

企业 RD 投入动态竞争系统的全局复杂性分析^①

盛昭瀚, 李 煜, 陈国华, 杜建国, 王力虎

(南京大学工程管理学院, 南京 210093)

摘要: 在寻租博弈框架内建立了具有溢出效应的企业研发投入动态竞争系统, 首先进行了局部稳定性分析, 在分析了系统在作为可行域基本边界两个坐标轴上的演化特征以后, 解析导出了系统整体的可行域边界. 研究了系统具有对称和非对称结构时的全局性特征. 一定条件下, 系统可能出现多个吸引子甚至是混沌吸引子与周期性吸引子并存的现象, 这样的多态稳定性使得系统对初始状态极为敏感, 因而造成企业研发投入行为具有强烈的路径依赖性特征, 即从不同的初始条件出发的系统轨道可能演化进入不同吸引子的吸引域. 最后讨论了不同参数条件下市场的竞争形势.

关键词: 溢出效应; 研发竞争; 可行域; 多态稳定

中图分类号: O415.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2006)03-0001-10

1 模型建立

目前, 对经济管理系统复杂性的研究大多是从局部稳定性分析得到系统进入混沌等复杂状态的参数条件, 即主要是研究系统纳什平衡点局部失稳(分岔)所导致的复杂性^[1~5], 实际上, 系统进入复杂性绝非此一条途径, 国外一些学者在研究经济系统的全局复杂性方面进行了探索^[6~11], 国内目前尚未看到相关研究工作. 一定条件下系统会拥有多个吸引子, 就有可能出现多态稳定的情况. 此时, 不同吸引子吸引域的动态演化(如由全局分岔所引起的边界危机会造成各吸引子吸引域由单连通演变为多连通或不连通)也是系统复杂性的重要表现, 此时, 不同吸引子的吸引域的边界纵横交错, 系统的初始状态对系统的长期演化形态具有重要影响, 这种系统演化的路径依赖性使得初始状态的微小差异可能造成系统长期演化结果的巨大差异. 另外, 对一些实际问题而言, 并非从相空间内任意点出发的系统轨道都是有意义的, 如从某些点出发的轨道经过有限次迭代以后

就趋向无穷或变为负值, 则可以认为从这些点出发的系统轨迹就是不能接受的(或不可行的), 由这些点构成的区域也会在一一定的参数条件下不断发生变化, 这同样可以使系统演化变得复杂. 因此, 将局部稳定性分析与全局特性分析相结合, 对完整理解经济系统复杂性的表现具有重要意义.

企业研发投入的非线性在人们研究企业混沌理论之初就引起了重视^[12], 文献^[13]运用“锚调”策略研究了两企业 RD 竞争问题, 它把企业分为两种类型: 即躁动型(当其居于优势地位时, 野心勃勃希望更强, 而一旦居于人后就一蹶不振)和进取策略型(如果处于劣势则加大投资, 而如果处于优势则减少投资), 由于所建立的系统方程的限制没有办法求出平衡点, 而只是研究分析了不同图景下企业竞争的后果, 并在一定情况下(即两个企业具有不同的“性格”类型时)发现了混沌(数值仿真), 虽然没有很严格的数学分析, 但这种将企业行为个性化的研究方式作为一种角度也可以得到很好的结果.

企业的研发投入决策在企业竞争中占有重要

① 收稿日期: 2004-03-01; 修订日期: 2006-03-26.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70571034; 70401013); 教育部哲学社会科学创新基地子课题资助项目.

作者简介: 盛昭瀚(1944—), 男, 江苏镇江人, 教授, 博士生导师.

地位,这里有两个问题,一是研发的策略选择,二是研发投入的决策规则,第一方面在本文中体现为技术的溢出度.任何企业的发展都需要不断地学习其它企业的技术和管理经验,信息等高新技术的发展更加剧了技术传播速度,一个新产品进入市场,很快就会有类似甚至更精妙的产品问世.企业系统是一个开放系统,它就必然要不断地与环境(其它组织)发生信息交换和人员流动,员工的流动也促进了不同企业间的管理和技术知识的学习.因此,适当的技术溢出效应对社会整体科技水平的提高有积极意义,当然,对某个企业来说,由于其技术被模仿或被其竞争对手在此基础上进行改进并因此而获得竞争优势,而使其自身有可能暂时丧失竞争优势,这就要求企业要不断地有新的研发力量的投入,虽然说企业竞争不可能有永远的胜者,但企业恰当的持续性的研发投入将有助于维持其竞争优势地位.本文中,假设企业的研发投入是有限理性的,即企业的研发投入并不是通过精确计算得出的使得利润最大化的决策(事实上也不可能,文献[14]中做了这样的假定,并研究了具有知识积累效应的企业寻租博弈决策(适应于研发决策)),而是根据边际利润信号做出的判断,而且企业的前后两期的研发投入具有历史相关性.同时,为了突出研发在企业竞争中的重要地位,假定其市场份额由企业的研发投入在同类企业总的研发投入中所占的比重来决定.

设第 i 家企业的研发投入为 x_i , 当考虑企业之间的技术溢出效用后, 两家企业总的等效的研发投入分别为

$$X_1 = x_1 + \theta_{12}x_2$$

$$X_2 = x_2 + \theta_{21}x_1$$

其中: $0 \leq \theta_{ij} \leq 1$ 表示第 j 家企业对第 i 家企业的溢出效应, 即第 j 家企业的研发活动对第 i 家企业研发投入的影响, $\theta_{ij} = 0$ 时表示第 j 家企业采取严格的技术保密措施, 其创新成果没有被另一家企业所模仿或利用, $\theta_{ij} = 1$ 则表示第 j 家企业采取与第 i 家企业完全合作的研发策略.

设

$$A_1 = \frac{a_1 X_1}{a_1 X_1 + a_2 X_2}$$

$$A_2 = \frac{a_2 X_2}{a_1 X_1 + a_2 X_2}$$

则 A_1, A_2 表示由研发投入决定的两家企业相对市场份额. 显然 $0 < A_1, A_2 < 1$.

设研发投入成本函数为

$$C(x_i) = c_i x_i$$

利用寻租博弈理论^[14], 企业的研发活动决定其市场占有率, 则

$$\Pi_i = B \frac{a_i(x_i + \theta_{ij}x_j)}{a_i(x_i + \theta_{ij}x_j) + a_j(x_j + \theta_{ji}x_i)} - c_i x_i \quad i \neq j \quad (1)$$

其中: B 为总的市场容量. 假设企业采取有限理性决策规则, 即根据边际利润信号决定下阶段研发投入的力度, 即有

$$\begin{cases} x_1(t+1) = x_1(t) + \lambda_1(x_1) \left(\frac{\partial \Pi(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right) \\ x_2(t+1) = x_2(t) + \lambda_2(x_2) \left(\frac{\partial \Pi(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right) \end{cases}$$

由式(1)

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial x_i} = \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_j}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_i$$

具有溢出效应的两企业竞争 RD 投入动态演化过程满足

$$\begin{cases} x_1(t+1) = x_1(t) + \lambda_1(x_1) \times \\ \left(\frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_2}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_1 \right) \\ x_2(t+1) = x_2(t) + \lambda_2(x_2) \times \\ \left(\frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_1}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_2 \right) \end{cases} \quad (2)$$

其中: $k = a_2/a_1$. 给定任意非负初始状态 (x_0, y_0) , 按照式(2)迭代, 就得到系统轨道 $(x(t), y(t)) = T^t(x_0, y_0)$, $t = 0, 1, 2, \dots$. 经济变量只有当其为非负时才有实际意义. 因此, 对二维系统只需考察其在内 R_+^2 内的轨道演化情况.

可以看出, 只要 $x_1 > Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})/[c_1(k + \theta_{12})(1 + k\theta_{21})]$, 就总有 $x_1(t+1) < x_1(t)$, 同样, $x_2 > Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})/[c_2(k + \theta_{12})(1 + k\theta_{21})]$, 就总有 $x_2(t+1) < x_2(t)$. 因此, 系统(2)的可行轨道都是有界的.

系统的纳什平衡点由下面方程组决定

$$\begin{cases} \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_2}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_1 = 0 \\ \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_1}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

则有

$$x_1 = \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})c_2}{c_2(1 + k\theta_{21}) + c_1(k + \theta_{12})}$$

$$x_2 = \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})c_1}{c_2(1 + k\theta_{21}) + c_1(k + \theta_{12})}$$

它们与反应速度的具体形式无关,而且边际成本决定着平衡点处各企业研发投入的相对差异.下面讨论纳什平衡点非线性系统,局部性讨论与全局性特征有很大不同.由于局部稳定性条件依赖于在平衡点邻域的线性化展开,因此,严格来说,并非所有而只有从平衡点附近出发的系统轨道才会最终趋向于这个平衡点.而且,一旦纳什平衡点失去稳定性,其它各种类型的吸引子(周期的、拟周期的甚至混沌的)就有可能存在,由多种吸引子共存所造成的多态稳定性是系统复杂性的重要根源.

先讨论同质企业竞争时的对称情况.

此时,由式(2)所定义的映射 T 具有对称性,即交换 x_1, x_2 映射不改变.从而,如果给定系统轨道 G ,则或者 $S(G) = G$,即 G 本身关于相空间对角线是对称的,或者 $S(G) \neq G$,即 $S(G)$ 是 G 关于对角线的对称轨道.例如,如果 G 是一个 k 周期轨道,即

$$G = \{(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)\}$$

则或者 G 本身关于 $\Delta = \{(x, x) | x \in R^+\}$ 对称,即 $S(x_k, y_k) = (y_k, x_k) \in G$,或者存在 G 关于 Δ 的对称轨道 $G' = \{(y_1, x_1), \dots, (y_k, x_k)\}$,而且它们有相同的稳定性质.特别地,这样的对称性质意味着相空间对角线 Δ 是系统映射的吸收子空间.即 $T(\Delta) \subseteq \Delta$.实际上,根据上面假设,此时系统已退化为一维映射.即是说,既然两个企业是同质的,那么只要研究其中具有代表性的一个企业就够了.此时,如果两个企业从相同的初始条件出发,则以后任何时刻它们的状态变量都相同.因此,也可以称相空间对角线为系统的同步子空间.

$$\left[\begin{array}{c} 1 - \frac{2B(1 + k\theta_{21})(1 - \theta_{12}\theta_{21})c_1c_2^2\lambda_1}{((1 + k\theta_{21})c_2 + (k + \theta_{12})c_1)^3} \\ \frac{B(1 - \theta_{12}\theta_{21})c_1^2\lambda_2}{((1 + k\theta_{21})c_2 + (k + \theta_{12})c_1)^3} \end{array} \right]$$

这里只讨论两家企业的溢出效应相同的情况,即 $\theta_{12} = \theta_{21} = \theta$.

当 $x_1 = x_2$ 时,式(2)变为

$$x_1(t + 1) = f(x_1)$$

$$= x_1(t) + \lambda_1(x_1) \left(\frac{B(1 - \theta_{12})}{4(1 + \theta_{12})x_1} - c_1 \right)$$
(4)

既然系统(4)是系统(2)在相空间对角线上的限制,那么式(4)的吸引子是否也是式(2)的吸引子,在有些情况下^[6],虽然它在沿对角线方向上是稳定的,但它却是横截不稳定的.此时,系统(2)的 Jacobi 矩阵为

$$DT = f'(x_1)I$$

其中

$$f'(x_1) = 1 + \lambda_1'(x_1) \left(\frac{B(1 - \theta_{12})}{4(1 + \theta_{12})x_1} - c_1 \right) - \lambda_1(x_1) \frac{B(1 - \theta_{12})}{4(1 + \theta_{12})x_1^2}$$

显然, Δ 上任何周期点都有两个相同的特征根,因此,沿 Δ 方向和与之正交的方向有相同的分岔行为.在后面的讨论中将会看到,这些性质将直接导致对称映射的多态吸引子的共存,这些吸引子或沿着 Δ 方向,或关于 Δ 对称,而且,系统从不同的初始状态出发将会演化到不同的吸引子.

2 非线性反应速度

2.1 局部性分析

下面研究企业反应速度为非线性的情况.假设 $\lambda_i(x_i) = \lambda_i x_i^2$,则

$$\begin{cases} x_1(t + 1) = x_1(t) + \lambda_1 x_1 \times \\ \left(\frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_1x_2}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_1x_1 \right) \\ x_2(t + 1) = x_2(t) + \lambda_2 x_2 \times \\ \left(\frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_1x_2}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_2x_2 \right) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)在系统纳什平衡点处的 Jacobi 矩阵为

$$\left[\begin{array}{c} \frac{B(1 - \theta_{12}\theta_{21})c_2^2\lambda_1}{((1 + k\theta_{21})c_2 + (k + \theta_{12})c_1)^3} \\ 1 - \frac{2B(1 + k\theta_{21})(1 - \theta_{12}\theta_{21})c_2c_1^2\lambda_2}{((1 + k\theta_{21})c_2 + (k + \theta_{12})c_1)^3} \end{array} \right]$$

纳什平衡点的稳定性条件如下:

$$1 + Tr + Det > 0, \text{ 当且仅当}$$

$$4(1 + \theta)^2(c_1 + c_2)^4 - 4B(1 - \theta^2)c_1c_2^2 \times (c_1 + c_2)\lambda_1 - 4B(1 - \theta^2)c_1^2c_2(c_1 + c_2) \times \lambda_2 + B^2(1 - \theta)^2c_1^2c_2^2\lambda_1\lambda_2 > 0$$

从而

$$\lambda_2 > \frac{4B(1 - \theta^2)c_1c_2^2(c_1 + c_2)\lambda_1 - 4(1 + \theta)^2(c_1 + c_2)^4}{B^2(1 - \theta)^2c_1^2c_2^2\lambda_1 - 4B(1 - \theta^2)c_1^2c_2(c_1 + c_2)} \quad (6)$$

当式(6)为等式时,它构成稳定域的一条边界,在此边界上,系统发生倍周期分岔.

又由于

$$1 - Tr + Det = \frac{B^2(1 - \theta)c_1^2c_2^2\lambda_1\lambda_2}{(1 + \theta)^3(c_1 + c_2)^4} > 0$$

$$\lambda_{-,+} = \frac{3(1 + \theta)(c_1 + c_2)^3 \pm \sqrt{9(1 + \theta)^2(c_1 + c_2)^6 - 32c_1c_2(1 + (1 + \theta)^2(c_1 + c_2)^4)}}{4Bc_1c_2^2(1 - \theta)} \quad (9)$$

故当下面关系成立时,由式(6)和式(7)所围成的区域即为平衡点的稳定域.

$$\max\left(\frac{4(1 + \theta)(c_1 + c_2)}{Bc_2(1 - \theta)}, \frac{(1 + \theta)(c_1 + c_2)^3}{B(1 - \theta)c_1c_2^2}, \lambda_-\right) < \lambda_1 < \lambda_+$$

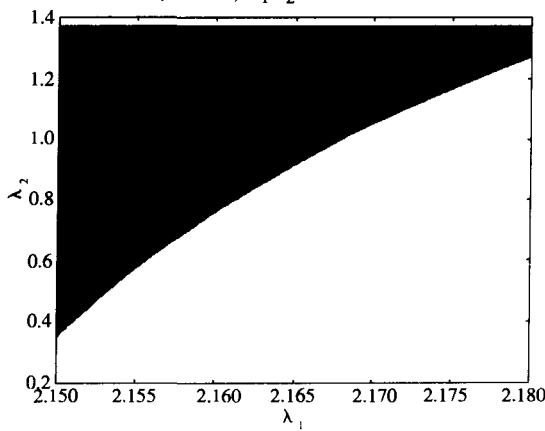


图 1 $\theta_{12} = \theta_{21} = 0.5, c_1 = 3, c_2 = 4$ 时纳什平衡点的稳定域
Fig.1 Stability area of Nash equilibrium with $\theta_{12} = \theta_{21} = 0.5, c_1 = 3, c_2 = 4$

$$x_2 = -\frac{1 + k\theta_{21}}{k + \theta_{12}}x_1 +$$

$$\frac{\lambda_1 Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_1 \pm x_1 \sqrt{\lambda_1 Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})(4(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})(1 - \lambda_1 c_1 x_1) + Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})\lambda_1)}}{2(\lambda_1 c_1 x_1 - 1)(k + \theta_{12})^2}$$

x_1 轴上属于可行域边界的部分,即 OO_1^1 在 R_2^+ 中的一阶原像位于下面的曲线上.

$$x_1 = -\frac{k + \theta_{12}}{1 + k\theta_{21}}x_2 +$$

$$\frac{\lambda_2 Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_2 \pm x_2 \sqrt{\lambda_2 Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})(4(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})(1 - \lambda_2 c_2 x_2) + Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})\lambda_2)}}{2(\lambda_2 c_2 x_2 - 1)(1 + k\theta_{21})^2}$$

$Det < 1$, 当且仅当

$$\lambda_2 < \frac{2B(1 - \theta^2)c_1c_2^2(c_1 + c_2)\lambda_1 + 1 - (1 + \theta)^2(c_1 + c_2)^4}{B^2c_1^2c_2^2(1 - \theta)^2\lambda_1 - 2B(1 - \theta^2)c_1^2c_2(c_1 + c_2)} \quad (7)$$

因此,要使稳定性条件满足,需要

$$2B^2c_1c_2^3(1 - \theta)^2\lambda_1^2 - 3B(1 - \theta^2) \times (c_1 + c_2)^3c_2\lambda_1 + 4((1 + \theta)^2 \times (c_1 + c_2)^4 + 1) < 0 \quad (8)$$

所以当 $\lambda_1 \in (\lambda_-, \lambda_+)$ 时,式(8)成立.

2.2 全局性分析

系统(5)在两个坐标轴上的限制是非线性的,即

$$\begin{aligned} x_1(t + 1) &= x_1(t) - \lambda_1 c_1 x_1(t)^2 \\ x_2(t + 1) &= x_2(t) - \lambda_2 c_2 x_2(t)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

分别做线性变换 $x' = \lambda_1 c_1 x_1, x'' = \lambda_2 c_2 x_2$, 则它们与 Logistic 映射 $y(t + 1) = \mu y(t)(1 - y(t))$ 在 $\mu = 1$ 时是拓扑共轭的. 容易看出,原点在两个坐标轴上的原像分别为 $O_1^1 = (1/(\lambda_1 c_1), 0)$ 和 $O_2^1 = (0, 1/(\lambda_2 c_2))$, 事实上,分别令式(10)中两个式子的左边为零即可. 从而 OO_1^1 与 OO_2^1 就是系统在两个坐标轴上的可行域边界,从坐标轴上其它部分的点出发的系统轨道都是不可行的. 而整个系统的可行域边界则由这两部分及它们在 R_2^+ 中的所有原像所构成.

则 x_2 轴上属于可行域边界的部分,即 OO_2^1 , 在 R_2^+ 中的一阶原像位于下面的曲线上.

这两条曲线的交点即为原点在 R_2^+ 中的一阶原像 O_{-1}^3 。这样, 曲线 $OO_{-1}^2, O_{-1}^3, O_{-1}^1$ 就构成了整个系统的可行域边界. 对于不可逆映射(5), 原点属于 Z_4 , 即有四个原像的区域, 事实上, 原点总是属于 Z_4 的. 另外, 要证明映射(5) 的相空间具有 $Z_4 > Z_2 - Z_0$ 的特征, 必须说明 Z_0 的存在性. 事实上, 由于

$$\frac{(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})x_1x_2}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} < 1$$

所以

$$x_1 + \lambda_1 x_1 \left(\frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})x_1x_2}{((1 + k\theta_{21})x_1 + (k + \theta_{12})x_2)^2} - c_1x_1 \right) < -\lambda_1 c_1 x_1^2 + \left(1 + \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})}{(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})} \right) \times \lambda_1 x_1 \leq \frac{\lambda_1}{4c_1} \left(1 + \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})}{(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})} \right)^2$$

上面等式成立, 当且仅当下面条件满足.

$$x_1 = \frac{1}{2c_1} \left(1 + \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})}{(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})} \right)$$

这样, 如果

$$x_1(t + 1) > \frac{\lambda_1}{4c_1} \left(1 + \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})}{(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})} \right)$$

$$x_2(t + 1) > \frac{\lambda_2}{4c_2} \left(1 + \frac{Bk(1 - \theta_{12}\theta_{21})}{(1 + k\theta_{21})(k + \theta_{12})} \right)$$

则其原像就不存在. 所以, 当这些具有不同原像个数的区域的边界曲线, 即临界曲线与系统的可行域(不可行域) 或吸引子的吸引域发生接触时, 将会引起上述各类型区域的复杂演化形态.

相空间对角线是系统(5) 的不变子空间, 即从它上面的点出发的系统轨道点仍然在对角线上, 下面首先讨论(5) 所定义的映射限制在对角线上时(此时系统具有对称结构) 的系统演化和多态吸引子共存现象, 然后讨论系统失去对称性后的系统演化特征.

相空间对角线上的系统方程为

$$x(t + 1) = \left(1 + \lambda \frac{B(1 - \theta)}{4(1 + \theta)} \right) x(t) - \lambda cx^2(t) \quad (11)$$

显然, 通过线性变换

$$y = \frac{4(1 + \theta)\lambda cx}{4(1 + \theta) + \lambda B(1 - \theta)}$$

式(11) 拓扑共轭与 Logistic 方程 $y(t + 1) =$

$\mu y(t)(1 - y(t))$, 其中

$$\mu = \left(1 + \lambda \frac{B(1 - \theta)}{4(1 + \theta)} \right)$$

此时, 纳什平衡点位于相空间对角线上, 而原点在两个坐标轴上的一阶原像分别为 $(1/(\lambda c), 0), (0, 1/(\lambda c))$, 在 R_2^+ 中的一阶原像 O_{-1}^3 也在相空间对角线上, 其坐标为

$$O_{-1}^3 = \left(\frac{B(1 - \theta)}{4c(1 + \theta)}, \frac{B(1 - \theta)}{4c(1 + \theta)} \right)$$

它是两个坐标轴在 R_2^+ 中的一阶原像 X_1^-, X_2^- 的交点. 系统的 Jacobi 矩阵为

$$DT(x, x) = \left(\left(1 + \frac{\lambda B(1 - \theta)}{4(1 + \theta)} \right) - 2\lambda cx \right) I$$

由于在对称情况下(即两个同质企业的竞争) 系统具有 Logistic 结构, 因此, 随着参数组合的变化, 系统纳什平衡点可能由稳定的结点变为不稳定的结点而发生倍周期分岔, 即产生新的 2P 轨道, 它仍然位于对角线上, 但根据前面的讨论, 在关于对角线对称的方向上系统将产生另一个新的 2P 轨道. 也就是说, 纳什平衡点的失稳会造成两个 2P 轨道的并存, 它们各有自己的吸引域, 事实上, 由 Logistic 方程的分岔特征, 可以简便地推知系统(11) 发生分岔的参数条件. 如当 $\lambda B(1 - \theta)/(1 + \theta) = 8$ 时, 系统发生第 1 次倍周期分岔, 同时, 也将产生一个关于相空间对角线对称的 2P 轨道. 如图 2 所示.

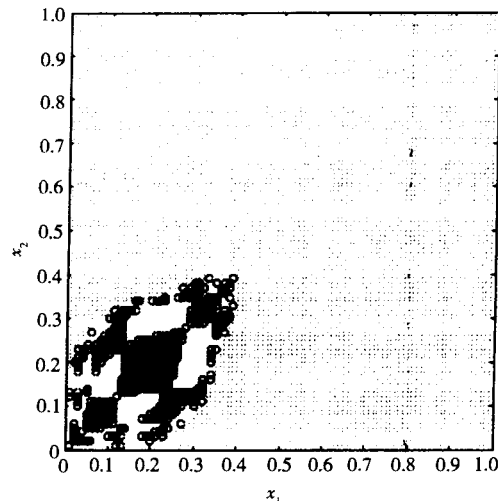
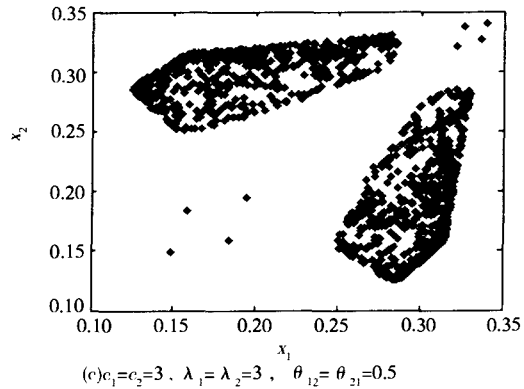


图 2 $c_1 = c_2 = 3, \lambda_1 = \lambda_2 = 2.8, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$ 时, 两个 2P 吸引子共存: 即对角线上的 2P 轨道 $(0.1864, 0.1864)$ 和 $(0.3295, 0.3295)$, 其吸引域深黑色圆点表示, 与关于对角线对称的 2P 轨道 $(0.3075, 0.1943)$ 和 $(0.1943, 0.3075)$, 其吸引域为无色, 棱形以外的浅色点域为系统的不可行域. 系统的可行域边界曲线为两个坐标轴在 R_2^+ 中的一阶原像.

Fig. 2 Coexistence of two 2P attractors of the system with $c_1 = c_2 = 3, \lambda_1 = \lambda_2 = 2.8, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$

由图 2 可以看出,系统的可行域由两个 2P 吸引子的吸引域所构成.但由于它们的多连通性,使得即使从相差微小的初始条件出发,系统轨道也可能趋向于不同的吸引子.从相空间对角线上出发的系统轨道则总是趋向对角线上的 2P 吸引子.

但进一步通过数值研究发现,随着参数条件的继续改变,在这两个方向上,系统进入混沌复杂性的途径有所不同.在关于对角线对称的位置上,系统要在 2P 轨道的每一个周期点处发生 Hopf 分岔,分别生成包围该点的极限环,并分岔出一个 10P 轨道,它们关于对角线对称.继续则形成关于对角线对称的两片混沌区.如图 3 所示.但在对角线方向上,系统则按照倍周期分岔规律进入混沌,而且,即使系统在对角线对称方向上已经发生分岔并进入混沌,但在对角线方向上却仍可能处于某个周期轨道上,如图 4.但只要稍微改变系统的对称性结构,如 $c_1 = 3$ 变为 $c_1 = 3.1$,而其它参数不变,不仅原来在对角线对称方向上形成的混沌吸引子消失,而且系统稳定在了某个 4P 轨道(系统在对角线方向上则稳定在另一 4P 轨道上).



(c) $c_1=c_2=3, \lambda_1=\lambda_2=3, \theta_{12}=\theta_{21}=0.5$

图 3 Hopf 分岔、周期轨道与混沌吸引子
Fig.3 Hopf bifurcation diagram, the periodical orbits and the chaotic attractors of the system

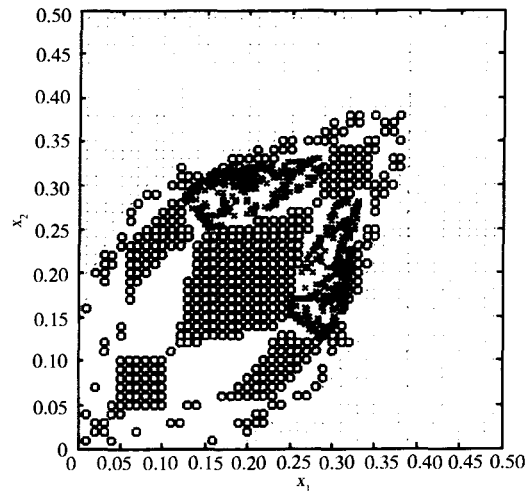


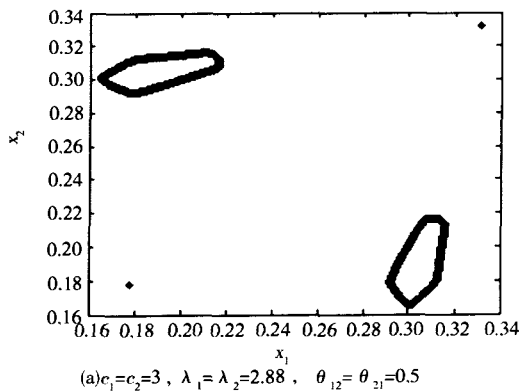
图 4 当 $\lambda_1 = \lambda_2 = 3, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$ 时,系统在关于对角线对称方向上形成两片混沌区,无色为混沌吸引子的吸引域,而在对角线方向上则处于 4P 轨道,其吸引域为圆圈点构成的区域.

Fig.4 Different chaotic area along the symmetrically diagonal direction of the system with $\lambda_1 = \lambda_2 = 3, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$

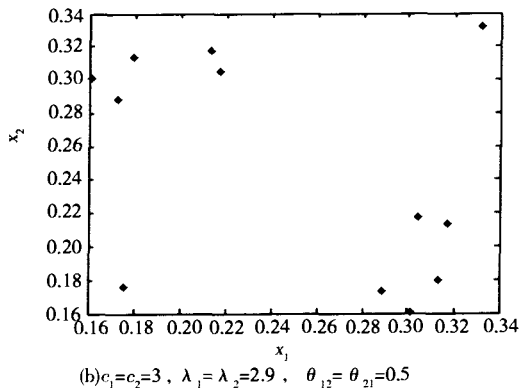
系统在对角线对称方向上进入混沌以后,由于混沌吸引子的无穷自相似结构,因此,在其内部还会有许多的倍周期分岔过程,在一定的参数区域出现许多周期窗口.如当 $\lambda_1 = \lambda_2 = 3.05, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$ 时,出现 4P 周期窗口(关于对角线对称),而在对角线方向上,系统也处于 4P 轨道,当然,这两个 4P 轨道是不同的,此时,两个 4P 轨道共存并有各自的吸引域,它们共同构成了系统的可行域.如图 5 所示.

同时注意到,系统的分岔参数 μ 关于溢出参数 θ 是单调递减的,因此,增加企业的溢出效应可以增强系统的稳定性,事实上

$$\frac{d\mu}{d\theta} = \frac{-\lambda B(1-\theta)}{2(1+\theta)^2} < 0$$



(a) $c_1=c_2=3, \lambda_1=\lambda_2=2.88, \theta_{12}=\theta_{21}=0.5$



(b) $c_1=c_2=3, \lambda_1=\lambda_2=2.9, \theta_{12}=\theta_{21}=0.5$

如将上面讨论的 $\theta = 0.5$ 提高到 $\theta = 0.6$, 在其它参数不变的情况下, 系统仍能稳定在纳什平衡点处.

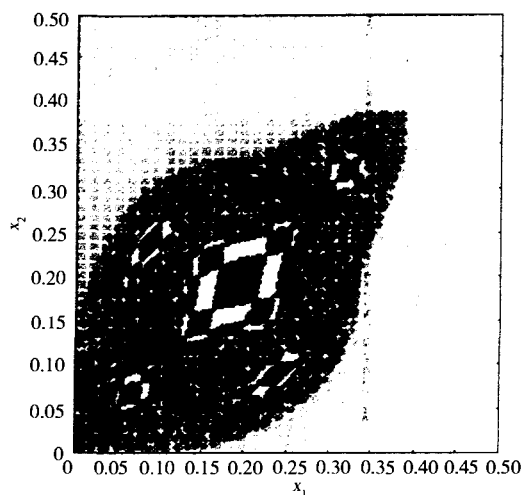


图5 $\lambda_1 = \lambda_2 = 3.05, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$ 时, 系统在两个方向上的两个 4P 轨道共存. 梭形以外为系统的不可行域. 梭形中的黑色点集为对角线方向上 4P 轨道的吸引域; 无色为关于对角线对称方向上的 4P 轨道的吸引域.

Fig. 5 Coexistence of two 4P orbits in two directions of the system with $\lambda_1 = \lambda_2 = 3.05, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$

那么, 一旦失去对称性, 系统是否仍然会出现多态吸引子共存的现象. 数值研究表明, 确实如此, 如图 6 所示.

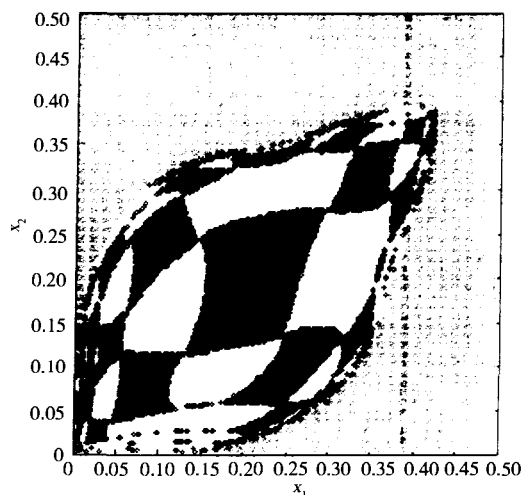


图6 $c_1 = 2.8, c_2 = 3, \lambda_1 = 2.8, \lambda_2 = 2.9, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$ 时两个 2P 吸引子共存; 即 2P 轨道 $(0.2022, 0.1778)$ 和 $(0.3515, 0.3307)$, 其吸引域为梭形中的黑色区域, 与 2P 轨道 $(0.3306, 0.1976)$ 和 $(0.1962, 0.3052)$, 其吸引域为梭形中的无色区域. 梭形外为系统的不可行域. 系统的可行域边界曲线为两个坐标轴在 R_2^+ 中的一阶原像.

Fig. 6 Different chaotic area along the symmetrically diagonal direction of the system with $c_1 = 2.8, c_2 = 3, \lambda_1 = 2.8, \lambda_2 = 2.9, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$

系统的这种多态稳定性是系统复杂性的重要

表现. 因为一般认为, 系统的长期演化行为应该是仅有一种状态, 无论它是周期的还是混沌的, 而从本文的讨论可以明确的看到, 系统的长期演化行为既可能是状态(吸引子)A, 也可能是状态(吸引子)B, 也就是说, 这种长期演化行为具有对系统初始条件的敏感依赖性, 而以往总是针对混沌系统来谈这样的特性的. 但是, 前面的讨论表明, 系统即使没有进入混沌状态, 由系统结构所决定的多态吸引子共存使得各吸引子都有其吸引域, 如同质企业竞争的情况下, 如果两个企业的初始研发投入相同, 则它们最终的研发动态行为都将趋向于在对角线方向上形成的各类吸引子, 如当 $c_1 = c_2 = 3, \lambda_1 = \lambda_2 = 2.8, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$ 时, 如果两个企业初始研发投入 $x_{10} = x_{20} = 0.2$ 则系统将趋向于两周期吸引子 $(0.1864, 0.1864)$ 和 $(0.3295, 0.3295)$, 而如果两个企业的初始研发投入不同, 则系统将趋向于对角线对称方向上形成的各类吸引子, 在上面的参数条件下, 如果 $x_{10} = 0.2, x_{20} = 0.3$, 则系统趋向于 2P 轨道 $(0.3075, 0.1943)$ 和 $(0.1943, 0.3075)$.

在不同吸引子吸引域的边界部分, 初始条件的微小差异将造成系统长期演化行为的极大不同. 在一定条件下, 甚至有可能出现混沌吸引子与周期吸引子共存的现象. 如当 $\lambda_1 = \lambda_2 = 3, \theta_{12} = \theta_{21} = 0.5$ 时, 系统在关于对角线对称方向上形成两片混沌区, 而在对角线方向上则处于 4P 轨道. 这意味着, 从不同的初始条件出发, 系统既可能趋向于一个周期轨道, 也可能陷入混沌.

3 市场竞争形势分析

假设企业获得竞争优势是指相比竞争者它能够获得较多的累积利润(连续若干期利润的总和), 因而它不仅与企业的市场份额有关, 而且与企业的研发边际成本有关. 下面运用数值模拟的方法研究边际成本、溢出参数和反应速度的不同情况对企业竞争形势的影响. 研究连续 50 期的企业累积利润变动情况. 横轴为企业的市场反应速度, 纵轴为企业的累积利润.

3.1 边际成本相同

此时, 如果第 1 家企业的溢出效应低于第 2 家

企业的溢出效应,即第 1 家企业可以较多地分享到第 2 家企业的研发成果,而且,第 1 家企业对市场的反应速度也慢于第 2 家企业的市场反应速度,则第 1 家企业总能保持竞争优势,只是在市场出现波动(系统的分岔行为或混沌)时,其累积利润指标也出现明显的波动.如图 7(b).如果其它条件同上,而第 1 家企业的市场反应速度快于第 2 家企业的市场反应速度,则在市场处于较稳定的情况下(系统处于低周期轨道),由于第 1 家企业总的等效的研发投入较大,它的较大的市场份额仍能支撑其保持相当的竞争优势,而一旦市场波动剧烈,其较快的市场反应速度将使市场竞争形势发生逆转,第 2 家企业将可能获得较大的市场竞争优势.如图 7(a).

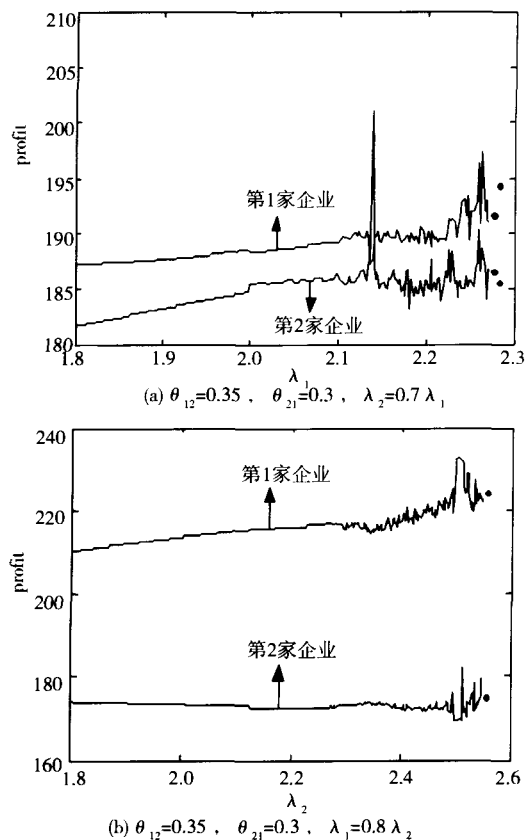


图 7 边际成本相同时两家企业的相对竞争状况

Fig. 7 Relative competing state of two firms with same marginal cost

3.2 溢出度相同

此时,如果第 1 家企业的边际成本高于第 2 家企业的边际成本,而第 1 家企业的市场反应速度也快于第 2 家企业的市场反应速度,则第 2 家企业总能保持市场竞争优势,只是在市场出现剧烈波

动以后,两家企业的累积利润都将出现明显波动.而如果其它条件不变,第 1 家企业的市场反应速度慢于第 2 家企业的市场反应速度,则当市场处于平稳时期,由于第 2 家企业拥有边际成本优势,所以它仍能保持相当的市场竞争优势,如图 8(a).而一旦市场波动加剧,第 1 家企业的累积利润指标相比第 2 家企业变动幅度更大,因而两家企业的相对竞争形势将敏感地依赖于其市场反应速度.但总体上,在剧烈波动期,虽然在边际成本方面处于劣势,但由于其相对较缓的市场反应速度,第 1 家企业将有较大的市场竞争优势.

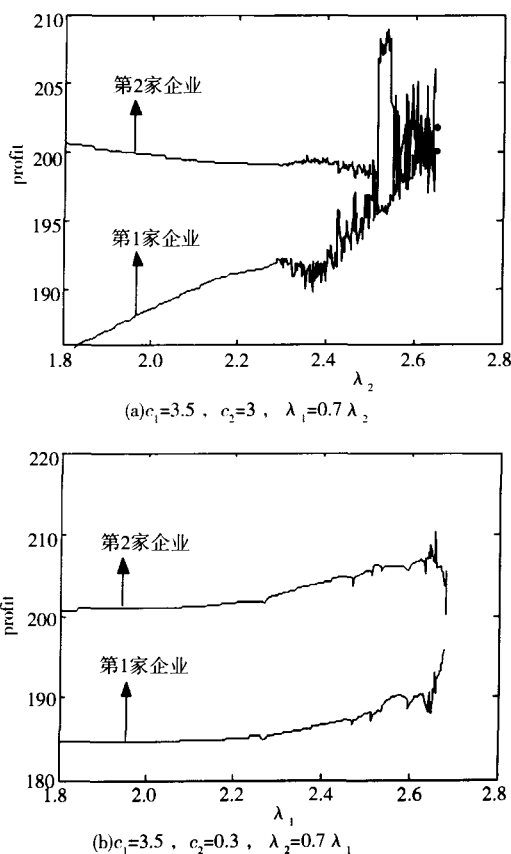


图 8 溢出效应相同时($\theta_{12} = \theta_{21} = 0.4$)
两家企业的相对竞争状况

Fig. 8 Relative competing state of two firms with $\theta_{12} = \theta_{21} = 0.4$

3.3 反应速度相同

此时,如果第 1 家企业的边际成本高于第 2 家企业的边际成本,第 2 家企业的溢出效应也低于第 1 家企业的溢出效应,则第 2 家企业总能保持市场竞争优势,而如果第 2 家企业的溢出度高于第 1 家企业的技术溢出度,此时,第 2 家企业拥有边际成本优势而第 1 家企业则因为可以更多地分享到

第2家企业的研发成果而具有市场份额优势,则随着市场反应速度的加快,市场竞争形态较为复杂.如果一家企业在某方面的优势足以抵消其在另一方面的劣势(一般地,只是微弱的劣势),则它总能获得竞争优势(此情形类似于它在两方面都具有优势的情况),而如果每家企业都有明显的某方面的优势,则市场竞争形势与它们的初始研发投入也有相关性,如当 $c = 4, c_2 = 3, \theta_{12} = 0.4, \theta_{21} = 0.54$ 时,如果 $x_{10} = x_{20} = 0.3$, 则第2家企业

的累积利润指标经历了震荡上行再震荡下行的过程,而第1家企业的累积利润指标则一直是震荡上行的,当市场较为平稳时,第2家企业将因为其拥有边际成本优势而获得竞争优势,而当市场进入多周期轨道甚至混沌状态时,第1家企业将因为可以分享到竞争者更多的研发成果而获得显著的竞争优势,如果 $x_{10} = 0.2, x_{20} = 0.3$, 则竞争形势在市场波动加剧以后已无法预测,企业反应速度的微小改变都有可能扭转市场形势.如图9所示.

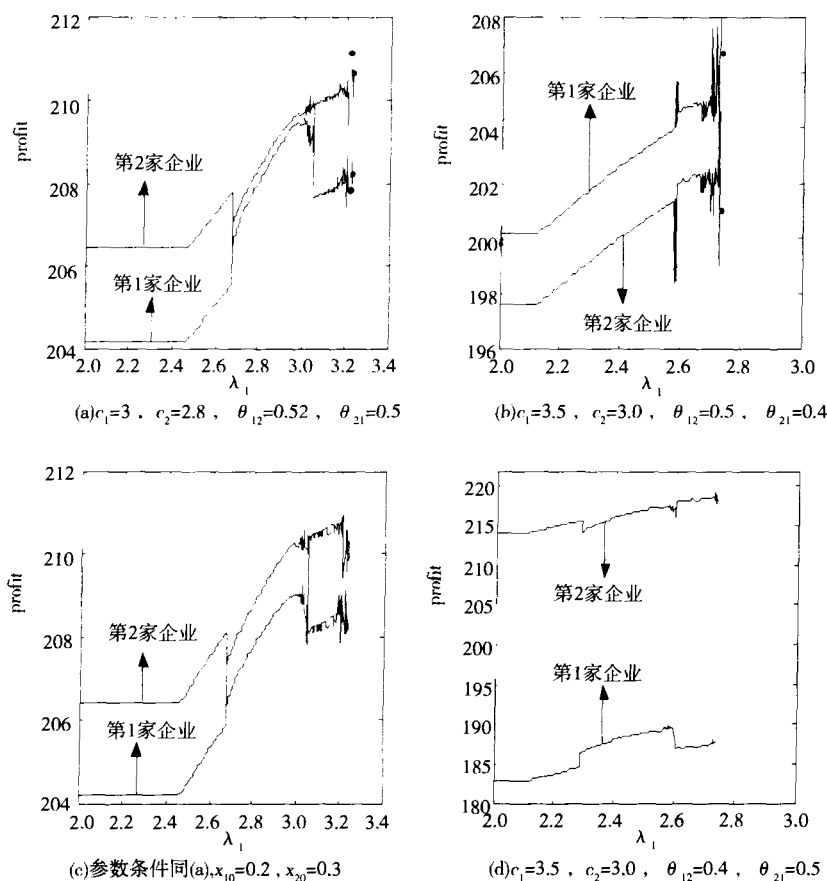


图9 反应速度相同时($\lambda_1 = \lambda_2$) 两家企业的相对竞争状况

Fig.9 Relative competing state of two firms with $\lambda_1 = \lambda_2$

4 结束语

企业的研发活动不是孤立的,归根结底它是一种竞争行为,即企业为获得或保持竞争优势而采取的策略.以往的研究多是强调企业研发活动的非线性,或是整个市场由于达不到某种竞争均衡而表现

出的波动甚至混沌,本文在寻租博弈框架内建立了具有技术溢出效应的有限理性企业研发投入动态系统,在对系统纳什平衡点的局部稳定性进行分析的基础上,着重对系统的全局动态行为进行了研究.在非线性反应速度的情况下,首先讨论了同质企业竞争时的系统演化,研究表明,在离散动态系统中,多个吸引子完全可以并存,这种多态稳定性使得系统

具有强烈的路径依赖性特征,不同的初始条件甚至是微小差异,在本文中即是企业初始研发投入的微小不同,将使系统演化进入不同吸引子的吸引域因而可能造成长期研发投入演化行为的巨大差异.提高企业的技术溢出度可以增强系统的稳定性.市场竞争形势取决于两者的技术溢出度、研发的边际成本和对市场的反应速度的相对状况.在一组参数相

同的情况下,如果企业能够在其它两方面都具有优势,则它总能获得竞争优势,而如果两个企业在两方面各具优势,则竞争形势与市场状态关系极大,在市场处于相对平稳时期,一家企业可能凭借某方面优势而获得竞争优势,而一旦波动加剧甚至陷入混沌,则可能被另一家超越或出现竞争胶着状态(即交替获得竞争优势).

参 考 文 献:

- [1] Puu T. The chaotic monopolist[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 1995, 5(1): 35—44.
- [2] Puu T. Complex dynamics with three oligopolists[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 1996, 7(12): 2075—2081.
- [3] Puu T. The chaotic duopolists revisited[J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1998, 33: 385—394.
- [4] Anjan Mukherji. A simple example of complex dynamics[J]. *Economic Theory*, 1999, 14: 741—749.
- [5] Agiza H N, Hegazi A S, Elsadany A A. The dynamics of Bowley's model with bounded rationality[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2001, 9: 1705—1717.
- [6] Bischi G I, Kopel M. Equilibrium selection in a nonlinear duopoly game with adaptive expectations[J]. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 2001, 46: 73—100.
- [7] Bischi G I, Dawid H, Kopel M. Gaining the competitive edge using internal and external spillovers: A dynamic analysis[J]. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2003, 27: 2171—2193.
- [8] Bischi G I, Dawid H, Kopel M. Spillover effects and the evolution of firm clusters[J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 2003, 50: 47—75.
- [9] Bischi G I, Kopel M. Multistability and path dependence in a dynamic brand competition model[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2003, 18: 561—576.
- [10] Dieci R, Bischi G I, Gardini L. From bi-stability to chaotic oscillations in a macroeconomic model[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2001, 12: 805—822.
- [11] Agiza H N, Bischi G I, Kopel M. Multistability in a dynamic cournot game with three oligopolists[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1999, 51: 63—90.
- [12] 刘 洪. 企业 R&D 投入与产出之间的非线性关系分析[J]. *科研管理*, 1997, 18(5): 39—44.
Liu Hong. Nonlinear analysis between a firm's R&D expenditure and outcome[J]. *Science Research Management in China*, 1997, 18(5): 39—44. (in Chinese)
- [13] Simon Whitby, David Parker, Andrew Tobias. Non-linear dynamics and duopolistic competition: A R&D model and simulation[J]. *Journal of Business Research*, 2001, 51: 179—191.
- [14] Bischi G I, Lamantia F. A competition game with knowledge accumulation and spillovers[J]. *International Game Theory Review*, 2004, 6(3): 323—342.

Global complexity of a RD dynamic competition model

SHENG Zhao-han, LI Yu, CHEN Guo-hua, DU Jian-guo, WANG Li-hu

School of Management Science and Engineering of Nanjing University, Nanjing 210093, China

Abstract: A RD dynamic competition model with spillover effects is established in the rent-seeking framework. The local stability analysis is firstly conducted, evolutionary properties of the system restricted to two axes, which are the basic boundaries of feasible sets, are then analyzed and the whole boundary of feasible sets is determined. Global properties of systems with symmetrical and nonsymmetrical structure are studied. Under some conditions, several attractors may coexist, even chaos attractor and periodic attractor may coexist. The multi-stability makes the system's dynamic behavior sensitive to initial conditions, that is to say, different initial conditions may lead the dynamic process to basin of different attractors. At last, the competing states are analyzed under different parameter conditions.

Key words: spillover effects; RD competition; feasible sets; multi-stability