代理人努力决策柔性的分成制委托代理模型[①]

倪得兵, 唐小我
(电子科技大学管理学院, 成都 610054)

摘要: 针对被忽视的代理人努力决策的柔性,在第 0 期完全信息条件下建立了基于柔性的代理人努力决策模型和委托人的最优分成制合同设计模型,证明了最优分成比例在柔性决策行为假定下的存在性,并与经典的委托 - 代理模型的结论进行对比分析. 结果表明,努力决策柔性将会提高努力所要求的临界市场价格;最优分成比例随着代理人的努力成本增加而增加,随着市场价格的期望增长率和努力的产量的增加而减小,但不会随着市场价格的波动率的增加而降低;当市场状况差时,经典的委托代理理论给出的分成比例将会给予代理人过高的支付.

关键词: 柔性; 分成制激励; 委托 - 代理模型; 最优停止问题
中图分类号: F224.1; F224.9　　文献标识码: A　　文章编号: 1007 - 9807(2005)03 - 0015 - 09

0 引 言

委托 - 代理关系是企业理论中的一个重要的关系. 经典的信息经济学理论试图通过一个满足代理人参与约束和激励相容约束并且使得委托人效用最大化的合同来处理代理人与委托人之间的委托 - 代理关系,即通过合同来实现委托人所要求结果[1～3]. 这些理论解决了诸如道德风险(事后隐藏行为)和逆向选择(事前隐藏类型)等信息不对称问题. 由于委托 - 代理理论证明了通过业绩或者类型依赖的合同可以实现委托人希望的结果,委托代理模型被广泛应用于企业经营决策的各个环节. 文献[4]将厂商和消费者分别模型化为委托人和代理人,研究了该理论在厂商市场行为方面的应用(价格歧视、非线性定价和质量歧视). 文献[5～7]将委托 - 代理理论应用到规制领域,研究具有市场效率的规制方法. 但是,这些模型都将企业看成一个决策整体而与市场的另一个参与方发生交易. 另一方面,旨在研究企业内部的激励问题的文献又简单地假定市场状况可以用一个随机变量或者随机过程来描述,从而排除了企业通过某种行为影响市场的可能[8,9]. 值得注意的另一个应用委托 - 代理模型的分支是将企业内部的激励合同与产品市场的决策行为联系在一起研究. 文献[10]基于古诺竞争研究了均衡激励;文献[11]考察了价格竞争与数量竞争的激励等价性;文献[12～14]研究了销售代理过程中的激励和授权(是否给予销售商定价的权利)问题.

就国内的研究,从文献[1]开始,对委托代理模型理论和应用研究呈现蓬勃发展的势头. 一方面,研究者应用委托代理模型研究企业中的激励、国有企业改革和政府改革的机制设计等重要问题,试图解决这些领域内的激励契约设计和控制权的配置,以实现委托人的目标最大化,最终为中国经济改革和企业实践提供有益的参考[15～20]. 另一方面,研究者试图放松经典委托代理假定,从理论上拓展委托代理模型[21～24]. 此类研究尽管仍然在经典研究的框架范围内,但这些研究揭示一些经典理论刻意回避的现象,从而丰富委托代理理论的研究背景和研究内容.

① 收稿日期: 2003 - 07 - 01; 修订日期: 2005 - 03 - 28.
基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(79725002); 电子科技大学青年科技基金资助项目.
作者简介: 倪得兵(1973 —),男,重庆永川人,博士生.

尽管这些研究涉及了众多领域,但是它们存在如下缺陷:将不确定性模型化为随机变量,将委托人和代理人的目标假定为期望利润或者期望效用最大化,因此,这些研究适用于解决短期的委托 - 代理问题,从而预先排除了参与人的长期趋利避害的柔性行为. 比如,参与人在短期内无法权衡执行某个决策和等到更有利的情况下执行该决策. 针对这一缺陷,本文在代理人决策柔性和市场需求不确定的条件下研究委托人与代理人之间的委托代理关系,即考察代理人决策柔性条件下的激励合同,进而考察这种合同的特征. 应当指出,本文将市场和企业的生产决策联系在一起考察,而不是如经典委托 - 代理理论那样直接将委托人和代理人的收益简单地综合在一个变量中反映,这有助于将本文的变量改变为其他变量来研究其他问题,因此,尽管本文将市场和企业内部的生产简化为价格和努力的产量,其模型仍然具有一般性.

1 代理人的柔性决策

考虑一个完全竞争的产品市场,市场价格随着时间的演进具有不确定性. 假设市场价格演进服从几何布朗运动,即

$$\mathrm{d}P = \alpha P\mathrm{d}t + \sigma P\mathrm{d}z \tag{1}$$

式中:α为价格运动的漂移率(不失一般性,设 $\alpha > 0$),$\sigma > 0$ 价格运动的波动率,$\mathrm{d}z$ 为布朗运动的增量过程. 由于 $P_0 = 0$ 是随机过程(1) 的一个吸收壁,因此,假设 $P_0 = P(0) > 0$,否则市场将不存在不确定性.

假设代理人与委托人之间的合同是长期的(不失一般性,设合同所期限为无限长),并且,代理人有两种可选的努力水平 0 和 $e > 0$,与这两种努力水平相对的努力成本分别为 0 和 $c_e > 0$,并且两种努力水平下的产量分别为 q_0 和 $q_e (q_e > q_0 > 0)$. 如果代理人与委托人之间的分成合同规定代理人每期所得的比例为 θ,则当代理人努力时,其每期获得的收入为 $R_{me}(t) = \theta P(t) q_e$;当代理人不努力时,其每期收入为 $R_{m0}(t) = \theta P(t) q_0$.

由 ITO 定理可知 $\mathrm{d}R_{me} = \alpha(\theta q_e P)\mathrm{d}t + \sigma(\theta q_e P)\mathrm{d}z = \alpha R_{me}\mathrm{d}t + \sigma R_{me}\mathrm{d}z$,因此,$R_{me}$ 是一个几何布朗运动. 同理,R_{m0} 也是一个几何布朗运动. 如果不考虑代理人努力决策的柔性,则代理人努力时的期望净收入现值为

$$\begin{aligned} PV_{me} &= E\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-rt}(R_{me}(t) - c_e)\mathrm{d}t\right] = \\ &\theta q_e E\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-rt}P(t)\mathrm{d}t\right] - \frac{c_e}{r} = \\ &\frac{\theta q_e P_0}{r - \alpha} - \frac{c_e}{r} \end{aligned} \tag{2}$$

式中,$E(\cdot)$ 为期望算子,r 为代理人的贴现率,并且 $r > \alpha$(否则上式无经济意义).

代理人不努力时的期望净收入现值为

$$\begin{aligned} PV_{m0} &= E\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-rt}R_{m0}(t)\mathrm{d}t\right] = \\ &\theta q_0 E\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-rt}P(t)\mathrm{d}t\right] = \frac{\theta q_0 P_0}{r - \alpha} \end{aligned} \tag{3}$$

由式(2) 和式(3) 可知,如果不考虑代理人努力决策的柔性,则代理人努力的条件为

$$\frac{\theta(q_e - q_0)P_0}{r - \alpha} > \frac{c_e}{r} \tag{4}$$

事实上,给定代理人与委托人之间的长期分成制合同,代理人获得决定是否努力和何时努力的灵活性(称为代理人的努力柔性),因此,代理人可以根据观察到的市场状况(进而自己的收入状况) 决定是否努力. 但是,代理人一旦作出努力决定,委托人将会观察到努力水平和相应的利润水平,从而可用“解除雇用合同”来威胁代理人,这使得代理人的努力决策是不可逆的,这类似于柔性条件下的投资决策. 不失一般,在此后的讨论中仅考虑代理人只有一次努力决策机会.

对于任意的时刻 $t^* \geq 0$,如果代理人在时刻 t^* 决定努力,则努力成本现值为$\frac{c_e}{r}$. 为简化后面的书写,记 $C_e \equiv \frac{c_e}{r}$. 如果 $t < t^*$,则代理人每期获得的收入为 R_{m0};如果 $t \geq t^*$,代理人每期获得的收入为 R_{me}. 因此,考虑代理人努力决策柔性条件下的期望净收入现值为

$$
\begin{aligned}
V_{mr} &= E\left\{\int_0^{t^*} e^{-rt} R_{m0}(t)\,dt + e^{-rt^*}\left[\int_{t^*}^{\infty} e^{-r(t-t^*)} R_{me}(t)\,dt - C_e\right]\right\} = \\
&E\left\{\int_0^{\infty} e^{-rt} R_{m0}(t)\,dt + e^{-rt^*}\left[\int_{t^*}^{\infty} e^{-r(t-t^*)} (R_{me}(t) - R_{m0}(t))\,dt - C_e\right]\right\} = \\
&\frac{R_{m0}(0)}{r-\alpha} + E\left\{e^{-rt^*}\left[\int_{t^*}^{\infty} e^{-r(t-t^*)} (R_{me}(t) - R_{m0}(t))\,dt - C_e\right]\right\} \qquad (5)
\end{aligned}
$$

式中, $R_{m0}(0)$ 为代理人第 0 期的收入, 第 3 个等号来源于 $R_{m0}(t)$ 为一个几何布朗运动这一事实. 式(5) 第 1 项为常数, 这意味着, 代理人的柔性努力决策可以表述为选择 t^* 使得第 2 项最大化. 因此, 代理人的努力决策可以表示为

$$
\max_{t^*} E\left\{e^{-rt^*}\left[\int_{t^*}^{\infty} e^{-r(t-t^*)} (R_{me}(t) - R_{m0}(t))\,dt - C_e\right]\right\} \qquad (6)
$$

由 ITO 定理可知

$$
\begin{aligned}
d(R_{me} - R_{m0}) &= \\
&\alpha(\theta_{q_e}P - \theta_{q_0}P)\,dt + \sigma(\theta_{q_e}P - \theta_{q_0}P)\,dz = \\
&\alpha(R_{me} - R_{m0})\,dt + \sigma(R_{me} - R_{m0})\,dz
\end{aligned}
$$

这表明, $R_m \equiv R_{me} - R_{m0}$ 是一个几何布朗运动.

文献[25] 证明了最大化问题(6) 实际上是一个最优停止问题. 记最大化问题(6) 的值函数为

$$
F(R_m) = \max_{t^*} E\left\{e^{-rt^*} \cdot \left[\int_{t^*}^{\infty} e^{-r(t-t^*)} R_m(t)\,dt - C_e\right]\right\} \qquad (7)
$$

考虑合同期中的一个微小的时间段 dt, 如果代理人在 dt 的期初等待(不努力), 则值函数的期望增加值为 $E\{dF(R_m)\}$; 如果代理人在 dt 的期初出售这一权利, 则获得 $F(R_m)$ 并将之投入资本市场, 从而获得资本利得为 $rF(R_m)\,dt$. 由无套利假设可知

$$
E\{dF(R_m)\} = rF(R_m)\,dt \qquad (8)
$$

由于 R_m 是一个几何布朗运动, 根据 ITO 定理可知 $E\{dF(R_m)\} = \left(\frac{1}{2}\sigma^2 (R_m)^2 F'' + \alpha R_m F'\right) dt$. 将此式代入式(8) 可得如下微分方程

$$
\frac{1}{2}\sigma^2 (R_m)^2 F'' + \alpha R_m F' - rF = 0 \qquad (9)
$$

方程(9) 的通解可表示为 $F(R_3) = A_1(R_m)^{\beta_1} + A_2(R_m)^{\beta_2}$, 式中, A_1 和 A_2 为待定系数, β_1 和 β_2 分别为方程(9) 的特征二次方程

$$
\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1) + \alpha\beta - r = 0 \qquad (10)
$$

的正根和负根, 即

$$
\beta_1 = \frac{\sigma^2/2 - \alpha + \sqrt{(\sigma^2/2-\alpha)^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2} > 1,
$$

$$
\beta_2 = \frac{\sigma^2/2 - \alpha - \sqrt{(\sigma^2/2-\alpha)^2 + 2r\sigma^2}}{\sigma^2} < 0
$$

如果代理人决定努力, 则其 t^* 时刻的期望净收入现值为 $E\left\{\int_{t^*}^{\infty} R_m(t) e^{-rt} dt\right\} - C_e = \frac{R_m(t^*)}{r-\alpha} - C_e$. 设厂商最优停止的临界值和首次到达该临界的时刻分别为 R^* 和 $T^* = \inf\{t \mid R_m(t) = R^*\}$, 则对于任意 R_m, 代理人努力决策柔性的价值可表示为

$$
F(R_m) = \begin{cases} A_1(R_m)^{\beta_1} + A_2(R_m)^{\beta_2} & R_m < R^* \\ \dfrac{R_m}{r-\alpha} - C_e & R_m \geq R^* \end{cases} \qquad (11)
$$

由最优停止的边界条件

$$
F(0) = 0
$$

$$
A_1(R^*)^{\beta_1} + A_2(R^*)^{\beta_2} = \frac{R^*}{r-\alpha} - C_e
$$

$$
F'(R^*) = \frac{1}{r-\alpha}
$$

可以求出式(11) 中三个参数 $R^* = \frac{\beta_1(r-\alpha)}{\beta_1 - 1} C_e$、$A_1 = \frac{(R^*)^{1-\beta_1}}{\beta_1(r-\alpha)}$ 和 $A_2 = 0$, 因此, 代理人努力决策柔性的价值为

$$
F(R_m) = \begin{cases} \dfrac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1} C_e^{1-\beta_1}}{(\beta_1(r-\alpha))^{\beta_1}} (R_m)^{\beta_1} \\ \qquad R_m < \dfrac{\beta_1(r-\alpha)}{\beta_1 - 1} C_e \\ \dfrac{R_m}{r-\alpha} - C_e \\ \qquad R_m \geq \dfrac{\beta_1(r-\alpha)}{\beta_1 - 1} C_e \end{cases} \qquad (12)
$$

将 $R_m \equiv R_{me} - R_{m0} = \theta P(q_e - q_0)$ 代入式

(12) 可得

$$F(R_m)=\begin{cases}\dfrac{(\beta_1-1)^{\beta_1-1}C_e^{1-\beta_1}}{(\beta_1(r-\alpha))^{\beta_1}}(\theta(q_e-q_0))^{\beta_1}P^{\beta_1} & P<\dfrac{\beta_1(r-\alpha)}{\theta(\beta_1-1)(q_e-q_0)}C_e\\[2ex] \dfrac{\theta(q_e-q_0)P}{r-\alpha}-C_e & P\geq\dfrac{\beta_1(r-\alpha)}{\theta(\beta_1-1)(q_e-q_0)}C_e\end{cases}\qquad(13)$$

比较考虑和不考虑努力柔性时的努力决策所要求的门阈价格的大小,有如下结论.

命题 1 考虑努力决策柔性时代理人努力要求的门阈价格大于不考虑此柔性时代理人努力决策要求的门阈价格,并且二者之差随着的市场价格波动率 σ 增加而增加.

证明 记相应的门阈值分别为 P_R^* 和 P^*,这里下标 R 表示考虑柔性时的门阈价格. 由式(4)、式(12) 和 C_e 的定义可知 $P^*=\dfrac{r-\alpha}{\theta(q_e-q_0)}C_e$ 和 $P_R^*=\dfrac{\beta_1(r-\alpha)}{\theta(\beta_1-1)(q_e-q_0)}C_e$. 由此可得

$$P_R^*-P^*=\left(\frac{\beta_1}{\beta_1-1}-1\right)\left(\frac{r-\alpha}{\theta(q_e-q_0)}C_e\right)=\left(\frac{\beta_1}{\beta_1-1}-1\right)P^*\qquad(14)$$

由于 $\beta_1>1$, 从而有 $\beta_1-1>0$, 进而有 $\dfrac{\beta_1}{\beta_1-1}>1$, 因此 $P_R^*>P^*$. 进一步,由于 $\dfrac{\beta_1}{\beta_1-1}$ 随着 β_1 增加而减小,因此式(14) 表明 $P_R^*-P^*$ 随着 β_1 增加而减小.

再由式(10) 可得 $\sigma^2=\dfrac{2(r-\alpha\beta_1)}{\beta_1(\beta_1-1)}>0$, 从而 $r>\alpha\beta_1$, 进而有

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^2}{\mathrm{d}\beta_1}=\frac{2r(1-2\beta_1)}{(\beta_1(\beta_1-1))^2}+\frac{2\alpha}{(\beta_1-1)^2}<\frac{2r(1-2\beta_1)+2r\beta_1}{(\beta_1(\beta_1-1))^2}=-\frac{2r}{(\beta_1-1)\beta_1^2}<0$$

由上式和 $\sigma>0$ 可知, $\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\beta_1}<0$. 考虑到 $P_R^*-P^*$ 随着 β_1 增加而减小,因此, $P_R^*-P^*$ 随着 σ 增加而增加. 证毕.

命题 1 表明,在考虑努力决策柔性的条件下,代理人努力的要求的市场条件(价格) 更加苛刻. 注意到 P_R^* 是 θ 的减函数,这意味着,对于给定的市场价格,要使考虑努力决策柔性的代理人努力工作就必须(与不考虑该决策柔性的代理人相比较) 进一步增加分成比例. 因此,命题 1 给出除努力成本 c_e 之外的另一个导致代理人努力不足的原因,即基于决策柔性的等待行为.

2 委托人的决策

假设委托人和代理人在第 0 期签约时均观察到市场价格 P_0. 当 $P_0\geq P_R^*$ 时,则考虑柔性条件下的代理人会立即努力而实现产量 q_e. 此时委托人收入的期望现值为

$$PV_{sr}=E\left[\int_0^\infty \mathrm{e}^{-rt}(1-\theta)q_eP(t)\,\mathrm{d}t\right]=\frac{(1-\theta)q_eP_0}{r-\alpha}$$

代理人的收入的期望现值为 $\dfrac{\theta q_eP_0}{r-\alpha}$. 为使代理人愿意参与此合同,该现值应当不低于 C_e+u_0, 其中, u_0 为代理人的保留效用, 从而委托人在 $P_0\geq P_R^*$ 时的决策可以表述为

$$\max_\theta PV_{sr}=\max_\theta\left\{\frac{(1-\theta)q_eP_0}{r-\alpha}\right\}$$
$$\text{s.t.}\quad\frac{\theta q_eP_0}{r-\alpha}\geq C_e+u_0$$
$$P_0\geq\frac{\beta_1(r-\alpha)}{\theta(\beta_1-1)(q_e-q_0)}C_e\qquad(15)$$

由于式(15) 的目标函数为 θ 的单减函数,这意味着,委托人的最优决策应当取 θ 的可行域中的最小值. 注意到式(15) 的可行域为

$$\left\{\theta\,\middle|\,1\geq\theta\geq\frac{(r-\alpha)(C_e+u_0)}{q_eP_0}\right\}\cap\left\{\theta\,\middle|\,1\geq\theta\geq\frac{\beta_1(r-\alpha)C_e}{(\beta_1-1)(q_e-q_0)P_0}\right\},$$

因此,最优分成比例为

$$\theta^*=\max\left\{\frac{(r-\alpha)(C_e+u_0)}{q_eP_0},\ \frac{\beta_1(r-\alpha)C_e}{(\beta_1-1)(q_e-q_0)P_0}\right\}\qquad(16)$$

由式(16) 可知,最优分成比例 θ^* 随着市场价格的期望增长率 α 的增加而减小,不会随着市

场价格的波动率 σ^2 的增加而减小(因为 $\sigma > 0$ 且 $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\beta_1} > 0$),随着代理人的努力成本 C_e(或者 c_e) 增加而增加,随着努力的产量 q_e 的增加而减小.

当 $P_0 < P_R^*$ 时,则考虑柔性条件下的代理人在以后的决策为:当 $t < T^*$ 时,代理人不会努力;当 $t \geq T^*$ 时,代理人会努力,从而分成制合同下的委托人每期收入分别为 $(1-\theta)P(t)q_0$ 和 $(1-\theta)P(t)q_e$. 因此,当 $P_0 < P_R^*$ 时,委托人的期望收入现值为

$$
\begin{aligned}
PV_{sr} &= E\Big[\int_0^{T^*} \mathrm{e}^{-rt}(1-\theta)q_0 P(t)\,\mathrm{d}t + \mathrm{e}^{-rT^*}\int_{T^*}^{\infty} \mathrm{e}^{-r(t-T^*)}(1-\theta)q_e P(t)\,\mathrm{d}t\Big] = \\
&E\Big[\int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-rt}(1-\theta)q_0 P(t)\,\mathrm{d}t\Big] + E\Big[\mathrm{e}^{-rT^*}\int_{T^*}^{\infty}\mathrm{e}^{-r(t-T^*)}(1-\theta)(q_e-q_0)P(t)\,\mathrm{d}t\Big] = \\
&\frac{(1-\theta)q_0 P_0}{r-\alpha} + E_{T_\theta^*}\Big[\frac{(1-\theta)(q_e-q_0)P(T_\theta^*)\mathrm{e}^{-rT_\theta^*}}{r-\alpha}\Big]
\end{aligned}
$$

式中, $T_\theta^* = T^*$ 为分成比例为 θ 时的首次到达 P_R^* 的时刻. 由 $P(T_\theta^*) = P_R^*$ 可知

$$
PV_{sr} = \frac{(1-\theta)q_0 P_0}{r-\alpha} + E_{T_\theta^*}\Big[\frac{(1-\theta)\beta_1 C_e \mathrm{e}^{-rT_\theta^*}}{\theta(\beta_1-1)}\Big] \tag{17}
$$

因此,当 $P_0 < P_R^*$ 时,委托人设计最优分成制合同的行为可以描述为

$$
\begin{aligned}
\sup_\theta PV_{sr} &= \sup_\theta\Big\{\frac{(1-\theta)q_0 P_0}{r-\alpha} + E_{T_\theta^*}\Big[\frac{(1-\theta)\beta_1 C_e \mathrm{e}^{-rT_\theta^*}}{\theta(\beta_1-1)}\Big]\Big\} \\
\text{s.t.}\ & \frac{\theta q_0 P_0}{r-\alpha} + \frac{(\beta_1-1)^{\beta_1-1}C_e^{1-\beta_1}}{(\beta_1(r-\alpha))^{\beta_1}}\cdot(\theta(q_e-q_0))^{\beta_1}P_0^{\beta_1} \geq u_0 \\
& 0 < P_0 \leq \frac{\beta_1(r-\alpha)}{\theta(\beta_1-1)(q_e-q_0)}C_e
\end{aligned} \tag{18}
$$

T_θ^* 的概率分布函数为[26]

$$
p\{T_\theta^* \leq t\} = \begin{cases} \Phi\Big(\dfrac{-\ln P_R^*/P_0 + (\alpha-\sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}\Big) + \Big(\dfrac{P_R^*}{P_0}\Big)^{\frac{2(\alpha-\sigma^2/2)}{\sigma^2}}\Phi\Big(\dfrac{-\ln P_R^*/P_0 - (\alpha-\sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}\Big) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \tag{19}
$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的分布函数.

由式(18) 的第一个约束条件可知,存在 $\theta^{\#} > 0$ 使得该约束的等号成立,从而该约束等价于 $\theta \geq \theta^{\#}$. 再联系第 2 个约束,式(18) 的可行域可以改写为 $\theta \in \Big[\theta^{\#}, \frac{\beta_1(r-\alpha)C_e}{(\beta_1-1)(q_e-q_0)P_0}\Big]$. 将式(19) 代入式(18) 的目标函数可知,该优化问题的目标函数在其可行域(一个闭区间) 上连续,因此最优解存在. 综合 $P_0 < P_R^*$ 和 $P_0 \geq P_R^*$ 两种情形,有如下结论.

命题 2　在代理人的努力决策具有柔性条件下,存在最优的分成比例为正的分成制合同. 最优分成制合同可以由式(16) (当 $P_0 \geq P_R^*$ 时) 或者式(18) (当 $P_0 < P_R^*$ 时) 求出.

但是,鉴于 T_θ^* 的概率分布函数(从而式(18) 的目标函数) 很复杂,难以获得该问题的理论解. 下面,应用Matlab软件求式(18) 的数值解,并作比较静态分析. 结合经济意义,取 $T_\theta^* \in [0, 12\,000]$(即代理人执行努力的最大等待时间为 12 000 月(1 000 年)), $r = 0.1$, $\alpha = 0.01$, $\sigma = 0.01$, $q_0 = 1\,000$, $q_e = 1\,200$, $P_0 = 1$, $c_e = 0.4$, $P_0 = 0.4$(即努力成本为当期价格的 40 %,从而 $C_e = 4$), $u_0 = 10^{-10}$(这里将保留效用取的足够小是为了尽可能地展示最优分成比例的变化趋势,因为 u_0 足够小意味着 $\theta^{\#}$ 足够小,从而可行域较

大) ,通过 Matlab 编程,问题(19) 的解为 $\theta^* = 2.9686 \times 10^{-6}$,相应的值函数的值为 1.3376×10^6. 以这一组数据为基础,下面是关于市场需求的期望增长率 α 市场需求的波动率 σ^2、代理人的努力成本 C_e 和努力的产量 q_e 的比较静态分析的结果.

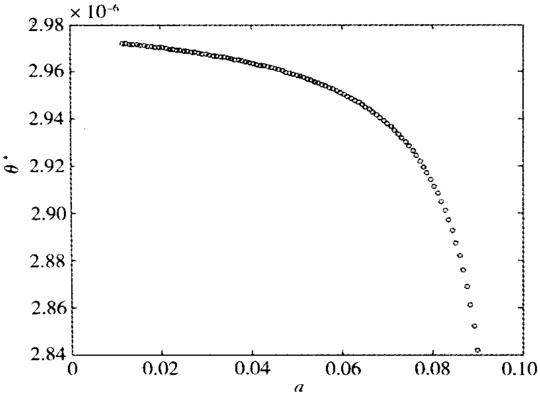

图 1　市场需求期望增长率对最优分成比例的影响

Fig. 1　Effect of the expected demand increase α on the optimal sharecropping fraction

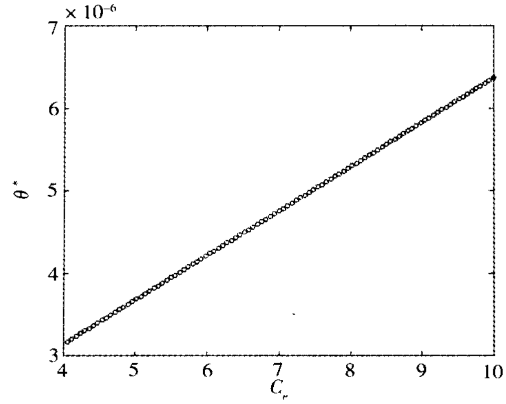

图 2　市场需求波动对最优分成比例的影响

Fig. 2　Effect of demand variant σ^2 on the optimal sharecropping fraction

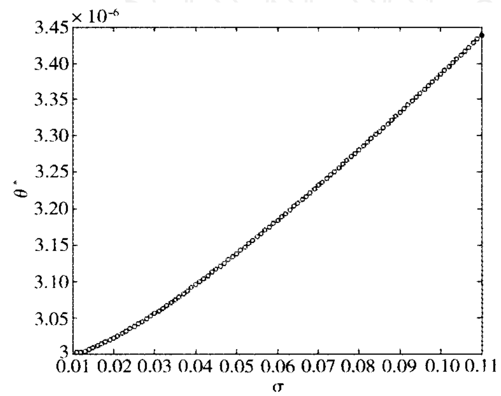

图 3　代理人努力成本对最优分成比例的影响

Fig. 3　Effect of agent effort cost on the optimal Sharecropping fraction

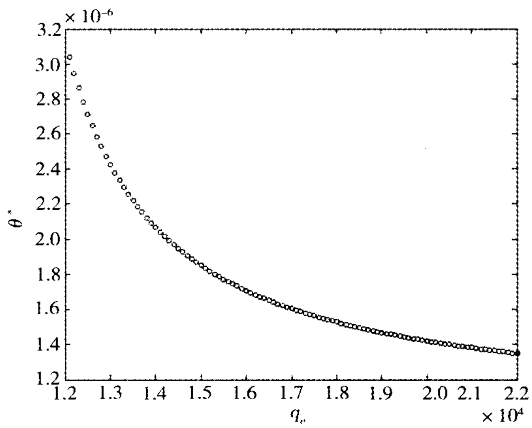

图 4　代理人努力产量对最优分成比例的影响

Fig. 4　Effect of the agent effort quantity on the optimal sharecropping fraction

图 1 ～ 4 展示委托人最优决策(最优合同设计) 时,外生参数变化对决策变量(最优分成比例) 的比较静态分析结果. 从图 1 ～ 4 可以看出,最优分成比例 θ^* 随着市场价格的期望增长率 α 的增加而减小,随着市场价格的波动率 σ^2 的增加而增加,随着代理人的努力成本 C_e 增加而增加,随着努力的产量 q_e 的增加而减小.

综合对 $P_0 < P_R^*$ 和 $P_0 \geq P_R^*$ 两种情形的理论分析($P_0 \geq P_R^*$) 和数值仿真($P_0 < P_R^*$) ,有如下比较静态结论.

比较静态结果　最优分成比例 θ^* 随着市场价格的期望增长率 α 的增加而减小,但随着市场价格的波动率 σ^2 的增加而不会降低,随着代理人的努力成本 C_e 增加而增加,随着努力的产量 q_e 的增加而减小.

命题 2 表明,在代理人的努力决策柔性条件下,最优分成制合同存在,并且由式(16) 和式(18) 可知,最优分成比例高于 0,从而代理人获得非负的净现值. 从实践的角度看,命题 2 为实施分成制激励(比如,销售提成激励) 的委托人提供了决策分成比例的理论依据. 进一步,上述比较静态结果展示了各主要影响最优分成合同的因素对最优分

成比例的影响，这为调整分成制激励水平提供一个简单的规则性指导.

下面将考虑与不考虑代理人的努力柔性条件下的分成制合同进行比较. 在第 0 期完全信息条件下，委托人决策最优分成比例的约束条件中，激励相容约束不起作用（该约束是松的），仅仅参与约束起作用（该约束是紧的）[1～3]，因此委托人决策行为可以描述为

$$\max_{\theta} PV_{sr} = \max_{\theta}\left\{\frac{(1-\theta)qP_0}{r-\alpha}\right\}$$
$$\text{s.t.}\ \frac{\theta qP_0}{r-\alpha} \geq C_q + u_0 \tag{20}$$

式中，$q \in \{q_0, q_e\}$，$C_q = \begin{cases} 0 & q = q_0 \\ C_e & q = q_e \end{cases}$，$P_0$ 为第 0 期实现的在需求量为 q 时的价格（$P_0 > 0$）.

容易证明，式（20）的目标函数为 θ 的单减函数，这意味着，委托人的最优决策应当取 θ 的可行域中的最小值. 再式（20）的约束条件可知，不考虑努力柔性时委托人的最优分成比例为

$$\theta_n^* = \begin{cases} \dfrac{(r-\alpha)(C_e+u_0)}{q_eP_0} & P_0 \geq P^* \\ \dfrac{(r-\alpha)u_0}{q_eP_0} & P_0 < P^* \end{cases} \tag{21}$$

将式（21）代入式（20）的约束条件可知，在不考虑代理人努力柔性的条件下，无论市场状况如何，委托人的最优分成比例决策将使得代理人的净现值为 0. 注意到 $P^* < P_\pi^*$，为了比较不同行为假定下代理人获得的净现值差别，需要对 0 期市场各种市场状态分别讨论. 当 $P_0 \in (0, P^*)$ 时，由式（13）和式（21）可知，不论是否具有努力柔性，代理人不会努力. 再由式（18）的第一个约束和式（20）的约束条件以及式（13）可知，如果委托人依据代理人的非努力柔性行为决策分成比例 θ_n^*，则具有努力柔性的代理人将会获得严格为正的净现值，这意味着，此时具有努力柔性的代理人的参与约束是松的. 同理可以证明，当 $P_0 \in [P^*, P_\pi^*)$ 时，具有努力柔性的代理人将会获得严格为正的净现值，该代理人的参与约束是松的；当 $P_0 \in [P_\pi^*, \infty)$ 时，具有努力柔性的代理人将会获得的净现值为 0，该代理人的参与约束是紧的. 归纳起来，有如下结论.

命题 3　在第 0 期信息完全的条件下，以不考虑代理人努力柔性的最优分成合同为基准，当市场状况不好（$P_0 \in (0, P_\pi^*)$）时，代理人的努力柔性会提高了净现值，并使参与约束不起作用（式（15）和式（18）中的第一个约束总是严格大于 0）；当市场状况好（$P_0 \in [P_\pi^*, \infty)$）时，代理人的努力柔性不会提高了净现值，并且参与约束起作用.

命题 3 与经典委托 - 代理结论的分歧在于对代理人行为的描述. 由于经典模型要求委托人对代理人行为的结果（利润或者其他相关变量）在相当短的时间内作出反应（重新签约或者解雇代理人），因此代理人不可能具有努力决策灵活性（柔性）. 而在长期合同条件下，代理人具有努力决策的柔性. 根据前面代理人行为的分析和实物期权理论[15]，只要具有不确定性，柔性具有严格为正的价值，因此，当市场状况不好时，柔性的价值（等待价值）使得参与约束不起作用. 但是，当市场状况好时，代理人将会选择努力，这与不考虑努力柔性时的代理人行为假定一致，从而结论与经理理论一致，即参与约束起作用. 应当指出，尽管实践中的合同期限不是无穷大，但是，可以将每一个代理人考虑决策时段取足够小，从而合同期间可以看着足够大.

命题 3 表明，只要分成制合同是长期的，经典委托 - 代理模型对代理人行为描述失效，这使得依据经典委托 - 代理模型制定最优分成比例给予代理人支付过高. 这表明，实践中，制定委托代理合同需要区分长期和短期合同，才能实现对代理人进行恰当的激励.

3　结束语

本文针对被忽略的代理人努力决策的柔性行为，在第 0 期完全信息和长期分成制合同条件下，研究了代理人的努力决策柔性下的最优分成制合同设计，从代理人行为描述从而委托人最优决策的角度完善了分成制合同设计理论，并且经典模型进行对比分析，这为分成制合同的设计提供重要的理论依据和实践指导. 应当指出，本文通过限制代理人只能在合同期内调整一次努力水平，对代理人行为做了适当简化，这可能不能完全符合企业经营实践. 对此，我们将会进一步研究.

参 考 文 献:

[1]张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 上海: 上海三联书店, 上海人民出版社, 1997. 243—252.
Zhang Weiying. Game Theory and Information Economics[M]. Shanghai: Shanghai Sanlian Bookstore, Shanghai Renmin Press, 1997. 243—252. (in Chinese)

[2]弗登博格 D, 梯若尔 J. 博弈论[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2002. 183—197.
Fudenberg D, Tirole J. Game Theory[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2002. 183—197. (in Chinese)

[3]拉丰 J J, 马赫蒂摩 D. 委托-代理理论[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2002. 410—443.
Laffont J J, Matimort D. Principal-agent Theory[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2002. 410—443. (in Chinese)

[4]梯若尔 J. 产业组织理论[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1997. 166—200.
Tirole J. The Theory of Industrial Organization[M]. Beijing: China Renmin University Press, 1997. 166—200. (in Chinese)

[5]Kamat R, Open S S. Rational buyer meets rational seller: Reserves market equilibria under alternative auction designs[J]. Journal of Regulatory Economics, 2002, 21(3): 247—288.

[6]Laffont J J. Regulatory, moral hazard and insurance of environment risk[J]. Journal of Public Economics, 1995, 58(3): 319—336.

[7]Laffont J J. Pollution permits and compliance strategies[J]. Journal of Public Economics, 1996, 62(1/2): 85—125.

[8]Holmstrom B. Managerial incentive problems: A dynamic perspective[J]. Review of Economic Studies, 1999, 66(226): 169—182.

[9]Grossman S, Hart O. An analysis of the principle-agent problem[J]. Econometrica, 1983, 51(1): 7—45.

[10]Freshtman C, Judd KL. Equilibrium incentives in oligopoly[J]. American Economic Review, 1987, 77(5): 927—940.

[11]Miller N H, Pazgal A I. The equivalence of price and quantity competition with delegation[J]. Rand Journal of Economics, 2001, 32(2): 284—301.

[12]Lal R. Delegating pricing responsibility to the sales force[J]. Marketing Science, 1986, 5(2): 159—168.

[13]Bhardwaj P. Delegating pricing decisions[J]. Marketing Science, 2001, 20(2): 143—169.

[14]Joseph K. On the optimality of delegating pricing authority to the sales force[J]. Journal of Marketing, 2001, 65(1): 62—70.

[15]孟庆国, 陈　剑. 电信网络互联互通利益分配模型及激励机制[J]. 管理科学学报, 2003, 6(6): 40—46.
Meng Qingguo, Chen Jian. Model of interests allocation in telecom network interconnection and incentive mechanism analysis[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(6): 40—46. (in Chinese)

[16]倪得兵, 唐小我, 李仕明. 经理业绩与经理行为的关系研究[J]. 管理科学学报, 2003, 6(3): 41—45.
Ni Debing, Tang Xiaowo, Li Shiming. Study on relationships between manager's behavior and managerial performance[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(3): 41—45. (in Chinese)

[17]李　垣, 孙　恺. 企业家激励机制对分配性行为的治理分析[J]. 管理科学学报, 2000, 3(3): 33—38.
Li Yuan, Sun Kai. Governance to entrepreneurial distribution behavior role of the entrepreneurial incentive mechanism[J]. Journal of Management Sciences in China, 2000, 3(3): 33—38. (in Chinese)

[18]林　辉, 何建敏. 激励机制、投资项目与经营者行为[J]. 管理工程学报, 2004, 18(1): 91—93.
Lin Hui, He Jianmin. Incentive mechanisms, investment items and managers behaviors[J]. Journal of Industrial Engineering Management, 2004, 18(1): 91—93. (in Chinese)

[19]张维迎, 马　捷. 恶性竞争的产权基础[J]. 经济研究, 1999, 45(6): 11—20.
Zhang Weiying, Ma Jie. Property right base of vicious competition[J]. Economic Research Journal, 1999, 45(6): 11—20. (in Chinese)

[20]张维迎. 产权安排与企业内部的权力斗争[J]. 经济研究, 2000, 46(6): 11—20.
Zhang Weiying. Property right structure and the struggle for power with in the enterprise[J]. Economic Research Journal, 2000, 46(6): 11—20. (in Chinese)

[21]徐　新, 邱菀华. 委托-代理问题中信息对称情况下自然状态对最优契约的影响研究[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(11): 62—66.

Xu Xin, Qiu Wanhua. Study of the optimal contract in the principal-agent relationship under symmetric information[J]. Systems Engineering —Theory & Practice, 2000, 20(11): 62 —66. (in Chinese)

[22]徐　新, 邱菀华. 道德风险与基于委托 - 代理理论的最优保险契约模型[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(3): 26 —30.

Xu Xin, Qiu Wanhua. Optimal insurance contracts under moral-hazard based on the principal-agent theory[J]. Systems Engineering —Theory & Practice, 2001, 21(3): 26 —30. (in Chinese)

[23]丁元耀, 贾让成. 考虑自然状态负效用影响的委托代理模型[J]. 管理工程学报, 2000, 14(4): 47 —49.

Ding Yuanyao, Jia Rangcheng. Study about principal-agent model concerning with impact of uncertain state on effort cost[J]. Journal of Industrial Engineering Management, 2000, 14(4): 47 —49. (in Chinese)

[24]汪贤裕, 钟　胜, 李　康. 一类多期委托代理关系的模型研究[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(3): 31 —36.

Wang Xianyu, Zhong Sheng, Li Kang. Model analysis on a kind of polyperiod principal-agent relation[J]. Systems Engineering —Theory & Practice, 2001, 21(3): 26 —30. (in Chinese)

[25]Dixit A K, Pindyck R S. Investment under Uncertainty[M]. Princeton: Princeton University Press, 1994. 93—131.

[26]Grenadier S R. The strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real estate markets[J]. Journal of Finance, 1996, 51(5): 1653 —1679.

Sharecropping principle-agent model with agent's flexible effort decision

NI De-bing, TANG Xiao-wo

School of Management, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China

Abstract: Focusing on the ignorance of the flexibility of the agent's effort in decision, this paper biulds a model of agent's flexible effort decision model and a model of principle's design of sharecropping contract in the case of complete period-0 information, manages to prove the existence of the optimal sharecropping fraction, and compares the conclusions with those derived from the classical principle-agent models. The results show that the flexibility of an agent's effort in decision raises the threshold value which the market demands, the optimal sharecropping fraction increases as the agent's effort costs increase while decreases as the expected growth of the market and the output of the agent's efforts increase, and that a classical principle-agent contract is likely to give the agent higher payoff when the market is not satisfying.

Key words: flexibility; sharecropping contract; principle-agent model; optimal stopping problem