# 金融网络下投资组合风险及最优规模研究①

庄新田, 黄小原
(东北大学工商管理学院, 沈阳 110004)

摘要: 从资本市场互联的网络角度,讨论金融资产组合优化与均衡规模问题. 在金融资产与负债非平衡条件下,给出单个部门的投资规模、投资风险控制模型. 从金融网络角度,分析多部门间金融工具的均衡问题,建立描述系统均衡规模、均衡价格的模型. 并在不同投资效用函数下,求解单个部门及多部门模型的最优解.

关键词: 金融网络; 金融工具; 网络优化; 均衡规模; 风险控制
中图分类号: F830.9 文献标识码: A 文章编号: 1007 - 9807(2004)03 - 0054 - 05

## 0 引 言

Quesnay 于 1958 年提出了金融网络概念,即经济系统的资金循环[1]. Thore 于 1969 年首次应用网络和数学方法研究了金融系统的关联问题[2]. Storoy & Martel 给出资本市场互联的网络描述,分析了如何将分解理论应用于金融网络的均衡计算[3,4]. Nagurney 等人(1992 —1996) 将部门持有的金融资产与负债联系起来,提出有反馈的资金流模型,研究了金融网络中资产和负债的最优持有量[5~9]. 随着网络技术的发展和电子交易技术的完善,国际金融市场投资活动的规模迅速扩大,金融网络理论方法和模型的讨论也不断深入. Nagnrney & Siokos 在给定每个部门持有金融资产规模一定的前提下,讨论了一般的金融均衡模型[10]. Nagurney & Dong 从多部门金融均衡角度,研究了金融网络中资产、负债和投资组合最优规模,以及实现均衡价格的条件,并提出了修正递推算法来求解均衡资产、负债、投资组合最优规模和价格[11].

本文在文献[11]金融网络模型基础上,从金融资产实际投资角度,做了改进工作: ①文献[5～11]在金融资产、负债平衡条件下,提出金融网络模型,本文对单个部门的金融资产、负债,讨论其在非平衡条件下的金融网络模型,更符合实际的投资情况; ②金融网络均衡即金融系统的均衡,从系统风险控制角度,在给定的网络资源规模下,分析实现网络资源最优分配的条件,建立均衡价格下的多部门金融网络模型; ③利用遗传算法,在不同投资效用函数下,求解单个部门与多部门模型资产、负债和规模的最优解.

## 1 单个部门金融网络模型

设金融网络包括 $n$ 个经济部门, $m$ 种金融工具. 部门 $i$ 的金融网络模型描述如下.

若 $x_{ij}$ 表示部门 $i$ 中第 $j$ 种金融工具的资产数量(以价值形态表示的资产数量), $y_{ij}$ 表示部门 $i$ 中第 $j$ 种金融工具的负债数量(以价值形态表示的负债数量), $r_j$ 表示第 $j$ 种金融工具的价格, $(x_{ij} - y_{ij})$ 为部门 $i$ 中第 $j$ 种金融工具的资产和负债之差. 则部门 $i$ 的收益

$$\max U_1 = w_1 \sum_{j=1}^{m} r_j (x_{ij} - y_{ij}) \tag{1}$$

式中, $w_1$ 为收益的权重系数. 式(1) 表明欲使投资的净收益最大.

① 收稿日期: 2002 - 03 - 06; 修订日期: 2004 - 03 - 16.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70371062) .
作者简介: 庄新田(1956 —) ,男,吉林四平人,博士,教授.

若 $s_{xi}$ 表示部门 $i$ 的资产持有量,即以价值表示的资产规模,$s_{xi}=\sum_{j=1}^{m}x_{ij}$,$s_{yi}$ 表示部门 $i$ 的持有负债量,即以价值表示的负债规模,$s_{yi}=\sum_{j=1}^{m}y_{ij}$. $\bar{s}_{xi}$、$\bar{s}_{yi}$ 分别是部门 $i$ 资产、负债的理想规模,其大小与部门 $i$ 的资金实力及对投资风险的承受能力有关;$(s_{xi}-\bar{s}_{xi})^2$、$(s_{yi}-\bar{s}_{yi})^2$ 分别为部门 $i$ 中资产、负债持有量与理想规模的距离. 则部门 $i$ 的资产规模和负债规模约束

$$\min U_2 = w_x(s_{xi}-\bar{s}_{xi})^2 + w_y(s_{yi}-\bar{s}_{yi})^2 \qquad (2)$$

式中,$w_x$、$w_y$ 分别为资产规模、负债规模的权重系数. 式(2) 表明欲使资产、负债持有量达到理想的规模.

若 $\mathbf{x}_i$ 表示部门 $i$ 的资产 $m$ 维列向量,即 $\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{im})$. $\mathbf{y}_i$ 表示部门 $i$ 的负债 $m$ 维列向量,即 $\mathbf{y}_i^{\mathrm{T}}=(y_{i1},y_{i2},\cdots,y_{im})$;$Q$ 表示资产、负债价格的 $2m$ 维协方差矩阵. 则部门 $i$ 的投资风险

$$\min U_3 = w_2\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\ \mathbf{y}_i\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} Q\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\ \mathbf{y}_i\end{bmatrix} \qquad (3)$$

式中,$w_2$ 为投资风险的权重系数. 式(3) 表明欲使持有 $m$ 种金融工具的风险最小.

综合式(1) ～ (3),部门 $i$ 的金融网络模型可表示为

$$\begin{aligned}\max U_i(\mathbf{x}_i,\mathbf{y}_i,s_{xi},s_{yi}) = U_1 - U_2 - U_3 = &\\ w_1\sum_{j=1}^{m}r_j(x_{ij}-y_{ij}) - &\\ w_x(s_{xi}-\bar{s}_{xi})^2 - &\\ w_y(s_{yi}-\bar{s}_{yi})^2 - &\\ w_2\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\ \mathbf{y}_i\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} Q\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\ \mathbf{y}_i\end{bmatrix} & \qquad (4)\end{aligned}$$

$$\text{s.t}\ x_{ij}\geq 0,\ y_{ij}\geq 0\quad j=1,2,\cdots,m \qquad (5)$$

式中,$U_i(\mathbf{x}_i,\mathbf{y}_i,s_{xi},s_{yi})$ 为部门 $i$ 的效用函数,$i=1,2,\cdots,n$. 式(4)、(5) 表明,部门 $i$ 的金融网络选择资产 $\mathbf{x}_i$,负债 $\mathbf{y}_i$,投资规模 $s_{xi}$、$s_{yi}$ 为决策变量,而金融工具价格 $r_j$ 为外生变量,在完全竞争假设前提下,单个部门在短期内的投资行为可以看成是独立的,不会影响金融工具的价格和其它部门的投资决策行为. 式(4) 并不要求资产和负债的持有规模保持平衡,它是对部门 $i$ 持有的多种金融工具的系统优化,是 $m$ 种金融工具效用函数的极值问题.

## 2　多部门金融网络模型

多部门多种金融工具的系统优化,涉及网络系统收益效用最大和网络规模均衡问题. 前者与部门之间的收益转移、各部门收益的效用函数大小有关. 后者表现出各部门可使用的每一种金融工具的总量受网络系统资源规模的约束,从网络系统资源平衡的角度,金融工具的资产总量等于负债总量. 同时,金融工具的价格受到需求与供给大小的影响,与需求成正比,与供给成反比,在金融工具可以自由转让条件下,工具价格是非负的,也构成系统均衡的条件.

网络系统收益效用是各部门收益效用之和,其最大化,即

$$\max V_1 = \sum_{i=1}^{n}g_i\sum_{j=1}^{m}r_j(x_{ij}-y_{ij}) \qquad (6)$$

式中,$g_i$ 为部门 $i$ 收益的权重系数.

$n$ 个部门持有的第 $j$ 种金融工具的资产总量 $\sum_{i=1}^{n}x_{ij}$,负债总量 $\sum_{i=1}^{n}y_{ij}$,系统可提供的第 $j$ 种金融工具的资源约束 $M_j$,网络系统的规模约束为

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij}\leq M_j,\quad \sum_{i=1}^{n}y_{ij}\leq M_j$$

网络系统的规模约束,可化为二次型约束,即

$$\min V_2 = \sum_{j=1}^{m}\Big[g_x\Big(\sum_{i=1}^{n}x_{ij}-M_j\Big)^2 + g_y\Big(\sum_{i=1}^{n}y_{ij}-M_j\Big)^2\Big] \qquad (7)$$

式中,$g_x$、$g_y$ 分别为资产规模、负债规模的权重系数.

因各部门持有相同金融工具的风险是相等的,将不同部门的相同金融工具的风险统一考虑,网络系统的金融风险为

$$\min V_3 = g_Q\left(\sum_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\ \mathbf{y}_i\end{bmatrix}\right)^{\mathrm{T}} Q\left(\sum_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\ \mathbf{y}_i\end{bmatrix}\right) \qquad (8)$$

式(8) 中,$g_Q$ 是金融风险加权系数,$\sum_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\ \mathbf{y}_i\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 为 $n$ 个经济部门中所有金融工具的资产、负债之和. $Q$ 是 $2m$ 维协方差矩阵. 式(8) 表示 $n$ 个经济部门全部金融工具的风险最小.

综合式(6) ～ (8),多部门金融网络模型可表示为

$$\max V(\mathbf{x}_i,\mathbf{y}_i,r_j) = V_1 - V_2 - V_3 =$$

$$\sum_{i=1}^{n} g_i \sum_{j=1}^{m} r_j (x_{ij} - y_{ij}) - \sum_{j=1}^{m}\left[ g_x\left(\sum_{i=1}^{n} x_{ij} - M_j\right)^2 + g_y\left(\sum_{i=1}^{n} y_{ij} - M_j\right)^2\right] - g_Q \left(\sum_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}\mathrm{x}_i\\ y_i\end{bmatrix}\right)^{\mathrm{T}} \mathrm{Q} \left(\sum_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}\mathrm{x}_i\\ y_i\end{bmatrix}\right) \qquad (9)$$

$$\text{s.t} \quad r_j^* = \begin{cases} r_j, & \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{n} y_{ij} \\ 0, & \sum_{i=1}^{n} x_{ij} \neq \sum_{i=1}^{n} y_{ij} \end{cases} \qquad (10)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad y_{ij} \geq 0, r_j > 0$$
$$i = 1,2,\cdots,n \quad j = 1,2,\cdots,m \qquad (11)$$

式中: $V(\mathrm{x}_i, y_i, r_j)$ 为网络系统的效用函数; $r_j^*$ 为金融工具 $j$ 实现均衡时的价格. 式(10) 给出金融网络每种金融工具资产和负债实现均衡价格的条件,这一条件可解释为:如果 $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{n} y_{ij}$,即金融工具 $j$ 的供给与需求相等,则 $r_j$ 等于均衡价格 $r_j^*$;如果 $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \neq \sum_{i=1}^{n} y_{ij}$,则 $r_j$ 等于零,金融工具 $j$ 的收益为零,网络系统的效用函数不能达到最优.

式(9) ~ (11) 表明,多部门金融网络选择资产 $x_i$,负债 $y_i$,金融工具总量 $q_j$ 和金融工具价格 $r_j$ 为决策变量,在每种金融工具资产和负债规模均衡条件下,实现网络系统的优化.

## 3 金融网络模型的进化规划算法

本文应用进化规划求解上述金融网络模型,对式(1) ~ (3),主要计算步骤设计如下:

步骤 1 选择初始种群解,即

$$[x_k \quad y_k \quad s_k]$$

其中, $x_k = [x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{im}]$, $y_k = [y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{im}]$, $s_k = [s_{xi}, s_{yi}]$, $k = 1,2,\cdots,p$, $p$ 为种群规模. 置进化代数 $t = 0$.

步骤 2 给定各参数 $w_1$、$w_x$、$w_y$、$w_2$、$r = [r_1, r_2, \cdots, r_m]$ 的取值.

步骤 3 以初始种群解为父代种群解,分别计算

$$U_1、U_2、U_3.$$

步骤 4 计算父代种群解个体的适应度 $F(x_k\ y_k\ s_k)$. $F(x_k\ y_k\ s_k)$ 设计为

$$F(x_k\ y_k\ s_k) = U_1 - U_2 - U_3 + d_1 C_{ij} + d_2 D_{ij}$$

其中, $d_1$、$d_2$ 为比例系数, $C_{ij} = \begin{cases} 0, & x_{ij} \geq 0 \\ x_{ij}, & x_{ij} < 0 \end{cases}$, $D_{ij} = \begin{cases} 0, & y_{ij} \geq 0 \\ y_{ij}, & y_{ij} < 0 \end{cases}$,这是对资产和负债的非负约束.

步骤 5 给定进化代数 $T$ 或终止条件,对个体适应度 $F(x_k\ y_k\ s_k)$ 进行变异、选择操作,详见文献[12].

同上,可给出式(9) ~ (11) 的计算步骤,略.

## 4 实 例

考虑 2 部门 3 种金融工具的情况,即 $n = 2$, $m = 3$,取种群规模 $p = 5$,进化代数 $T = 800$,标准化后的协方差矩阵 Q 为

$$\mathrm{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0.15 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0.15 & 1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.4 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

因在同一金融市场环境下,金融工具在市场上的利率(或收益率) 走向趋同,其协方差矩阵元素可全取为正值. 对式(1) ~ (3),取 $\bar{s}_{xi} = 10$, $\bar{s}_{yi} = 8$, $r = [0.2, 0.3, 0.4]$,计算结果见表 1.

对式(9) ~ (11),取 $M = [15\ 12\ 13]$,计算结果如表 2.

**表 1 部门 $i$ 金融网络最优解**

Table 1 Optimal solution for sector $i$'s financial networks

| 仿真 | $w_1$ | $w_x$ | $w_y$ | $w_2$ | $x_{i1}$ | $x_{i2}$ | $x_{i3}$ | $y_{i1}$ | $y_{i2}$ | $y_{i3}$ | $s_{xi}$ | $s_{yi}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.5 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 5.042 9 | 1.700 4 | 0.368 9 | 0.042 9 | 2.700 4 | 2.368 9 | 7.112 3 | 5.112 3 |
| 2 | 0.5 | 0.05 | 0.05 | 0.1 | 5.088 1 | 0.900 9 | 0.374 1 | 0.088 1 | 1.900 9 | 2.374 1 | 6.363 1 | 4.363 1 |
| 3 | 0.5 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 5.156 4 | 1.378 5 | 0.414 1 | 0.156 4 | 2.378 5 | 2.414 1 | 6.949 0 | 4.949 0 |

**表 2　多部门金融网络最优解**

Table 2 Optimal solution for multiple sectors' financial networks

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 仿真 1 | $g=[0.1\ 0.1]$　$g_x=0.2$　$g_y=0.2$　$g_Q=0.05$ | | | | | | | | | |
| | $x_{ij}$: | 8.960 1 | 4.809 1 | 1.049 5 | 5.521 7 | 6.945 3 | 4.468 6 | $q_x$: | 14.481 7 | 11.754 5 | 5.518 1 |
| | $y_{ij}$: | 3.960 1 | 0.809 1 | 5.049 5 | 10.521 7 | 10.945 3 | 0.468 6 | $q_y$: | 14.481 7 | 11.754 5 | 5.518 1 |
| | $r^*$: | 0.340 7 | 0.036 1 | 0.405 8 | | | | | | | |
| 仿真 2 | $g=[0.1\ 0.1]$　$g_x=0.1$　$g_y=0.1$　$g_Q=0.05$ | | | | | | | | | |
| | $x_{ij}$: | 10.323 8 | 5.245 7 | 0.187 3 | 3.844 0 | 5.880 1 | 4.300 5 | $q_x$: | 14.167 8 | 11.125 9 | 4.487 9 |
| | $y_{ij}$: | 5.323 8 | 1.245 7 | 4.187 3 | 8.844 0 | 9.880 1 | 0.300 5 | $q_y$: | 14.167 8 | 11.125 9 | 4.487 9 |
| | $r^*$: | 0.056 9 | 0.064 1 | 0.339 0 | | | | | | | |
| 仿真 3 | $g=[0.15\ 0.15]$　$g_x=0.2$　$g_y=0.2$　$g_Q=0.05$ | | | | | | | | | |
| | $x_{ij}$: | 10.003 4 | 6.798 9 | 2.678 8 | 3.644 6 | 5.437 4 | 4.498 4 | $q_x$: | 13.647 9 | 12.236 3 | 7.177 1 |
| | $y_{ij}$: | 5.003 4 | 2.798 9 | 6.678 8 | 8.644 6 | 9.437 4 | 0.498 4 | $q_y$: | 13.647 9 | 12.236 3 | 7.177 1 |
| | $r^*$: | 0.207 9 | 0.377 7 | 0.092 9 | | | | | | | |

## 5　结论与分析

本文构造了单个部门和多部门金融网络模型. 单个部门金融网络模型可看作是多部门模型的子模型,它以金融工具价格为外生变量,在自有资源约束下,从风险与收益均衡角度,选择金融投资工具和确定投资规模. 多部门金融网络模型从网络系统角度,在资源总量一定和系统内各金融工具的资产与负债规模相等条件下,分析投资收益、投资风险及价格之间的均衡关系,以实现系统资源的最优分配. 案例给出了不同风险、收益和目标组合规模权重下网络均衡的最优解,结论如下:

1) 改变组合规模权重,会影响均衡规模与目标规模之间的偏差大小. 由表 1 结果有,将规模权重系数 $w=[0.1\ 0.1]$ 降低为 $w=[0.05\ 0.05]$ 时,均衡规模由 $s=[7.112\ 3\quad 5.112\ 3]$ 变为 $s=[6.363\ 1\quad 4.363\ 1]$;由表 2 结果有,将 $g_{xy}=[0.2\ 0.2]$ 降低为 $g_{xy}=[0.1\ 0.1]$ 时,均衡规模由 $q_x=q_y=[14.481\ 7\quad 11.754\ 5\quad 5.518\ 1]$ 变为 $q_x=q_y=[14.167\ 8\quad 11.125\ 9\quad 4.487\ 9]$. 随着规模权重系数减小,均衡规模与目标规模之间的偏差加大.

2) 改变风险权重,会影响均衡规模的大小. 由表 1 结果有,将风险权重系数 $w_2=0.1$ 降低为 $w_2=0.05$ 时,均衡规模由 $s=[6.363\ 1\quad 4.363\ 1]$ 变为 $s=[6.949\ 0\quad 4.949\ 0]$,随着风险权重减小,均衡资产和负债的持有量增加,即均衡规模变大.

3) 改变收益权重,对均衡规模无显著影响. 由表 2 结果有,将收益权重系数 $g=[0.1\quad 0.1]$ 增加到 $g=[0.15\quad 0.15]$ 时,均衡规模由 $q_x=q_y=[14.481\ 7\quad 11.754\ 5\quad 5.518\ 1]$ 变为 $q_x=q_y=[13.647\ 9\quad 12.236\ 3\quad 7.177\ 1]$,均衡资产和负债的持有量无方向性变化. 因为从金融网络的角度看,投资收益在部门之间相互转移,网络系统的净收益为零,所以收益权重对系统的净收益无显著影响. 但当各部门的收益效用函数存在较大差异时,将对资源在各部门之间的分配比例产生影响.

## 参 考 文 献:

[1] Quesnay F. Tablean Economique, Reproduced in Facsimile with an Introduction by H[M]. Higgs by the British Economic Society, 1958.

[2] Thore S. Credit networks[J]. Economica, 1969, 36(1): 42—57.

[3] Storoy S, Thore S, Boyer M. Equilibrium in Iincar capital market networks[J]. The Journal of Finance, 1975, 30(4): 1197—1211.

[4] Martel J M, Khoury N T, Bergeron M. An application of a multicriteria approach to portfolio comparisons[J]. Journal of Operations Research Society, 1988, 39(6): 617—628.

[5] Nagurney A, Dong J, Hughes M. Formulation and computation of general financial equilibrium[J]. Optimization, 1992, 26(3): 339—354.

[6] Nagurney A, Hughes M. Financial flow of funds networks[J]. Networks, 1992, 22(1): 145—162.

[7] Nagurney A, Dong J. General financial equilibrium modeling with policy interventions and transaction costs[J]. Computational Economics, 1996, 9(1): 3—17.

[8] Dong J, Zhang D, Nagurney A. Aprojected dynamical systems model of general financial equilibrium with stability analysis[J]. Mathematical and Computer Modeling, 1996, 5(1): 35—44.

[9] 吴冲锋, 王承炜, 吴文锋. 交易量和交易量驱动的股价动力学分析方法[J]. 管理科学学报, 2002, 5(1): 1—7.
Wu Chongfeng, Wang Chengwei, Wu Wenfeng. Trading volume and dynamic analytic method based on volume driving prices[J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5(1): 1—7. (in Chinese)

[10] Nagnrney A, Siokos S. Financial Networks: Statics and Dynamics[M]. Heidelbcrg, Germany: Springer-Verlag, 1997.

[11] Nagnrney A, Dong J. Financial networks and optimally-sized portfolios[J]. Computational Economics, 2001, 17(1): 5—27.

[12] 周 明, 孙树林. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. 172—174.
Zhou Ming, Shun Suling. Genetic Algorithms: Theory and Applications[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1999. 172—174. (in Chinese)

## Research on investment portfolio risk and optimization scale under financial networks

*ZHUANG Xin-tian, HUANG Xiao-yuan*
School of Business Administration, Northeasten University, Shenyang 110004, China

**Abstract:** From the angle of mutual joining network in the capital market, we discuss the problem of financial asset portfolio optimization and balance scale. Under the conditions of non-balance of financial assets and liabilities, we give the control models of investment scale and risks for the single department. From financial network and analyze the balance problem of financial instrument between the many department and establish the models describing the balance scale and price of system. Under the function of different investment effectiveness, the best optimization solution is found to the single and many department models.

**Key words:** financial network; financial instrument; network optimization; balance scale; risk control