

# 非平移收益曲线的风险免疫策略

龚 朴, 何旭彪

(华中科技大学管理学院, 武汉 430074)

**摘要:** 在债券收益曲线呈刚体运动的假设条件下, 引入 Fisher & Weil 久期的概念. 从收益曲线的运动分析出发, 提出了非平移收益曲线的风险免疫模型, 基于该模型研究了风险最小化债券组合的对冲技术和方法. 通过数值模拟实验, 采用风险值 VaR 次序统计量估计技术对不同免疫策略下债券组合的风险敞口进行了分析. 结果表明, 所提出的风险免疫策略能有效地防范和控制无违约债券的利率风险.

**关键词:** 非平移收益曲线; 风险免疫策略; 久期; 风险值 (VaR)

**中图分类号:** F832.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007 - 9807(2005)04 - 0060 - 08

## 0 引 言

久期和凸性是利率风险免疫策略设计中应用相当广泛的概念. 这两个概念成立的基本条件是当利率期限结构变化时, 收益曲线仅作平移运动. 在收益曲线呈平移运动的假设下, 王春峰等人<sup>[1,2]</sup>利用久期和凸性的概念解决了具有隐含期权的商业银行利率风险管理问题, 构建了利率风险管理的目标规划模型. 然而, 金融市场的实践经验表明, 在收益曲线呈平移运动的假设下, 利用久期和凸性进行利率风险管理的适用范围非常有限<sup>[3]</sup>. 因此, 开展非平移收益曲线风险免疫策略的研究具有重要的意义.

非平移收益曲线风险免疫策略设计主要围绕如何采用久期和凸性的概念, 有效评估投资组合利率风险的敞口, 以及定量计算投资组合利率风险的对冲比展开. Cooper<sup>[4]</sup>曾引入一个能反映收益曲线斜率变化的因子, 建立了反映利率期限结构运动的单因素模型. 其后, Litterman 和 Scheinkman<sup>[5]</sup>试图以收益曲线的水平度、陡峭度和曲度作为控制收益曲线变化的基本变量, 提出了描述利率期限结构运动的三因素模型. 这些模型

部分地放松了收益曲线的平移假设, 拓宽了久期和凸性的应用范围. 但是采用上述模型评估利率风险敞口和进行利率风险对冲时存在一些困难, 主要是计算过程相当复杂且计算结果的精度较差<sup>[6]</sup>.

Ho<sup>[7]</sup>将利率期限划分为不同的期限段, 认为非平移收益曲线是由不同期限段上以预定方式运动的收益曲线构成, 由此采用关键等级久期 (key rate duration) 的概念研究了非平移收益曲线下利率变化对债券组合价值的影响, 并通过市场提供的标准对冲工具设计出相应的风险免疫策略. Reitano 以及 Johnson 和 Meyer 等人进一步假设利率期限结构作分段式平移运动<sup>[8-10]</sup>, 这样便可将非平移收益曲线利率风险免疫问题转化为平移收益曲线相应的问题处理. 收益曲线分段式方法的思想简单, 计算过程易于实现且可操作性较强. 然而, 如何确定收益曲线的分段模式以及不同期限段之间的匹配方式是有待解决的难题.

Nawalkha 和 Chamber<sup>[11]</sup>给出了通过多项式久期模型设计非平移收益曲线利率风险免疫策略的具体思路. Soto<sup>[12]</sup>采用多项式久期模型对西班牙政府债券市场进行了实证研究. Leschhorn<sup>[13]</sup>研究

收稿日期: 2002 - 12 - 02; 修订日期: 2004 - 05 - 11.  
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (70271028).  
作者简介: 龚 朴 (1954 - ), 男, 湖北人, 博士, 教授, 博士生导师.

了非平移收益曲线利率风险的对冲策略,并提出采用 VaR(value at risk) 风险计量技术评估投资组合利率风险敞口的基本设想。

VaR 风险计量技术的产生和发展已被学术界和业界誉为金融风险管理的革命<sup>[14]</sup>,它提供了一种现代金融风险管理的思路,将众多不可测的主观因素转化为运用数理统计和计量技术的客观概率数值,使隐性风险显性化,便于对金融风险进行定量的管理和控制。VaR 风险计量方法具有的这一特性,使得它在当今全球金融风险格局不断变化的情况下,有着经久不衰的魅力并吸引了来自数学、物理,等不同学科和其它工程领域的科研工作者广泛的参与。毫不夸张地说, VaR 风险度量方法和计算技术是一个具有挑战性的现代统计学和应用数学问题。对此,国内外学者展开了深入的研究<sup>[15,16]</sup>,已发表的论文相当多,在 VaR 著名的网站上 www. glorimundi. org 不断推出 working paper。文献[17]将风险值(VaR)模型应用于商业银行风险管理方面,根据商业银行的历史交易数据对具有国际影响的六家美国大银行资产组合损益 P & L 分布和日风险值(VaR)的特征进行了研究,揭示了商业银行交易水平不稳定性的内在原因。

本文基于刚体运动原理,提出非平移收益曲线利率风险免疫策略设计的一般方法,通过数值模拟实验和风险值 VaR 次序统计量估计技术论证了该方法的有效性和适用性,所获研究成果能为商业银行和其它金融机构的风险管理实践提供一定的依据。

## 1 非平移收益曲线刚体运动模型

用  $Y(t, T)$  表示债券在不同时刻  $t$ , 不同到期日  $T$  的收益曲线。假定利率期限结构中  $[T_A, T_B]$  段的收益曲线呈刚体运动(如图 1 所示), 当  $t = t_0, T_A \leq T \leq T_B$  时, 在  $[T_A, T_B]$  段的收益曲线上取一点  $Y_e(t_0, T_e)$ , 称该点为参考点, 则在不同时刻  $t$  该段收益曲线的运动可分解为随参考点  $Y_e(t_0, T_e)$  的刚体平移运动和绕参考点  $Y_e(t_0, T_e)$  的刚体转动。为此, 在  $[T_A, T_B]$  段收益曲线上各点的变化值  $dY$  可表示为该点与参考点之差的线性函数

$$dY = a + b(Y - Y_e) \quad (1)$$

其中,  $a, b$  是由参考债券的信息确定的两个独立的常数。

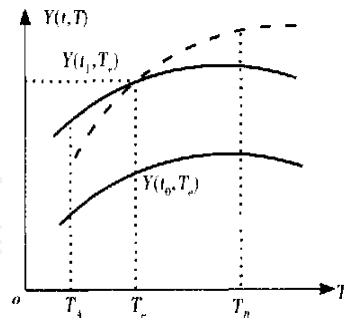


图1 非平移收益曲线运动分析图

Fig. 1 Motion analysis of nonparallel shift of yield curve

设利率期限结构中  $[T_A, T_B]$  段的端点条件为

$$Y(t_0, T_A) = Y_A, \quad Y(t_0, T_B) = Y_B,$$

$$Y(t_1, T_A) = Y_A, \quad Y(t_1, T_B) = Y_B.$$

记  $dY_A = Y_A - Y_A$ ,  $dY_B = Y_B - Y_B$ , 选定  $Y_A$  为参考点, 并称  $Y_A, Y_B$  为参考债券, 则有  $a = dY_A$ ,  $b = \frac{dY_B - dY_A}{Y_B - Y_A}$ . 常数  $a, b$  具有显明的意义,  $a$  是收益曲线做平移运动时的度量, 称为平移因子;  $b$  是收益曲线相对于参考点做转动时的度量, 称为转动因子。将常数  $a, b$  的值代入式(1), 并令  $b = dR$ , 得到

$$dY = dY_A + dR(Y - Y_A) \quad (2)$$

因此, 一旦给定参考债券  $Y_A, Y_B$  的信息, 便可由式(2) 确定利率期限结构中  $[T_A, T_B]$  段非平移收益曲线上各点的变化值  $dY$ . 特别地, 若利率期限结构中  $[T_A, T_B]$  段收益曲线仅做平移运动, 则有转动因子  $b = dR = 0$ , 式(2) 便退化为  $dY = dY_A$ , 由此可得出利率期限结构中  $[T_A, T_B]$  段平移收益曲线上各点的变化值  $dY$  均相等。

## 2 平移收益曲线风险免疫策略

债券利率风险免疫问题的提法为: 在给定的市场条件下寻找标准的对冲工具, 使投资者持有的债券(或是债券组合)在利率期限结构变化时经受最小的利率风险。设计债券利率风险免疫策略的基本思想是将投资者所持有的债券(或是债券组合)与标准对冲工具构造一个新的投资组合(记投资组合的价值为  $v$ ), 当利率变化时, 由风险免

疫的基本条件(投资价值的改变量为零,即  $dv = 0$ )确定投资者应持有的标准对冲工具的头寸.

久期和凸性是利率风险免疫策略设计中最基本的概念.对于非平坦收益曲线,Fisher & Weil 建立的久期  $D_{FW}$ 和凸性  $C_{FW}$ 的定义分别为

$$D_{FW} = \frac{1}{B} \sum_{t>0} t e^{-t c_t}$$

$$C_{FW} = \frac{1}{B} \sum_{t>0} t^2 e^{-t c_t}$$

其中: $B$ 为债券的价格; $t$ 是到期日为 $t$ 的债券即期利率; $c_t$ 为债券在 $t$ 时刻所产生的现金流.用久期和凸性可近似地表示债券价格的改变 $dB$ 与利率变化 $d$ 的关系式

$$dB = -BD_{FW}d + \frac{1}{2}BC_{FW}d^2 \quad (3)$$

假设市场上存在着一组标准对冲工具集  $B = \{B_i, i=0, 1, 2, \dots, n\}$ ,记  $T_i$ 为债券  $B_i$ 的到期日.设投资者在债券集合  $b = \{b_j, j=1, 2, \dots, N\}$ 中选择持有的债券(或是债券组合),称  $b$ 为样本债券集合,则债券利率风险免疫的基本条件可表示为

$$dv = \sum_{i=1}^r dB_i + \sum_{j=1}^s db_j = 0 \quad (4)$$

其中: $B_i$ 是投资者应持有的标准工具的头寸; $1 \leq r \leq n, 1 \leq s \leq N$ , $r$ 的选取与风险免疫策略的设计有关, $s$ 依投资者持有的债券组合而定.

设投资者持有的债券组合价格的变化为 $db_a$ ,利用久期和凸性的概念设计债券利率风险对冲策略.取  $r=2$ ,则由式(3)、(4),可得

$$\begin{aligned} dv = dB_1 + dB_2 + db_a = & -B_1 D_{FW1}d - B_2 D_{FW2}d - b_a D_{FWa}d + \\ & \frac{1}{2}B_1 C_{FW1}d^2 + \frac{1}{2}B_2 C_{FW2}d^2 + \\ & \frac{1}{2}b_a C_{FWa}d^2 = 0 \end{aligned}$$

对于平移收益曲线,有

$$\begin{aligned} d_1 = d_2 = d_a = d, \text{得到} \\ - (B_1 D_{FW1} + B_2 D_{FW2} + b_a D_{FWa})d + \\ \left[ \frac{1}{2}B_1 C_{FW1} + \frac{1}{2}B_2 C_{FW2} + \frac{1}{2}b_a C_{FWa} \right] d^2 = 0 \end{aligned}$$

由于 $d$ 是任意变化的,欲使上式成立,则有

$$\begin{pmatrix} D_{FW1} & D_{FW2} \\ \frac{1}{2}C_{FW1} & \frac{1}{2}C_{FW2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b_a D_{FWa} \\ -\frac{1}{2}b_a C_{FWa} \end{pmatrix} \quad (5)$$

求解式(5)可得投资者应持有的标准对冲工具的头寸, $B_1, B_2$ .若仅考虑用久期的概念设计债券利率风险对冲策略,则取  $r=1$ ,此时有

$$B_1 = -\frac{b_a D_{FWa}}{D_{FW1}}$$

### 3 非平移收益曲线风险免疫策略

利用式(2)可将久期的概念推广到非平移收益曲线风险免疫策略的设计中.选取参考债券, $B_A = B_0, B_B = B_1$ 作为标准对冲工具.投资者所持有的债券为 $b_b$ ,且有  $T_A < T_b < T_B$ ,则债券利率风险免疫的基本条件为

$$\begin{aligned} dv = dB_A + dB_B + db_b = & -B_A D_{FWA}d - B_B D_{FWB}d - \\ & b_b D_{FWb}d = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$B_A, B_B$ 分别为投资者应持有的参考债券  $B_A$ 和  $B_B$ 的头寸.由式(2)可知

$$\begin{aligned} db_b = d_A + dR(b_b - A) \\ dB_B = d_A + dR(B_B - A) \end{aligned}$$

代入式(6)并整理,得

$$\begin{aligned} - (B_A D_{FWA} + B_B D_{FWB} + b_b D_{FWb})d - \\ [B_B D_{FWB}(B_B - A) + b_b D_{FWb}(b_b - A)] \cdot \\ dR = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

由于 $d_A, dR$ 彼此独立,为了保证式(7)成立,必须有

$$\begin{aligned} B_A D_{FWA} + B_B D_{FWB} + b_b D_{FWb} = 0 \\ B_B D_{FWB}(B_B - A) + b_b D_{FWb}(b_b - A) = 0 \end{aligned}$$

用矩阵形式表示,为

$$\begin{pmatrix} D_{FWA} & D_{FWB} \\ 0 & D_{FWB}(B_B - A) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_A \\ B_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b_b D_{FWb} \\ -b_b D_{FWb}(b_b - A) \end{pmatrix} \quad (8)$$

求解上式,可得投资者持有的标准对冲工具(参考债券)的头寸为  $B_A, B_B$

$$\begin{aligned} B_A = -\frac{b_b D_{FWb}(B_B - A)}{D_{FWA}(B_B - A)} \\ B_B = -\frac{b_b D_{FWb}(b_b - A)}{D_{FWB}(B_B - A)} \end{aligned} \quad (9)$$

若在债券集合 $b$ 中选择 $N$ 种债券构成债券组合,则可根据标准对冲工具的到期日 $T_i$ 将 $N$

种债券划分为  $i$  组, 这里  $T_0 < T_i < T_n$ . 每组所包含的债券数目记为  $N_i$  ( $0 < N_i < N, i = 1, 2, \dots, n$ ), 且有  $\sum_{i=1}^n N_i = N$ . 设第  $i$  组中的第  $j$  种债券的值为  $b_{i,j}$ , 到期日为  $T_{i,j}$  ( $T_{i-1} < T_{i,j} < T_i, 0 < j \leq N_i$ ), 用标准对冲工具  $B_{i-1}$  和  $B_i$  对第  $i$  组债券进行对冲, 由式(6)得

$$dv_i = dB_{i-1} + dB_i + \sum_{j=1}^{N_i} db_{i,j} = 0 \quad (10)$$

以  $t_{i-1}$  为参考点, 根据非平移收益曲线模型并注意到  $d_{i-1}$  和  $dR$  彼此相互独立, 有

$$\begin{pmatrix} D_{FWi-1} & 0 \\ 0 & D_{FWj} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{i-1} \\ B_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{N_i} b_{i,j} D_{FWi,j} \frac{t_i - t_{i,j}}{t_i - t_{i-1}} \\ \sum_{j=1}^{N_i} b_{i,j} D_{FWi,j} \frac{t_i - t_{i,j}}{t_i - t_{i-1}} \end{pmatrix}$$

利用标准工具集对  $N$  种债券构成的债券组合进行对冲时, 可通过利率风险免疫的基本条件

$$dv = dB_0 + \sum_{i=1}^n \left[ dB_i + \sum_{j=1}^{N_i} db_{i,j} \right] = 0$$

并采用本文提出的非平移收益曲线的风险免疫策略, 由下式可求得投资者应持有的标准工具的头寸向量

$$\begin{pmatrix} D_{FW0} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & D_{FWi} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & D_{FWn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_0 \\ \dots \\ B_i \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{N_i} b_{i,j} D_{FWi,j} \frac{t_i - t_{i,j}}{t_i - t_{i-1}} \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{N_i} b_{i,j} D_{FWi,j} \frac{t_i - t_{i,j}}{t_i - t_{i-1}} \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{N_{i+1}} b_{i+1,j} D_{FWi+1,j} \frac{t_{i+1} - t_{i+1,j}}{t_{i+1} - t_i} \\ \dots \\ \sum_{j=1}^{N_n} b_{n,j} D_{FWn,j} \frac{t_n - t_{n,j}}{t_n - t_{n-1}} \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中,  $(B_0, B_1, \dots, B_i, \dots, B_n)^T$  为投资者应持有的标准工具的头寸向量. 不难验证, 当  $i = 0, 1$

时, 上式便退化为式(8).

### 4 风险值次序统计量估计方法

风险值 (VaR) 定义为在一定的概率水平下, 一定的持有期内投资组合损益的限定值. 投资组合的损益可通过其市场价值的潜在变化表示. 投资组合市场价值可用连续函数  $v(R_t, R^k, R)$  描述, 其中  $R_t = [R_{t,1}, R_{t,2}, \dots, R_{t,k}]^T, R^k$  为风险因子向量,  $R_{t,i}, i = 0, 1, 2, \dots, k$  是  $t$  时刻第  $i$  个风险因子.

对于金融投资而言, 股票价格、汇率价格、商品价格和利率等都可作为投资组合市场价值函数的基本变量, 即风险因子. 风险因子的集合构成了一个“状态空间”, 通过产生每一个风险因子的未来情景, 就能在不同时刻、不同状态下由价值函数  $v(R_t)$  对投资组合进行定价.

仅考虑因利率期限结构的变化导致的利率风险, 设  $t$  时刻风险因子  $R_t = r_t$  (即期利率), 投资组合的损益记为

$$L(r_t, X_t) = v(r_{t+1}) - v(r_t) = v[r_t \exp(X_t)] - v(r_t) \quad (12)$$

其中,  $X_t = \ln \frac{r_{t+1}}{r_t}$ , 为  $t$  时刻风险因子的对数回报.  $L(R_t, X_t) > 0$  表示投资组合的收益,  $L(R_t, X_t) < 0$  表示投资组合的损失.  $L(R_t, X_t)$  的分布称为投资组合的损益分布.

由 VaR 值的定义可得

$$P_r\{L(r_t, X_t) \leq VaR_t(p)\} = p$$

式中:  $P_r(A)$  表示事件  $A$  发生的概率,  $0 < p < 1$ .

从数理统计学的角度, VaR 问题的提法为在给定信息集、概率水平和投资组合持有期的条件下, 求投资组合损益条件分布的  $p$  分位数. 设  $F_t$  为投资组合损益的分布函数, 则 VaR 值可由以下公式给出

$$VaR_t(p) = F_t^{-1}(p) = \inf\{x \in R | F_t(x) \geq p\} \quad (13)$$

其中,  $F_t^{-1}$  为  $F_t$  的反函数.

当  $F_t$  已知时, 采用解析法或者数值计算方法通过式(13)可求得投资组合的 VaR 值. 然而, 一般情况下  $F_t$  是未知的, 需要根据投资组合损益的

观察数据估计 VaR 值. 一般,若知道投资组合的定价函数和风险因子的历史观察值,则可由式 (12) 构造投资组合损益分布函数  $F_t$  的样本集  $\{L_i(r_t, X_{t-i}), i=0, 1, 2, \dots, n\}$  其中  $n < t$ , 有

$$L_i(r_t, X_{t-i}) = v[r_t \exp(X_{t-i})] - v(r_t) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

为了减少设定模型的误差,本文采用非参数次序统计量估计方法计算投资组合的 VaR 值<sup>[18]</sup>. 设独立同分布 (i. i. d) 的样本  $\{L_i(r_t, X_{t-i}), i=0, 1, 2, \dots, n\}$  取自于分布函数为  $F(x)$  的总体,将其观察值按自小到排序,得到样本的次序统计量,

$$L_{1:n} \quad L_{2:n} \quad \dots \quad L_{n:n}$$

记  $L_{r:n}$  为第  $r$  个次序统计量,  $G_r(x)$  为  $L_{r:n}$  的分布函数. 依定义有

$$G_r = \sum_{j=r}^n \binom{n}{j} F^j(x) (1 - F(x))^{n-j}$$

VaR 的次序统计 (OS) 估计量定义为

$$VaR_{OS}(p) = L_{j^*} \quad (14)$$

其中,  $\frac{j^*-1}{n} < p < \frac{j^*}{n}$ .  $VaR_{OS}(p)$  的分布函数为

$$P\{VaR_{OS}(p) \leq x\} = \sum_{j=j^*}^n \binom{n}{j} F^j(x) (1 - F(x))^{n-j}$$

对上式进行微分,得到  $VaR_{OS}(p)$  的概率密度函数

$$f_{L_{k:n}}(x) = k \binom{n}{k} F^k(x) (1 - F(x))^{n-k} f(x)$$

这里,  $f(x)$  为  $F(x)$  的概率密度函数. 由渐进正态分布的结果,给定置信水平  $1 - \alpha$ , 可得  $VaR_{OS}(p)$  的置信区间为

$$\left\{ VaR_{OS}(p) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{p(1-p)/n} [f(VaR(p))]^{-1} \right\}$$

其中,  $z_{1-\alpha/2} = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2)$ , 为标准正态分布.

### 5 实例分析与结论

采用美国联邦储备委员会发布的 1998 年的债券利率数据,选取短期 (半年债券)  $B_1$ , 中期 (10 年债券)  $B_2$  和长期 (20 年债券)  $B_3$  作为标准对冲工具,将本文提出的非平移收益曲线风险免疫策略与简单久期风险免疫策略的分析结果进行比较,假设对冲组合的损益呈  $t$  分布,用次序统计量方法求出各种对冲策略下的 VaR 值以及 VaR 的置信区间,对债券组合的风险进行定量化分析,验证非平移收益曲线风险免疫策略的有效性.

投资者持有的样本债券为,中期债券  $b_1$  持有期有 5 年,长期债券  $b_2$  持有期有 13 年,长期债券  $b_3$  持有期有 15 年. 分别用短期 (半年债券)  $B_1$ 、中期 (10 年债券)  $B_2$  和长期 (20 年债券)  $B_3$  作为标准对冲工具对债券  $b_1$ 、债券  $b_2$  和债券  $b_3$  进行对冲,具体的现金流如表 1 所示.

表 1 样本债券和标准对冲债券现金流表

Table 1 The cash of sample bonds and standard hedging bonds

债券	息票/半年	到期日/年	$D_{FW}$ /年	债券	息票/半年	到期日/年	$D_{FW}$ /年
$b_3$ (长期)	9 元	15	5.375 8	$B_3$ (长期)	10 元	20	4.870 9
$b_2$ (长期)	9 元	13	5.317 6	$B_2$ (中期)	8 元	10	5.250 8
$b_1$ (中期)	5 元	5	1.826 1	$B_1$ (短期)	0 元	0.5	0.474 4

由非平移收益曲线风险免疫策略可知,需要用标准工具长期债券  $B_3$  和中期债券  $B_2$  对持有期为 15 年的样本债券  $b_3$  进行对冲. 根据式 (9) 计算得到对冲 100 元的样本债券  $b_3$ , 需要持有标准工具债券  $B_3$  为 - 59.505 元, 标准工具债券  $B_2$  为 - 47.181 元. 不同风险免疫策略下投资者应持有的标准对冲工具的头寸见表 2. 图 2、3、4 给出了不同风险免疫策略下,不同对冲组合价值的变化  $v$  随利率的变化 的关系图. 其中采用久期风险免疫策略时投

资者应持有的标准对冲工具的头寸由式 (5) 计算.

为了进一步分析各种风险免疫策略的有效性,本文采用次序统计量方法计算了不同对冲组合的风险值 ( $VaR$ ) 并给出了相应的置信区间.

表 3 通过风险值的比较给出了用标准工具对债券组合进行对冲的定量分析结果.

各种分析方法均表明,本文提出的非平移收益曲线风险免疫策略能有效地防范和控制无违约债券的利率风险.

表 2 标准债券对冲比和组合风险值表

Table 2 The VaR and VaR confidence section of hedging position of standard bonds and portfolio

债券	现值/元	对冲方式	对冲数量/元	风险值 (VaR)	置信区间
$b_3$	100	无	0	- 3.908 0	[ - 4.532 7, - 3.326 4 ]
		用 $B_3$ 债券对冲	- 110.36	- 1.331 9	[ - 1.422 0, - 1.248 0 ]
		用 $B_2$ 债券对冲	- 102.38	- 0.550 2	[ - 0.617 8, - 0.487 3 ]
		用 $B_2, B_3$ 债券对冲	$B_3$ : - 59.505	- 0.257 9	[ - 0.275 4, - 0.241 7 ]
			$B_2$ : - 47.181		
$b_2$	100	无	0	- 3.722 8	[ - 4.323 9, - 3.163 3 ]
		用 $B_3$ 债券对冲	- 109.17	- 1.618 6	[ - 1.729 5, - 1.515 3 ]
		用 $B_2$ 债券对冲	- 101.27	- 0.349 0	[ - 0.394 4, - 0.306 8 ]
		用 $B_2, B_3$ 债券对冲	$B_3$ : - 35.732	- 0.085 5	[ - 0.093 1, - 0.078 4 ]
			$B_2$ : - 68.126		
$b_1$	100	无	0	- 1.054 3	[ - 1.220 0, - 0.900 1 ]
		用 $B_2$ 债券对冲	- 34.779	- 0.691 9	[ - 0.736 2, - 0.650 6 ]
		用 $B_1$ 债券对冲	- 384.95	- 0.480 4	[ - 0.535 5, - 0.429 2 ]
		用 $B_1, B_2$ 债券对冲	$B_2$ : - 24.607	- 0.379 7	[ - 0.405 3, - 0.355 8 ]
			$B_1$ : - 112.58		

表 3 标准债券对冲比和组合风险值表

Table 3 The VaR and VaR confidence section of hedging position of standard bonds and portfolio

债券	现值/元	对冲方式	对冲数量/元	风险值 (VaR)	置信区间
$b_3$ 长期	100	无	0	- 8.638 8	[ - 10.026 1, - 7.347 1 ]
$b_2$ 长期	100		$B_3$ : - 95.237		
		用债券 $B_1$	$B_2$ : - 139.914	- 0.635 4	[ - 0.678 5, - 0.595 4 ]
$b_1$ 中期	100	$B_2$ 和 $B_3$ 对冲	$B_1$ : - 112.58		

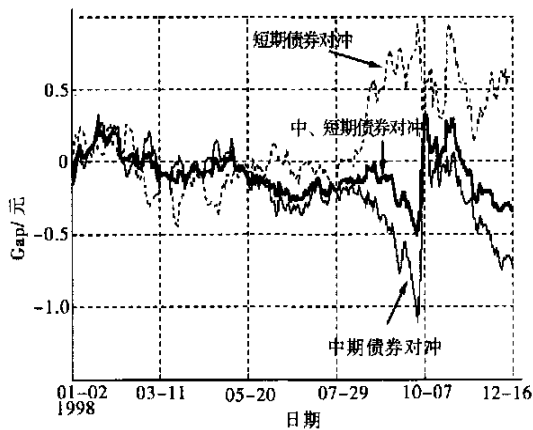


图 2 样本债券  $b_3$  对冲图

Fig. 2 Sample bill  $b_3$  hedge

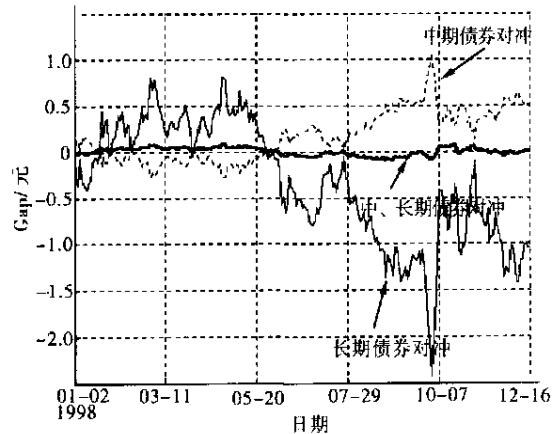
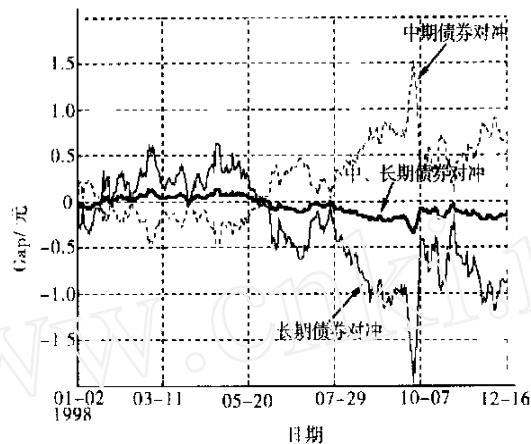


图 3 样本债券  $b_2$  对冲图

Fig. 3 Sample bill  $b_2$  hedge

图4 样本债券  $b_1$  对冲图Fig. 4 Sample bill  $b_1$  hedge

## 参考文献:

- [1]王春峰,张 伟. 基于久期缺口模型的隐含期权利率风险管理[J]. 系统工程理论方法应用, 2001, 10(4): 269—275.  
Wang Churfeng, Zhang Wei. Managing interest rate risk with embedded option using duration gap model[J]. Systems Engineering—Theor Methodolog Applications, 2001, 10(4): 269—275. (in Chinese)
- [2]王春峰,张 伟. 具有隐含期权的商业银行利率风险测量与管理: 凸度缺口模型[J]. 管理科学学报, 2001, 4(5): 21—29.  
Wang Churfeng, Zhang Wei. Measuring and managing interest rate risk in commercial banks with embedded option: Convexit-gap model[J]. Journal of Management Sciences in China, 2001, 4(5): 21—29. (in Chinese)
- [3]Barber J R, Copper M L. A minimax risk strateg for portfolio immunization[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1998, 23(2): 173—177.
- [4]Cooper I A. Asset values, interest rate changes, and duration[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1977, 12(5): 701—723.
- [5]Litterman R, Scheinkman J. Common factors affecting bond returns[J]. Journal of Fixed Income, 1991, 1(1): 54—61.
- [6]Derman E. The future of modeling[J]. Risk, 1997, 10(12): 164—167.
- [7]Ho T S Y. Ke rate durations: Measures of interest rate risk[J]. Journal of Fixed Income, 1992, 2(2): 29—44.
- [8]Reitano R R. Multivariate stochastic immunization theor [J]. Transactions of the Societ of Actuaries, 1993, 45: 425—484.
- [9]Reitano R R. Nonparallel ield curve shifts and stochastic immunization[J]. Journal of Portfolio Management, 1996, (Winter): 71—78.
- [10]Johnson B D, Me er K R. Managing ield curve risk in an index environment[J]. Financial Anal sts Journal, 1989, 45(6): 51—59.
- [11]Nawalkha S K, Chambers D R. The M vector model: Derivation and testing of extensions to M square[J]. Journal of Portfolio Management, 1997, 23(2): 92—98.
- [12]Soto G M. Immunization derived from a pol nomial duration vector in the Spanish bond market[J]. Journal of Banking and Fr nance, 2001, 25(6): 1037—1057.
- [13]Leschhorn H. Managing ield curve risk with combination hedges[J]. Financial Anal sts Journal, 2001, 57(3): 63—75.
- [14]Kaplanski G, Yoram K. VaR risk measures versus traditional risk measuresan nal sis and surve [J]. Journal of Risk, 2002, 4(3): 1—34.
- [15]王春峰,万海辉,李 刚. 基于MCMC的金融市场风险 VaR的估计[J]. 管理科学学报, 2000, 3(2): 54—61.  
Wang Churfeng, Wan Hai-hui, Li Gang. Estimation of value-at-risk using MCMC[J]. Journal of Management Sciences in China,

2000, 3(2): 54—61. (in Chinese)

[16] 杨晓光, 马超群, 文风华. VaR之下厚尾分布的最优资产组合的收敛性[J]. 管理科学学报, 2002, 5(1): 65—69.

Yang Xiaoguang, Ma Chaohun, Wen Fenghua. Convergence of optimal portfolio under VaR with fat tails[J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5(1): 65—69. (in Chinese)

[17] Berkowitz J. How Accurate are Value-at-Risk Models at Commercial Banks [DB/OL]. Working Paper www.gloriamundi.org, 2002.

[18] Dowd K. Estimating VaR with order statistics[J]. The Journal of Derivatives, 2001, 8(3): 23—31.

## Risk immunization strategy under nonparallel shift of the yield curve

GONG Pu, HE Xubiao

College of Management, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China

**Abstract:** Under the assumption of the movement of rigid, a nonparallel shift model in the term structure of interest rates is developed by introducing Fisher & Weil duration which is a well-known concept in the field of interest risk management. This paper has studied the strategy and replication for portfolio immunization to minimize the risk exposure. Through the experiment of numerical simulation, the risk exposures of the portfolio under different strategies of immunization are quantitatively evaluated by the method of Value at Risk (VaR) order statistics (OS) estimation. The results show that the strategy of risk immunization proposed in this paper is very effective at the interest risk management of the default-free bond.

**Key words:** nonparallel shift curve; risk immunization; duration; value at risk (VaR)