

不可分效用函数和经济增长的不确定性

祝树金, 赖明勇

(湖南大学经济与贸易学院, 长沙 410079)

摘要: 基于 Harrison(2003)的实证结果, 建立一个仅在投资品部门存在外部性的两部门(消费品、投资品)增长模型, 采用在消费和休闲之间不可分的效用函数, 得到了具有轻度外部性的两部门增长模型产生不确定性均衡的一般条件, 其不再依赖于单位替代弹性和较高的劳动供给弹性; 同时结合参数校准经济, 通过数值模拟证实了结论的可靠性. 在此基础上分别考虑消费跨期替代弹性、劳动供给弹性对经济增长不确定性的影响.

关键词: 经济增长; 不可分效用函数; 规模报酬; 外部性

中图分类号: F019.2; F061.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2005)04-0028-07

0 引言

增长理论研究主要关注于影响一国经济长期、稳定增长的决定因素^[1], 现代经济增长理论“使用少量精确定义的经济变量来构造增长过程方面的正规模型”^[2], 从而阐释经济长期增长的内在规律, 解释不同国家、地区之间经济发展水平的差异. 它们得到的结论都是存在唯一的均衡点, 也就是说不同国家或地区, 只要有相同的初始禀赋特征和文化特征, 最终会收敛到相同的经济均衡点, 但是这未能完全解释当今日益出现的各类经济发展迹象, 琼·罗宾逊夫人称“这种平衡增长只代表一种在任何现实经济中都不可能达到的神化般的境界”. 事实上经济是一个复杂适应系统^[3,4], 本身的复杂性特征决定了经济增长具有内生的不确定性^[5]: 在经济发展的演化过程中, 稳态可能不唯一, 或者均衡点具有不稳定性, 即经济的平衡增长路径可能有多条, 而对于同一条平衡增长路径, 又存在多重均衡路径. 这样不同国家在发展过程中通过选择不同的增长路径, 导致了经济增长的差异.

20世纪90年代以来, 研究经济增长不确定

性的文献不断增多, 它们分别基于报酬递增、特定部门外部性以及国际资本流动等不同角度探讨经济增长不确定性的产生^[6~14], 其中许多作者把外部性作为影响增长不确定性的一个重要机制^[6,7]. 文献[8]研究了存在总量外部性(aggregate externalities)的单部门增长模型, 得到了模型产生不确定性均衡路径的充要条件. 该条件要求外部性充分大, 经济含义意味劳动需求曲线上倾, 斜率大于劳动供给曲线, 这与文献[15,16]关于外部性的估计是一致的. 但随着研究的推进, 许多研究者对 Hall 等的工作产生了异议, 认为后者在估计当中不恰当地核算了生产过程中中间投入的作用, 从而高估了规模报酬程度. 新的实证研究如文献[17~20]等, 表明美国经济总水平上只存在轻度的生产外部性, 总规模报酬近似于不变, 大约为 1.03~1.15. 文献[18]指出, 美国经济内部规模报酬并不是平行分配的, 规模经济效应存在于耐用品生产领域, 非耐用品部门不存在规模报酬递增, 文献[20]研究也得出美国投资品部门存在轻度的规模报酬递增, 而消费品部门规模报酬是不变的.

基于轻度规模报酬, 文献[9]在两部门(消费品、投资品)增长模型中引入特定部门的外部性

收稿日期: 2003-09-17; 修订日期: 2005-05-26.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70273010); 国家社会科学基金资助重点项目(04AJL006); 博士点基金资助项目(20010532009).

作者简介: 祝树金(1974—), 男, 湖南隆回人, 博士生.

(sector-specific externalities),证明模型能够产生增长的不确定性,并且具有标准的劳动需求曲线与供给曲线.文献[10]首次在两部门模型中同时考虑特定部门的外部性和总量外部性的存在,建立了产生不确定性的条件,总量外部性的存在并不会减少产生增长不确定性的总的规模报酬程度,但可以考虑与特定部门外部性之间的权衡.文献[11]采用了与上文相同的框架,但他们侧重于研究产生不确定性的外部性根源.研究发现在单部门模型中主要是与劳力相关的外部性影响增长的不确定性;而在两部门模型中不确定性的产生主要来自于投资品部门资本的外部性.这些研究虽然在轻度规模报酬条件下得到经济增长的不确定性,但由于采用在消费与休闲之间加性可分的效用函数,并且关于消费是对数偏好形式,这使得结论具有很大局限性,因为其意味着跨期替代弹性系数等于1,消费者都是风险中立的,显然不完全符合实际情况.文献[12]在文献[8]的单部门模型中引入不可分的效用函数,得到产生经济增长不确定性的充要条件,证实了偏好结构对于增长不确定性的重要影响,然而他们的条件取决于较高的劳动供给弹性.

本文在文献[20]实证的基础上,考虑仅在投资品部门存在轻度外部性的两部门模型,引入在消费与休闲之间不可分的效用函数,通过分析得到产生增长不确定性的更一般条件,该条件不再依赖较高的劳动供给弹性,从而推广了前述研究的结论;同时也考虑了跨期替代弹性、劳动供给弹性分别对经济增长不确定性的影响.数值例子也证实了本文的结论.

1 模型

1.1 私人厂商生产函数

假定一个封闭经济中所有市场都是完全竞争的,每个私人厂商都生产两种同质产品:消费品 C 和投资品 I . 设 K, L 分别表示私人厂商的资本和劳动力投入; μ_K 和 μ_L 各代表用于消费品生产的资本 K 、劳力 L 的份额. 两个部门的生产函数如下

$$\begin{aligned} C &= A(\mu_K K)^a(\mu_L L)^b; \\ I &= B[(1-\mu_K)K]^a[(1-\mu_L)L]^b \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $a+b=1(a>0, b>0)$, 这意味着私人厂商

都面临着不变报酬的生产函数,并且对于私人厂商而言 A, B 都是常数,但在整个经济系统内, A, B 取决于资本、劳力投入所产生的外部性.

假定每个要素市场是完全竞争的,每种要素可自由进入各个生产部门,根据市场出清条件有 $\mu_K = \mu_L = \mu$, 也就是两种生产要素在每个部门具有相同的密集条件. 于是,生产可能性前沿

$$Y = C + (A/B)I = AK^aL^b \quad (2)$$

其中: Y 表示总产出, 设 $p = \frac{A}{B}$, 表示投资品相对于消费品的价格(消费品价格标准化为1), 对于私人厂商而言 A, B 是常数.

1.2 社会生产函数

在整个经济系统内,由于存在总量外部性或特定部门外部性, A, B 不再是常数. 文献[20]等根据美国战后数据实证表明,投资部门存在轻度的规模报酬递增,而消费品生产具有不变规模报酬. 由此设

$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= [(1-\bar{\mu})\bar{K}]^a [(1-\bar{\mu})\bar{L}]^b \bar{K}^a \bar{L}^b \end{aligned} \quad (3)$$

这里 \bar{K}, \bar{L} 表示整个经济领域的资本和劳力的平均投入, $(1-\bar{\mu})$ 表示投资品部门使用的社会平均资本、劳力的份额,由于假定社会消费品生产部门不存在外部性,所以 A 是常数(这里设为1,仅为下文分析的方便). $\frac{\partial A}{\partial K}, \frac{\partial A}{\partial L}$ 反映了特定部门要素投入所产生的外部性, $\frac{\partial B}{\partial K}, \frac{\partial B}{\partial L}$ 表示总量的外部性,同时假定外部性所引起的规模报酬是非递减的 $\frac{\partial A}{\partial K} > 0$ 和 $\frac{\partial A}{\partial L} > 0$ ($i = K, L$), 并且规模报酬是适度的 $a(1 + \frac{\partial A}{\partial K} + \frac{\partial A}{\partial L}) < 1, b(1 + \frac{\partial B}{\partial K} + \frac{\partial B}{\partial L}) < 1$.

1.3 消费者行为

假设有代表性消费者的效用函数定义在消费和休闲水平上,本文考虑消费与休闲之间加性不可分的即期效用函数如下

$$U(C, L) = \frac{[CV(L)]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \quad (4)$$

其中:消费跨期替代弹性的倒数 $\sigma > 0$, 且 $\sigma \neq 1$, $V(L)$ 是非负的,严格递减的凹函数,即 $V(L) \geq 0, V'(L) < 0, V''(L) < 0$, 并且在 $[0, \hat{L}] \mapsto \mathbb{R}^+$ 上 $V(L)$ 有界(\hat{L} 表示消费者的休闲禀赋), $V(0) > 0, V'(0)$ 有界. 本文效用函数对于消费和休闲不是可分的,不能表示成消费和休闲各自的函数和的显性形式,即 $U(C, L)$ 不能写成 $F_1(C) + F_2(L)$ (当

$= 1, V(L) = e^{-L}$ 时,应用洛比达法则,式(4)就退化为文献[8,9]中的可分效用函数 $\ln C - L$; 并且 $U(C, L)$ 对时间是可加的,于是有代表性家庭消费者最大化现值效用函数

$$\int_0^{\infty} U(C, L) e^{-\rho t} dt$$

同时满足跨期预算约束条件

$$\dot{K} = I - \delta K \tag{5}$$

$$wL + rK = C + I \tag{6}$$

其中: ρ 表示效用的跨期贴现率,反映了资本折旧, w, r 分别表示工资率和利率. \dot{K} 表示 K 对时间 t 的微分,初始条件满足 $K(0) = K_0 > 0$.

联立式子(2)、(5)可以得到

$$\dot{K} = BK^{\alpha}L^b - BC - \delta K \tag{7}$$

从而定义现值哈密尔顿函数如下:

$$H = \frac{[CV(L)]^{1-\rho} - 1}{1-\rho} + (BK^{\alpha}L^b - BC - \delta K)$$

是协状态变量,反映了资本 K 的现值影子价格.

利用最大值原理得到

$$C^{-\rho} V(L)^{1-\rho} = B \tag{8}$$

$$-\rho C^{1-\rho} V(L)^{1-\rho} - V(L) = -bBK^{\alpha}L^{b-1} \tag{9}$$

$$\dot{C} = (\rho + \delta)C - aBK^{\alpha-1}L^b \tag{10}$$

根据式(8)、(9)并结合生产可能性前沿(2)和约束条件(6)有

$$\frac{bY}{L} = w = -\rho C \frac{V(L)}{V(L)} \tag{11}$$

上式的左边代表劳动需求,右边是劳动供给方程.同时家庭应遵循以下的横截性条件

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} K = 0$$

2 经济均衡和增长的不确定性

在完全竞争均衡中有 $\bar{K} = K, \bar{L} = L, \bar{\mu} = \mu$, 于是式(10)变为

$$\dot{C} = (\rho + \delta)C - a(1 - \mu)^{1-\rho} K^{\alpha-1} L^b \tag{12}$$

其中: $\rho = \rho + \delta$; $\rho = a(1 + \frac{\rho}{K} + \frac{\rho}{L})$, $\rho = b \cdot (1 + \frac{\rho}{L} + \frac{\rho}{L})$. 另外把(1)、(3)中 B, C 的表达式代入(7)中,并根据市场均衡条件计算得到

$$J = \begin{bmatrix} -(\rho + \delta)(\rho_1 + \rho_3) & -(\rho + \delta)(\rho_2 + \rho_4 + \rho - 1) \\ [(\rho + 1)\rho_1 + \rho_3] & [(\rho + 1)\rho_2 + \rho_4 + \rho - 1] \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = (1 - \mu)^{1-\rho} K^{\alpha-1} L^b \tag{13}$$

定义 完美预见均衡是指满足式(8)、(9)、(12)、(13)和横截性条件及初始条件 $K(0) = K_0 > 0$ 的路径 (K, L, μ, \dots) , 同时在完全竞争市场中,市场出清条件及跨期预算约束成立.

为了方便分析均衡的动态,定义小写字母 μ, c, k, l 和 μ, c, k, l 表示相应大写字母的对数值, $s = \ln(1 - \mu)$, 于是由方程(12)(13)得到

$$\dot{c} = (\rho + \delta)c - a e^{(1-\rho)(k+l)} \tag{14}$$

$$\dot{k} = e^{(1-\rho)(s+(1-\rho)k+l)} \tag{15}$$

利用稳态条件 $\dot{c} = \dot{k} = 0$, 简单计算可以证明动态系统(14)、(15)的稳态存在并且是唯一的. 设

$$h(L) = -\frac{V(L)}{V(L)} \tag{16}$$

由前面假定 $V(L)$ 是非负的严格递减的凹函数, 所以 $h(L) > 0$, 并且

$$h'(L) = \frac{V(L)^2 - V(L)V'(L)}{V(L)^2} > 0$$

即 $h(L)$ 非负且单调递增. 设 x^* 表示相应变量 x 的稳态值. 定义以下参数

$$\mu = -\frac{V(L^*)}{V(L^*)} L^* = L^* h(L^*) \tag{17}$$

$$= \frac{L^* h(L^*)}{h(L^*)} \tag{18}$$

这里 μ, μ 具有明显的经济含义, 根据式

(11) $L^* h(L^*) = \frac{wL^*}{C^*}$, 也就是说 μ 表示稳态中工资总量相对于消费的比重, 而 μ 表示劳动供给弹性的倒数. 进一步可根据(2)、(11)及稳态条件计算 μ 值为

$$\mu = \frac{\rho + \delta}{\rho + \delta + a} b \tag{19}$$

设 $x = x - x^*$ 表示变量 x 对其相应稳态值 x^* 的偏离, 利用泰勒定理和线性化技巧可以把非线性动力系统(14)、(15)在稳态领域内表示成以下的近似线性系统.

$$\begin{bmatrix} \dot{c} \\ \dot{k} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} c \\ k \end{bmatrix} \tag{20}$$

其中

$$J = \begin{bmatrix} -(\rho + \delta)(\rho_1 + \rho_3) & -(\rho + \delta)(\rho_2 + \rho_4 + \rho - 1) \\ [(\rho + 1)\rho_1 + \rho_3] & [(\rho + 1)\rho_2 + \rho_4 + \rho - 1] \end{bmatrix} \tag{21}$$

系统(20)的具体推导见附录.对于系统(20)而言,其中变量 k 是预先确定的,变量 l 是自由的.如果系统的稳态是鞍点,即矩阵 J 的特征根异号,那么经济具有局部唯一的经济增长路径;如果系统的稳态是局部稳定的,即矩阵 J 有两个负实部的特征根,那么经济增长具有不确定性,在稳态领域内存在增长路径的连续统.由于矩阵 J 的迹 $\text{Tr}(J)$ 等于两个特征根之和,矩阵 J 的行列式 $\text{Det}(J)$ 等于两个特征根之积,于是模型存在不确定性增长路径当且仅当条件 $\text{Tr}(J) < 0 < \text{Det}(J)$ 成立;而对于确定性均衡需满足条件 $\text{Det}(J) < 0$.从而计算矩阵 J 的行列式与迹,获得以下定理.

定理 1 矩阵 J 的行列式为

$$\text{Det}(J) = -(\alpha + \beta)(1 - \beta) \phi_1$$

于是

$$\text{sign}(\text{Det}(J)) = -\text{sign}(\phi_1) = -\text{sign}(\phi)$$

其中:
$$\phi = \frac{a}{\alpha - a} - \beta - \frac{\beta - (1 - \beta)(\beta - a)}{\alpha - a}$$

$$-\frac{a}{\alpha + 1}, \phi_1 = \frac{1}{\phi}$$

定理 2 矩阵 J 的迹为

$$\text{Tr}(J) = \alpha + a(1 - \beta) + \frac{\beta}{\phi}$$

其中

$$= \frac{(\beta - a) - a(1 - \beta)}{\alpha - a} + \frac{\beta + (1 - \beta) + a(1 - \beta)a(1 - \beta)}{\alpha - a} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha + 1} \right)$$

根据以上定理,可以利用定性分析和数值例子说明经济增长不确定性的存在.因为当 $\beta = 1$ 时,本文模型类似于文献[11]中的模型,不确定性条件退化[11]中的相应条件,对于适度的外部性存在增长路径的连续统;而 $\text{Det}(J)$ 、 $\text{Tr}(J)$ 是关于 β 的连续函数,由函数的连续性,对于接近于 1 的值而言,在适度规模报酬条件下,经济会产生不确定性均衡.同时选取文献[8,12]中的参数值($\beta = 0.065$, $\alpha = 0.1$, $a = 0.3$,下文的数值例子 β 、 α 、 a

均取这组标准值)校准经济,即使对于不等于 1 的替代弹性和较低的劳动供给弹性,矩阵 J 存在两个具有负实部的特征根,从而证实经济增长的不确定性.

另一方面,分析定理 1、定理 2 可知总量外部性对于不确定性的产生不起决定作用,于是,考虑
$$\beta_i = 0 (i = K, L) \quad \beta_K = \beta_L = \beta \quad (22)$$
 时的情形,利用定理 1 经简单计算可以得到以下推论.

推论 1 在条件(22)下,两部门模型产生不确定性所需最低规模报酬满足

$$\beta > \beta_{\min} = \frac{(\alpha + a + \beta)a - a}{(\alpha + 1)(\alpha - a) + \alpha\beta}$$

并且最低规模报酬随着消费跨期替代弹性、劳动供给弹性的减小而增加.

以上性质有很好的直观含义.根据经济周期理论,自我实现预期驱动均衡.当消费者相信未来的资本报酬会增加,就会增加投资,但是若跨期替代弹性越小,消费者对消费波动的回避程度越高,越不愿意牺牲消费来增加投资品部门的投资,只有投资品部门具有较高的规模报酬才能增加资本的边际产出,从而实现预期;若劳动供给弹性越小,消费者从休闲中重新分配劳动力进行工作的成本越高,这样重新分配到投资品部门的劳力相应减小,只有较高的社会劳动力收入份额才能实现自我预期,产生增长的不确定性.

图 1 给出了经济增长动态随消费跨期替代弹性、劳动供给弹性的变化情况,图中虚线表示 $\text{Tr}(J) = 0$,虚线以下部分 $\text{Tr}(J) < 0$;沿着实线 $\text{Det}(J) = 0$,实线以上部分 $\text{Det}(J) > 0$.在虚线和实线之间部分模型会产生不确定性增长路径;虚线以上稳态是一个源,经济不会收敛;在实线以下部分稳态是一个鞍点,经济增长路径是唯一确定的.从图中明显可以看到,即使当消费替代弹性不等于 1、劳动供给相对无弹性时,模型在合理外部性条件下仍可产生增长不确定性,从而说明封闭经济中较高的劳动供给弹性对于产生不确定性并不是必不可少的.

文献[8,12]中不确定性的出现依赖于相当高的劳动供给弹性,文献[4]中模型在 $\beta = 0.05$ (对应的劳动供给弹性小于或等于 20) 将不会产生增长的不确定性,文献[10]中模型在 $\beta = 0.05$ 时,最低规模报酬达到 1.28 以上,已远远超出实证的参数范围.但本文模型即使在轻度规模报酬条件下也存在不确定性均衡.

由于篇幅的限制,这里没有给出具体的数值结果,有兴趣的读者可向作者索取文献[9]根据新的实证结果指出,经济系统总的规模报酬大约是 1.03 ~ 1.15.

推论2 在推论1条件下,对于无穷劳动供给弹性($\epsilon = 0$),两部门模型产生不确定性均衡的最小外部性应满足

$$t > t_{\min} = \frac{a[a - (1 - \epsilon)]}{\epsilon + a^2}$$

把上式和文献[10,11]进行比较,很明显当消费者是相对风险偏好($\epsilon < 1$)时,产生不确定性的规模递增报酬更低.在表1中,采用参数 $\epsilon = 0.065$, $\alpha = 0.1$, $a = 0.3$ 校准经济,得到各模型产生经济增长不确定性的最低规模报酬.当采用不可分的效用函数,跨期替代弹性的倒数从1下降到0.85时,本文模型产生不确定性的规模报酬低于文献[11]的相应值.另外,一般的单部门模型产生不确定性的规模报酬远远高于多部门模型,当 $\epsilon = 0.85$ 时,文献[12]中模型产生不确定性的规模报酬高达1.2129,显然高出实证得到的外部性参数值.

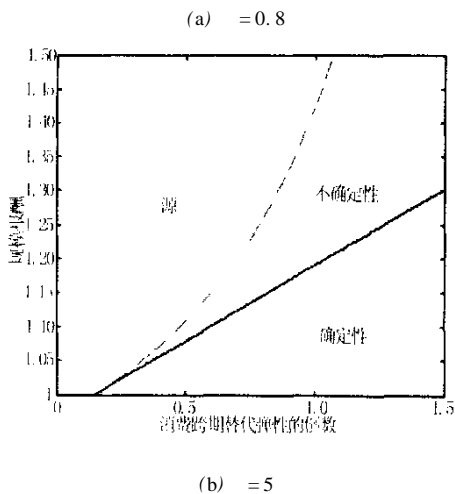
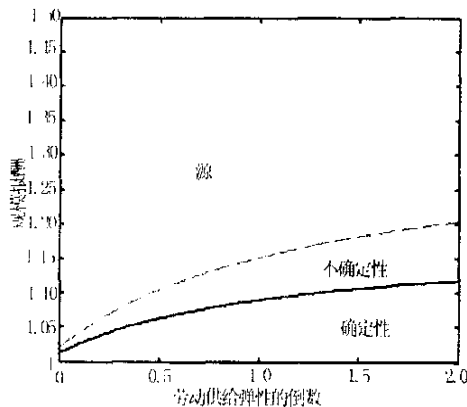


图1 劳动供给弹性、跨期替代弹性和经济增长动态
Fig.1 Labour supply elasticity, intertemporal elasticity of substitution and economic growth dynamics

推论3 在推论1的条件下,若消费者风险中立($\epsilon = 1$)时,两部门模型当且仅当以下条件成立时不确定性产生

$$\frac{a(\epsilon + a)}{(\epsilon + a)(\epsilon + 1) - a(\epsilon + a)} < t < \frac{a(\epsilon + a)}{(\epsilon + a)(\epsilon - a)(\epsilon + 1) - a(\epsilon + a)}$$

表1 各模型产生不确定性的最低规模报酬

Table 1 Minimum values of returns to scale for different growth models resulting in indeterminacy

模型	跨期替代弹性的倒数	最低规模报酬
文献[12]的单部门模型	$\epsilon = 0.85$	1.2129
文献[11]的两部门模型	$\epsilon = 1$ (固定值)	1.0577
本文中的两部门模型	$\epsilon = 0.85$	1.0244

文献[11]的命题3就是推论3在无穷劳动供给弹性($\epsilon = 0$)的退化情形.该推论表明了经济增长不确定性随劳动供给弹性变化情况:劳动供给弹性值越大,产生不确定性所需的规模报酬相应增大.

3 结论

许多研究把外部性作为解释经济增长不确定性的一个重要影响机制,它们或者采用加性可分的偏好结构,或者产生增长不确定性的条件取决于较高的劳动供给弹性,这些使得结论具有很大的局限性.本文基于文献[20]的检验结果,建立了一个仅在投资品部门存在外部性,消费品部门没有外部性的两部门增长模型,采用在消费和休闲之间不可分的效用函数,其关于消费不再是对数形式.本文证明了在轻度外部性条件下模型可产生经济增长的不确定性,获得两部门模型产生增长不确定性的一般条件,该条件不再依赖于较高的劳动供给弹性;由于本文采用更符合实际的不可分效用函数,使得本文的结论更具有一般性和实用性.同时结合数值例子进行了说明,相应的参数值都是落在实证的合理范围之内.

在以后的研究中,还有许多方面值得进一步探讨和改进.首先,本文采用了不可分的效用函数,但没有考虑消费,休闲和劳动之间以及要素在

部门之间重新分配的调整成本,这类调整成本的引入必然会影响到代理人的消费和休闲决策,从而会波及经济增长路径;其次,在开放经济条件下,消费者能够通过国际借贷来平滑消费,可以进

一步研究本文模型的开放经济情形,考虑国际资本、知识流动对经济增长不确定性产生的影响机制,这是一个更有实际意义和价值的研究主题,作者将会追随这个目标开展下一步研究工作。

参考文献:

- [1]许和连,赖明勇,许青松. 基于 GRLS 回归的中国经济增长影响因素分析[J]. 管理科学学报, 2003, 6(6): 8—14.
Xu Helian, Lai Mingyong, Xu Qingsong. GRLS regression on influencing factors on China's economic growth[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(6): 8—14. (in Chinese)
- [2][英]琼斯. 现代经济增长理论导引[M]. 北京:商务印书馆, 1999.
Jones C. Introduction to Modern Economic Growth Theory[M]. Beijing: The Commercial Press, 1999. (in Chinese)
- [3]Arthur W B. Complexity and the economics[J]. Science, 1999, 284: 107—110. (in Chinese)
- [4]成思危. 复杂科学与系统工程[J]. 管理科学学报, 1999, 2(2): 1—7.
Cheng Siwei. Complexity science and systems engineering[J]. Journal of Management Sciences in China, 1999, 2(2): 1—7. (in Chinese)
- [5]邹恒甫,龚六堂,张晏. 经济增长中的不确定性——经济增长中复杂性的体现[J]. 经济学动态, 2002, (1): 73—78.
Zou Hengfu, Gong Liutang, Zhang Yan. Economic growth indeterminacy—Reflecting of complexity in economic growth[J]. Economic Perspectives, 2002, (1): 73—78. (in Chinese)
- [6]祝树金,赖明勇. 经济增长不确定性理论的演化和新进展[J]. 经济评论, 2004, 103(6): 65—68.
Zhu Shujin, Lai Mingyong. The evolution of indeterminacy theory of growth and recent advances[J]. Economic Review, 2004, 103(6): 65—68. (in Chinese)
- [7]祝树金,赖明勇. 开放经济中内生增长的不确定性及其经济学分析[J]. 数量经济技术经济研究, 2005, 22(2): 3—11.
Zhu Shujin, Lai Mingyong. Indeterminacy of endogenous growth in the open economy and economic analysis[J]. Quantitative & Technical Economics, 2005, 22(2): 3—11. (in Chinese)
- [8]Benhabib J, Farmer E A. Indeterminacy and increasing returns[J]. Journal of Economic Theory, 1994, 63: 19—41.
- [9]Benhabib J, Farmer E A. Indeterminacy and sector specific externalities[J]. Journal of Monetary Economics, 1996, 37: 421—443.
- [10]Harrison S G, Weder M. Indeterminacy in a model with aggregate and sector specific externalities[J]. Economics Letters, 2000, 69: 173—179.
- [11]Harrison S G, Weder M. Tracing externalities as sources of indeterminacy[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2002, 26: 851—867.
- [12]Bennett R, Farmer E A. Indeterminacy with non separable utility[J]. Journal of Economic Theory, 2001, 93: 118—143.
- [13]Lahiri A. Growth and equilibrium indeterminacy: The role of capital mobility[J]. Economic Theory, 2001, 17: 197—208.
- [14]Mino K. Indeterminacy and endogenous growth with social constant returns[J]. Journal of Economic Theory, 2001, 97: 203—222.
- [15]Caballero R J, Lyons R K. External effects in U. S. procyclical productivity[J]. Journal of Monetary Economics, 1992, 29: 209—226.
- [16]Hall R E. Invariance Properties of Solow's Productivity Residual[C]. In Diamond P, ed. Growth, Productivity, Unemployment. Cambridge: MIT Press, 1990. 71—112.
- [17]Basu S, Fernald J G. Are parent productive spillovers a figment of specification error? [J]. Journal of Monetary Economics, 1995, 36: 165—188.
- [18]Basu S, Fernald J G. Returns to scale in U. S. production: Estimates and implications[J]. Journal of Political Economy, 1997,

105 : 249 —283.

[19]Burnside C. Production function regression , returns to scale and externalities[J]. Journal of Monetary Economics , 1996 , 37 : 177 —201.

[20]Harrison S G. Evidence on the empirical plausibility of externalities and indeterminacy in a two sector model[J]. Review of Economic Dynamics , 2003 , 6 (4) : 963 —976.

Non-separable utility and indeterminacy in economic growth model

ZHU Shu-jin , LAI Ming-yong

College of Economics and Trade , Hunan University , Changsha 410079 , China

Abstract : Many researches showed that the growth model may display an indeterminate equilibrium when there exists the increasing return in the economy. However , these studies either adopted the separable utility between consumption and leisure that implies the unit substitution elasticity of consumption , or depended on the higher supply elasticity of labor. Based on the empirical evidence in Harrison (2003) , this paper presents a two-sector (consumption , investment) economic growth model with only externalities in the investment sector. We apply non-separable utility function between consumption and leisure because there are considerable econometric evidences against the assumption of the separable preference. The general condition is provided to the model in presence of mild returns to-scale to display an indeterminate equilibrium. Our condition doesn't depend on the higher elasticity of labor supply , nor is it further illustrated by calibrated examples. At the meantime we provide the effect of the substitution elasticity of consumption and the labor supply elasticity on the indeterminacy of economic growth.

Key words : economic growth ; non-separable utility function ; returns-to-scale ; externalities

附录 1:式(20)的证明

根据稳定条件 $\dot{k} = 0$, 联立(14)、(15)得到

$$e^{l^* s + (1-l^*)k^* + l^*} = \frac{a}{\dots} \tag{23}$$

$$e^{(1+l^*)s^* + (1-l^*)k^* + l^*} = \dots \tag{24}$$

于是有

$$e^{s^*} = \frac{a}{\dots} \tag{25}$$

又由式(8)计算得到

$$\mu^{-1} V(L)^{1-\mu} = (1-\mu)^{1-\mu} K^{l^*(1-\mu)} L^{(1-l^*)(1-\mu)}$$

对上式两边取对数

$$-\ln(1-e^s) + (1-l^*)\ln V(L) = \dots + l^* s + [1-l^*(1-\mu)]k + [1-l^*(1-\mu)]b \tag{26}$$

设 $\tilde{x} = x - x^*$ 表示变量 x 对其相应稳态值 x^* 的偏离, 利用在稳态值附近取一阶泰勒展开并结合式(25)、(17)得到

$$\ln(1-e^s) = \ln(1-e^{s^*}) - \frac{a}{\dots} s \tag{27}$$

$$\ln V(L) = \ln V(L^*) - \tilde{T} \tag{28}$$

合并式(26)、(27)、(28)有

$$\frac{a}{\dots} \tilde{s} - (1-l^*) \tilde{T} = \tilde{s} + l^* \tilde{s} + [1-l^*(1-\mu)]a\tilde{k} + [1-l^*(1-\mu)]b\tilde{l} \tag{29}$$

另外根据式(11)有 $\ln(L) = \frac{b}{\mu}$, 两边取对数得到

(下转第 42 页)

our simulation show that the fluctuation features of MG that is in crowded region are more similar to real market than that in prefect cooperation region. So we extend the basic MG and present a high adaptable MG. The results of numerical simulation on the new model show that agents will be more intelligent, and the types of features of fluctuations are the same in real-world market. The new model reveals the intrinsic dynamic of complexity in financial market.

Key words : complex adaptive systems ; agent-based models ; financial market ; minority game

(上接第 34 页)

$$\ln(1 - e^s) = \ln b - l - \ln h(L) \tag{30}$$

对 $\ln h(L)$ 线性化

$$\ln h(L) = \ln h(L^*) + \frac{h(L^*)}{h(L^*)} L^* (l - l^*) = \ln h(L^*) + \tilde{T} \tag{31}$$

所以联立式 (27)、(30)、(31) 有

$$\frac{a}{+ - a} \tilde{s} = (+ 1) \tilde{T}$$

即

$$l = \frac{1}{+ 1} \frac{a}{+ - a} s \tag{32}$$

把式 (32) 代入式 (29) 得到

$$\left[\frac{a}{+ - a} - l - \frac{l - (1 -) (b -)}{+ - a} \frac{a}{+ 1} \right] s = + [l - (1 -) a] k \tag{33}$$

设 $\phi = \frac{a}{+ - a} - l - \frac{l - (1 -) (b -)}{+ - a} \frac{a}{+ 1}, \phi_1 = \frac{1}{\phi},$

$$\phi_2 = \frac{l - (1 -) a}{\phi}, \phi_3 = \frac{1}{+ 1} \frac{a}{+ - a} \phi_1, \phi_4 = \frac{1}{+ 1} \frac{a}{+ - a} \phi_2,$$

所以式 (32)、(33) 可记为以下简单形式

$$\tilde{s} = \phi_1 \tilde{+} + \phi_2 \tilde{k} \tag{34}$$

$$\tilde{T} = \phi_3 \tilde{+} + \phi_4 \tilde{k} \tag{35}$$

把式 (34)、(35) 代入式 (14)、(15) 得到

$$\dot{\tilde{+}} = + - a e^{l s^* + (l - 1) \tilde{+}} + l^* e^{k + (l - 1) \tilde{+}} \tilde{T} = (+) [1 - e^{k + (l - 1) \tilde{k} + l \tilde{T}}] \tag{36}$$

$$\dot{\tilde{k}} = e^{(l + 1) s^* + (l - 1) \tilde{+}} l^* e^{(l + 1) \tilde{s} + (l - 1) \tilde{k} + l \tilde{T}} = [e^{(l + 1) \tilde{s} + (l - 1) \tilde{+}} \tilde{T} - 1] \tag{37}$$

上面两个式子的推导中,利用了式(23)、(24)。于是,可以把非线性动力系统式(14)、(15)在稳态领域内近似表示成线性系统(20)。

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{+}} \\ \dot{\tilde{k}} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \tilde{+} \\ \tilde{k} \end{bmatrix}$$

其中 $J = \begin{bmatrix} - (+) (l \phi_1 + \phi_3) & - (+) (l \phi_2 + \phi_4 + l - 1) \\ [(l + 1) \phi_1 + \phi_3] & [(l + 1) \phi_2 + \phi_4 + l - 1] \end{bmatrix}$