单周期产品需求不确定性对供应链合作的影响①

华中生，孙毅彪，李四杰
(中国科学技术大学管理科学系，合肥 230026)

摘要：合作是提高供应链竞争力的途径，也是增强供应链企业抵御经营风险的重要手段. 研究了由一个生产商和一个零售商组成的两层供应链. 用变异系数(需求的均方差与其均值之比)描述单周期产品市场需求的不确定性. 研究发现在一定的市场需求不确定性条件下，生产商与零售商才存在合作博弈均衡；通过市场需求不确定性的变化对合作均衡与合作效果影响的数值分析，及其与非合作情形的对比，结果说明在给定的零售价格水平下，合作具有改善供应链企业应对市场需求不确定性变化和规避经营风险的能力.

关键词：供应链；单周期产品；需求不确定；合作博弈
中图分类号：F274　　文献标识码：A　　文章编号：1007 - 9807(2004)05 - 0040 - 09

0　引　言

单周期产品(或报童问题类产品)指只有一次订货机会和一个销售周期(期末未售出产品须降价处理或退回给供应商)的产品[1]，这类产品具有较强的时效性、需求波动比较大的特点. 由于这类产品的生产经营风险较大，市场需求的不确定性对其经营决策有较大的影响，所以生产商和零售商之间的采购承诺和契约是风险分摊和共同盈利的有效方式[2]. 单周期产品的两级供应链问题目前已有大量的研究[3～12]，这些研究都与需求的不确定性有关，但总体上已有的研究侧重于不合作情况下一定的需求不确定性对生产商或零售商决策的影响[4～6]，以及为了应对需求的不确定性的生产/订购策略设计方面[7,8]，而对于合作情形下的供应链行为研究较少见. 文献[9]研究了一个生产商多个零售商在纵向一体化和非一体化情形(零售商可以有不同的定价策略)下的两级供应链各自的最优决策问题；文献[10,11]在假设商品批发价格和零售价格固定不变，且生产商不回购未销售的商品的条件下，研究了单阶段产品的供应渠道中生产商和零售商的冲突、协调问题，以及减少市场需求的不确定性对供应渠道的影响；文献[12]考虑了商品批发价格、零售价格和回购价格中的一个或多个为决策变量的情形，从非合作博弈的角度分析了市场需求的不确定性对供应链行为与效率的影响.

本文从生产商和零售商合作博弈的角度，研究单周期产品市场需求的不确定性对由一个生产商和一个零售商组成的两层供应链合作行为与结果的影响，并通过与文献[12]中非合作情形的对比，分析总结供应链合作的前提条件及其对于供应链企业应对市场需求不确定性变化的作用.

1　两级供应链合作问题与合作条件

1.1　符号约定及问题的提出

考虑一条由一个生产商和一个零售商组成的两层供应链，生产、销售一种单周期产品. 假定产品的市场需求量 D 为服从均匀分布 $U[a, b]$ 的、均值为 μ、标准差为 σ 的随机变量，记市场需求 D 的概率分布函数为 $F(x)$，密度函数为 $f(x)$. 生产

① 收稿日期：2003 - 06 - 03；修订日期：2004 - 02 - 09.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(70172041)；安徽省自然科学基金资助项目(03042308).
作者简介：华中生(1965 —)，男，安徽潜山人，博士，教授，博士生导师.

商的单位生产成本为 m，生产商批发给零售商的单位批发价格为 w. 零售商期初从生产商处订购的数量为 Q，然后以单位价格 p 销售. 为使不同情形下的市场需求不确定性具有可比性，引入需求的变异系数 c_D.

定义 1　若需求 D 是均值为 μ、标准差为 σ 的随机变量，则其变异系数 c_D 定义为

$$c_D = \frac{\sigma}{\mu} \tag{1}$$

当 $Q > D$，零售商要在市场上低价处理这些期末存货，处理的单位价格为 s；当 $Q < D$ 时，零售商因不能满足顾客的需求而承担信誉损失，假定这种损失与未满足的量呈线性关系，即单位未满足需求的损失为 t. 记 θ_m、θ_r 分别为生产商和零售商合作时的收益，Θ_m、Θ_r 分别为生产商和零售商合作时的期望收益，w^*、Q^*、Θ_m^*、Θ_r^* 分别表示合作情形下的最优批发价格、最优订购量以及生产商和零售商的最大期望收益. 不失一般性，可以假设 $p \geq w \geq m \geq s$.

显然，上述单周期产品的两层供应链合作过程中需要确定一个均衡解 (w^*, Q^*)，以实现最大的期望合作收益. 然而面对市场需求不确定性的变化，生产商和零售商能否始终稳定地合作，是本文首先要研究的问题.

1.2　合作博弈模型

根据上述的问题描述，生产商和零售商的收益分别为

$$\theta_m = (w - m)Q \tag{2}$$

$$\theta_r = (p + t - s)\min(D, Q) + (s - w)Q - tD \tag{3}$$

收益的期望分别为

$$\Theta_m = E(\theta_m) = (w - m)Q \tag{4}$$

$$\Theta_r = E(\theta_r) = (p + t - s)\left(\int_{\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x + \int^{\infty} Q f(x)\,\mathrm{d}x\right) + (s - w)Q - t\mu \tag{5}$$

随机变量 $D \approx U[\alpha, b]$ 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b - \alpha} & \text{if } x \in [\alpha, b] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

其分布函数为

$$F(x) = \int_{\infty} f(y)\,\mathrm{d}y =$$

$$\int_{\alpha} f(y)\,\mathrm{d}y = \begin{cases} 0 & x \in (-\infty, \alpha) \\ \dfrac{x - \alpha}{b - \alpha} & x \in [\alpha, b] \\ 1 & x \in (b, +\infty) \end{cases} \tag{7}$$

由均匀分布的性质，有

$$\alpha = \mu - \sqrt{3}\sigma,\ b = \mu + \sqrt{3}\sigma \tag{8}$$

$$F^{-1}(x) = \mu - \sqrt{3}\sigma + 2\sqrt{3}\sigma x \tag{9}$$

按期望收益乘积最大化考虑生产商和零售商的合作博弈问题. 若假定市场需求 D 不受零售商价格 p 的影响(如完全竞争的市场结构)，则合作博弈模型为

$$\operatorname*{Max}_{(w,Q)} \Theta_m \Theta_r \tag{10}$$

式(10) 模型合作均衡存在的一阶条件和二阶条件分别为

一阶条件

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w} = 0 \\ \dfrac{\partial(\Theta_m\Theta_r)}{\partial Q} = 0 \end{cases} \tag{11}$$

二阶条件

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w^2} & \dfrac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w \partial Q} \\ \dfrac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial Q \partial w} & \dfrac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial Q^2} \end{bmatrix} \text{负定} \tag{12}$$

由式(11) 解得

$$Q^* = F^{-1}\left(\frac{p + t - m}{p + t - s}\right) = \mu + \frac{\sqrt{3}\sigma(p + t + s - 2m)}{p + t - s} \tag{13}$$

$$w^* = \frac{(p + m)(p + t - s)\mu + \sqrt{3}\sigma[m(p + t - 3m) + s(p + t + m)]}{2(p + t - s)\mu + 2\sqrt{3}\sigma(p + t + s - 2m)} \tag{14}$$

式(12) 等价于

$$\frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w^2} \cdot \frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial Q^2} - \frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w \partial Q} \cdot \frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial Q \partial w} > 0$$

且

$$\frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w^2} < 0 \tag{15}$$

根据式(4) 和(5)，有

$$\frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w^2} = -2Q^2 < 0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w^2}\cdot\frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial Q^2} - \frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial w\partial Q}\cdot\frac{\partial^2(\Theta_m\Theta_r)}{\partial Q\partial w} = M[(p+t-s)(p-m)\mu - \sqrt{3}\sigma(p+t-m)(m-s)] > 0 \tag{17}$$

其中

$$M = \frac{[(p+t-s)\mu+\sqrt{3}\sigma(p+t+s-2m)]^2}{2\sqrt{3}\sigma(p+t-s)^2}$$ 恒为正.

由于 $Q > 0$,式(16) 恒成立,所以二阶条件式(12) 要求

$$(p+t-s)(p-m)\mu - \sqrt{3}\sigma(p+t-m)(m-s) > 0 \tag{18}$$

对式(18) 进行整理,得

$$c_D < \frac{(p+t-s)(p-m)}{\sqrt{3}(p+t-m)(m-s)} \tag{19}$$

即当 $c_D > \frac{(p+t-s)(p-m)}{\sqrt{3}(p+t-m)(m-s)}$ 时,生产商和零售商合作博弈不存在均衡解,双方不会有长期且稳定的合作关系,博弈双方也不存在选择最优策略的问题.

总结上述分析过程得到下述定理.

定理 1 在式(10) 描述的合作博弈模型中,若市场需求量 D 为服从均匀分布 $U[a,b]$ 的随机变量,则当且仅当其变异系数 $c_D < \frac{(p+t-s)(p-m)}{\sqrt{3}(p+t-m)(m-s)}$ 时,生产商和零售商存在由式(13) 和(14) 确定的稳定的最优均衡策略(w^*, Q^*). 此时,生产商和零售商的期望收益为

$$\Theta_m^* = \Theta_r^* = \frac{1}{2}\left[(p-m)\mu - \frac{\sqrt{3}\sigma(p+t-m)(m-s)}{p+t-s}\right] \tag{20}$$

定理 1 说明,零售价格比批发价格高得越多,能稳定合作的变异系数的范围越大. 对于产品的市场需求量 D 服从正态分布的情形,有与定理 1 类似的结果.

推论 1 在式(10) 描述的合作博弈模型中,若市场需求量 D 为服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机变量,则当且仅当其变异系数 $c_D < \frac{\sqrt{2\pi}(p-m)}{p+t-s}e^{c^2}$ (其中 $c = \mathrm{erf}\left[0,\frac{p+t+s-2m}{p+t-s}\right]$, $\mathrm{erf}[0,x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-z^2}dz$) 时,生产商和零售商才会存在稳定的最优均衡策略,使供应链的期望总收益最大(证明见附录 A).

定理 2 在式(10) 描述的合作博弈模型中,当生产商和零售商存在最优均衡策略时,其最优订购量等于供应链纵向整合时的最优订购量,对应的供应链期望总收益等于供应链纵向整合的最优期望收益(证明见附录 B).

需要说明的是,尽管生产商和零售商合作博弈均衡时最优订购量和供应链期望总收益分别等于供应链纵向整合时的最优订购量和期望收益,但式(10) 所描述的合作博弈与供应链纵向整合有本质的不同,因为是两种不同的供应链结构. 式(10) 所描述的合作博弈与供应链纵向整合的区别表现在三方面:前一种结构是一个两层级的供应链,生产商和零售商是相互独立的实体,通过双方的努力和协作有稳定的合作关系,而后一种结构供应链是单层的,生产商和零售商作为一个共同的实体进行决策;两种结构下的决策变量也不相同,合作博弈时的决策变量为批发价格和订购量,而纵向整合时的决策变量只有订购量(即生产商和零售商组成的共同实体的生产量);而且供应链的收益函数也不相同,合作博弈时,生产商和零售商各自考虑自己的收益,供应链的期望收益包括生产商和零售商的期望收益,而纵向整合时供应链只有一个期望收益函数. 定理 2 的结论是由生产商和零售商的谈判规则(双方都认同的合作博弈模型) 决定的.

2 需求不确定性对供应链合作效果的影响

2.1 供应链合作效果的表示方法

在满足定理 1 的条件下,生产商和零售商能够稳定地合作,但是这种合作仍然受不确定性程度大小的影响. 为了能够与非合作情形比较,用 w^*_{non}、Q^*_{non}、$\Theta^*_{m,non}$、$\Theta^*_{r,non}$ 分别表示非合作情形下的最优批发价格、最优订购量以及生产商和零售商的最大

期望收益. 由文献[12], 生产商和零售商非合作博弈的均衡解为

$$w^*_{non} = (p + t + m)/2 + (p + t - s) \cdot [\mu/(\sqrt{3}\sigma) - 1]/4 \tag{21}$$

$$Q^*_{non} = [\mu + \sqrt{3}\sigma(p + t + s - 2m)]/(p + t - s)]/2 \tag{22}$$

$$\Theta^*_{m,non} = \frac{1}{8}\Big[2(p + t - 2m) + (p + t - s) \cdot \Big(\frac{\mu}{\sqrt{3}\sigma} - 1\Big)\Big]\Big[\mu + \frac{\sqrt{3}\sigma(p + t + s - 2m)}{p + t - s}\Big] \tag{23}$$

$$\Theta^*_{r,non} = \frac{1}{4\sqrt{3}\sigma}(p + t - s)\Big[-(\mu - \sqrt{3}\sigma)^2 + \frac{1}{4}\Big(\mu + \frac{\sqrt{3}\sigma(p + t + s - 2m)}{p + t - s}\Big)^2\Big] + t\mu \tag{24}$$

本文采用供应链的期望收益、供应链效率[12]和供应链企业对合作的贡献率来描述供应链合作效果, 并分析需求不确定性对它们的影响.

定义 2　供应链效率 E_f 定义为

$$E_f = \frac{\Theta_m + \Theta_r}{\Theta_c} \tag{25}$$

由定义 2 知, 非合作情况下的供应链效率 $E_{f,non}$ 为

$$E_{f,non} = \frac{\Theta_{m,non} + \Theta_{r,non}}{\Theta_c} \tag{26}$$

供应链成员通过合作也许可以提高供应链的总收益和供应链效率, 然而和非合作情形生产商和零售商各自的期望收益比较, 合作并不一定会使生产商和零售商的收益都提高或按固定的比例提高, 甚至会损失一方的收益而增加另一方的收益. 所以, 为了实现生产商和零售商的合作, 就需要衡量它们对合作的贡献并按其贡献分配合作的收益. 本文借用联盟博弈中的 Shapley 值 ϕ 来定义生产商和零售商对供应链合作的贡献率, 并分析需求不确定性及其变化对合作贡献率的影响.

考虑联盟博弈 $\langle N, v\rangle$, 其中, N = {生产商, 零售商} = $\{m, r\}$ 为局中人集合, v 为定义在 2^N 上的特征函数, 生产商和零售商基于期望收益乘积最大化的合作是联盟的状态.

定义 3　生产商和零售商在合作中的贡献率分别定义为

$$l_m = \frac{\phi_m[v]}{\phi_m[v] + \phi_r[v]} \tag{27}$$

$$l_r = \frac{\phi_r[v]}{\phi_m[v] + \phi_r[v]} \tag{28}$$

其中, 对于 $\forall i \in N$

$$\phi_i[v] = \sum_{T \subseteq N, i \in T} \frac{(|T| - 1)!(n - |T|)!}{n!} \cdot [v(T) - v(T \setminus \{i\})] \tag{29}$$

$|T|$ 表示 T 中元素的个数, $n = |N|$; $v(\varnothing) = 0$, $v(\{m\}) = \Theta_{m,non}$, $v(\{r\}) = \Theta_{r,non}$, $v(\{m, r\}) = v(N) = \Theta_m + \Theta_r$.

2.2　一定零售价格水平下需求不确定性对供应链合作效果的影响

由定理 1 知, 当 c_D 满足式(19) 时, 生产商和零售商存在合作博弈的最优均衡解, 即式(13) 和(14) 所确定的最优决策, 生产商和零售商的最优期望收益由式(20) 表示. 下面的分析均以生产商和零售商存在合作为前提条件.

当市场需求 D 的均值 μ 在合作博弈模型中为一常量时, 由式(1), 可以用市场需求的均方差 σ 代替 c_D 来分析市场需求的不确定性对供应链合作决策及效果的影响.

由式(13), 得

$$\frac{\partial w^*}{\partial \sigma} = -\frac{\sqrt{3}[(p - m)^2 + t(p - s)](p + t - s)\mu}{2[(p + t - s)\mu + \sqrt{3}\sigma(p + t + s - 2m)]^2} < 0 \tag{30}$$

因此, 最优批发价格 w^* 随着市场需求不确定性 σ 的单调增加而单调减小.

由式(14) 得

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \sigma} = \frac{\sqrt{3}(p + t + s - 2m)}{p + t - s} \tag{31}$$

式(31) 的值依赖于 p、t、m 和 s 的取值, 可能为负, 可能为正, 也可能为零. 即市场需求不确定性对最优批发价格影响依赖于产品的生产成本、批发价格、处理价格以及机会损失成本.

由式(20), 得

$$\frac{\partial \Theta^*_m}{\partial \sigma} = \frac{\partial \Theta^*_r}{\partial \sigma} = -\frac{\sqrt{3}(p + t - m)(m - s)}{2(p + t - s)} < 0 \tag{32}$$

式(32) 表明合作情形下生产商和零售商最

优的期望收益 Θ_m^* 和 Θ_r^* 都随着市场需求不确定性 σ 的单调增加而单调减小. 因此,合作情形下供应链总的期望收益 $\Theta_m^* + \Theta_r^*$ 也随着市场需求不确定性 σ 的单调增加而单调减小.

由定理2可知,合作情形下供应链的效率 E_f 恒等于1,即市场需求不确定性 σ 对合作情形下供应链的效率不产生影响.

2.3 不同零售价格水平下需求不确定性对供应链合作效果的影响

前面分析了在产品的市场零售价格确定时市场需求的不确定性对供应链合作决策以及期望收益的影响,但是市场中的产品零售价格可能会发生波动,产品的零售价格的波动也会对供应链的决策及合作效果产生影响.

当 σ 一定时,由式(13)和(14)得 $\partial w^*/\partial p > 0$, $\partial Q^*/\partial p > 0$,即当 p 增大时, w^* 和 Q^* 增大. 由式(20),当 $c_D \leq \frac{(p+t-s)^2}{\sqrt{3}(m-s)^2}$ 时, $\partial\Theta_m^*/\partial p = \partial\Theta_r^*/\partial p \leq 0$,当 $c_D > \frac{(p+t-s)^2}{\sqrt{3}(m-s)^2}$ 时, $\partial\Theta_m^*/\partial p = \partial\Theta_r^*/\partial p > 0$,因为 $\frac{(p+t-s)^2}{\sqrt{3}(m-s)^2} > \frac{(p+t-s)(p-m)}{\sqrt{3}(p+t-m)(m-s)}$,因此,当生产商和零售商合作时必有 $\partial\Theta_m^*/\partial p = \partial\Theta_r^*/\partial p < 0$,即当 p 增大时, Θ_m^* 和 Θ_r^* 均增大.

在不同的市场零售价格水平下,市场需求不确定性对供应链合作决策及合作效果的影响也会不同. 由式(31)和(32)得

$$\frac{\partial^2 Q^*}{\partial\sigma\partial p} = \frac{2\sqrt{3}(m-s)}{p+t-s} > 0 \tag{33}$$

$$\frac{\partial^2 \Theta_m^*}{\partial\sigma\partial p} = \frac{\partial^2 \Theta_r^*}{\partial\sigma\partial p} = -\frac{\sqrt{3}(m-s)^2}{2(p+t-s)^2} < 0 \tag{34}$$

由式(31)和(33),当 $\partial Q^*/\partial\sigma > 0$ 时,产品的市场零售价格水平越高,市场需求不确定性 σ 对最优订购量 Q^* 的影响越大;当 $\partial Q^*/\partial\sigma < 0$ 时,产品的市场零售价格水平越低,市场需求不确定性 σ 对最优订购量 Q^* 的影响越大($\partial Q^*/\partial\sigma$ 变化的速率越大). 由式(34),产品的市场零售价格水平越高,市场需求不确定性 σ 对最优订购量 Q^* 的影响越大,对生产商和零售商最优的期望收益 Θ_m^* 和 Θ_r^* 的影响越小,对总的期望收益 $\Theta_m^* + \Theta_r^*$ 的影响也越小.

3 数值分析

3.1 一定零售价格水平下需求不确定性对供应链合作效果的影响

假设某种单周期商品单位制造成本 $m = 1$,令 $t = 0$, $s = 0$, $p = 1.5$, $\mu = 100$. 根据定理1,当 $c_D < 0.866$ 时,生产商和零售商的合作博弈存在均衡解. 令 $c_D \in [0.15, 0.55]$,对应地计算比较 σ 分别为15、25、35、40、45、50、55情形,数值计算结果如表1所示.

表1中,在生产商和零售商非合作情形下,当 $w_{non}^* > p$ 时,对供应链来说是不可行决策,因此,此时 $w_{non}^* = p = 1.500$(对应表1中的黑体部分)[12];合作博弈则不会出现这种情形. 为了合作与非合作对比的方便,以下分析中不考虑 $w_{non}^* > p$ 情形.

比较表1中合作和非合作两种情形下的数值计算结果,不难看出,在相同的需求不确定性和相同的零售价格水平下,生产商和零售商在合作情况下批发价格($w^* > w_{non}^*$)、订购量($Q^* > Q_{non}^*$)、供应链的期望总收益($\Theta_m^* + \Theta_r^* > \Theta_{m,non}^* + \Theta_{r,non}^*$)和供应链效率($E_f^* > E_{f,non}^*$,由定理2,合作时供应链效率恒为1)都比非合作情形对应的值高.

表1中合作情况下,生产商、零售商和供应链期望总收益随着市场需求不确定性的增加而单调下降. 而非合作情形则有所不同,生产商和供应链的期望总收益随着市场需求不确定性的增加而单调下降,但零售商的收益存在一个最大点,即 $\partial\Theta_{r,non}^*/\partial\sigma = 0$ 的点 $\bar{\sigma}$(表1中, $p = 1.5$ 时,对应 $\bar{\sigma} = 50$), $\sigma < \bar{\sigma}$ 时,零售商的期望收益逐渐增大, $\sigma > \bar{\sigma}$ 时,零售商的期望收益逐渐减小.

从表1中还可以看出,随着市场需求不确定性的增加,最优批发价格、订购量和供应链期望总收益均下降,但下降的幅度总是非合作时明显比合作时大. 这说明生产商和零售商合作时市场需求不确定性的变化对供应链行为与收益的影响小. 换言之,合作有助于供应链抵御市场经营风险(根据文献[13,14],风险可定义为特定主体在特定期间内,由于内部因素和外部因素的变动性和复杂性,使特定主体

可能发生的利益损失的变动).

3.2　不同零售价格水平下需求不确定性对供应链合作效果的影响

为了分析不同市场零售价格水平下市场需求的不确定性对供应链合作决策以及期望收益的影响,本文对 p 分别为 2.0 和 3.0 的情形进行了与 $p = 1.5$ 类似的计算,结果在表 1 中.

表 1　生产商和零售商合作情形和非合作情形下的最优解 $(m = 1, s = 0, t = 0, \mu = 100)$

Table 1 Optimal solutions of cooperative and non-cooperative situations when $(m = 1, s = 0, t = 0, \mu = 100)$

c_D	w^*_{non}	w^*	Q^*_{non}	Q^*	$\Theta^*_{m,non}$	$\Theta^*_{r,non}$	$\Theta^*_{m,non} + \Theta^*_{r,non}$	$\Theta^*_m = \Theta^*_r$	$\Theta^*_m + \Theta^*_r$	$E^*_{f,non}$	l_m	l_r
$p = 1.5$												
0.15	**1.500**	1.226	74.02	91.34	37.00	0.00	37.01	20.67	41.34	0.90	0.95	0.05
0.25	**1.500**	1.208	56.70	85.57	28.35	0.00	28.35	17.78	35.57	0.80	0.90	0.10
0.35	1.494	1.187	39.90	79.79	19.69	0.25	19.95	14.90	29.79	0.67	0.83	0.17
0.40	1.416	1.175	38.45	76.91	16.01	2.90	18.91	13.45	26.91	0.70	0.74	0.26
0.45	1.356	1.162	37.01	74.02	13.18	4.25	17.43	12.01	24.02	0.73	0.69	0.31
0.50	1.308	1.149	35.57	71.13	10.95	**4.70**	15.66	10.57	21.13	0.74	0.65	0.35
0.55	1.269	1.134	34.12	68.25	9.17	4.50	13.66	9.12	18.25	0.75	0.63	0.37
$p = 2.0$												
0.15	**2.000**	1.435	74.02	100.00	74.02	0.00	74.02	43.50	87.01	0.85	0.93	0.07
0.25	**2.000**	1.392	56.70	100.00	56.70	0.00	56.70	39.17	78.35	0.72	0.86	0.14
0.35	1.825	1.349	50.00	100.00	41.24	7.83	49.07	34.84	69.69	0.70	0.74	0.26
0.40	1.722	1.327	50.00	100.00	36.08	11.23	47.31	32.68	65.36	0.72	0.69	0.31
0.45	1.642	1.305	50.00	100.00	32.08	12.92	44.99	30.51	61.03	0.74	0.66	0.34
0.50	1.577	1.284	50.00	100.00	28.87	**13.40**	42.26	28.35	56.70	0.75	0.64	0.36
0.55	1.525	1.262	50.00	100.00	26.24	13.01	39.26	26.18	52.37	0.75	0.63	0.37
$p = 3.0$												
0.15	**3.000**	1.841	74.02	108.66	148.04	0.00	148.04	91.34	182.68	0.81	0.91	0.09
0.25	2.982	1.748	57.22	114.43	113.41	1.02	114.43	85.57	171.13	0.67	0.83	0.17
0.35	2.487	1.664	60.10	120.21	89.38	25.51	114.89	79.79	159.59	0.72	0.70	0.30
0.40	2.333	1.625	61.55	123.09	82.01	30.79	112.80	76.91	153.81	0.73	0.67	0.33
0.45	2.212	1.588	62.99	125.98	76.36	33.50	109.86	74.02	148.04	0.74	0.64	0.36
0.50	2.116	1.552	64.43	128.87	71.91	**34.40**	106.31	71.13	142.27	0.75	0.63	0.37
0.55	2.037	1.518	65.88	131.75	68.33	33.99	102.33	68.25	136.49	0.75	0.63	0.37

从表 1 中不同市场零售价格水平的结果看, p 取 2.0 和 3.0 时不确定性对供应链合作决策以及期望收益影响的规律总体上与 $p = 1.5$ 类似,但也有一些值得注意的差别. 比较表 1 中 p 分别为 1.5、2.0 和 3.0 的价格水平下的最优批发价格 w^*,可以看出,价格水平越高, w^* 下降的速度越快,也就是说产品的市场零售价格水平越高,市场需求的不确定性的变化对最优批发价格 w^* 的影响越大.

由式(31), $p = 1.5$ 时, $\partial Q^* / \partial \sigma = -\sqrt{3}/3$; $p = 2.0$ 时, $\partial Q^* / \partial \sigma = 0$; $p = 3.0$ 时, $\partial Q^* / \partial \sigma = \sqrt{3}/3$, 因此,表 1 中, $p = 1.5$ 时, Q^* 随着 c_D 的增加而线性下降; $p = 2.0$ 时, Q^* 随着 c_D 的增加而不变,即和市场需求的不确定性无关; $p = 3.0$ 时, Q^* 随着 c_D 的增加而线性增加,且 $p = 1.5$ 和 $p = 3.0$ 时 Q^* 的曲线关于 $p = 2.0$ 的 Q^* 的曲线对称. 且由式(33),当 $p > 2.0$ 时, p 越大市场需求不确定性 σ 对最优订购量 Q^* 的影响程度越大;当 $p < 2.0$ 时, p 越小市场需求不确定性 σ 对最优订购量 Q^* 的影响程度越大;当 $p = 2.0$ 时,最优订购量 Q^* 不受市场需求不确定性 σ 的影响.

产品的市场零售价格水平越高,市场需求不确定性的变化对生产商和零售商的期望收益以及

总的期望收益影响越小. 表1中, c_D 从0.35增加到0.55, $p = 1.5$、2.0和3.0时,生产商和零售商的期望总收益变化率(对应的零售价格下, c_D 从0.35增加到0.55导致的期望总收益的下降幅度与 $c_D = 0.35$ 时供应链期望总收益之比) 分别是38.74 %、24.85 %和14.47 %.

生产商和零售商合作情形下的供应链效率恒定为1,而非合作情形下,产品的市场零售价格水平越高,供应链效率改变的幅度越小. 由表1,当 c_D 由0.35增加到0.55时,在 $p = 1.5$ 时供应链效率改变幅度为0.08;在 $p = 2.0$ 时供应链效率改变幅度为0.05;在 $p = 3.0$ 时供应链效率改变幅度为0.03. 也就是说,市场价格水平越高,需求不确定性的变化对供应链效率的影响越小.

不同的市场零售价格水平下,需求不确定性的变化对供应链企业的合作贡献率的影响也不同. 根据表1,随着需求不确定性的增加,生产商的合作贡献率单调下降,而零售商的合作贡献率单调同步上升,当 c_D 由0.35增加到0.55时,在 $p = 1.5$、2.0、3.0时合作贡献率的改变幅度分别为0.20、0.11、0.07,也就是说,市场价格水平越高,需求不确定性的变化对生产商和零售商的合作贡献率的影响越小.

4 结 论

本文在市场需求服从均匀分布的假定下,研究了市场需求不确定性对由一个生产商和一个零售商组成的两层供应链合作行为与效果的影响. 研究发现,在一定的市场需求不确定性条件下,生产商与零售商才能稳定地进行合作,这一结论在市场需求服从正态分布和均匀分布时均成立;通过需求不确定性的变化对合作均衡与合作效果影响的数值分析及其与非合作情形的对比,说明了合作具有改善供应链企业应对市场需求不确定性变化和规避经营风险的能力. 另外,本文还分析比较了不同市场零售价格下市场需求不确定性及其变化对供应链合作行为与合作效果的影响.

参 考 文 献:

[1] Khouja M. The single period (news-vendor) inventory problem: A literature review and suggestions for future research[J]. Omega, 1999, 27(5): 537—553.

[2] 达庆利, 张 钦, 沈厚才. 供应链中牛鞭效应问题研究[J]. 管理科学学报, 2003, 6(3): 86—91.
Da Qing-li, Zhang Qin, Shen H C. Study on bullwhip effect in supply chain[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(3): 86—91. (in Chinese)

[3] Lau H S. Simple formula for the expected costs in the newsboy problem: An educational note[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 100(3): 557—561.

[4] Chuang C C. A distribution free newsboy problem under shortage-level constraints[J]. Journal of the Operations Research, Society of Japan, 2001, 44(4): 301—312.

[5] Casimir R J. The value of information in the multi-item newsboy problem[J]. Omega, 2002, 30(1): 45—50.

[6] Iyer A V, Bergen M E. Quick response in manufacturer-retailer channels[J]. Management Science, 1997, 43(4): 559—570.

[7] Casimir R J. Strategies for a blind newsboy[J]. Omega, 1999, 27(1): 129—134.

[8] Chung C S, Flynn J. A newsboy problem with reactive production[J]. Computers & Operations Research, 2001, 28(8): 751—765.

[9] Lau A H L, Lau H S. Comparative normative optimal behavior in two-echelon multiple-retailer distribution systems for a single-period product[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 144(3): 659—676.

[10] Li S X, Huang Z M, Ashley A. Inventory, channel coordination and bargaining in a manufacturer-retailer system[J]. The Annals of Operations Research, 1996, 68(1): 47—60.

[11] Chen J, Xu L. Coordination of the supply chain of seasonal products[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans, 2001, 31(6): 524—532.

[12] Lau A H L, Lau H S. The effects of reducing demand uncertainty in a manufacturer-retailer channel for single-period products[J]. Computers & Operations Research, 2002, 29(11): 1583—1602.

[13]Williams C A, Heins R M. Risk Management and Insurance[M]. 5th edition. New York: McGraw-Hill Inc, 1985.

[14]**苏慧文, 刘永平. 关于经济风险含义的商榷与探讨**[J]. **经济与管理研究**, 1998, (4): 24—26.

Su Hui-wen, Liu Yong-ping. Research and discuss on economic risk[J]. Economy and Management Research, 1998, (4): 24—26. (in Chinese)

Effect of demand uncertainty on supply chain cooperation for single-period product

HUA Zhong-sheng, SUN Yi-biao, LI Si-jie

Department of Management Science, USTC, Hefei 230026, China

Abstract: Cooperation is an approach to improve the competitive advantages of a supply chain, and it is also a means of business risk avoiding for the enterprises in the supply chain. A two-echelon supply chain consists of a manufacturer and a retailer is studied, and the demand uncertainty is described by variance coefficient for single-period product. It is proved that the cooperative game equilibrium only exists under the condition that the variance coefficient doesn't exceed certain value. By numerical analysis of influence of demand uncertainty on cooperative game equilibrium and cooperation effects, and by comparing the cooperative with the non-cooperative under given retailing price, cooperation is found to improve the ability of supply chain to deal with market demand uncertainty and business risk.

Key words: supply chain; single-period product; demand uncertainty; cooperative game

附录 A　推论 1 的证明

随机变量 $D \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$,

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \mathrm{d}y$$

记 $A = \min(D, Q)$, $A^* = \min(D, Q^*)$, 则

$$E(A) = \int_{-\infty}^{Q} xf(x)\mathrm{d}x + \int_{Q}^{+\infty} Qf(x)\mathrm{d}x = -\sigma^2 f(Q) + \mu F(Q) + Q[1 - F(Q)] \quad (A1)$$

$$E(A^*) = \int_{-\infty}^{Q^*} xf(x)\mathrm{d}x + \int_{Q^*}^{+\infty} Q^* f(x)\mathrm{d}x = -\sigma^2 f(Q^*) + \mu F(Q^*) + Q^*[1 - F(Q^*)] \quad (A2)$$

生产商和零售商的合作博弈的均衡解 (w^*, Q^*) 应满足式(11) 和(12).

由式(11), 得 $Q^* = F^{-1}\left(\frac{p+t-m}{p+t-s}\right)$, $w^* = \frac{1}{2Q^*}[(p+t-s)E(A^*) + (s+m)Q^* - t\mu]$.

由于标准正态分布函数

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\frac{x}{\sqrt{2}}} e^{-\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right)^2}\mathrm{d}\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right) =$$

$$\frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\frac{x}{\sqrt{2}}} e^{-z^2}\mathrm{d}z\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \mathrm{erf}\left[0, \frac{x}{\sqrt{2}}\right]\right) \quad (A3)$$

其中, $\mathrm{erf}[0, x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{x} e^{-z^2}\mathrm{d}z$. 于是

$$\Phi^{-1}(x) = \sqrt{2}\,\mathrm{erf}^{-1}[0, 2x - 1] \quad (A4)$$

因为市场需求随机变量 $D \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则其分布函数 $F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$, 于是, $F^{-1}(x) = \mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}(x) = \mu + \sqrt{2}\sigma \cdot \mathrm{erf}^{-1}[0, 2x - 1]$.

$$Q^* = F^{-1}\left(\frac{p+t-m}{p+t-s}\right) = \mu + \sqrt{2}\sigma \cdot c \quad (A5)$$

其中, $c = \mathrm{erf}\left[0, \frac{p+t+s-2m}{p+t-s}\right]$, 为常数.

$$w^* = \frac{1}{2Q^*}[(p+t-s)E(A^*) + (s+m)Q^* - t\mu] = \frac{1}{2Q^*}[-\sigma^2(p+t-s) \cdot f(Q^*) + (p-m)\mu] \quad (A6)$$

由式(12) 可得, (w^*, Q^*) 为生产商和零售商合作博弈均衡解的条件为

$2Q^{*2}(w^* - m)\{(p+t-s)Q^* f(Q^*) -$

$$2[s - w^* + (p+t-s)(1 - F(Q^*))] > \{2(m + s - 2w^*)Q^* + (p+t-s)\cdot Q^*[1 - F(Q^*)] + (p+t-s)\cdot E(A^*) - \pi\mu\}^2 \quad \text{(A7)}$$

因为, $F(Q^*) = \frac{p+t-m}{p+t-s}$, $E(A^*) = -\sigma^2 f(Q^*) + \mu F(Q^*) + Q^*[1 - F(Q^*)]$.

所以式(A7) 可以化简为

$$2Q^{*2}(w^* - m)[(p+t-s)Q^* f(Q^*) + 2(w^* - m)] > [4(m - w^*)Q^* + (p-m)\mu - (p+t-s)\sigma^2 f(Q^*)]^2 \quad \text{(A8)}$$

把式(A6) 的 w^* 代入式(A8) ,有

$$(p-m)\mu > \sigma^2(p+t-s)f(Q^*) \quad \text{(A9)}$$

由式(A5) ,得

$$f(Q^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(Q^*-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-c^2} \quad \text{(A10)}$$

由式(A9) 、(A10) ,得

$$c_D < \frac{\sqrt{2\pi}(p-m)}{p+t-s}e^{c^2} \quad \text{(A11)}$$

即在市场需求 $D \sim N(\mu, \sigma^2)$ 时,当且仅当市场需求变异系数 $c_D < \frac{\sqrt{2\pi}(p-m)}{p+t-s}e^{c^2}$ (其中, $c = \mathrm{erf}\left[0, \frac{p+t+s-2m}{p+t-s}\right]$) 时, 生产商和零售商存在由式(A5) 和(A6) 确定的稳定的最优均衡策略 (w^*, Q^*).

附录 B 定理 2 的证明

记 $A = \min(D, Q)$, $A^* = \min(D, Q^*)$,则

$$E(A) = \int_{-\infty}^{Q} x f(x)\,dx + \int_{Q}^{\infty} Q f(x)\,dx$$

$$E(A^*) = \int_{-\infty}^{Q^*} x f(x)\,dx + \int_{Q^*}^{\infty} f(x)\,dx$$

由定理 1 知, $c_D < \frac{(p+t-s)(p-m)}{\sqrt{3}(p+t-m)(m-s)}$ 时,生产商和零售商的期望收益乘积最大,且

$$Q^* = F^{-1}\left(\frac{p+t-m}{p+t-s}\right)$$

$$w^* = \frac{1}{2Q^*}[(p+t-s)E(A^*) + (s+m)Q^* - t\mu]$$

$$\Theta_m^* + \Theta_r^* = (p+t-s)E(A^*) + (s-m)Q^* - t\mu \quad \text{(B1)}$$

供应链纵向整合时, 记 $A_c = \min(D, Q_c)$, $A_c^* = \min(D, Q_c^*)$,其中 Q_c 和 Q_c^* 分别为供应链纵向整合时订购量和最优订购量. 记 θ_c 为生产商和供应商纵向整合时供应链的总收益, Θ_c 为 θ_c 的期望,则

$$\theta_c = (p+t-s)A + (s-m)Q - tD \quad \text{(B2)}$$

$$\Theta_c = (p+t-s)E(A) + (s-m)Q - t\mu = \frac{(p+t-s)(Q^2 - a^2)}{2(b-a)} - t\mu \quad \text{(B3)}$$

对式(B3) 求最大,可得

$$Q_c^* = F^{-1}\left(\frac{p+t-m}{p+t-s}\right) = Q^* \quad \text{(B4)}$$

此时

$$A_c^* = A^*$$

$$\Theta_c^* = (p+t-s)E(A_c^*) + (s-m)Q_c^* - t\mu = (p+t-s)E(A^*) + (s-m)Q^* - t\mu \quad \text{(B5)}$$

即

$$\Theta_m^* + \Theta_r^* = \Theta_c^* \quad \text{(B6)}$$