$ 单方向影响预测 $U(t)$ 的成分是在格兰杰意义上影响 $U(t)$ 但不受反馈影响的成分,可以从 $V(t)$ 中将其分解出来,记为 $V_{0,-1}(t)$[2]. 记 $\{U(t),V(t)\}$ 的一期预测误差方差协方差矩阵 Σ 的 p_1 和 p_2 阶分块矩阵为 Σ_{ij},则 $\{V_{0,-1}(t)\}$ 的协方差矩阵为 $\Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}$,而随机过程 $\{U(t),V_{0,-1}(t)\}$ 的谱密度矩阵可表述为 p_1 和 p_2 阶分块矩阵

$$\tilde{f}(\lambda) = \begin{bmatrix} \tilde{f}_{11}(\lambda) & \tilde{f}_{12}(\lambda) \\ \tilde{f}_{21}(\lambda) & \tilde{f}_{22}(\lambda) \end{bmatrix}$$

$\tilde{f}_{11}(\lambda) = f_{11}(\lambda)$; $\tilde{f}_{21}(\lambda) = \{-\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}, I_{p_2}\}\Lambda(0)\Lambda(e^{-i\lambda})^{-1}$. $f_{\cdot 1}(\lambda)$, $f_{\cdot 1}(\lambda)$ 是矩阵 $f(\lambda)$ 的最初 p_1 列; $\tilde{f}_{22}(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\{\Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\}$.

基于格兰杰的因果概念,定义 V 对 U 的单方向谱域因果测度(FMO)为

$$M_{V\to U}(\lambda) = \log[\det f_{11}(\lambda)/\det\{f_{11}(\lambda) - \tilde{f}_{12}(\lambda)\tilde{f}_{22}^{-1}(\lambda)\tilde{f}_{21}(\lambda)\}] \tag{5}$$

因此,V 对 U 的单方向全测度(OMO)可表述为

$$M_{V\to U} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} M_{V\to U}(\lambda)\,d\lambda \tag{6}$$

在格兰杰非因果性意义下,$\{V(t)\}$ 不引起 $\{U(t)\}$ 的充分必要条件是 $M_{V\to U} = 0$.

2.2　非平稳过程的单方向因果测度

为了将非确定趋势平稳过程的因果测度理论扩展到非平稳过程时间序列,考查由

$$A(L)\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(t) \\ V(t) \end{bmatrix}$$

$$A(L) = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{l} A_{11,j}L^j & 0 \\ 0 & \sum_{j=0}^{l} A_{22,j}L^j \end{bmatrix}$$

生成的非平稳随机过程 $\{X(t),Y(t)\}$. 其中,$\{U(t),V(t)\}$ 是如前定义的平稳过程,$p\times p$ 的滞后算子多项式矩阵 $A(L)$ 满足 $A_{11,0} = I_{p_1}$,$A_{22,0} = I_{p_2}$,l 为正整数. 因为 $\{X(t),Y(t)\}$ 的单方向因果关系结构完全取决于可预测性,所以其单方向因果关系结构与 $\{U(t),V(t)\}$ 的单方向因果关系结构一致. 也就是说,$\{X(t)\}$ 和 $\{Y(t)\}$ 之间的 OMO 和 FMO 与其生成过程 $\{U(t)\}$ 和 $\{V(t)\}$ 之间的 OMO 和 FMO 完全一致. 这是将平稳过程的单方向因果测度理论扩展到非平稳过程的基本思想. 在一定条件下,可以证明 $\{Y(t)\}$ 不引起 $\{X(t)\}$ 的充分必要条件是 $\{V(t)\}$ 不引起 $\{U(t)\}$. 因此有

定义1　时间序列 $\{Y(t)\}$ 对 $\{X(t)\}$ 单方向全测度和频谱域测度分别定义为

$$M_{Y\to X} \equiv M_{V\to U} \text{ 和 } M_{Y\to X}(\lambda) \equiv M_{V\to U}(\lambda)$$

2.3　协整过程的单方向因果测度

为了将以上讨论的单方向因果测度理论应用于复杂动态经济系统的实证分析,接下来讨论 a 阶 p 维向量自回归过程 $Z(t) = (X(t)^*, Y(t)^*)^*$.

$$Z(t) = \sum_{j=1}^{a}\Pi(j)Z(t-j) + \varepsilon(t) \quad (t = 0,1,\cdots) \tag{7}$$

其中:$\Pi(j)$ $(j = 1,2,3,\cdots,a)$ 是 $p\times p$ 阶系数矩阵;$\{\varepsilon(t)\}$ 是 p 维白噪声过程,且 $E(\varepsilon(t)) = 0$,$\mathrm{cov}(\varepsilon(t)) = \Sigma$,$\mathrm{rank}\,\Sigma = p$. 设 $A(L) = I_p - \sum_{j=1}^{a}\Pi(j)L^j$,$\det A(z)$ 的复数解全在单位圆周上或在单位圆之外. 如果用 $C(L)$ 表示 $A(L)$ 伴随矩阵,则 $C(L)A(L) \equiv D(L)$. $D(L)$ 是对角矩阵,并且其共同的对角元素 $d(L) \equiv \det A(L) = \sum_{j=0}^{b} d_j L^j$,$d(L)$ 作为具有标量系数滞后算子多项式使得 $d_0 = 1$,且 z 的多项式函数 $\sum_{j=0}^{b} d_j z^j$ 的复数解全在单位圆周上或在单位圆之外. 由等式(7)可得 $A(L)Z(t) = \varepsilon(t)$ 对等式两边左乘 $C(L)$,可得

$$\begin{bmatrix} d(L)I_{p_1} & 0 \\ 0 & d(L)I_{p_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{bmatrix} = C(L)\varepsilon(t) \equiv \begin{bmatrix} U(t) \\ V(t) \end{bmatrix} \tag{8}$$

这里,$U(t)$ 和 $V(t)$ 分别为 p_1 和 p_2 维随机向量. 基于以上的构造,$\{U(t),V(t)\}$ 为平稳移动平均过程. 因此,根据定义1,非平稳过程 $\{X(t),Y(t)\}$ 的单方向测度完全由平稳过程 $\{U(t),V(t)\}$ 的对应因果测度所确定.

因为 $\det C(z)$ 的复数解全在单位圆周上或在单位圆之外,$\{X(t),Y(t)\}$ 的一期预测误差的协方差矩阵为 Σ,由式(8)生成时间序列 $\{X(t),Y(t)\}$ 的平稳随机过程的频谱响应函数 $\Lambda(e^{-i\lambda})$

和谱密度矩阵 $f(\lambda)$ 分别为

$$\Lambda(e^{-i\lambda}) = C(e^{-i\lambda})\Sigma^{1/2} \tag{9}$$

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\Lambda(e^{-i\lambda})\Lambda(e^{-i\lambda})^* \tag{10}$$

其中:协方差矩阵 Σ 的乔利斯基因子(Cholesky factor) $\Sigma^{1/2}$ 满足 $\Sigma = \Sigma^{1/2}(\Sigma^{1/2})^*$. 利用式(10)定义的谱密度函数 $f(t)$,时间序列 $\{X(t)\}$ 和 $\{Y(t)\}$ 之间的单方向因果测度可以通过式(5)和(6)计算.

2.4 其他因果测度的定义

基于 $\{X(t)\}$ 和 $\{Y(t)\}$ 之间的OMO和FMO,可以给出许多反映长期或短期因果关系的单方向因果测度. 如果 $M_{Y\to X}\neq 0$,对于比较小的正数 δ,单方向因果影响的长期贡献度可表记为定义于一低频区间 $(-\delta,\delta]$ 的测度

$$D_{Y\to X}(\delta) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\delta} M_{Y\to X}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda / M_{Y\to X} \tag{11}$$

有些情况下,可能对特定时间周期带 $[t_1, t_2](2 \le t_1 < t_2)$ 的因果影响相对贡献度更感兴趣,可以将测度函数定义为

$$D_{Y\to X}(t_1, t_2) = \frac{1}{\pi}\int_{2\pi/t_2}^{2\pi/t_1} M_{Y\to X}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda / M_{Y\to X} \tag{12}$$

这里,利用了时间 t 和频率 $\lambda(\lambda > 0)$ 的关系式 $t = 2\pi/\lambda$. 因为单方向因果测度非负,如果 $M_{Y\to X} < \infty$,则 $D_{Y\to X}(\delta)$ 和 $D_{Y\to X}(t_1, t_2)(2 \le t_1 < t_2)$ 在区间 $[0,1]$ 内取值.

长期因果影响的程度也可以计算. 例如,利用定义

$$\overline{D}_{Y\to X}(\delta) = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} M_{Y\to X}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda \tag{13}$$

的长期因果测度(低频域频谱测度FMO的均值)分析两组时间序列间的长期因果关系. 为了评价周期带 $[t_1, t_2]$ 上的单方向全因果测度,可利用局部因果测度

$$\overline{D}_{Y\to X}(t_1, t_2) = \frac{t_1 t_2}{2\pi(t_2 - t_1)}\int_{2\pi/t_2}^{2\pi/t_1} M_{Y\to X}(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda \tag{14}$$

由以上定义可知,$\overline{D}_{Y\to X}(\delta)$ 和 $\overline{D}_{Y\to X}(t_1, t_2)$ 均为非负测度函数. 观测值 $\overline{D}_{Y\to X}(\delta)$ 比较小时,通常表示不存在 Y 对 X 的单方向长期因果影响. 比较小的观测值 $\overline{D}_{Y\to X}(t_1, t_2)$ 通常表明在时间周期带 $[t_1, t_2]$ 内不存在 Y 对 X 的单方向影响. 无论在哪种情况下,评价基于观测值估计的单方向因果测度,都需要严格的统计检验.

3 单方向因果测度的统计检验

向量算子vec将 $m\times n$ 阶矩阵 A 转换为 $m\cdot n$ 维向量,其构成方式是将矩阵 A 的各列首尾顺次连接起来. 对于对称矩阵 $A(m = n$ 时),向量算子 v 将向量vec A 中的原本为矩阵 A 的上三角元素全部除去后所得 $n(n+1)/2$ 维向量. 矩阵算子 $\otimes$ 表示克罗奈克内积.

考虑生成于下式的 p 维 $I(1)$ 随机过程 $\{Z(t)\} = \{X(t)^*, Y(t)^*\}^*$

$$\Delta Z(t) = \alpha\beta^* Z(t-1) + \sum_{k=1}^{a-1}\Gamma(k)\Delta Z(t-k) + \mu + \Phi P(t) + \varepsilon(t) \tag{15}$$

设 θ 为 β 的元素构成的 $r\cdot p$ 维向量,$\theta = \mathrm{vec}\,\beta^*$. 记 $n_\psi = p\cdot(r + p\cdot(a-1)) + p\cdot(p+1)/2$,设 ψ 为由 α 和 $\Gamma(j)(j = 1,2,\cdots,a-1)$ 的元素以及除去 Σ 的上三角元素构成的 n_ψ 维向量,即 $\psi = \mathrm{vec}(\mathrm{vec}(\alpha,\Gamma)^*, v(\Sigma))$,$\Gamma = \{\Gamma(1),\Gamma(2),\cdots,\Gamma(a-1)\}$. $v(\Sigma)$ 是由协方差矩阵 Σ 中不重复元素构成的 $p\cdot(p+1)/2$ 维向量.

基于模型(15),可知生成非平稳随机过程 $\{Z(t)\}$ 的平稳过程的谱密度矩阵函数 $f(\lambda\mid\theta,\psi)$ 具有典型分解

$$f(\lambda\mid\theta,\psi) = \frac{1}{2\pi}\Lambda(e^{-i\lambda}\mid\theta,\psi)\cdot\Lambda(e^{-i\lambda}\mid\theta,\psi)^* \tag{16}$$

其中:频谱响应函数 $\Lambda(e^{-i\lambda}\mid\theta,\psi) = C(e^{-i\lambda}\mid\theta,\psi)\Sigma^{1/2}$,$C(e^{-i\lambda}\mid\theta,\psi)$ 是模型参数构成的复数值矩阵多项式 $I_p - e^{-i\lambda}(I_p + \alpha\beta^*) - \sum_{j=1}^{a-1}\Gamma(j)(e^{-ij\lambda} - e^{-i(j+1)\lambda})$ 的伴随矩阵. 利用谱密度矩阵函数 $f(\lambda\mid\theta,\psi)$,可以根据式(5)计算 $\{Y(t)\}$ 对 $\{X(t)\}$ 的单方向因果测度 $M_{Y\to X}(\lambda\mid\theta,\psi)$,进而可以定义作为 (θ,ψ) 的函数的单方向全测度OMO

$$G(\theta,\psi) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} M_{Y\to X}(\lambda\mid\theta,\psi)\,\mathrm{d}\lambda \tag{17}$$

这种情况下,假设 $G(\theta,\psi)$ 是关于参数 (θ,ψ) 的可微分函数.

如果 (θ,ψ) 是模型参数的真值,(θ,ψ) 是其

极大似然估计值,则当样本数 $T\to\infty$ 时,$\sqrt{T}(\hat\theta-\theta)$ 渐近服从多变量混合正态分布,$\sqrt{T}(\hat\psi-\psi)$ 渐近服从多变量正态分布. 通过泰勒级数展开,可以证明 $G(\hat\theta,\hat\psi)$ 是 $G(\theta,\psi)$ 的依照 $\sqrt{T}$ 收敛的一致估计. 进一步可知,$\sqrt{T}\{G(\hat\theta,\hat\psi)-G(\theta,\psi)\}$ 渐近服从均值为零,协方差矩阵为

$$H(\theta,\psi)=D_\psi G(\theta,\psi)^{*}\,\Psi(\theta,\psi)\cdot D_\psi G(\theta,\psi) \qquad (18)$$

的多变量正态分布,$D_\psi G$ 是 $G(\theta,\psi)$ 的偏导函数构成的 n_ψ 维向量,而 $\Psi(\theta,\psi)$ 是 $\sqrt{T}(\hat\psi-\psi)$ 的协方差矩阵. 因此,单方向因果测度 $G(\theta,\psi)$ 的沃尔德统计量

$$W\equiv T\{G(\hat\theta,\hat\psi)-G(\theta,\psi)\}^2/H(\hat\theta,\hat\psi) \qquad (19)$$

渐近服从自由度为 1 的 x^2 分布.

评价取值为 $(\hat\theta,\hat\psi)$ 的 $G(\theta,\psi)$ 对 ψ 的偏微分 $D_\psi G(\theta,\psi)$,可采用数值微分

$$\frac{\partial G}{\partial\psi_i}\approx\{G(\hat\theta,\hat\psi+h_i)-G(\hat\theta,\hat\psi-h_i)\}/(2h)$$

$$i=1,2,\cdots,n_\psi \qquad (20)$$

式中:h_i 是 n_ψ 维向量,其第 i 个元素为 h,并且所有其他元素为零;h 是充分小的正数.

式(18)中协方差矩阵 $\Psi(\theta,\psi)$ 的数值计算,可按如下方式进行. 设 $\psi^{(1)}=\mathrm{vec}\{\alpha,\Gamma\}$,$\psi^{(2)}=\mathrm{vec}(\mu,\Phi)$,$\psi^{(3)}=v(\Sigma)$,并设 $\psi^{(12)}=\mathrm{vec}(\psi^{(1)},\psi^{(2)})$. 记 D 为 $p^2\times p\cdot(p+1)/2$ 阶复制矩阵,D^+ 为矩阵 D 的 Moore-Penrose 转置矩阵[6],$\hat\psi^{(12)}$ 和 $\hat\psi^{(3)}$ 分别为 $\psi^{(12)}$ 和 $\psi^{(3)}$ 的极大似然估计. 可以证明模型参数向量 $\sqrt{T}\{\hat\psi^{(12)}-\psi^{(12)}\}$ 和 $\sqrt{T}(\hat\psi^{(3)}-\psi^{(3)})$ 的渐近协方差矩阵为

$$\begin{pmatrix}\Sigma\otimes Q^{-1} & 0\\ 0 & 2D^{+}(\Sigma\otimes\Sigma)D^{+*}\end{pmatrix}$$

其中:$Q=\lim_{T\to\infty}(1/T)\sum_{t=1}^{T}\delta(t)\delta(t)^{*}$,而 $\delta(t)=\mathrm{vec}(\beta^{*}Z(t-1),\Delta Z(t-1),\cdots,\Delta Z(t-\alpha-1),1_p,P(t))$.

$\sqrt{T}(\hat\psi^{(1)}-\psi^{(1)})$ 的渐近协方差矩阵,即 $\Psi_{\psi^{(1)}\psi^{(1)}}$ 是除去 $\Sigma\otimes Q^{-1}$ 中对应于 $\sqrt{T}(\hat\psi^{(2)}-\psi^{(2)})$ 的行和列余下的子矩阵. 事实上,可以将 $(p\cdot(r+p\cdot(\alpha-1))+p\cdot s_d)$ 阶对称矩阵 $\Sigma\otimes Q^{-1}$ 写成 $p\times p$ 的分块矩阵形式,所有的子矩阵 $\sigma_{ij}Q^{-1}(i,j=1,2,\cdots,p)$ 都是 $(r+p\cdot(\alpha-1)+s_d)$ 阶的正方矩阵. 协方差矩阵 $\Psi_{\psi^{(1)}\psi^{(1)}}$ 由除去子矩阵 $\sigma_{ij}Q^{-1}$ 中最后 s_d 列和最后 s_d 行所余子矩阵构成. 如果 $\hat\Psi_{\psi^{(1)}\psi^{(1)}}$ 是在点 $(\hat\theta,\hat\psi)$ 评价 $\sqrt{T}(\hat\psi^{(1)}-\psi^{(1)})$ 的协方差矩阵,则

$$\begin{pmatrix}\hat\Psi_{\psi^{(1)}\psi^{(1)}} & 0\\ 0 & 2D^{+}(\hat\Sigma\otimes\hat\Sigma)D^{+*}\end{pmatrix}$$

可以作为 $\Psi(\theta,\psi)$ 的一致估计. 通过式(18)和(20),可以得到协方差估计 $\hat H=H(\hat\theta,\hat\psi)$.

记 G_{01} 为已知标量,单方向因果测度的零假设为 $G(\theta,\psi)=G_{01}$,统计检验可由式(19)定义的沃尔德统计量 W 进行. 为检验格兰杰的非因果性,仅需取 $G_{01}=0$,此时沃尔德统计量将简化为

$$W=T\{G(\hat\theta,\hat\psi)\}^2/H(\hat\theta,\hat\psi) \qquad (21)$$

记 $x^2_\alpha(1)$ 为取显著性水平 α 的自由度为 1 的 x^2 分布的上侧临界值,如果 $W\ge x^2_\alpha(1)$,则拒绝 Y 对 X 的非因果性假设. 通过利用式(19),单方向因果测度 $G(\theta,\psi)$ 的 $(1-\alpha)\%$ 置信区间为

$$\left(G(\hat\theta,\hat\psi)-\sqrt{(1/T)H(\hat\theta,\hat\psi)x^2_\alpha(1)},\ G(\hat\theta,\hat\psi)+\sqrt{(1/T)H(\hat\theta,\hat\psi)x^2_\alpha(1)}\right) \qquad (22)$$

作者提出的沃尔德统计量及因果测度的置信域的计算机制仅仅依赖于单方向因果测度及协整自回归模型的参数,所以上述关于单方向因果测度的讨论都可应用于长期因果测度 $\bar{D}_{Y\to X}(\delta)$ 或局部因果测度 $\bar{D}_{Y\to X}(t_1,t_2)$ 的统计检验.

参考文献:

[1] Granger C W J. Investigating causal relations by cross-spectrum methods[J]. Econometrica, 1969, 39(3): 424—438

[2] Hosoya Y. The decomposition and measurement of the interdependency between secondorder stationary processes[J]. Probability Theory and Related Fields, 1991, 88: 429—444

[3] Hosoya Y. Causal analysis and statistical inference on possibly non-stationary time series[A]. In: Kreps D M, Wallis K F, eds. Advances in Economics and Econometrics: Theory and Application Vol. Ⅲ[M]. Cambridge: Cambridge University Press, Seventh

World Congress ,1997. 1 —33

[4]Hosoya Y, Yao F. Statistical Causal Analysis and its Application to Economic Timeseries[R]. Proceedings of NBER/NSF Time Series Conference, Taipei: Academia Sinica, 1999

[5]Johansen S. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models[J]. Econometrica, 1991 ,59(6) : 1551 —1580

[6]Magnus J R, Neudecker H. Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics[M]. New York: John Wiley & Sons, 1998

[7]Sims C A. Money, income and causality[J]. American Economic Review, 1972 ,62(4) : 540 —552

[8]Yao F, Hosoya Y. Empirical Causality Analysis of Japanese Macro Economic Data [R]. Statistical Analysis of Time Series: Theory and Application, Cooperative Researcfh Report ,No. 79. Tokyo: The Institute of Statistical Mathematics, 1995. 85—96

[9]Yao F, Hosoya Y. Inference on one-way effect and evidence in Japanese macroeconomic data[J]. Journal of Econometrics, 2000, 98(2) :225 —255

[10]Hamilton J D. Time Series Analysis[M]. Princeton University Press ,1994(哈密尔顿. 时间序列分析[M]. 北京:中国社会科学出版社,1999)

Econometric model and method for analysis of dynamic economic system

YAO Feng

Faculty of Economics, Kagawa University, Kagawa 760-8523, Japan

Abstract: In this paper we mainly discuss the one-way effect causal measures which can be applied to the analysis of long-run and short-run as well as causal characteristics of dynamic economic system. We first summarized the related concepts of cointegration, and then showed the procedure of cointegrated model identification. Based on the identified error correction model, we discussed causal measures in time domain and frequency domain. The presented Wald test of the causal measure is incorporation Johansen's algorithm for the maximum likelihood estimates and the likelihood ratio tests. Using the Wald statistics, the paper also showed the computational algorithm of confidence-set construction for the overall causal measures. For the purposes of testing long-run or short-run characterization of causal relation, a variety of causal measures are introduced by means of the integral of the frequency-wise measure of one-way effect on specific frequency bands. In contract to the conventional tests of Granger's non-causality which amount to testing the hypothesis of zero restriction of a certain set of autoregressive coefficients, the approach of this paper enables us to test not only Granger's non-causality but also the strength of the one-way effect. The one-way effect causal analysis can be considered as an effective approach for the investigation of complex economic system.

Key words: dynamic economic system; econometric model; cointegration analysis; long-run economic relationship; causal relationship