

不完全竞争环境下不对称企业技术创新战略投资

夏 晖, 曾 勇

(电子科技大学管理学院, 成都 610054)

摘要: 研究了在不完全竞争环境下, 投资成本差异和创新成功所需时间对企业的技术创新战略投资决策的影响, 给出了抢先均衡、序贯均衡、同时均衡出现的条件, 指出创新成功所需时间和投资成本差异是影响均衡类型的主要原因. 在抢先均衡和序贯均衡中, 分析了投资成本差异和创新成功所需时间对企业平均投资时间间隔的影响, 得到了一些有意义的结论, 并给出了经济解释.

关键词: 实物期权; 博弈均衡; 战略投资; 不完全竞争; 技术创新

中图分类号: F830.59 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007 - 9807(2005)01 - 0030 - 12

0 引 言

在不确定环境下, 由于投资决策中存在决策柔性 (flexibility) 的价值, 分析企业的技术创新投资项目时, 采用实物期权分析方法比传统的折现现金流法 (DCF) 能更准确评价投资项目的价值. Dixit 和 Pindyck^[1]、Amram 和 Kulatilaka^[2]、Kulatilaka 和 Perotti^[3,4]、以及 Perotti 和 Rossetto^[5] 等人分别从等待期权和增长期权的角度分析投资项目的价值, 形成了对 DCF 方法的重要改进. 他们的研究主要是基于两个前提: 对投资机会的垄断以及产品市场充分竞争. 在不完全竞争环境下, 由于企业投资决策行为之间的相互制约、相互影响, 不仅使市场环境波动加剧, 也直接影响到企业的投资决策. 这时, 投资项目的价值不仅取决于企业的决策, 还取决于竞争对手的反应. 最早对这种企业投资决策之间战略互动关系进行研究的是 Reinganum^[6,7] 以及 Fudenberg 和 Tirole^[8], 他们假设企业是完全一样的, 且没有考虑涉及技术创新的任何不确定因素, 故他们的研究没有太多的现实意义. 近十年来, 结合期权定价理论同博弈理论分析企业投资决策的方法已得到很大的发展, 研

究重点围绕技术和市场的不确定性对企业投资决策的影响. 在涉及技术创新实施过程中的不确定性研究中, Götz^[9]、Weeds^[10] 和 Lukach^[11] 等人得到了一些有意义的结论, 但他们的模型假设企业是对称的, 即完全一样的, 与现实不符. 现实的企业往往是不对称的, 存在着差异, 这种差异会对企业的投资决策产生重大影响.

本文研究在不完全竞争环境下投资成本不对称企业的投资决策问题, 并假设企业从采用技术创新到创新成功需要一段时间. 这里的投资成本是指企业为提高相同的利润流而付出的创新投资成本, 企业的不对称性体现在企业创新投资成本存在差异. 企业融资渠道好, 资金储备充足^[12], 研发能力强, 管理组织水平高, 吸收新技术的速度快^[13], 则采用技术创新的投资成本就相对较低. Stenbacka^[14]、Huisman 和 Kort^[15] 假设创新成功所需时间服从指数分布, 研究它的不确定性对企业投资行为的影响, 不足之处是没有考虑企业间的差异. Pawlina 和 Kort^[16] 研究了企业投资成本的差异对企业投资决策的影响, 以及企业的价值和投资成本差异的关系, 但不考虑创新成功所需时间, 并且没有研究各种因素对企业技术创新投资时间

收稿日期: 2002 - 09 - 18; 修订日期: 2003 - 04 - 01.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70272001).

作者简介: 夏 晖 (1969 -), 男, 四川成都人, 博士生, 讲师.

间隔的影响. Huisman 和 Kort^[17]的研究指出:在市场需求不确定程度一定时,只要先动优势足够大,对于对称的企业来说,均衡一定是抢先均衡,相反是同时均衡(simultaneous equilibrium),改变企业投资成本的大小不能改变博弈均衡类型. 本文的研究指出:对于投资成本不对称的企业来说,创新成功所需时间和投资成本差异是影响均衡类型的主要原因. 如果先动优势足够大,除个别情况外,在抢先均衡和序贯均衡中,投资成本差异对企业技术创新投资时间间隔的影响是完全相反的.

1 模型框架

本文模型思想来自 Granadier^[18]的双头垄断模型,差别在于本文研究的对象是投资成本不对称的企业,而 Granadier 考虑的是对称的企业. 模型假设市场上有两个相互竞争的不对称企业,它们都有机会做一次技术创新投资增加它们的利润流,从开始投资到成功实施之间需要一段固定的时间 τ , 而企业的投资成本是不同的. 进一步考虑,抢先投资的企业(领导者)进行技术创新引入新产品必然会减少现有产品的价值^[19],由于消费者对新产品出现的心理预期,这种跨时期替代效应降低了企业现有产品的销售,从领导者企业开始投资的那一刻起就可能立即导致现有产品利润流的损失(包括对领导者和其竞争对手),并且这种损失会随着领导者企业技术创新成功日期的临近逐渐增加. 抢先投资的领导者企业为了打开新产品的销路,必然会在广告宣传、促销活动等方面投入大量资金,相对于后投资的企业(跟随者),领导者要花费更多的资金. 为了处理方便,本文假设跟随者的利润流在领导者开始投资技术创新那一刻起立即受到影响,并且领导者在技术创新实施过程中净利润流为零,原来已有的利润流中一部分随现有产品销售下降而损失,另外一部分用于支付新产品广告宣传等费用. 领导者企业技术创新成功正式推出新产品后,领导者获得比原来大得多的暂时的垄断利润流. 最后还假设两个企业均为理性的,追求企业利润最大化,并且是风险中性的,模型中以固定的无风险利率 r 折现. 两个企业实现的非负随机利润流为

$$i(t) = Y(t) D_{N_i N_j} \quad (1)$$

式中: i, j 表示企业, $i, j \in \{1, 2\}$, $i \neq j$; N_i 和 N_j 是表示企业在时刻 t 是否已成功创新的状态变量,其值为 0 表示企业还未成功实施创新,其值为 1 表示企业已经成功实施创新; $D_{N_i N_j}$ 表示企业间战略决策对企业利润流的影响,有不等式

$$D_{10} > D_{11} > D_{00} > D_{01} > 0 \quad (2)$$

$D_{10} > D_{00}$ 表示先创新成功企业的利润超过没有成功时的利润, $D_{00} > D_{01}$ 表示创新没有成功企业的利润因竞争对手的成功而减少, $D_{11} > D_{00}$ 表示企业都创新成功时的利润大于都没有成功时的利润, $D_{11} > D_{01}$ 表示在竞争对手已创新成功的情况下,企业成功创新会提高自己的利润水平, $D_{11} < D_{10}$ 表示先创新成功企业的利润会因为竞争对手的成功而下降, $D_{N_i N_j} > 0$ 表示企业的利润非负.

另外,还假设存在投资的先动优势

$$D_{10} - D_{00} > D_{11} - D_{01} \quad (3)$$

表示企业先于竞争对手创新成功情况下所获的比较收益大于后于竞争对手创新成功情况下的比较收益.

$Y(t)$ 表示市场需求的不确定性,服从几何布朗运动

$$dY(t) = \mu Y(t) dt + \sigma Y(t) dW(t) \quad (4)$$

式中: $\mu \in (0, r)$ 是 Y 的瞬时漂移率; σ 是市场波动的瞬时标准差,它们都为常数; dt 是时间增量; $dW(t)$ 是标准维纳过程增量,服从均值为 0、方差为 dt 的正态分布. 最后,假定市场需求在最开始时非常低,以至于没有企业会立即进行技术创新投资. 在不产生混淆的情况下,把 $Y(t)$ 简记为 Y .

2 领导者和跟随者的价值函数和投资门槛

假设企业的角色是内生的,即事前没有给定谁是领导者,谁是跟随者. 对于企业 i 来说, $(i \in \{1, 2\})$ 有三种可能的均衡结果:企业 i 先投资成为领导者;竞争对手先投资,企业 i 后投资成为跟随者;两个企业同时投资. 关键是找到企业 i 在这三种情况的投资门槛,因为两个企业的投资成本不同,他们的投资门槛也不相同. 采用标准的求解动态博弈的逆向归纳法,在给定领导者企业 j 已经投资的情

况下,首先求跟随者企业 i 的价值函数,找到跟随者企业 i 的投资门槛 Y_i^F . 企业 j 开始投资后,当 $Y(t)$ 第一次等于或超过 Y_i^F 时,跟随者进行投资是它的最优投资策略,这实际上是一个最优停止问题,所以找到 Y_i^F 等于找到了跟随者的最优投资策略. 假定跟随者的利润流在领导者开始投资技术创新那一刻起立即受到影响,由 YD_{00} 减少至 YD_{01} ,根据 Dixit 和 Pindyck^[1] 叙述的动态规划法,使用 Ito's 引理,得到跟随者的价值函数 $F_i(Y)$

$$F_i(Y) = \begin{cases} \frac{YD_{01}}{r - \mu} + \frac{I_i}{-1} \left(\frac{Y}{Y_i^F} \right) & Y < Y_i^F \\ \frac{YD_{01}}{r - \mu} + \frac{Y(D_{11} - D_{01})}{r - \mu} & Y \geq Y_i^F \end{cases} \quad (5)$$

式中: I_i 是跟随者企业 i 的技术创新投资成本; 是下列二次方程式大于 1 的正根

$$\frac{1}{2} \mu^2 (\mu - 1) + \mu - r = 0 \quad (6)$$

$$Y_i^F = \frac{(r - \mu) I_i}{-1 D_{11} - D_{01}} e^{(r - \mu) t} \quad (7)$$

定义

$$T_i^F = \inf \{ t \mid Y(t) \geq Y_i^F \} \quad (8)$$

在领导者已经开始技术创新投资的情况下,跟随者企业 i 的最优投资策略就是当 $Y(t)$ 第 1 次等于或超过 Y_i^F 时,即在 T_i^F 时刻开始投资.

采用同样的方法可得企业 i 作为领导者的价值函数 $L_i(Y)$

$$L_i(Y) = \begin{cases} \frac{YD_{10}}{r - \mu} e^{-(r - \mu)t} - I_i + \frac{1}{-1} & Y < Y_i^P \\ \frac{D_{11} - D_{01}}{D_{11} - D_{01}} I_j \left(\frac{Y}{Y_j^F} \right) & Y < Y_j^F \\ \frac{YD_{11}}{r - \mu} e^{-(r - \mu)t} - I_i & Y \geq Y_j^F \end{cases} \quad (9)$$

Y_j^F 是跟随者企业 j 的投资门槛,其表达式参见式 (7),把式 (7) 中变量的下标 i 换成 j 即可.

虽然两个企业的投资成本不同,相应的投资门槛不同,但还是有可能同时投资. 企业 i 和竞争对手同时投资的价值函数 $S_i(Y)$ 为

$$S_i(Y) = \begin{cases} \frac{YD_{00}}{r - \mu} + \frac{I_i}{-1} \left(\frac{Y}{Y_i^S} \right) & Y < Y_i^S \\ \frac{YD_{00}}{r - \mu} + \frac{Y(D_{11} - D_{00})}{r - \mu} & Y \geq Y_i^S \end{cases} \quad (10)$$

$$Y_i^S = \frac{(r - \mu) I_i}{-1 D_{11} - D_{00}} e^{(r - \mu) t} \quad (11)$$

定义

$$T_i^S = \inf \{ t \mid Y(t) \geq Y_i^S \} \quad (12)$$

从式 (11) 可以看到两个企业同时投资门槛 Y_i^S 是不同的,但这并不排除同时投资的可能性.

3 均衡及其条件

得到了领导者和跟随者的价值函数后,返回博弈的开始点,两个企业各自决定自己的最优投资策略,并最终形成三种博弈均衡类型:抢先均衡 (preemptive equilibrium),序贯均衡 (sequential equilibrium) 和同时均衡 (simultaneous equilibrium). 为了讨论方便,设企业 1 为成本优势企业,其投资成本为 I ,小于企业 2 的投资成本 kI (k 表示两个企业的投资成本差异, $k > 1$).

3.1 抢先均衡

当两个企业的投资成本差异 (k) 和创新成功所需时间 (τ) 都较小时,可能出现抢先均衡. 这时两个企业都有动力抢先投资成为领导者,在领导者价值第一次等于或大于跟随者价值时进行投资,由于相互竞争,它们的抢先投资门槛 Y_i^P 为下列方程的最小解

$$L_i(Y) = L_i(Y) - F_i(Y) = 0 \quad (13)$$

即在抢先门槛 Y_i^P 处,企业作为领导者的价值和作为跟随者的价值相等,意味着作为领导者所获得的暂时的垄断收益刚好弥补了提前投资多付的成本,所以企业在自己的 Y_i^P 处是不关心是否成为领导者的. 但是因为企业 1 相对企业 2 有成本优势,它的 $Y_1^P < Y_2^P$ ^[16],故它可以不用在 Y_1^P 处进行投资,只要在 Y_2^P 前进行投资就可抢先对手,所以企业 1 的最优投资策略是在 $\min\{Y_2^P, Y_1^{OPT}\}$ 处进行投资. 这里 Y_1^{OPT} 是企业 1 作为垄断者的最优投资门槛,它比没有考虑创新成功所需时间的垄断者最优投资门槛^[17] 要大,多了一个乘数 $e^{(r - \mu)\tau}$ (> 1).

$$Y_1^{OPT} = \frac{(r - \mu) I}{-1 D_{10} - D_{00}} e^{(r - \mu) t} \quad (14)$$

企业 2 在不能抢先企业 1 的情况下,其最优的投资策略是在 Y_2^P 处进行投资. 所以抢先均衡的结果是企业 1 在 $Y(t)$ 第一次等于或超过 $\min\{Y_2^P, Y_1^{OPT}\}$ 时进行投资,获得领导者的价值;企业 2 要等到 T_2^F 时刻才开始投资,获得跟随者的价值.

3.2 序贯均衡

如果两个企业的投资成本 (k) 差异较大或者创新成功所需时间 (τ) 较长, 对于企业 2 来说, 在市场需求不确定的一定范围内, 它的领导者价值始终小于跟随者价值, 即它没有动力成为领导者. 这时企业 1 不用害怕被对手抢先, 形成垄断的领导者地位, 它会在其最优的投资门槛 Y_1^{OPT} 处投资, 而企业 2 同样会等到 T_2^F 时刻才投资.

定理 1 当 τ 小于某一常数 τ_1^* 时, 存在唯一

$$\tau_1^* = \frac{1}{r - \mu} \ln \left\{ \frac{D_{10} - \int (D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{01})^{-1} + (D_{11} - D_{01}) \int^{-1}}{D_{01}} \right\} \quad (15)$$

$$k^* = \frac{1}{D_{11} - D_{01}} \left[\frac{(D_{10} - D_{01}e^{(r-\mu)\tau}) - (D_{11} - D_{01})}{(D_{10} - D_{11})} \right]^{-1} \quad (16)$$

[证明见附录 A]

从定理 1 可知, 均衡类型由创新成功所需时间 τ 和投资成本差异 k 来决定. 当创新成功所需时间较短 ($0 < \tau < \tau_1^*$), 且投资成本差异 k 较小 ($k < k^*$) 时, 才可能发生抢先均衡, 而且这种可能性随 τ, k 增大而减小. 当 τ 增大到某一程度 (τ_1^*) 时, 投资成本较大的劣势企业是不可能抢先投资的, 均衡一定是序贯均衡. 现实中, 当创新成功所需时间较长时, 劣势企业除非和优势企业成本差异较小时才可能出现抢先投资的行为, 而优势企业只要投资成本优势足够大或创新成功所需时间较长时, 就不用考虑其它企业的抢先投资行为, 事实上拥有对领导者地位的垄断, 可以在最优的时机进行投资获取超额利润. 当创新成功所需时间很长时 ($\frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{01}}$), 由于创新成功后的折现利润流很小, 企业不会进行技术创新投资, 宁愿维持现状.

从上面的分析可以看出, 虽然事前并没有外生地给定企业领导者和跟随者的角色, 但企业投资成本的差异使企业 1 有权先选择领导者角色.

表 1 均衡类型和创新成功所需时间 τ 及投资成本差异 k 的关系

Table 1 Relation among equilibrium's type, time-to-implement τ and investment cost difference k

		$0 < \tau < \tau_1^{**}$	$\tau_1^{**} < \tau < \tau_2^{**}$	$\tau_2^{**} < \tau < \tau_3^{**}$	$\tau_3^{**} < \frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{01}}$	$\frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{01}}$
条件 1 成立	$0 < \tau < \tau_1^{**}$	非同时均衡 (抢先 / 序贯)	当 $k < k^{**}$ 时, 同时均衡 当 $k > k^{**}$ 时, 非同时均衡	非同时 (抢先 / 序贯) 均衡	当 $k < k^*$ 时, 同时均衡 当 $k > k^*$ 时, 非同时 (抢先 / 序贯) 均衡	两个企业都不会进行技术创新投资
	条件 1 不成立	当 $k < k^{**}$ 时, 同时均衡 当 $k > k^{**}$ 时, 非同时均衡				

$k^* > 1$, 划分抢先均衡和序贯均衡的区域. 若 $k > k^*$, 企业 1 不用害怕被企业 2 抢先投资, 均衡为序贯均衡; 若 $k < k^*$, 企业 1 需要考虑企业 2 可能的抢先投资行为, 均衡为抢先均衡. 而当 $\tau_1^* < \frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{01}}$ 时, 无论 k 取大于 1 的任何值, 均衡一定为序贯均衡. 最后, 当 $\frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{01}}$ 时, 两个企业都不会进行技术创新投资.

在存在先动优势的情况下, 企业 1 一定是领导者, 企业 2 只能被动接受企业 1 分配给自己的角色, 是跟随者, 它的潜在领导者地位只能在抢先均衡中迫使企业 1 在 Y_2^F 处而不是 Y_1^{OPT} 处投资, 从而少赚取超额利润, 它的潜在领导者地位当然没有了. 如果企业 2 不想让企业 1 赚取超额利润而抢先投资, 使企业 1 成为跟随者, 得不到超额利润, 企业 2 会为此遭受巨大损失, 这不是理性的投资行为.

3.3 同时均衡

同时均衡中两个企业同时投资, 由式 (11) 可知, $Y_1^F < Y_2^F$, 所以同时均衡只能在 Y_1^F 处发生, 这要求 Y_1^F 同时具备两个条件. 首先, 当 $Y = (Y_1^F, Y_2^F)$ 时, $S_1(Y)$ 始终要大于 $L_1(Y)$, 否则企业 1 要么在 Y_2^F 处 (抢先均衡), 要么在 Y_1^{OPT} 处 (序贯均衡) 进行投资, 而企业 2 则在 Y_2^F 处投资. 其次, Y_1^F 要大于或等于 Y_2^F , 使得当企业 1 在 Y_1^F 处投资时, 企业 2 的最优策略是同时投资, 否则企业 2 要等到 Y_2^F 处再进行投资.

定理 2 企业投资均衡是否为同时均衡由创新成功所需时间 τ 和投资成本差异 k 共同决定, 它们的关系用表 1 表示.

条件 1

$$D_{00} < D_{10} - \left[(D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{01})^{-1} + (D_{11} - D_{00}) \right]^V \tag{17}$$

$$1^{**} = \frac{1}{r - \mu} \ln \left\{ \frac{D_{10} - \left[(D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{01})^{-1} + (D_{11} - D_{00}) \right]^V}{D_{00}} \right\} \tag{18}$$

$$2^{**} = \frac{1}{r - \mu} \ln \left\{ \frac{D_{10} - \left[(D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{00})^{-1} + (D_{11} - D_{00}) \right]^V}{D_{00}} \right\} \tag{19}$$

$$3^{**} = \frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10} - (D_{11} - D_{00})}{D_{00}} \tag{20}$$

$$k = \frac{D_{11} - D_{01}}{D_{11} - D_{00}} \tag{21}$$

$$k^{**} = (D_{11} - D_{01}) \cdot \left[\frac{(D_{10} - D_{11})}{(D_{10} - D_{00}e^{(r-\mu)}) - (D_{11} - D_{00})} \right]^{-1} \tag{22}$$

[证明见附录 B]

从定理 2 可看出,对于某一些给定的较大的值,当 k 较小时,出现同时均衡的可能性较大,反之,出现非同时(抢先/序贯)均衡的可能性要大些.现实中,当创新成功所需时间较长时,投资成本差异较小的几个寡头企业很可能会合谋抬高技术创新的投资门槛($Y_1^S > Y_2^S$),同时推迟技术创新的投资时机,以避免创新成功所需较长的时间所带来的市场风险,获得较高的期望收益.当创新成功所需时间很长时($\frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{00}}$),由于创新成功后的折现利润流很小,两个企业会合谋都不进行技术创新投资.另一方面,当创新成功所需时间较短或投资成本差异较大时,几个寡头企业很难同时进行技术创新投资.

推论 1 当创新成功所需时间较短 ($< \min\{1^*, 2^{**}\}$) 且先动优势很大时,即 $D_{10} - D_{00} \gg D_{11} - D_{01}$,出现同时均衡和序贯均衡的可能性很小,而出现抢先均衡的可能性很大. [证明见附录 F]

Huisman 和 Kort^[17] 考察对称企业的投资行为时指出,改变企业投资成本的大小不能改变投资均衡类型.先动优势的大小对均衡类型有决定性作用,只要先动优势足够大,一定是抢先均衡,相反是同时均衡(对称企业不存在序贯均衡).Pawlina 和 Kort^[16] 发展了 Huisman 和 Kort 的模型,研究了不对称企业的投资行为,认为不对称企业的投资均衡类型完全由投资成本差异决定.本文的研究在 Pawlina 和 Kort 模型的基础上,引入了创新实施时间这一因素,考虑了创新成功所需时间对企业

投资决策的影响,发现不对称企业的投资均衡类型由创新成功所需时间和投资成本差异共同决定,先动优势在创新成功所需时间较短 ($< \min\{1^*, 2^{**}\}$) 时,对抢先均衡类型有正面的影响.

4 不对称企业的投资时间间隔

分析非同时均衡,即两企业的投资时间是分离时的情况,目的是研究企业间投资成本差异 (k) 和创新成功所需时间 (τ) 对平均的投资时间间隔的影响,弄清整个行业技术创新投资的规律.首先假设市场初期没有企业进行技术创新投资,当市场需求达到某一门槛值时 (Y_2^P 或 Y_1^{OPT}),企业 1 先投资,而企业 2 会等到 T_2^F 时才开始投资,从企业 1 开始投资到企业 2 开始投资中间经过的时间间隔记为 T_s .

$$T_s = \inf\{t \geq 0 : Y(t) = Y_2^F, Y_0 = Y_1^I\} \tag{23}$$

其中, Y_1^I 在抢先均衡时为 $\min\{Y_2^P, Y_1^{OPT}\}$,在序贯均衡时为 Y_1^{OPT} .根据 Harrison^[20] 式(1.11),经过简单的变量替换,得到 T_s 的累积概率分布函数

$$P\{T_s \leq t\} = \left(\frac{Y_2^F}{Y_1^I} \right)^{\frac{2(\mu - 1/2^2)t}{2}} \cdot \left[\frac{-\ln(Y_2^F/Y_1^I) + (\mu - 1/2^2)t}{\sqrt{t}} \right] + \left[\frac{-\ln(Y_2^F/Y_1^I) - (\mu - 1/2^2)t}{\sqrt{t}} \right] \tag{24}$$

测量 T_s 平均值采用 Granadier^[18] 中的方法,用概率为 1/2 处的时间值作为 T_s 的平均值,记为 M ,它满足非线性方程

$$\left(\frac{Y_2^F}{Y_1^I} \right)^{\frac{2(\mu - 1/2^2)M}{2}} \cdot \left[\frac{-\ln(Y_2^F/Y_1^I) + (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right] + \left[\frac{-\ln(Y_2^F/Y_1^I) - (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right] = 1$$

$$\left[\frac{-\ln(Y_2^F/Y_1^F) - (\mu - 1/2)M}{\sqrt{M}} \right] = \frac{1}{2} \quad (25)$$

从式(25)可以看出, M 的值和 (Y_2^F/Y_1^F) 紧密相关, 有如下定理.

定理 3 当 $\mu < \sqrt{2\mu}$, 且很小时, 或者 $\sqrt{2\mu}$ 时, M 随 (Y_2^F/Y_1^F) 严格单调递增.

[证明见附录 C]

定理 3 可以分析抢先均衡和序贯均衡中, 企业间投资成本差异 k 和创新成功所需时间 τ 对平均投资时间间隔 M 的影响.

4.1 抢先均衡

在创新时间较短的情况下, $k < k^*$ 时, 出现抢先均衡, 企业 1 需要考虑企业 2 的抢先投资行为, 故在企业 2 的抢先投资门槛 Y_2^F 处投资, 企业 2 则等到 Y_2^F 处投资. 这里只考虑 $Y_2^F > Y_1^{OPT}$ 的情形, $Y_2^F > Y_1^{OPT}$ 的情形等同于序贯均衡.

定理 4 在抢先均衡中, $\mu < \sqrt{2\mu}$, 且很小, 或者 $\sqrt{2\mu}$ 的条件下, 当先动优势足够大时, 即 $D_{10} - D_{00} \gg D_{11} - D_{01}$ 时, 企业平均投资时间间隔 M 与创新成功所需时间 τ 、投资成本差异 k 成反向关系, 随 τ 和 k 增加单调递减, 随 τ 和 k 减少单调递增.

[证明见附录 D]

Granadier^[18] 研究不完全竞争环境下对称企业的投资行为时指出, 在抢先均衡或序贯均衡中, 平均投资时间间隔与创新成功所需时间无关. 而根据本文研究, 在不完全、不对称的竞争环境下, 技术创新成功所需时间越长, 企业在某一时期内平均投资时间间隔越短, 整个行业的技术创新投资规律越是不均匀发展, 创新投资会集中在某些特定的时期, 而其它时期投资相对较少. 例如, 大型 R&D 研发投资, 生物医药工程等, 研发成功所需周期较长, 投资的规律就越具有不均匀发展的特点, 投资会相对集中于某些时期内. 企业间投资成本差异越大, 也会造成这种现象. 需注意, 本文所说的投资成本差异是企业为提高相同的利润流进行技术创新所付出的投资成本, 融资渠道好、管理组织水平高、吸收新技术的能力快的企业付出的投资成本相对要小些, 例如, 一些新兴的高新技术企业相对传统企业, 其投资成本要小些. 根据定

理 4, 这种成本差异大, 也会使整个行业技术创新投资集中于某些时期, 呈现不均匀发展的规律.

4.2 序贯均衡

序贯均衡中, 由于企业间投资成本差异较大或创新成功所需时间较长, 企业 1 不会考虑企业 2 的抢先投资行为, 将选择在其最优的投资门槛 Y_1^{OPT} 处投资, 企业 2 则等到 T_2^F 时再投资.

定理 5 序贯均衡中, 当 $\mu < \sqrt{2\mu}$, 且很小, 或者 $\sqrt{2\mu}$ 时, 企业平均投资时间间隔 M 与创新成功所需时间 τ 无关, 而与投资成本差异 k 成正向关系, 与先动优势也成正向关系, 随 k 和先动优势增加而单调增加, 随它们减少而单调减少.

[证明见附录 E]

定理 5 中关于序贯均衡中, “ M 与 τ 无关”的论断从表面上看和 Granadier^[18] 有关的论断类似, 但本质上是有差别的. Granadier 研究的是对称的企业, 在抢先均衡或序贯均衡中, 改变 τ 对领导者和跟随者投资门槛的影响是相同的, 只能改变其投资门槛的绝对值, 不能影响其相对值, 故不能对投资间隔 M 产生影响. 本文研究的是投资成本不对称的企业, 在序贯均衡中, 由于没有抢先投资行为, 投资成本较小的优势企业会在自己最优的投资门槛处投资, 劣势企业也会在作为跟随者最优的投资门槛处投资, 这两个投资门槛由企业自身的性质和市场的不确定性决定, 与创新成功所需时间 τ 无关, 故其平均投资时间间隔 M 与 τ 无关.

根据定理 5, 企业间投资成本差异越大, 企业平均投资时间间隔越长. 这是因为投资成本小的企业凭借其较大的成本优势拥有优先投资权, 从而赚取超额利润, 劣势企业只能在市场成熟以后才进行技术创新投资, 以免被优势企业排挤出市场, 这种成本差异越大, 投资成本大的劣势企业就越会推迟投资, 结果是投资时间间隔加长. 如果投资成本差异太大, 则容易形成市场上的垄断. 例如, 软件业中开发操作系统的企业, 由于微软的绝对优势, 其它软件厂商很难进行这方面的投资, 造成企业平均投资时间间隔加长, 使整个行业一段时期内很难形成众多企业的技术创新投资高潮. 另外, 先动优势的强弱也会影响企业平均投资时间间隔的大小, 先动优势越大, 越会促使优势企业尽早投资, 加大投资时间间隔, 开发操作系统软件的例子也适用于这种情况.

综合定理 4、定理 5 可知,创新成功所需时间在抢先均衡中与平均投资时间间隔 M 成反向变动关系, 越长,投资间隔 M 越短,当 β 增长到一定程度时(β^*),根据定理 1,抢先均衡变为序贯均衡,这时,投资间隔 M 和创新成功所需时间无关.另一方面,投资成本差异 k 对企业投资时间间隔 M 的影响在抢先均衡和序贯均衡中是相反的:在抢先均衡中,投资时间间隔 M 与投资成本差异 k 成反向变动关系, M 随 k 增加而减小;在序贯均衡中,投资时间间隔 M 与投资成本差异 k 成正向变动关系, M 随 k 增加而增加.造成这种截然相反的现象的原因在于,由定理 1,抢先均衡中,企业间投资成本差异和创新成功所需时间都相对较小,企业为提高自己的利润流争相进行技术创新投资,随 k 增大,劣势企业害怕被优势企业垄断市场,在先动优势巨大的情况下,为了抢先对手,会加速创新投资决策,造成投资时间间隔 M 减小;而在序贯均衡中,因为企业间投资成本差异较大,劣势企业不能抢先对手,随 k 增大,劣势企业越会推迟它的投资时机,故投资时间间隔 M 增加.

5 数字释例

假设市场上有两个相互竞争的不对称企业,都有一次机会做技术创新投资增加它们的利润流,而为提高相同的利润流所付出的创新投资成本是不同的.企业 1 为成本优势企业,投资成本较少, $I = 100$,企业 2 为投资成本较多的劣势企业,其投资成本为 kI , $k = 1.04$.从开始技术创新投资到成功实施需要一段固定的时间, $\tau = 1$ 年.在不完全竞争环境下,企业间战略投资决策对企业的利润流存在影响: $D_{01} = 0.25$, $D_{00} = 0.5$, $D_{11} = 1.25$, $D_{10} = 3.5$, 先动优势 $FMA = (D_{10} - D_{00}) / (D_{11} - D_{01}) = 3$. 产品市场的需求是不确定的,服从几何布朗运动,其瞬时漂移率 $\mu = 0.015$, 市场波动的瞬时标准差 $\sigma = 0.18$ ($\sigma > \sqrt{2}\mu$).最后,两个企业是风险中性的,无风险利率 $r = 0.05$.其它假设同前面第 1 节模型框架中的叙述,并且以上所有信息对两个企业来说是共同知识.根据以上信息,首先确定 β 的值,由式 (6), $\beta = 1.7942$.根据式 (17) 可知定理 2 中的条件

1 成立,由式 (18), $\beta^{**} = 23.7858$. 因为 $0 < \beta < \beta^{**}$,根据定理 2 判定博弈均衡一定是非同时均衡,至于是抢先均衡还是序贯均衡,需要根据定理 1 来判定.由式 (15) 和式 (16), $\beta^* = 40.6645$, $k^* = 2.089$, 因为 $\beta < \beta^*$,且 $k < k^*$,由定理 1 可以判定均衡为抢先均衡,这时,企业 1 需要考虑企业 2 潜在的抢先投资行为.

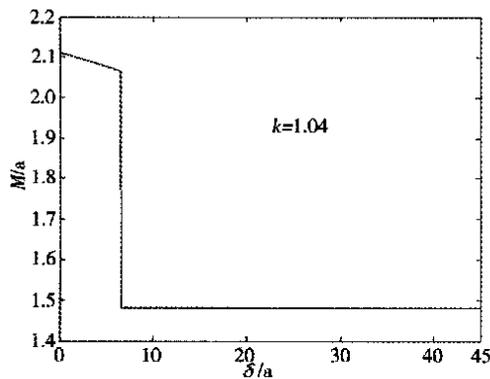
从上述判定博弈均衡类型的过程可以看出,判定博弈均衡类型主要分两步,首先根据定理 2 判定是否是同时均衡,若不是,再由定理 1 判断是抢先或序贯均衡.本例中,企业也可以由推论 1 初步判断,抢先均衡出现的可能性会很大.

企业 2 虽然有潜在的抢先投资机会,但投资成本上的劣势使它无法抢先企业 1,它只能作为跟随者在跟随者投资门槛 Y_2^F 处投资,由式 (7), $Y_2^F = 8.5159$,即企业 2 的最优投资策略是当企业 1 开始投资后,市场需求首次达到 8.5159 时立即投资,而企业 1 作为领导者,由于要考虑企业 2 潜在的抢先投资行为,企业 1 不能在垄断者的最优投资门槛 Y_1^{OPT} 处投资,其最优投资策略是在 $\min\{Y_2^F, Y_1^{OPT}\}$ 处进行投资.由式 (14), $Y_1^{OPT} = 2.7294$,再由式 (5)、(7)、(9)、(13), $Y_2^F = 1.4975$,故考虑企业 2 潜在的抢先投资行为时,企业 1 的最优投资策略是当市场需求首次达到 1.4975 时立即投资.从上面的分析可以看出,企业最优的投资策略由企业间博弈均衡类型以及领导者、跟随着的投资门槛决定,而均衡类型又由市场参数 (μ, σ, r)、企业自身参数 (k, I) 和企业间战略影响关系 ($D_{N_i N_j}$) 共同决定.当市场参数和企业间战略影响已知时,均衡类型由企业自身参数 (k, I) 决定.图 1 和图 2 给出,在非同时均衡中,变动参数 k 和对两企业平均投资时间间隔的影响,同时验证定理 4 和定理 5 的正确性.

从图 1 可以看出,当创新成功所需时间 τ 较小,均衡为抢先均衡时,两企业平均投资时间间隔 M 随 τ 的增大而减小,两者之间呈反向变动关系.当 τ 增加到一定程度,均衡变为序贯均衡(或抢先均衡中的 $Y_1^{OPT} > Y_2^F$ 的情形),这时, M 与 τ 无关.

从图 2 可以看出,在抢先均衡和序贯均衡两种情形下,投资成本差异 k 对平均投资时间间隔 M 的影响是完全相反的. k 较小,两企业处在抢先

均衡中, M 和 k 呈反向变动关系; k 较大, 两企业处在序贯均衡中 (或抢先均衡中的 Y_1^{OPT} Y_2^D 的情

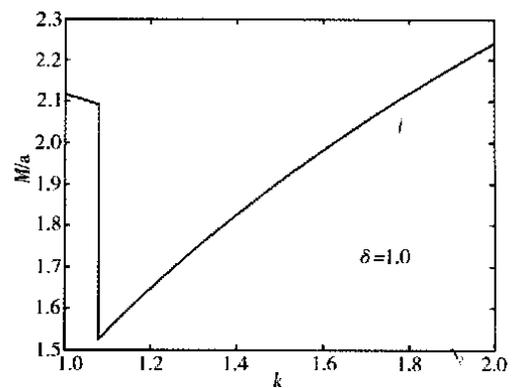


参数值: $D_{01} = 0.25$, $D_{00} = 0.5$, $D_{11} = 1.25$, $D_{10} = 3.5$,
 $r = 0.05$, $\mu = 0.015$, $I = 100$, $\delta = 0.18$

图 1 平均投资时间间隔 M 和创新成功所需时间的关系

Fig. 1 Relation between average investment interval M and time-to-implement

形), M 和 k 呈正向变动关系. 图 1、图 2 所示完全符合定理 4 和定理 5 的论述.



参数值: $D_{01} = 0.25$, $D_{00} = 0.5$, $D_{11} = 1.25$, $D_{10} = 3.5$,
 $r = 0.05$, $\mu = 0.015$, $I = 100$, $\delta = 0.18$

图 2 平均投资时间间隔 M 和投资成本差异 k 的关系

Fig. 2 Relation between average investment interval M and investment cost difference k

6 结束语

本文分析了不完全竞争环境下, 企业投资成本差异以及技术创新成功所需时间对企业投资决策的影响, 得到了在抢先均衡、序贯均衡和同时均衡下领导者和跟随者的价值函数以及投资门槛, 并给出了三种均衡出现的条件. 指出创新成功所需时间和投资成本的差异是影响均衡类型的主要原因, 先动优势在一定条件下对均衡类型也有非常重要的影响. 对于抢先均衡和序贯均衡类型, 着重考察了创新成功所需时间和投资成本差异对企业技术创新平均投资时间间隔的影响, 主要结论: 在抢先均衡中, 创新成功所需时间和平均投资时

间间隔成反向变动关系; 在序贯均衡中, 二者不相关. 投资成本差异对平均投资时间间隔的影响在抢先均衡和序贯均衡中是相反的. 投资成本差异大, 在抢先均衡中会缩短平均投资时间间隔, 使企业技术创新投资集中在某些时期; 在序贯均衡中则会增加平均投资时间间隔, 阻碍劣势企业进行技术创新投资. 所以, 站在政府的角度, 如果想鼓励众多企业都进行技术创新, 应该重点扶持一批优势企业, 给予它们政策、税收方面一系列优惠措施, 加大它们的投资成本优势, 鼓励这些企业从事大型的、周期较长的技术创新投资, 在一段时间内掀起整个行业的技术创新投资高潮. 同时也要防止个别企业投资成本优势过于巨大, 形成序贯均衡中垄断的领导者地位, 阻碍其他企业进行技术创新投资, 不利于整个行业的技术创新投资.

参考文献:

- [1] Dixit A K, Pindyck R S. Investment Under Uncertainty[M]. Princeton: Princeton University Press, 1994.
- [2] Amram M, Kulatilaka N. Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World[M]. Boston, MA: Harvard Business School Press, 1998.
- [3] Kulatilaka N, Perotti E C. Strategic growth options[J]. Management Science, 1998, 44(8): 1021—1031.
- [4] Kulatilaka N, Perotti E C. Time-to-market capability as Stackelberg growth options[A]. In: Schwartz E, Trigeorgis L, ed. Innovation and Strategy: New Developments and Applications in Real Options[C]. New York: Oxford University Press, 2000.
- [5] Perotti E C, Rossetto S. Internet Portals as Portfolios of Entry Options[R]. Working Paper, No. 00—105/2. Amsterdam, Netherlands: University of Amsterdam and CEPR, 2000. (<http://www.tinbergen.nl/discussionpapers/00105.pdf>)
- [6] Reinganum J F. On the diffusion of new technology: A game theoretic approach[J]. The Review of Economic Studies, 1981, 48(3): 395—405.

- [7]Reinganum J F. Market structure and the diffusion of new technology[J]. Bell Journal of Economics, 1981, 12(2): 618—624.
- [8]Fudenberg D, Tirole J. Preemption and rent equalization in the adoption of new technology[J]. The Review of Economic Studies, 1985, 52(3): 383—401.
- [9]Götz G. Strategic timing of adoption of new technology under uncertainty: A note[J]. International Journal of Industrial Organization, 2000, 18(2): 369—379.
- [10]Weeds H. Strategic delay in real options model of R &D competition[J]. Review of Economic Studies, 2002, 69(3): 729—747.
- [11]Lukach R, Kort P M, Plasmans J. Strategic Dynamic R &D Investments[R]. Working Paper. Antwerp, Belgium: UFSIA University of Antwerp, 2002. (<http://copoka.virtualave.net/papers/stratrd.pdf>)
- [12]Robert L, Hong B, Elmer S. Investment, Capital Market Imperfections, and Uncertainty: Theory and Empirical Results[M]. Cheltenham, UK: Edward Elgar Publishing Inc, 2001.
- [13]Cohen W M, Levinthal D A. Fortune favors the prepared firm[J]. Management Science, 1994, 40(2): 227—251.
- [14]Stenbacka, R, Tombak M M. Strategic timing of adoption of new technologies under uncertainty[J]. International Journal of Industrial Organization, 1994, 12(3): 387—411.
- [15]Huisman K J M, Kort P M. A Further Analysis on Strategic Timing of Adoption of New Technologies Under Uncertainty[R]. Working Paper, No. 9803. Tilburg, Netherlands: CentER, Tilburg University, 1998. (<http://greywww.kub.nl:2080/greyfiles/center/1998/doc/3.pdf>)
- [16]Pawlina G, Kort P M. Real Options in an Asymmetric Duopoly: Who Benefits from Your Competitive Disadvantage? [R]. Working Paper, No. 2001-95. Tilburg, Netherlands: CentER, Tilburg University, 2002. (<http://center.uvt.nl/phd.stud/pawlina/2c0102.pdf>)
- [17]Huisman K J M, Kort P M. Effects of Strategic interactions on the Option Value of Waiting [R]. Working paper, No. 9992. Tilburg, Netherlands: CentER, Tilburg University, 1999. (<http://greywww.kub.nl:2080/greyfiles/center/1999/doc/92.pdf>)
- [18]Grenadier S R. The strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real estate markets[J]. Journal of Finance, 1996, 51(5): 1653—1679.
- [19]Baldwin C Y. How capital budgeting deters innovation and what to do about it[J]. Research Technology Management, 1991, 34(6): 39—45.
- [20]Harrison J M. Brownian Motion and Stochastic Flow Systems[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1985.

Strategic investment of technology innovation with asymmetric cost under imperfect competition

XIA Hui, ZENG Yong

School of Management, UESTC, Chengdu 610054, China

Abstract: This paper studies the impact of investment cost asymmetry and required time to implement technology innovation successfully on the technology innovation strategic investment decisions of firms under imperfect competition. The conditions for the preemptive/ sequential/ simultaneous investment equilibrium are derived. It is shown that required time to implement technology innovation successfully and investment cost asymmetry are the main reasons that affect the three types of equilibria. Furthermore, the impact of investment cost asymmetry and required time to implement technology innovation successfully on the average time interval of the firms' investment is analyzed under the preemptive and sequential investment equilibria, The economic explanations and implications are also provided with the analytical results.

Key words: real options; game equilibrium; strategic investment; imperfect competition; technology innovation

附录 A

当 $Y(t) \in [Y_0, Y_1^{OPT}]$, 企业 2 没有动力成为领导者, 即 $\pi_2(Y) < 0$ 时, 序贯均衡发生. 换言之, 在这个区域, 只要存在 Y_t 使得 $\pi_2(Y) = 0$, 则抢先均衡发生. 由式 (13)、(9)、(5) 可得

$$\pi_2(Y) = L_2(Y) - F_2(Y) = \frac{YD_{10}}{r - \mu} e^{-(r-\mu)Y} - kI + \frac{D_{11} - D_{10}}{-1 D_{11} - D_{01}} I \left(\frac{Y}{Y_1^F} \right) - \frac{YD_{01}}{r - \mu} - \frac{kI}{-1} \left(\frac{Y}{Y_2^F} \right) \quad (A1)$$

$$\frac{\partial \pi_2(Y, k, \cdot)}{\partial Y} = \frac{D_{10}}{r - \mu} e^{-(r-\mu)Y} - \frac{D_{01}}{r - \mu} + \frac{D_{11} - D_{10}}{r - \mu} \left(\frac{Y}{Y_1^F} \right)^{-1} e^{-(r-\mu)Y} - \frac{D_{11} - D_{01}}{r - \mu} \left(\frac{Y}{Y_2^F} \right)^{-1} e^{-(r-\mu)Y} \quad (A2)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_2(Y, k, \cdot)}{\partial Y^2} = \frac{D_{11} - D_{10}}{r - \mu} (-1) \cdot \left(\frac{Y}{Y_1^F} \right)^{-2} \frac{1}{Y_1^F} e^{-(r-\mu)Y} - (-1) \cdot \frac{D_{11} - D_{01}}{r - \mu} \left(\frac{Y}{Y_2^F} \right)^{-2} \frac{1}{Y_2^F} e^{-(r-\mu)Y} < 0 \quad (A3)$$

则满足下列方程组的 Y^* 是 $\pi_2(Y, k, \cdot)$ 的唯一极大值点, 且 $\pi_2(Y, k, \cdot)$ 在 Y^* 处取得最大值为 0.

$$\begin{cases} \pi_2(Y^*, k, \cdot) = 0 \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial Y} \Big|_{Y=Y^*} = 0 \end{cases} \quad (A4)$$

式(A4)的第1式减去第2式乘以 Y' , 得

$$Y^* = \frac{kI(r - \mu)}{-1 D_{10} e^{-(r-\mu)Y^*} - D_{01}} \quad (A5)$$

从式(A5)可看出, $D_{10} e^{-(r-\mu)Y^*} - D_{01} > 0$, 即

$$< \frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{01}} \quad (A6)$$

否则, 由于创新成功所需时间太长, 即使竞争对手先创新成功, 企业采取不创新策略的折现利润流仍然大于等于企业抢先创新成功的折现利润流, 在这种情况下, 没有企业愿意先进行技术创新投资.

代式(A5)入式(A4)的第1式, 根据式(7), 得

$$\frac{1}{-1} kI + \frac{D_{11} - D_{10}}{-1 D_{11} - D_{01}} \cdot I \left[\frac{(D_{11} - D_{01}) e^{-(r-\mu)Y}}{D_{10} e^{-(r-\mu)Y} - D_{01}} k \right] - \frac{kI}{-1} \left[\frac{(D_{11} - D_{01}) e^{-(r-\mu)Y}}{D_{10} e^{-(r-\mu)Y} - D_{01}} \right] = 0 \quad (A7)$$

重新整理得

$$k^* = \frac{1}{D_{11} - D_{01}} \cdot$$

$$\left[\frac{(D_{10} - D_{01}) e^{-(r-\mu)Y} - (D_{11} - D_{01})}{(D_{10} - D_{11})} \right]^{-1} \quad (A8)$$

分析式(A7)可知, 当 Y^* 时, 不论 k 取大于 1 的任何值, $\pi_2(Y) < 0$, 均衡为序贯均衡.

$$Y^* = \frac{1}{r - \mu} \cdot$$

$$\left\{ \ln \frac{D_{10} - [(D_{10} - D_{11}) (D_{11} - D_{01})]^{-1} + (D_{11} - D_{01}) Y'}{D_{01}} \right\} \quad (A9)$$

当 $0 < Y < Y^*$ 时, 若 $k > k^*$, 均衡为序贯均衡; 若 $k < k^*$, 均衡为抢先均衡. 根据式(A9), $k^* > 1$. 最后, 证明对于 Y^* , 有

$$D_{10} - (D_{11} - D_{01})^{-1} [(D_{11} - D_{01}) + (D_{10} - D_{11}) Y'] > D_{01} \quad (A10)$$

对式(A10)进行变换, 得

$$(D_{10} - D_{01}) - (D_{10} - D_{11}) (D_{11} - D_{01})^{-1} - (D_{11} - D_{01}) > 0 \quad (A11)$$

令

$$= D_{11} - D_{01}, b = D_{10} - D_{01} \quad (A12)$$

代式(A12)入式(A11), 经过简单变换, 得

$$\left[\left(\frac{b}{a} \right) - \frac{b}{a} + (-1) \right] > 0 \quad (A13)$$

令 $c = b/a$, 式(A13)第2部分变为

$$f(c) = c - c + (-1) \quad (A14)$$

$$f(c) = (c^{-1} - 1) \quad (A15)$$

根据式(2), $c > 1, f(c) > 0$, 又因为 $f(1) = 0$, 所以 $f(c) > 0$, 再 > 0 , 综合以上, 式(A10)成立. 定理 1 得证.

附录 B

令

$$i(Y) = S_i(Y) - L_i(Y) \quad (B1)$$

$Y(t) \in (Y_1^F, Y_2^F)$ 且 $Y_2^F > Y_1^F$ 时, 若 $i(Y) > 0$, 则企业 1 没有动力先投资成为领导者, 同时均衡发生; 否则均衡为抢先或序贯均衡. 采用同定理 1 证明相同的方法, 可以得到 Y^{**} 是 $i_1(Y, k, \cdot)$ 的唯一极小值点, 且 $i_1(Y, k, \cdot)$ 在 Y^{**} 处取得最小值为 0.

$$Y^{**} = \frac{I(r - \mu)}{-1 D_{10} e^{-(r-\mu)Y^{**}} - D_{01}} \quad (B2)$$

式中, $D_{10} e^{-(r-\mu)Y^{**}} - D_{01} > 0$, 即

$$< \frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{01}} \quad (B3)$$

否则, 由于创新成功所需时间太长, 企业创新成功的折现利润流小于等于企业都采取不创新策略的折现利润流, 这时, 两个企业会合谋都不进行技术创新投资.

同前面一样, 把 Y^{**} 带入, 可得

$$\frac{1}{-1} + \frac{1}{-1} \left[\frac{(D_{11} - D_{01}) e^{-(r-\mu)Y}}{D_{10} e^{-(r-\mu)Y} - D_{01}} \right] - \frac{kI}{-1} \frac{D_{11} - D_{01}}{D_{11} - D_{01}} \left[\frac{(D_{11} - D_{01}) e^{-(r-\mu)Y}}{k(D_{10} e^{-(r-\mu)Y} - D_{01})} \right] = 0 \quad (B4)$$

重新整理,得

$$k^{**} = (D_{11} - D_{01}) \cdot \left[\frac{(D_{10} - D_{11})}{(D_{10} - D_{00}e^{(r-\mu)}) - (D_{11} - D_{00})} \right]^{-1} \quad (B5)$$

分析式(B4)可知,如果 3^{**} , $1(Y) > 0$

$$3^{**} = \frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10} - (D_{11} - D_{01})}{D_{00}} < \frac{1}{r - \mu} \ln \frac{D_{10}}{D_{00}} \quad (B6)$$

如果 $0 < 3^{**}$,分两种情况:当条件一成立时,对于 $0 < 1^{**}$, $1(Y) < 0$,对于 $1^{**} < 3^{**}$, $k < k^{**}$,则 $1(Y) > 0$, $k < k^{**}$,则 $1(Y) < 0$;当条件一不成立时, $k < k^{**}$,则 $1(Y) > 0$, $k < k^{**}$,则 $1(Y) < 0$

条件1

$$D_{10} < D_{00} - [(D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{00})^{-1} + (D_{11} - D_{00})^{\mu}] \quad (B7)$$

$$1^{**} = \frac{1}{r - \mu} \cdot \ln \left\{ \frac{D_{10} - [(D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{00})^{-1} + (D_{11} - D_{00})^{\mu}]}{D_{00}} \right\} \quad (B8)$$

出现,同时均衡还需满足

$$Y_2^F = Y_1^S \quad (B9)$$

如果 3^{**} ,根据式(7)和式(11),要满足式(B9),必须

$$k = \frac{D_{11} - D_{01}}{D_{11} - D_{00}} \quad (B10)$$

如果 $0 < 3^{**}$,根据式(7), Y_2^F 随 k 单调增加,则可先找到 k 使得 $Y_2^F(k) = Y_1^S$,只需 $k^{**} < k$,即可满足式(B9).由式(7)和式(11),可得

$$k = \frac{D_{11} - D_{01}}{D_{11} - D_{00}} \quad (B11)$$

则

$$k^{**} < k \Leftrightarrow (D_{11} - D_{01}) \cdot \left[\frac{(D_{10} - D_{11})}{(D_{10} - D_{00}e^{(r-\mu)}) - (D_{11} - D_{00})} \right]^{-1} < \frac{D_{11} - D_{01}}{D_{11} - D_{00}} \quad 0 \Leftrightarrow 2^{**} > 1 \quad 2^{**} = \frac{1}{r - \mu} \cdot \ln \left\{ \frac{D_{10} - [(D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{00})^{-1} + (D_{11} - D_{00})^{\mu}]}{D_{00}} \right\} \quad (B12)$$

由式(2), $2^{**} < 3^{**}$,并且 $D_{10} - [(D_{10} - D_{11})(D_{11} - D_{00})^{-1} + (D_{11} - D_{00})^{\mu}] > D_{00}$,其证明方法同式(A10)的证明,兹略.最后容易验证, $k^{**} > 1$, $k > 1$.综合以上,定理2得证.

附录 C

记 $A = (Y_2^F / Y_1^F) > 1$,根据式(19),有

$$F = \left[\frac{-\ln A + (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right] + A^{\frac{2(\mu - 1/2^2)}{2}} \cdot \left[\frac{-\ln A - (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right] - \frac{1}{2} = 0 \quad (C1)$$

只需证明 $\frac{dM}{dA} > 0$,定理3即可得证.根据隐函数求导

定理

$$\frac{dM}{dA} = - \frac{F_A}{F_M} \quad (C2)$$

$$F_M = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{-\ln A + (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right]^2} \cdot \left(\frac{\ln A}{2} M^{-3/2} + \frac{\mu - 1/2^2}{2} M^{-1/2} \right) + A^{\frac{2(\mu - 1/2^2)}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{-\ln A - (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right]^2} \cdot \left(\frac{\ln A}{2} M^{-3/2} - \frac{\mu - 1/2^2}{2} M^{-1/2} \right) \quad (C3)$$

把 $A^{\frac{2(\mu - 1/2^2)}{2}}$ 写成 $e^{\ln(A^{\frac{2(\mu - 1/2^2)}{2}})} = e^{\frac{2(\mu - 1/2^2)}{2} \ln A}$,化简

$$F_M = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{-\ln A + (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right]^2} \ln A M^{-3/2} > 0 \quad (C4)$$

$$F_A = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{-\ln A + (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right]^2} \left(- \frac{1}{\sqrt{MA}} \right) + \left[\frac{-\ln A + (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right] \frac{2(\mu - 1/2^2)}{2} \cdot A^{\frac{2(\mu - 1/2^2)}{2}} + A^{\frac{2(\mu - 1/2^2)}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{-\ln A - (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right]^2} \cdot \left(- \frac{1}{\sqrt{MA}} \right) \quad (C5)$$

式(C5)的第1项和第3项为负,第2项当 $\mu > \frac{1}{2}$ 时,

即 $\sqrt{2}\mu$ 时小于等于零,则 $F_A < 0$; $\mu > \frac{1}{2}$ 时,即

$\sqrt{2}\mu$ 时,只要 μ 很小,根据正态分布的“3 规则”,

$$\left[\frac{-\ln A - (\mu - 1/2^2)M}{\sqrt{M}} \right] \text{ 为零,则 } F_A < 0. \quad (C6)$$

综合式(C2)、(C4)、(C6),定理3得证.

附录 D

抢先均衡中 Y_2^P 必须满足式(13),再根据式(5)、式(9),得

$$2(Y_2^P) = L_2(Y_2^P) - F_2(Y_2^P) = \frac{Y_2^P D_{10}}{r - \mu} e^{-(r-\mu)} - kI + \frac{D_{11} - D_{10}}{-1 D_{11} - D_{01}} \cdot I \left(\frac{Y_2^P}{Y_1^F} \right) - \frac{Y_2^P D_{01}}{r - \mu} - \frac{kI}{-1} \left(\frac{Y_2^P}{Y_2^F} \right) = 0 \quad (D1)$$

根据式(7)

$$Y_1^F = \frac{1}{k} Y_2^F \quad (D2)$$

代式(D2)入式(D1),变形,得

$$2 \left(\frac{Y_2^p}{Y_2^f} \right) = \left(\frac{Y_2^p}{Y_2^f} \right) \frac{kID_{10}}{D_{11} - D_{01}} - kI + \frac{D_{11} - D_{10}}{D_{11} - D_{01}} Ik \left(\frac{Y_2^p}{Y_2^f} \right) - \left(\frac{Y_2^p}{Y_2^f} \right) \frac{kID_{01}}{D_{11} - D_{01}} e^{(r-\mu)} - \frac{kI}{D_{11} - D_{01}} \left(\frac{Y_2^p}{Y_2^f} \right) = 0 \quad (D3)$$

令 $Z = (Y_2^p / Y_2^f)$, 化简, 得

$$G(Z, k, \mu) = Z \frac{D_{10} - D_{01} e^{(r-\mu)}}{D_{11} - D_{01}} - 1 + \frac{D_{11} - D_{10}}{D_{11} - D_{01}} k^{-1} Z - \frac{1}{D_{11} - D_{01}} Z = 0 \quad (D4)$$

$$G_Z(Z, k, \mu) = \frac{D_{10} - D_{01} e^{(r-\mu)}}{D_{11} - D_{01}} + \frac{2}{D_{11} - D_{01}} \cdot \frac{D_{11} - D_{10}}{D_{11} - D_{01}} k^{-1} Z^{-1} - \frac{1}{D_{11} - D_{01}} Z^{-1} \quad (D5)$$

因为 $Z = Y_2^p / Y_2^f = Y_1^{OPT} / Y_2^f < 1$, 由式(7)、式(14)得

$$Z \frac{D_{11} - D_{01}}{k(D_{10} - D_{00})} \quad (D6)$$

代式(D6)入式(D5), 化简, 得

$$G_Z(Z, k, \mu) = \frac{1}{D_{11} - D_{01}} \left(\frac{D_{10} - D_{01} e^{(r-\mu)}}{D_{11} - D_{01}} - Z^{-1} \right) - \frac{2}{D_{11} - D_{01}} \frac{D_{11} - D_{10}}{D_{10} - D_{00}} \quad (D7)$$

只要先动优势足够大, 即 $D_{10} - D_{00} \gg D_{11} - D_{01}$, 式(D7)不等号右边第 2 项接近零. 根据定理 1, 抢先均衡中, $0 < \mu < \mu^*$, 则 $D_{10} - D_{01} e^{(r-\mu)} > D_{11} - D_{01}$, 又 $Z < 1$, 故

$$G_Z > 0 \quad (D8)$$

$$G(Z, k, \mu) = Z \frac{D_{10} - D_{01} e^{(r-\mu)}}{D_{11} - D_{01}} - 1 < 0 \quad (D9)$$

$$G_k(Z, k, \mu) = - \frac{D_{10} - D_{11}}{D_{11} - D_{01}} k^{-2} Z < 0 \quad (D10)$$

根据隐函数求导定理

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = - \frac{G}{G_Z}, \quad \frac{\partial Z}{\partial k} = - \frac{G_k}{G_Z} \quad (D11)$$

综合式(D8)、(D9)、(D10)、(D11), 得

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} > 0, \quad \frac{\partial Z}{\partial k} > 0 \quad (D12)$$

再由定理 3, $A = 1/Z$, 定理 4 得证.

附录 E

由式(7)、式(14)

$$\frac{Y_2^f}{Y_1^{OPT}} = k \frac{D_{10} - D_{00}}{D_{11} - D_{01}} \quad (E1)$$

由式(E1)可知: 序贯均衡中 $A = (Y_2^f / Y_1^{OPT})$ 与 k 无关, 而与 k 成正比, 与先动优势 $\left(\frac{D_{10} - D_{00}}{D_{11} - D_{01}} \right)$ 成正比. 再结合定理 3, 定理 5 得证.

附录 F

在 $\mu < \min\{\mu_1^*, \mu_2^{**}\}$ 的情况下, 当先动优势很大时, $D_{10} - D_{00} \gg D_{11} - D_{01}$, 由式(2)有 $D_{11} - D_{01} > D_{11} - D_{00} > 0$, 再由式(B5)、(B12)可知, $D_{10} - D_{00} e^{(r-\mu)}$ 和 $D_{11} - D_{00}$ 相比要大的多, 则 k^{**} 会很小. 另一方面, 由式(2)有 $D_{10} - D_{01} > D_{10} - D_{00} > 0$, 再由式(A8)、(A9)可知, $D_{10} - D_{01} e^{(r-\mu)}$ 和 $D_{11} - D_{01}$ 相比要大的多, 则 k^* 会很大. 结合定理 1、定理 2, 推论 1 得证.

(上接第 11 页)

Research on hybrid index hierarchy fuzzy decision-making method

ZHANG Wen-hong¹, CHEN Sen-fa²

1. Business School, Nanjing University, Nanjing 210093, China;

2. School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 210096, China

Abstract: The hybrid index hierarchy fuzzy decision-making method is proposed on the basis of the idea of hierarchy analysis, the fuzzy pattern recognition technique and the fuzzy consistent matrix. The main characteristics of this method stress on the methodology of fuzzy evaluation for hybrid index systems, in which the qualitative and quantitative indexes are synthetically considered. After getting the expression evaluations for each index, using the fuzzy pattern recognition technique, a global evaluation for all indexes is developed to get. Finally, an illustrative example is given to clarify the effectiveness of the developed approach.

Key words: hierarchy analysis; fuzzy decision; fuzzy consistent; fuzzy pattern recognition