第9卷第2期
2006年4月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol.9 No.2
Apr. 2006

语言多属性决策的目标规划模型①

徐泽水

(1. 清华大学经济管理学院，北京 100087；2. 中国人民解放军理工大学理学院，南京 210007)

摘要： 研究了只有部分属性权重信息、属性值以语言变量或不确定语言变量形式给出且决策者对方案有偏好信息的语言多属性决策问题. 给出了语言变量和不确定语言变量的运算法则，以及不确定语言变量之间比较的可能度公式，定义了语言变量的偏离度概念. 在属性值以1) 语言变量和2) 不确定语言变量，这两种形式给出的情形下，分别建立了一个基于偏离度的目标规划模型，并通过求解这两种模型分别获得相应的属性权重. 然后对于情形1)，利用语言加权平均(LWA)算子，对语言决策信息进行加权集成，继而对方案进行排序和择优；对于情形2)，利用不确定语言加权平均(ULWA)算子，对不确定语言决策信息进行加权集成，并利用可能度公式构造可能度矩阵(互补判断矩阵)，继而利用互补判断矩阵排序公式对决策方案进行排序和择优. 最后进行了实例分析.

关键词： 语言多属性决策；语言变量；不确定语言变量；可能度；集成

中图分类号： C934　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 1007-9807(2006)02-0009-09

0 引 言

多属性决策是利用一定的方式对有限个决策方案在有限个属性下的属性值进行集成，进而对方案进行排序和择优的过程. 由于客观事物的复杂性、不确定性以及决策者的积极参与，对于研究决策者对方案有偏好，且属性权重不能完全确知的多属性决策问题已引起人们的关注[1~11]. 文献[1~3]分别研究了属性值和决策者的偏好值为实数、区间数以及模糊数这三种形式的多属性决策问题. 文献[4~6]分别研究了属性值为实数，但决策者的偏好分别以互补判断矩阵和互反判断矩阵形式给出的多属性决策问题. 文献[7~11]对交互式多属性决策方法进行了探讨. 然而，人们在对诸如人的思想品德、汽车的性能等问题进行评估时往往会直接给出定性的评估信息(如：优，良，差等语言形式)[12~20]. 因此，对属性值以语言变量或不确定语言变量形式给出，且决策者对方案有语言偏好信息的多属性决策问题的研究有着重要的理论意义和实际应用价值，目前尚没有相关的研究成果报道. 本文尝试对此类问题进行探讨，给出了语言变量和不确定语言变量的运算法则，以及不确定语言变量之间比较的可能度公式，定义了语言变量的偏离度概念. 对于属性值以语言变量和不确定语言变量这两种形式给出的情形，分别建立了一个基于偏离度的目标规划模型，继而提出了相应的多属性决策方法. 最后通过实例对方法的可行性和实用性进行了说明.

1 预备知识

考虑到决策者在进行定性测度时，一般需要适当的语言评估标度. 为此，可事先设定语言评估标度 $S=\{s_\alpha \mid \alpha=-t,\cdots,t\}$，其中 s_α 表示语言变量，特别地，s_{-t} 和 s_t 分别表示决策者实际使

① 收稿日期：2004-10-09；修订日期：2005-02-24.
基金项目：中国博士后科学基金资助项目(2003034366).
作者简介：徐泽水(1968—)，男，安徽南陵人，博士，教授.

用的语言变量的下限和上限. S 满足下列条件[20]:

1) 若 $\alpha > \beta$, 则 $s_\alpha > s_\beta$;

2) 存在负算子 $\mathrm{neg}(s_\alpha) = s_{-\alpha}$.

例如, S 可取

$S = \{s_{-4}$ = 极差, s_{-3} = 很差, s_{-2} = 差, s_{-1} = 稍差, s_0 = 一般, s_1 = 稍好, s_2 = 好, s_3 = 很好, s_4 = 极好$\}$.

在决策信息集成过程中, 集成结果往往与语言评估标度 S 中的元素不相匹配. 为了便于计算和避免丢失决策信息, 文献[20]在原有标度 $S = \{s_\alpha \mid \alpha = -t, \cdots, t\}$ 的基础上定义一个拓展标度 $\overline{S} = \{s_\alpha \mid \alpha \in [-q, q]\}$, 其中, $q(q > t)$ 是一个充分大的自然数, 且若 $s_\alpha \in S$, 则称 s_α 为本原术语, 否则, 称 s_α 为拓展术语(或称虚拟术语). 拓展后的标度仍满足条件 1) 和 2).

注: 一般, 决策者运用本原术语评估决策方案, 而拓展术语只在语言计算和决策方案排序过程中出现.

为了对语言变量进行计算, 下面定义语言评估标度的运算法则.

定义 1 设 $s_\alpha, s_\beta \in \overline{S}$, $\mu \in [0,1]$, 则

1) $\mu s_\alpha = s_{\mu\alpha}$;

2) $s_\alpha \oplus s_\beta = s_{\alpha+\beta}$;

3) $\mu(s_\alpha \oplus s_\beta) = \mu s_\alpha \oplus \mu s_\beta$;

4) $s_\alpha \oplus s_\beta = s_\beta \oplus s_\alpha$.

为了衡量语言变量之间的偏离程度, 下面给出语言变量之间的偏离度概念.

定义 2 设 $s_\alpha, s_\beta \in \overline{S}$, 则称

$$d(s_\alpha, s_\beta) = |\beta - \alpha| \tag{1}$$

为语言变量 s_α 和 s_β 的偏离度.

为了方便起见, 下面给出不确定语言变量的概念及其运算法则.

定义 3 设 $\tilde{s} = [s_\alpha, s_\beta]$, 其中 $s_\alpha, s_\beta \in \overline{S}$, s_α 和 s_β 分别为 $\tilde{s}$ 的下限和上限, 则称 $\tilde{s}$ 为不确定语言变量.

设 $\tilde{S}$ 为所有不确定语言变量的集合.

定义 4 设 $\tilde{s} = [s_\alpha, s_\beta]$, $\tilde{s}_1 = [s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]$, $\tilde{s}_2 = [s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}] \in \tilde{S}$, $\mu \in [0,1]$, 则

1) $\tilde{s}_1 \oplus \tilde{s}_2 = [s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}] \oplus [s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}] = [s_{\alpha_1} \oplus s_{\alpha_2}, s_{\beta_1} \oplus s_{\beta_2}]$;

2) $\tilde{s}_1 \oplus \tilde{s}_2 = \tilde{s}_2 \oplus \tilde{s}_1$;

3) $\mu\tilde{s} = \mu[s_\alpha, s_\beta] = [\mu s_\alpha, \mu s_\beta]$;

4) $\mu(\tilde{s}_1 \oplus \tilde{s}_2) = \mu\tilde{s}_1 \oplus \mu\tilde{s}_2$.

对于具有不确定语言决策信息的多属性决策, 在选择决策方案过程中, 一般需要对不确定语言变量进行比较和排序. 为此, 下面给出一个简洁的度量公式.

定义 5 设 $\tilde{s}_1 = [s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]$, $\tilde{s}_2 = [s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}] \in \tilde{S}$, 且 $\mathrm{len}(\tilde{s}_1) = \beta_1 - \alpha_1$, $\mathrm{len}(\tilde{s}_2) = \beta_2 - \alpha_2$, 则 $\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2$ 的可能度定义如下

$$p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = \frac{\max\{0, \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0)\}}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)} \tag{2}$$

特别地, 1) 若 $\tilde{s}_1$ 和 $\tilde{s}_2$ 中有一个退化为语言变量, 如 $\tilde{s}_1$ 退化为语言变量, 即 $\mathrm{len}(\tilde{s}_1) = 0$, 此时 $\alpha_1 = \beta_1$, 则定义 $\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2$ 的可能度为

$$p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = \frac{\max\{0, \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0)\}}{\mathrm{len}(\tilde{s}_2)} \tag{3}$$

2) 若 $\tilde{s}_1$ 和 $\tilde{s}_2$ 都退化为语言变量, 即 $\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) = 0$, 则定义 $\tilde{s}_1 > \tilde{s}_2$ 的可能度为

$$p(\tilde{s}_1 > \tilde{s}_2) = \begin{cases} 1, & \tilde{s}_1 > \tilde{s}_2 \\ \dfrac{1}{2}, & \tilde{s}_1 = \tilde{s}_2 \\ 0, & \tilde{s}_1 < \tilde{s}_2 \end{cases} \tag{4}$$

可能度公式(2)给出了两个不确定语言变量之间大小关系的一种度量方法, 体现了事件 $\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2$ 发生的可能性程度(或概率).

可能度有下列优良性质.

定理 1 设 $\tilde{s}_1 = [s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]$, $\tilde{s}_2 = [s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}]$, $\tilde{s}_3 = [s_{\alpha_3}, s_{\beta_3}] \in \tilde{S}$, 则

1) $0 \leqslant p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \leqslant 1$;

2) $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 1$ 当且仅当 $\beta_2 \leqslant \alpha_1$;

3) $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 0$ 当且仅当 $\beta_1 \leqslant \alpha_2$;

4) $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) + p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) = 1$. 特别地, $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_1) = 1/2$;

5) $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \geqslant 1/2$ 当且仅当 $\alpha_1 + \beta_1 \geqslant \alpha_2 +$

β_2. 特别地，$p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 1/2$ 当且仅当 $\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_2$；

6) $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \geqslant 1/2$ 且 $p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_3) \geqslant 1/2$，则 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_3) \geqslant 1/2$.

证明

1) 由于

$$\max\{0, \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0)\} \geqslant 0 \tag{5}$$

因此，由式(2)得 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \geqslant 0$. 又因为 $\max(\beta_2 - \alpha_1, 0) \geqslant 0$，则

$$\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0) \leqslant \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) \tag{6}$$

由式(2)即知 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \leqslant 1$，从而有 $0 \leqslant p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \leqslant 1$.

2) 若 $\beta_2 \leqslant \alpha_1$，则 $\max(\beta_2 - \alpha_1, 0) = 0$. 因此，由式(2)可知 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 1$. 反之也成立.

3) 若 $\beta_1 \leqslant \alpha_2$，则

$$\beta_2 - \alpha_1 \geqslant \beta_2 - \alpha_1 - (\alpha_2 - \beta_1)$$

而

$$\beta_2 - \alpha_1 - (\alpha_2 - \beta_1) = (\beta_1 - \alpha_1) + (\beta_2 - \alpha_2) = \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) \tag{7}$$

即

$$\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0) \leqslant 0 \tag{8}$$

因此，由式(2)可知 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 0$. 反之也成立.

4) 由于

$$p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) + p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) = \frac{\max\{0, \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0)\}}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)} + \frac{\max\{0, \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_1 - \alpha_2, 0)\}}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)}$$
$$= \frac{\max\{0, \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0)\} + \max\{0, \mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_1 - \alpha_2, 0)\}}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)} \tag{9}$$

则

(i) 若 $\beta_1 \leqslant \alpha_2$，则 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 0$ 且 $p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) = 1$. 因此 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) + p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) = 1$.

(ii) 若 $\beta_2 \leqslant \alpha_1$，则 $p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) = 0$ 且 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 1$. 因此 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) + p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) = 1$.

(iii) 若 $\alpha_1 \leqslant \alpha_2 < \beta_1 \leqslant \beta_2$，则 $\beta_1 - \alpha_2 > 0$ 且 $\beta_2 - \alpha_1 > 0$，因此

$$\begin{aligned}\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0) &= \beta_1 - \alpha_1 + \beta_2 - \alpha_2 - \beta_2 + \alpha_1 \\ &= \beta_1 - \alpha_2\end{aligned} \tag{10}$$

且

$$\begin{aligned}\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_1 - \alpha_2, 0) &= \beta_1 - \alpha_1 + \beta_2 - \alpha_2 - \beta_1 + \alpha_2 \\ &= \beta_2 - \alpha_1\end{aligned} \tag{11}$$

因此，由式(9)—(11)可得

$$\begin{aligned}p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) + p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) &= \frac{\beta_1 - \alpha_2 + \beta_2 - \alpha_1}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)} \\ &= \frac{(\beta_1 - \alpha_1) + (\beta_2 - \alpha_2)}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)} \\ &= \frac{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)} = 1\end{aligned} \tag{12}$$

(iv) 若 $\alpha_1 < \alpha_2 \leqslant \beta_2 < \beta_1$，则(10)—(12)成立.

(v) 若 $\alpha_2 < \alpha_1 \leqslant \beta_1 < \beta_2$，则(10)—(12)成立.

(vi) 若 $\alpha_2 \leqslant \alpha_1 < \beta_2 \leqslant \beta_1$，则(10)—(12)成立.

综合(i)—(vi)可知 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) + p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_1) = 1$ 成立. 特别地，若 $\tilde{s}_1 = \tilde{s}_2$，即 $s_{a_1} = s_{a_2}$ 且 $s_{b_1} = s_{b_2}$，则 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_1) + p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_1) = 1$. 因此 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_1) = 1/2$

5) 若 $\beta_2 > \alpha_1$，则由 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \geqslant 1/2$ 知

$$\frac{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2) - \max(\beta_2 - \alpha_1, 0)}{\mathrm{len}(\tilde{s}_1) + \mathrm{len}(\tilde{s}_2)} \geqslant \frac{1}{2} \tag{13}$$

由式(10)得

$$\frac{\beta_1 - \alpha_2}{(\beta_1 - \alpha_1) + (\beta_2 - \alpha_2)} \geqslant \frac{1}{2} \tag{14}$$

化简得 $\alpha_1 + \beta_1 \geqslant \alpha_2 + \beta_2$. 若 $\beta_2 \leqslant \alpha_1$，则 $p(\tilde{s}_1 \geqslant$

$\tilde{s}_2) = 1$，因此满足条件 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \geqslant 1/2$，此时 $\beta_1 \geqslant \alpha_1 \geqslant \beta_2 \geqslant \alpha_2$，所以也有 $\alpha_1 + \beta_1 \geqslant \alpha_2 + \beta_2$．反之，若 $\alpha_1 + \beta_1 \geqslant \alpha_2 + \beta_2$，则(13)和(14)两式成立，因此 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \geqslant 1/2$．类似可证：$p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) = 1/2$ 当且仅当 $\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_2$．

6) 由于 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_2) \geqslant 1/2$ 且 $p(\tilde{s}_2 \geqslant \tilde{s}_3) \geqslant 1/2$，则 $\alpha_1 + \beta_1 \geqslant \alpha_2 + \beta_2$ 且 $\alpha_2 + \beta_2 \geqslant \alpha_3 + \beta_3$．因此 $\alpha_1 + \beta_1 \geqslant \alpha_3 + \beta_3$，从而 $p(\tilde{s}_1 \geqslant \tilde{s}_3) \geqslant 1/2$．

2 决策方法

2.1 属性值为语言变量的情形

对于某一语言多属性决策问题，设 $\boldsymbol{X} = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 为方案集，$\boldsymbol{U} = \{u_1, u_2, \cdots, u_m\}$ 为属性集，$\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \cdots, w_m)^{\mathrm{T}} \in H$ 为属性的权重向量，$w_i \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,m, \sum_{i=1}^{m} w_i = 1$，$H$ 为已知的部分权重信息所确定的属性可能权重集合，其中属性权重信息可表示为以下几种形式[8~10]：

1) 弱序：$\{w_i \geqslant w_j\}$；

2) 严格序：$\{w_i - w_j \geqslant \alpha_i\}$；

3) 倍序：$\{w_i \geqslant \alpha_i w_j\}$；

4) 区间序：$\{\alpha_i \leqslant w_i \leqslant \alpha_i + \varepsilon_i\}$；

5) 差序：$\{w_i - w_j \geqslant w_k - w_l\}, j \neq k \neq l$，

其中 $\{\alpha_i\}$ 和 $\{\varepsilon_i\}$ 为非负常数．

设 $\boldsymbol{A} = (a_{ij})_{m\times n}$ 为语言决策矩阵，其中，$a_{ij} \in S$ 为决策者(评估者)对方案 $x_j \in \boldsymbol{X}$ 按属性 $u_i \in \boldsymbol{U}$ 进行测度所得到的属性值．另外，设决策者对方案 $x_j \in \boldsymbol{X}$ 有偏好，且偏好值为 $v_j \in \boldsymbol{S}$．

基于语言决策矩阵 $\boldsymbol{A} = (a_{ij})_{m\times n}$，方案 x_j 的综合属性值可表示为

$$z_j(w) = w_1 a_{1j} \oplus w_2 a_{2j} \oplus \cdots \oplus w_m a_{mj}, \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{15}$$

显然，方案 x_j 的综合属性值 $z_j(w)$ 越大，则方案 x_j 越优．

若属性权重完全确知，则可直接利用式(15)对方案进行排序．然而，本文所考虑的决策问题中只有部分权重信息．因此，首先需要确定属性的权重向量．

一般情况下，方案 x_j 的综合属性值 $z_j(w)$ 与决策者对方案 x_j 的偏好值 v_j 往往存在一定的偏差．为此，引入偏差函数

$$d_j(w) = d(z_j(w), v_j), j = 1,2,\cdots,n \tag{16}$$

为了方便起见，令 $z_j(w) = s_{\varphi_j(w)}, v_j = s_{\alpha_j}$，则式(16)转化为

$$d_j(w) = d(s_{\varphi_j(w)}, s_{\alpha_j}) = |\varphi_j(w) - \alpha_j|, \quad j = 1,2,\cdots,n \tag{17}$$

显然，为了得到合理的属性权重向量 $\boldsymbol{w}$，上述偏差函数值总是越小越好．为此，可建立下列优化模型(M-1)

$$\begin{aligned} \min\ & d_j(w) = |\varphi_j(w) - \alpha_j|, j = 1,2,\cdots,n \\ \text{s.t.}\ & w \in H \\ & w_i \geqslant 0,\ i = 1,2,\cdots,m, \sum_{i=1}^{m} w_i = 1 \end{aligned}$$

为了求解模型(M-1)，并考虑到所有的目标函数是公平竞争的，且每个目标函数 $d_j(w)$ 希望达到的期望值为0．因此，可将模型(M-1)转化为下列目标规划模型(M-2)

$$\begin{aligned} \min\ & J = \sum_{j=1}^{n} (\delta_j^+ e_j^+ + \delta_j^- e_j^-) \\ \text{s.t.}\ & \varphi_j(w) - \alpha_j - e_j^+ + e_j^- = 0 \\ & j = 1,2,\cdots,n \\ & e_j^+ \geqslant 0, e_j^- \geqslant 0,\ j = 1,2,\cdots,n \\ & e_j^+ e_j^- = 0,\ j = 1,2,\cdots,n \\ & w \in H \\ & w_i \geqslant 0,\ i = 1,2,\cdots,m, \sum_{i=1}^{m} w_i = 1 \end{aligned}$$

其中，e_j^+ 是 $\varphi_j(w) - \alpha_j$ 高于期望值0的上偏差变量，e_j^- 是 $\varphi_j(w) - \alpha_j$ 低于期望值0的下偏差变量，δ_j^+ 和 δ_j^- 分别是 e_j^+ 和 e_j^- 的权系数．

利用目标单纯形法求解模型(M-2)，可得属性的权重向量 $\boldsymbol{w}$，并由式(4)求得各方案的综合属性值 $z_j(w)(j = 1,2,\cdots,n)$，便可依此对方案进行排序和择优．

2.2 属性值为不确定语言变量的情形

由于客观事物的复杂性和不确定性，以及人类思维的模糊性，当决策者(评估者)受一些主、客观因素所制约时，如时间紧迫、专业知识结构和水平、对某些评估不感兴趣、或者对某些比较敏感的问题不想发表意见，他们所给出的语言评估信息往往是不确定的．即决策矩阵中的元素以及决策者的偏好是以不确定语言变量形式给出．

另外，在把个人语言决策信息集成为群体决策信息时，其结果有时也往往用不确定语言变量表示.

设 $\widetilde{A}=(\widetilde{a}_{ij})_{m\times n}$ 为不确定语言决策矩阵，其中，$\widetilde{a}_{ij}\in\widetilde{S}$ 为决策者(评估者)对方案 $x_j\in \boldsymbol{X}$ 按属性 $u_i\in \boldsymbol{U}$ 进行测度所得到的属性值. 设决策者对方案 $x_j\in \boldsymbol{X}$ 的偏好值为 $\tilde{v}_j\in\widetilde{S}$.

基于不确定语言决策矩阵 $\widetilde{A}=(\widetilde{a}_{ij})_{m\times n}$，方案 x_j 的综合属性值可表示为

$$\tilde{z}_j(w)=w_1\tilde{a}_{1j}\oplus w_2\tilde{a}_{2j}\oplus\cdots\oplus w_m\tilde{a}_{mj}\quad j=1,2,\cdots,n \tag{18}$$

显然，方案 x_j 的综合属性值 $\tilde{z}_j(w)$ 越大，则方案 x_j 越优.

考虑到 $\tilde{z}_j(w)$ 和 $\tilde{v}_j$ 均为不确定语言变量，不妨令

$$\tilde{z}_j(w)=[\tilde{z}_j^-(w),\tilde{z}_j^+(w)],\tilde{v}_j=[\tilde{v}_j^-,\tilde{v}_j^+] \tag{19}$$

其中 $\tilde{z}_j^-(w),\tilde{z}_j^+(w),\tilde{v}_j^-,\tilde{v}_j^+\in S$.

若属性权重完全确知，则可利用式(15)对方案进行排序. 具体步骤如下：

步骤1 利用式(2)对 $\tilde{z}_j(w)(j=1,2,\cdots,n)$ 进行两两比较，并构造可能度矩阵(或称之为互补判断矩阵[21]) $\boldsymbol{P}=(p_{ij})_{n\times n}$，其中

$$p_{ij}=p(\tilde{z}_i(w)\geqslant\tilde{z}_j(w)),$$
$$p_{ij}\geqslant 0,p_{ij}+p_{ji}=1,$$
$$p_{ii}=\frac{1}{2},i,j=1,2,\cdots,n$$

步骤2 利用文献[22]中给出的一个简洁公式

$$\omega_i=\frac{1}{n(n-1)}\left(\sum_{j=1}^{n}p_{ij}+\frac{n}{2}-1\right)\quad i=1,2,\cdots,n \tag{20}$$

求得互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的排序向量 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$.

步骤3 利用 $\omega_i(i=1,2,\cdots,n)$ 对 $\tilde{z}_j(w)(j=1,2,\cdots,n)$ 按降序进行排列.

步骤4 利用 $\tilde{z}_j(w)(j=1,2,\cdots,n)$ 的排序对方案进行相应的排序并择优.

然而，本文中所考虑的决策问题中只有部分权重信息. 因此，首先需要确定属性的权重向量. 总是希望方案 x_j 的综合属性值 $\tilde{z}_j(w)$ 能与决策者对方案 x_j 的偏好值 $\tilde{v}_j$ 一致，即

$$\tilde{z}_j(w)=\tilde{v}_j,\ j=1,2,\cdots,n \tag{21}$$

由式(19)，有

$$\tilde{z}_j^-(w)=\tilde{v}_j^-,\tilde{z}_j^+(w)=\tilde{v}_j^+\quad j=1,2,\cdots,n \tag{22}$$

然而，一般情况下，方案 x_j 的综合属性值 $\tilde{z}_j(w)$ 与决策者对方案 x_j 的偏好值 $\tilde{v}_j$ 往往存在一定的偏差. 为此，引入偏差函数

$$d_j^-(w)=d(\tilde{z}_j^-(w),\tilde{v}_j^-),$$
$$d_j^+(w)=d(\tilde{z}_j^+(w),\tilde{v}_j^+)\quad j=1,2,\cdots,n \tag{23}$$

为了方便起见，令

$$\tilde{z}_j(w)=[s_{\varphi_j^-(w)},s_{\varphi_j^+(w)}],\tilde{v}_j=[s_{\alpha_j},s_{\beta_j}] \tag{24}$$

则式(23)转化为

$$d_j^-(w)=d(s_{\varphi_j^-(w)},s_{\alpha_j})=|\varphi_j^-(w)-\alpha_j|,\quad j=1,2,\cdots,n \tag{25a}$$

$$d_j^+(w)=d(s_{\varphi_j^+(w)},s_{\beta_j})=|\varphi_j^+(w)-\beta_j|,\quad j=1,2,\cdots,n \tag{25b}$$

显然，为了得到合理的属性权重向量 $\boldsymbol{w}$，上述偏差函数值总是越小越好. 为此，可建立下列优化模型(M-3)

$$\min d_j^-(w)=|\varphi_j^-(w)-\alpha_j|,j=1,2,\cdots,n$$
$$\min d_j^+(w)=|\varphi_j^+(w)-\beta_j|,j=1,2,\cdots,n$$
$$\text{s.t. } w\in H$$
$$w_i\geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,m,\ \sum_{i=1}^{m}w_i=1$$

为了求解模型(M-3)，并考虑到所有的目标函数是公平竞争的，且所有目标函数 $d_j^-(w)$，$d_j^+(w),j=1,2,\cdots,n$ 希望达到的期望值为0. 因此，可将模型(M-3)转化为下列目标规划模型(M-4)

$$\min J=\sum_{j=1}^{n}[(\delta_{1j}^+e_{1j}^++\delta_{1j}^-e_{1j}^-)+(\delta_{2j}^+e_{2j}^++\delta_{2j}^-e_{2j}^-)]$$
$$\text{s.t. } \varphi_j^-(w)-\alpha_j-e_{1j}^++e_{1j}^-=0,j=1,2,\cdots,n$$
$$\varphi_j^+(w)-\beta_j-e_{2j}^++e_{2j}^-=0,j=1,2,\cdots,n$$
$$e_{1j}^+\geqslant 0,e_{1j}^-\geqslant 0,j=1,2,\cdots,n$$
$$e_{2j}^+\geqslant 0,e_{2j}^-\geqslant 0,j=1,2,\cdots,n$$
$$e_{1j}^+e_{1j}^-=0,e_{2j}^+e_{2j}^-=0,\ j=1,2,\cdots,n$$

$$w \in H$$

$$w_i \geqslant 0, i = 1,2,\cdots,m, \sum_{i=1}^{m} w_i = 1$$

其中，e_{1j}^{+}和e_{2j}^{+}分别是$\varphi_j^{-}(w)-\alpha_j$和$\varphi_j^{+}(w)-\beta_j$高于期望值0的上偏差变量，$e_{1j}^{-}$和$e_{2j}^{-}$分别是$\varphi_j^{-}(w)-\alpha_j$和$\varphi_j^{+}(w)-\beta_j$低于期望值0的下偏差变量，$\delta_{1j}^{+},\delta_{1j}^{-},\delta_{2j}^{+}$和$\delta_{2j}^{-}$分别是$e_{1j}^{+},e_{1j}^{-},e_{2j}^{+}$和$e_{2j}^{-}$的权系数.

利用目标单纯形法求解模型(M-4)，可得属性的权重向量 $\boldsymbol{w}$，并由式(18)求得各方案的综合属性值 $\tilde{z}_j(w)(j=1,2,\cdots,n)$，再利用算法I对方案进行排序和择优.

3 实例分析

考核、选拔干部是一个多属性的决策问题，决策者一方面要把德才兼优的人才选拔到领导岗位；另一方面，也希望在条件相当的情况下任用自己所偏爱的人才[1]. 某单位在对干部进行考核选拔时，首先制定了6项考核指标(属性)：思想品德(u_1)、工作态度(u_2)、工作作风(u_3)、文化水平和知识结构(u_4)、领导能力(u_5)、开拓能力(u_6). 然后由群众推荐、评议，对各候选人按上述6项指标利用语言标度

$$S = \{s_{-4} = 极差, s_{-3} = 很差, s_{-2} = 差, s_{-1} = 稍差, s_0 = 一般, s_1 = 稍好, s_2 = 好, s_3 = 很好, s_4 = 极好\}$$

进行评估，再进行统计处理，并从中确定了5位候选人 $x_j(j=1,2,\cdots,5)$. 假设每位候选人在各指标下的属性值如表1所示.

表1 语言决策矩阵 A

Table 1 Linguistic decision matrix **A**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
u_1	s_3	s_4	s_3	s_4	s_2
u_2	s_1	s_2	s_4	s_2	s_4
u_3	s_{-1}	s_0	s_2	s_4	s_4
u_4	s_4	s_2	s_1	s_2	s_3
u_5	s_2	s_4	s_4	s_0	s_0
u_6	s_4	s_1	s_0	s_3	s_2

已知各项指标的权重信息为

$$\boldsymbol{H} = \{0.18 \leqslant w_1 \leqslant 0.22,\ 0.11 \leqslant w_2 \leqslant 0.20,\ 0.15 \leqslant w_3 \leqslant 0.19,\ 0.10 \leqslant w_4 \leqslant 0.14,\ 0.16 \leqslant w_5 \leqslant 0.25,\ 0.20 \leqslant w_6 \leqslant 0.23\}$$

假设决策者对5位候选人 $x_j(j=1,2,\cdots,5)$ 的偏好值分别为

$$v_1 = s_2, v_2 = s_2, v_3 = s_3, v_4 = s_4, v_5 = s_3$$

用文中给出的方法对5位候选人进行排序，具体步骤如下.

首先基于已知的决策信息，利用模型(M-2)建立下列目标规划模型(假设 $\delta_j^{+} = \delta_j^{-} = 1, j = 1,2,\cdots,5$)

$$\min J = \sum_{j=1}^{5}(e_j^{+} + e_j^{-})$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t. } & 3w_1 + w_2 - w_3 + 4w_4 + 2w_5 + 4w_6 - 2 - e_1^{+} + e_1^{-} = 0\\
& 4w_1 + 2w_2 + 2w_4 + 4w_5 + w_6 - 2 - e_2^{+} + e_2^{-} = 0\\
& 3w_1 + 4w_2 + 2w_3 + w_4 + 4w_5 - 3 - e_3^{+} + e_3^{-} = 0\\
& 4w_1 + 2w_2 + 4w_3 + 2w_4 + 3w_6 - 4 - e_4^{+} + e_4^{-} = 0\\
& 2w_1 + 4w_2 + 4w_3 + 3w_4 + 2w_6 - 3 - e_5^{+} + e_5^{-} = 0\\
& e_j^{+} \geqslant 0, e_j^{-} \geqslant 0, j = 1,2,\cdots,5\\
& e_j^{+} e_j^{-} = 0, j = 1,2,\cdots,5\\
& 0.18 \leqslant w_1 \leqslant 0.22,\ 0.11 \leqslant w_2 \leqslant 0.20\\
& 0.15 \leqslant w_3 \leqslant 0.19,\ 0.10 \leqslant w_4 \leqslant 0.14\\
& 0.16 \leqslant w_5 \leqslant 0.25,\ 0.20 \leqslant w_6 \leqslant 0.23\\
& w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = 1
\end{aligned}$$

解此模型，求得属性的权重向量为

$$\boldsymbol{w} = (0.22, 0.11, 0.19, 0.10, 0.16, 0.22)^{\mathrm{T}}$$

且

$$e_1^{+} = 0.18, e_1^{-} = 0, e_2^{+} = 0.16, e_2^{-} = 0, e_3^{+} = 0, e_3^{-} = 0.78, e_4^{+} = 0, e_4^{-} = 1.28, e_5^{+} = 0, e_5^{-} = 0.62$$

然后利用式(15)求得方案 $x_j(j=1,2,\cdots,5)$ 的综合属性值 $z_j(w)(j=1,2,\cdots,5)$

$$z_1(w) = s_{2.18}, z_2(w) = s_{2.16}, z_3(w) = s_{2.22}, z_4(w) = s_{2.72}, z_5(w) = s_{2.38}$$

再根据 $z_j(w)(j=1,2,\cdots,5)$ 值对方案 $x_j(j=1,2,\cdots,5)$ 进行排序

$$x_4 > x_5 > x_3 > x_1 > x_2$$

因此，最佳候选人为 x_4.

若经过统计处理后，每位候选人在各指标下的属性值如表2所示.

表 2　语言决策矩阵 A

Table 2 Linguistic decision matrix A

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
u_1	$[s_2, s_3]$	$[s_3, s_4]$	$[s_2, s_3]$	$[s_3, s_4]$	$[s_2, s_3]$
u_2	$[s_0, s_1]$	$[s_0, s_2]$	$[s_2, s_4]$	$[s_1, s_3]$	$[s_3, s_4]$
u_3	$[s_{-1}, s_0]$	$[s_0, s_1]$	$[s_1, s_3]$	$[s_3, s_4]$	$[s_2, s_4]$
u_4	$[s_2, s_4]$	$[s_2, s_3]$	$[s_1, s_2]$	$[s_2, s_4]$	$[s_2, s_3]$
u_5	$[s_1, s_2]$	$[s_3, s_4]$	$[s_3, s_4]$	$[s_0, s_2]$	$[s_0, s_1]$
u_6	$[s_3, s_4]$	$[s_1, s_2]$	$[s_0, s_1]$	$[s_3, s_4]$	$[s_2, s_3]$

并且假设决策者对 5 位候选人 $x_j(j = 1,2,\cdots,5)$ 的偏好值分别为

$$\tilde{v}_1 = [s_2,s_3],\tilde{v}_2 = [s_1,s_3],\tilde{v}_3 = [s_2,s_3]$$

$$\tilde{v}_4 = [s_3,s_4],\tilde{v}_5 = [s_2,s_4]$$

则基于已知的决策信息，利用模型(M-4) 建立下列目标规划模型 (假设 $\delta_{1j}^+ = \delta_{1j}^- = \delta_{2j}^+ = \delta_{2j}^- = 1$, $j = 1,2,\cdots,5$)

$$\min J = \sum_{j=1}^{5}[(e_{1j}^+ + e_{1j}^-) + (e_{2j}^+ + e_{2j}^-)]$$

s.t.

$$2w_1 - w_3 + 2w_4 + w_5 + 3w_6 - 2 - e_{11}^+ + e_{11}^- = 0$$

$$3w_1 + w_2 + 4w_4 + 2w_5 + 4w_6 - 3 - e_{21}^+ + e_{21}^- = 0$$

$$3w_1 + 2w_4 + 3w_5 + w_6 - 1 - e_{12}^+ + e_{12}^- = 0$$

$$4w_1 + 2w_2 + w_3 + 3w_4 + 4w_5 + 2w_6 - 3 - e_{22}^+ + e_{22}^- = 0$$

$$2w_1 - 2w_2 + w_3 + w_4 + 3w_5 - 2 - e_{13}^+ + e_{13}^- = 0$$

$$3w_1 + 4w_2 + 3w_3 + 2w_4 + 4w_5 + w_6 - 3 - e_{23}^+ + e_{23}^- = 0$$

$$3w_1 + w_2 + w_3 + 2w_4 + 3w_6 - 3 - e_{14}^+ + e_{14}^- = 0$$

$$4w_1 + 3w_2 + 4w_3 + 4w_4 + 2w_5 + 4w_6 - 4 - e_{24}^+ + e_{24}^- = 0$$

$$2w_1 + 3w_2 + 2w_3 + 2w_4 + 2w_6 - 2 - e_{15}^+ + e_{15}^- = 0$$

$$3w_1 + 4w_2 + 4w_3 + 3w_4 + w_5 + 3w_6 - 4 - e_{25}^+ + e_{25}^- = 0$$

$$e_{1j}^+ \geqslant 0, e_{1j}^- \geqslant 0, j = 1,2,\cdots,5$$

$$e_{2j}^+ \geqslant 0, e_{2j}^- \geqslant 0, j = 1,2,\cdots,5$$

$$e_{1j}^+ e_{1j}^- = 0, e_{2j}^+ e_{2j}^- = 0, j = 1,2,\cdots,5$$

$$0.18 \leqslant w_1 \leqslant 0.22, 0.11 \leqslant w_2 \leqslant 0.20$$

$$0.15 \leqslant w_3 \leqslant 0.19, 0.10 \leqslant w_4 \leqslant 0.14$$

$$0.16 \leqslant w_5 \leqslant 0.25, 0.20 \leqslant w_6 \leqslant 0.23$$

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = 1$$

解此模型，求得属性的权重向量为

$$\boldsymbol{w} = (0.22, 0.11, 0.15, 0.13, 0.16, 0.23)^{\mathrm{T}}$$

且

$$e_{11}^+ = 0,\ e_{11}^- = 0.6, e_{21}^+ = 0,\ e_{21}^- = 0.47$$

$$e_{12}^+ = 0.63,\ e_{12}^- = 0, e_{22}^+ = 0,\ e_{22}^- = 0.26$$

$$e_{13}^+ = 0,\ e_{13}^- = 0.58, e_{23}^+ = 0,\ e_{23}^- = 0.32$$

$$e_{14}^+ = 0,\ e_{14}^- = 0.83, e_{24}^+ = 0,\ e_{24}^- = 0.43$$

$$e_{15}^+ = 0,\ e_{15}^- = 0.21, e_{25}^+ = 0,\ e_{25}^- = 1.06$$

利用式(18) 求得方案 $x_j(j = 1,2,\cdots,5)$ 的综合属性值 $\tilde{z}_j(w)(j = 1,2,\cdots,5)$

$$\tilde{z}_1(w) = [s_{1.40}, s_{2.53}], \tilde{z}_2(w) = [s_{1.63}, s_{2.74}],$$

$$\tilde{z}_3(w) = [s_{1.42}, s_{2.67}], \tilde{z}_4(w) = [s_{2.17}, s_{3.57}],$$

$$\tilde{z}_5(w) = [s_{1.79}, s_{2.94}]$$

根据式(2) 对 $\tilde{z}_j(w)(j = 1,2,\cdots,5)$ 进行两两比较，构造可能度矩阵

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4018 & 0.4644 & 0.1423 & 0.3246 \\ 0.5982 & 0.5 & 0.5570 & 0.2271 & 0.4204 \\ 0.5356 & 0.4430 & 0.5 & 0.1917 & 0.3693 \\ 0.8577 & 0.7729 & 0.8083 & 0.5 & 0.6980 \\ 0.6754 & 0.5796 & 0.6307 & 0.3020 & 0.5 \end{bmatrix}$$

由式(20) 求得互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的排序向量

$$\boldsymbol{\omega} = (0.1667, 0.1901, 0.1770, 0.2568, 0.2094)^{\mathrm{T}}$$

并利用 $\omega_i(i = 1,2,\cdots,5)$ 对 $\tilde{z}_j(w)(j = 1,2,\cdots,5)$ 按降序进行排列，得

$$\tilde{z}_4(w) > \tilde{z}_5(w) > \tilde{z}_2(w) > \tilde{z}_3(w) > \tilde{z}_1(w)$$

依此对方案 $x_j(j = 1,2,\cdots,5)$ 进行排序，得

$$x_4 > x_5 > x_3 > x_1 > x_2$$

因此，最佳候选人为 x_4.

4 结束语

本文对只有部分属性权重信息、属性值以语言变量或不确定语言变量形式给出、且决策者对方案有偏好信息的语言多属性决策问题进行了研究. 给出了语言变量和不确定语言变量的运算法则，分别建立了确定属性权重的目标规划模型. 对于属性值以语言变量和不确定语言变量这两种形式给出的情形，分别提出了相应的语言多属性决策方法. 它们不仅直观、简洁、易于计算，而且不会丢失任何决策信息. 目前，虽然有关基于语

言变量的多属性决策方法研究已取得了一定的进展，但是，对于基于不确定语言变量的多属性决策方法的研究还只是有益的尝试，在理论、方法及应用等方面值得人们进一步探索.

参考文献：

[1]高峰记．不完全信息下对方案有偏好的多指标决策[J]．系统工程理论与实践，2000，20(4)：94—97.
Gang Fengji. Multiple attribute decision making on plans with alternative preference under incomplete information[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2004, 20(4): 94—97. (in Chinese)

[2]徐泽水．求解不确定型多属性决策问题的一种新方法[J]．系统工程学报，2002，17(2)：177—181.
Xu Zeshui. New method for uncertain multi-attribute decision making problems[J]. Journal of Systems Engineering, 2002, 17(2): 177—181. (in Chinese)

[3]徐泽水．对方案有偏好信息的三角模糊数型多属性决策方案研究[J]．系统工程与电子技术，2002，24(8)：9—12.
Xu Zeshui. Study on method for triangular fuzzy number-based multi-attribute decision making with preference information on alternatives[J]. Systems Engineering and Electronic, 2002, 24(8): 9—12. (in Chinese)

[4]Fan Z P, Ma J, Zhang Q. An approach to multiple attribute decision making based on fuzzy preference information on alternatives [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 131(1): 101—106.

[5]徐泽水．权重信息完全未知且对方案有偏好的多属性决策法[J]．系统工程理论与实践，2003，23(12)：100—103.
Xu Zeshui. A method for multiple attribute decision making without weight information but with preference information on alternatives [J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2003, 23(12): 100—103. (in Chinese)

[6]徐泽水．部分权重信息下对方案有偏好的多属性决策法[J]．控制与决策，2004，19(1)：85—66.
Xu Zeshui. Method for multi-attribute decision making with preference information on alternatives under partial weight information [J]. Control and Decision, 2004, 19(1): 85—66. (in Chinese)

[7]王文平．不完全信息下的多目标优化方法研究[J]．系统工程学报，1996，11(2)：1—6.
Wang Wenping. A study on multi-objective optimal method under incomplete information[J]. Journal of Systems Engineering, 1996, 11(2): 1—6. (in Chinese)

[8]Park K S, Kim S H. Tools for interactive multi-attribute decision making with incompletely identified information[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 98(1): 111—123.

[9]Kim S H, Ahn B S. Interactive group decision making procedure under incomplete information[J]. European Journal of Operational Research, 1999, 116(3): 498—507.

[10]Kim S H, Choi S H, Kim J K. An interactive procedure for multiple attribute group decision making with incomplete information: Range-based approach[J]. European Journal of Operational Research, 1999, 118(1): 139—152.

[11]徐泽水．基于方案达成度和综合度的交互式多属性决策法[J]．控制与决策，2002，17(4)：435—438.
Xu Zeshui. Interactive method based on alternative achievement scale and alternative comprehensive scale for multi-attribute decision making problems[J]. Control and Decision, 2002, 17(4): 435—438. (in Chinese)

[12]Bordogna G, Fedrizzi M, Passi G. A linguistic modeling of consensus in group decision making based on OWA operator[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1997, 27: 126—132.

[13]Levrat E, Voisin A, Bombardier S, Bremont J. Subjective evaluation of car seat comfort with fuzzy techniques[J]. International Journal of Intelligent Systems, 1997, 12: 891—913.

[14]Herrera F, Herrera-Viedma E, Martínez L. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114: 43—58.

[15]Herrera F, Herrera-Viedma E. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 115: 67—82.

[16]王欣荣，樊治平．基于二元语义信息处理的一种语言群决策方法[J]．管理科学学报，2003，6(5)：1—5.
Wang Xinrong, Fan Zhiping. Method for group decision making based on two-tuple linguistic information processing[J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(5): 1—5. (in Chinese)

[17]樊治平，王欣荣．具有语言评价信息的指派问题的求解方法[J]．系统工程学报，2004，19(1)：14—19.

Fan Zhiping, Wang Xinrong. Approach to solve assignment problems with linguistic assessment information[J]. Journal of Systems Engineering, 2004, 19(1): 14—19.(in Chinese)

[18]徐泽水. 基于模糊语言评估和 GIOWA 算子的多属性群决策方法[J]. 系统科学与数学, 2004, 24(2): 218—224.

Xu Zeshui. Method based on fuzzy linguistic assessments and GIOWA operator in multi-attribute group decision making[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2004, 24(2): 218—224. (in Chinese)

[19]徐泽水. 纯语言多属性群决策方法研究[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 778—781.

Xu Zeshui. On method of multi-attribute group decision making under pure linguistic information[J]. Control and Decision, 2004, 19(7): 778—781.(in Chinese)

[20]徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京：清华大学出版社, 2004.

Xu Zeshui. Uncertain Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.(in Chinese)

[21]徐泽水. AHP 中两类标度法的关系研究[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(7): 97—101.

Xu Zeshui. Study on the relation between two classes of scales in AHP[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 1999, 19(7): 97—101.(in Chinese)

[22]徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报, 2001, 16(4): 311—314.

Xu Zeshui. Algorithm for priority of fuzzy complementary judgement matrix[J]. Journal of Systems Engineering, 2001, 16(4): 311—314.(in Chinese)

Goal programming models for multiple attribute decision making under linguistic setting

XU Ze-shui

1. College of Economics and Management, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China

Abstract: In this paper, we study the multiple attribute decision making problems, in which the information about attribute weights is partly known and the attribute values take the form of linguistic variables or uncertain linguistic variables, and the decision maker has preferences on alternatives. We introduce the operation laws of linguistic variables and uncertain linguistic variables and a formula of possibility degree for the comparison between uncertain linguistic variables, and then define the concept of deviation degree between linguistic variables. We establish two goal programming models based on the concept of deviation degree under the situations where the attribute values are linguistic variables and uncertain linguistic variables respectively. By solving these two models, the attribute weights can be obtained. After that, when the attribute values are linguistic variables, we utilize the linguistic weighted averaging (LWA) operator to aggregate the given linguistic decision information, and then rank the alternatives and select the most desirable one(s); when the attribute values are uncertain linguistic variables, we utilize the uncertain linguistic weighted averaging (ULWA) operator to aggregate the given uncertain linguistic decision information and utilize the formula of possibility degree to construct a possibility degree matrix (or called complementary judgement matrix), and then utilize the priority formula of complementary judgement matrix to rank the alternatives and to select the most desirable one(s). Finally, an illustrative example is also given.

Key words: multiple attribute decision making under linguistic setting; linguistic variable; uncertain linguistic variable; possibility degree; aggregation