第9卷第3期 管理科学学报 Vol.9 No.3
2006年6月 JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA Jun. 2006

具有专利的R&D项目实物期权评价①

薛明皋, 龚 朴
(华中科技大学管理学院财务金融系, 武汉 430074)

摘要: 在有专利情况下,开发了一个R&D投资模型,结合R&D投资过程的特点,把R&D投资过程分为两个阶段,一个是研究阶段被模型为欧式期权,另一个是开发阶段被模型为永生美式期权,从而把R&D项目投资机会模型为复合期权,给出了R&D期权价值的解析评价公式和最优投资决策规则,并讨论专利宽度(Patent Breadth)对R&D期权价值和R&D项目投资决策的影响,以及申请专利的条件.

关键词: 专利宽度; R&D期权; R&D投资; 最优投资阈值
中图分类号: F830.59 **文献标识码**: A **文章编号**: 1007-9807(2006)03-0039-06

0 引 言

研究与开发(R&D)是企业经营与管理的一个重要内容.R&D从最初的研究到最终产品市场化要经过较长的阶段,具有技术不确定、市场不确定和竞争的不确定,即高风险.R&D阶段性特点使管理阶层在每一个阶段上具有管理柔性(Management Flexibility),即根据当时获得的信息对以后的阶段进行选择,如继续R&D的工作,扩大或缩小规模,甚至终止下一步工作.现有的传统定量评价方法(内部收益率法,净现值法和回收期法)不能适当抓住这种管理柔性价值,而且这个价值随着不确定性的增大而增大.对管理者在R&D过程中这种选择权的定量研究,20世纪后期才发展起来的一门新的学科——实物期权(Real Option).目前许多国际学者用实物期权方法评估R&D项目,已做出了许多有益的工作,主要有:Benninga和Tolkowsky[1]综述了实物期权方法,并说明把柔性价值怎样引入到资本预算过程中,进一步将实物期权方法应用于医药企业的R&D项目评估;Schwartz和Gorostiz[2]在成本和未来收益的不确定下,用实物期权方法评估信息技术开发项目;Herath和Park[3]把多期资本投资机会模型为复合实物期权.在竞争环境下,进行项目投资评估和决策时则必须考虑竞争者投资策略,以及竞争者进入后的期权价值变化问题,Weeds[4]把R&D实物期权引入两家竞争模型,并说明两种类型的均衡,一个是序列均衡,竞争者投资使等待期权价值减少,另一个是对称均衡,合作要比单一公司投资更推迟.Griskagin[5]在不完全信息下研究了R&D竞争对策.周勇和周寄中[6]讨论了R&D项目的期权性特征分析与期权性价值的估算.Xue Minggao和LiChuli[7]讨论了R&D项目投资决策,把R&D阶段的非齐次信息到达模型为双重随机Poisson过程,把新产品引进市场看成是永生美式期权,把在R&D项目中的投资考虑为复合期权,给出了R&D期权的近似解析评价公式,并证明把R&D过程中的信息到达模型为双重随机Poisson过程可以减少定价偏差.但是这些有益的工作很少涉及到在R&D过程中有申请专利的选择权.专利可以防止竞争者进入市场,专利也加强等待新产品商业化的可能性,实际上推迟新产品进入市场.也有一些学者考虑了专利因素,如Chou and Shy[8,9]讨论R&D最优专利生命期和长期专利的挤出效

① 收稿日期: 2003-10-13; 修订日期: 2006-03-25.
基金项目: 中国博士后科学基金资助项目(2003034479);国家自然科学基金资助项目(70471043).
作者简介: 薛明皋(1965—), 男, 陕西城固人, 博士后, 副教授.

应.这些论证却没有考虑R&D过程中管理柔性价值,利用的是净现值(NPV)方法.Takalo[10]利用实物期权方法讨论了专利对最优投资阈值的影响,并说明了专利能延缓技术的进步,但没有给出R&D项目的合理评价.鉴于上述文献的研究现状,本文利用文献[10]对专利宽度的数学描述,把专利宽度作为重要决策变量融入到R&D项目投资决策中,结合R&D投资过程的特点,把R&D投资过程分为两个阶段,一个是研究阶段被模型为欧式期权(European Option),另一个是开发阶段被模型为永生美式期权(Amercian Perpetual Option),从而把R&D项目投资机会模型为复合期权(Compound Option),即永生美式期权上的欧式期权,试图对R&D项目进行更加科学合理的评价,并讨论申请专利的条件.本文与文献[7]的共同点是都把R&D项目投资机会模型为复合期权,不同点是文献[7]没有涉及在R&D过程中有申请专利的选择权,主要讨论R&D阶段的非齐次信息到达对R&D项目价值的影响和R&D期权标的资产波动率的估计,而本文重点讨论在R&D过程中有申请专利的选择权时,对R&D项目价值的实物期权评估及专利对R&D项目价值的影响.

1 基本假设和开发期权的价值

假设R&D项目决策者为风险中性者,并假设R&D项目开发产品的价格在竞争市场上服从几何布朗运动

$$dP_t = \mu P_t dt + \sigma P_t dW_t \tag{1}$$

这里$\mu \in (0,r)$是漂移参数、度量P_t的期望增长率;r为无风险利率;$\sigma > 0$是瞬时标准差或波动率参数;dW_t是标准Wiener过程增量.αP_t和βP_t分别为垄断利润流和竞争者进入后的利润流,$\alpha > \beta$.竞争者进入时间服从参数为$\lambda(\omega)$的指数分布,ω为专利宽度.假设竞争者进入时间与产品价格P_t是独立的.参数$\lambda(\omega)$满足$\lambda'(\omega) < 0$,$\lambda''(\omega) < 0$,$\lambda(0) = \lambda$,$\lambda(1) = 0$.这些假设表明竞争者进入市场的期望时间$Es = 1/\lambda(\omega)$受专利宽度ω影响,专利宽度越大,竞争者越推迟进入市场,当$\omega = 1$时,表明完全专利,竞争者永远不能进入市场;当$\omega = 0$时,表明不申请专利,竞争者进入市场的期望时间$Es = 1/\lambda$.R&D项目分两个阶段,第1阶段为研究阶段,研究阶段所需时间为T,在这个阶段上研究期权为欧式期权.第2阶段为开发阶段,在这个阶段上开发期权为永生美式期权.R&D期权为复合期权,即永生美式期权上的欧式期权.R&D期权不同于金融期权,金融期权一般假设标的资产服从给定的随机过程,标的资产当前值是已知的,而R&D期权的标的资产是未来产品现金流的期望折现值,当前值是随机的.

下面先求R&D项目期权的标的资产,假设投资后立即销售产品的时间为τ,$\tau \geqslant T$,竞争者进入市场的时间为s,$s \geqslant \tau$,s服从指数分布,τ为待确定的最优开发时间(新产品进入市场的时间)

$$\begin{aligned} V_\tau(\omega) &= E_\tau\left[\int_\tau^s e^{-rt}\alpha P_t dt + \int_s^{+\infty} e^{-rt}\beta P_t dt\right] \\ &= E_\tau\left[\int_\tau^{+\infty} e^{-rt}\beta P_t dt + \int_\tau^{+\infty} e^{-rt}(\alpha P_t - \beta P_t)\cdot 1_{\{t<s\}} dt\right] \\ &= E_\tau\left[\int_\tau^{+\infty} e^{-rt}\beta P_t dt + \int_\tau^{+\infty} e^{-(r+\lambda(\omega))t}(\alpha P_t - \beta P_t) dt\right] \\ &= \frac{\beta P_\tau}{r-\mu} + \frac{(\alpha-\beta)P_\tau}{r+\lambda(\omega)-\mu} \end{aligned} \tag{2}$$

特别地

$$V_\tau(1) = \lim_{\omega\to 1} V_\tau = \frac{\alpha P_\tau}{r-\mu} \tag{3}$$

$$V_\tau(0) = \lim_{\omega\to 0} V_\tau = \frac{\beta P_\tau}{r-\mu} + \frac{(\alpha-\beta)P_\tau}{r+\lambda-\mu} \tag{4}$$

这里式(2)表示有专利保护R&D项目在τ时的价值,$V_\tau(0) < V_\tau(\omega) < V_\tau(1)$这与人们的直观一致.式(3)和式(4)是两个极端情形,分别表示垄断和竞争者自由进入市场情形下R&D项目在τ时的价值.

假设R&D项目在完成研究时间T时申请专利的成本为$C(\omega)$,$C'(\omega) > 0$,$C''(\omega) < 0$,$C(0) = 0$,$C'(0) = 0$,$C''(0) = 0$.由式(2)知,价值V与价格P同分布,故也服从几何布朗运动

$$dV_t = \mu V_t dt + \sigma V_t dW_t \tag{5}$$

这里μ和σ与(1)中的相同,$\mu < r$,r为无风险利率.开发成本为C_D,开发期权$F(V)$为永生美式期权,它满足的微分方程

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 F(V)}{\partial V^2} + \mu V \frac{\partial F(V)}{\partial V} - rF(V) = 0$$

$$0 < V < V^* \tag{6}$$

其中 V^* 是最优执行开发期权的阈值. 边界条件: $F(0)=0$. 匹配条件和光滑通过条件分别为

$$F(V^*) = V^* - C_D - C(\omega)$$
$$F'(V^*) = 1 \tag{7}$$

求解方程(6)可得

$$V^* = \frac{q_+}{q_+ - 1}[C_D + C(\omega)] \tag{8}$$

$$F(V) = \frac{V^*}{q_+}\left(\frac{V}{V^*}\right)^{q_+} \tag{9}$$

其中: $q_+ > 1$ 是下面二次方程的正根

$$\frac{1}{2}\sigma^2 q(q-1) + \mu q - r = 0 \tag{10}$$

把式(8)代入式(2), 可得

$$P^* = \frac{q_+[C_D + C(\omega)]}{q_+ - 1} \times \frac{(r-\mu)(r-\mu+\lambda(\omega))}{\alpha(r-\mu)+\lambda(\omega)\beta} \tag{11}$$

将上面结论叙述成命题:

命题 1　在前面的假设下, 最优执行开发期权的阈值 P^* 由式(11)给出, 即当产品价格 P_t 增大到 P^* 时就投资建厂、生产新产品; 反之就等待. 即在 T 时, 当 $P \geqslant P^*$ 时, 立即执行开发期权, 开发期权的价值 $F_T(P)$

$$F_T(P) = \left(\frac{\beta}{r-\mu} + \frac{\alpha-\beta}{r+\lambda(\omega)-\mu}\right)P - (C_D + C(\omega)) \tag{12}$$

当 $P < P^*$ 时, 等待执行开发期权, 其价值为

$$F_T(P) = \frac{C_D + C(\omega)}{q_+ - 1}\left(\frac{P}{P^*}\right)^{q_+} \tag{13}$$

现在讨论专利宽度 ω 对开发投资阈值 P^* 的影响

$$\frac{\partial P^*(\omega)}{\partial \omega} = \frac{q_+(r-\mu)}{q_+ - 1} \times \frac{G(\omega)}{[\alpha(r-\mu)+\lambda(\omega)\beta]^2}$$

其中

$$G(\omega) = C'(\omega)(r-\mu+\lambda(\omega))(\alpha(r-\mu)+\lambda(\omega)\beta) + (C_D + C(\omega))\lambda'(\omega) \times (\alpha-\beta)(r-\mu)$$

$G'(\omega) < 0, G(1) < 0$, $G(0) > 0$. 故, 必存在唯一 ω^*, 使 $G(\omega^*) = 0$, 当 $\omega > \omega^*$ 时, $G(\omega) < 0$; 当 $\omega < \omega^*$ 时, $G(\omega) > 0$; 从而当 $\omega > \omega^*$ 时, $\partial P^*(\omega)/\partial\omega < 0$; 当 $\omega < \omega^*$ 时, $\partial P^*(\omega)/\partial\omega > 0$; 将上面结论叙述成命题 2.

命题 2　在前面的假设下, 存在唯一专利宽度 ω^*, 使开发投资阈值 $\partial P^*(\omega)/\partial\omega = 0$; 当 $\omega > \omega^*$ 时, $\partial P^*(\omega)/\partial\omega < 0$; 当 $\omega < \omega^*$ 时, $\partial P^*(\omega)/\partial\omega > 0$.

开发投资阈值 P^* 是反映科技进步的关键指标, 这是 Takalo[10] 的标准, 即科研成果转化为现实生产力的阈值, P^* 越高表示科技进步缓慢, P^* 越低表示科技进步越快, 从这个意义上讲, 当 $\omega > \omega^*$ 时, 专利能加速科技进步; 当 $\omega < \omega^*$ 时, 专利延缓科技进步. 这一结论既不同于与一般企业组织理论中普遍认为专利能加速科技进步, 也不同于文献[10]认为专利延缓科技进步, 这是本文的主要结果之一.

下面利用命题 2, 对专利宽度 ω 进行讨论, 两种极端情形: 当 $\omega = 0$ 时

$$P^*(0) = \frac{q_+(r-\mu)}{q_+ - 1} \times \frac{C_D(r-\mu+\lambda)}{\alpha(r-\mu)+\lambda\beta} \tag{14}$$

当 $\omega = 1$ 时

$$P^*(1) = \frac{q_+(r-\mu)(C + C_D)}{\alpha(q_+ - 1)} \tag{15}$$

在实际 R&D 项目中, 通常 $P^*(0) < P^*(1)$, 可知 $\forall\omega \in (0,1]$, $P^*(\omega) > P^*(0)$; 这说明有专利时开发投资的阈值增大, 这与直观一致.

在 T 时刻产品价格 P 的变化, 比较申请专利和不申请专利两种情况下开发期权价值大小, 可得出申请专利的条件.

命题 3　在前面的假设下, 1) 当 $P < P^*(0)$ 时, $F_T(V(\omega)) - F_T(V(0)) > 0$, 即 $(C_D + C(\omega))/C_D \geqslant (P^*(\omega)/P^*(0))^{q_+}$ 申请专利; 反之采取保密策略, 不申请专利. 2) 当 $P^*(0) < P < P^*(\omega)$ 时, $\frac{C_D + C(\omega)}{q_+ - 1}\left(\frac{P}{P^*(\omega)}\right)^{q_+} + C_D \geqslant \left(\frac{\beta}{r-\mu} + \frac{\alpha-\beta}{r+\lambda(\omega)-\mu}\right)P$ 申请专利; 反之采取保密策略, 不申请专利. 3) 当 $P > P^*(\omega)$ 时, $C(\omega) \leqslant (\alpha-\beta)P\frac{\lambda-\lambda(\omega)}{(r+\lambda(\omega)-\mu)(r+\lambda-\mu)}$ 申请专利; 反之采取保密, 不申请专利.

2　研究期权价值

假设在研究期权标的资产价值服从如下随机

微分方程

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW_t - S dh_1 - S dh_2 \quad (16)$$

其中：h_i，$(i = 1,2)$ 服从 Poisson 过程

$$dh_i = \begin{cases} 0, & 1 - \lambda_i dt \\ 1 & \lambda_i dt \end{cases} \quad (17)$$

在这个阶段即从 R&D 项目开始到项目研究完成时刻 T 之间，在研究过程中有两种特殊的不确定性导致 R&D 项目放弃：一个是在研究过程中遇到技术上无法解决的问题，这种事件的发生服从参数为 λ_1 的 Poisson 过程. 另一个是申请专利之前，由于研究机会是公开的，有竞争者或对手抢先进入此项目研究，并申请了专利，这种事件的发生服从 λ_2 的 Poisson 过程.

研究期权是一个复合期权，R&D 期权是复合期权，一个欧式期权，到期日为 T，执行价格为 K(即研究成本)，另一个是永生美式期权(即开发期权)

$$F_R(S) = \exp\{-r(T-t)\} \times \hat{E}_t[\max(0, F_T(S(\omega)) - K)] \quad (18)$$

其中：$\hat{E}_t$ 表示在风险中性世界中条件期望算子，T 是 R&D 项目的研究完成期，$F_T(S)$ 是前面已讨论的开发期权，标的资产的价格服从随机微分方程(16)，其中 h_i 服从 Poisson 过程($i = 1,2$)，且相互独立. 由 R&D 过程的特性：

(a) 当 h_i 至少有一个发生，则 V 立即跳到 0，0 是一个吸收壁，因此期权的价值为 0.

(b) 在 T 之前二者都不发生的概率为 $e^{-(\lambda_1+\lambda_2)(T-t)}$.

如果在 T 之前二者都不发生，则开发期权和研究期权有相同的标的资产，因为它们都是 R&D 项目未来现金流的期望折现值，所以在这种情况下 $S = V$，且服从同一随机过程. 为了和前面的符号一致，下面均以 V 替代 S，此时价值 V 在 $0 \sim T$ 之间服从几何布朗运动

$$dV = \mu V dt + \sigma V dW_t \quad (19)$$

因此期权的价值

$$F_R(R) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)(T-t)} G_R(V) \quad (20)$$

其中：$G_R(V)$ 是价值 V 服从式(19)的复合期权价值. 下面分两种情况讨论：

1) 当永生美式期权(即开发期权)的执行阈值 $P^* > X$ 时，X 由下面代数方程(22)给出，两个期权(欧式期权和永生美式期权)按次序执行.

现在计算 $G_R(V)$

$$\begin{aligned} G_R(V) &= \exp\{-r(T-t)\} \times \hat{E}_t[\max(0, F_T(V(\omega)) - K)] \\ &= \exp\{-r(T-t)\} \times \int_X^{+\infty} \left[\left(\frac{V_D^*}{q_+}\right)\left(\frac{V_T}{V_D^*}\right)^{q_+} - K\right] \times \varphi(V_T, V_t) dt \end{aligned} \quad (21)$$

其中：$\varphi(V_T, V_t) = \dfrac{1}{V_T \sigma \sqrt{2\pi(T-t)}} \times \exp\left[-\dfrac{\{\ln V_T - [\ln V_t + (r - 0.5\sigma^2)(T-t)]\}^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]$

X 满足非线性代数方程

$$F_T(X, T) = K \quad (22)$$

由文献[7]可得期权价值

$$G_R(\omega, t) = \frac{d}{\mu_+ V_D^{*\mu_+ - 1}} V_t^{\mu_+} \Phi(a_1) - e^{-r(T-t)} K \Phi(a_2) \quad (23)$$

其中：$V_t = \left(\dfrac{\beta}{r-\mu} + \dfrac{\alpha - \beta}{r + \lambda(\omega) - \mu}\right) P_t$，

$d = \exp\{q_+ (r - \mu)(T-t)\}$，

$a_1 = \dfrac{\ln V_t / X + [r + 0.5(q_+ - 1)\sigma^2](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$，

$a_2 = \dfrac{\ln V_t / X + (r - 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$

2) 当永生美式期权(即开发期权)的执行阈值 $P^* < X$ 时，两个期权(欧式期权和永生美式期权)同时执行.

$$\begin{aligned} G_R(V) &= \exp\{-r(T-t)\} \times \hat{E}_t[\max(0, F_T(V(\omega)) - K)] \\ &= \exp\{-r(T-t)\} \hat{E}_t\left[\left(\frac{\beta}{r-\mu} + \frac{\alpha-\beta}{r+\lambda(\omega)-\mu}\right) P - C_D - C(\omega) - K\right] \end{aligned}$$

$$C_R(V) = \left(\frac{\beta}{r-\mu} + \frac{\alpha-\beta}{r+\lambda(\omega)-\mu}\right) \times P_t \Phi(d_1) - (C_D + C(\omega) + K) \times \exp\{-r(T-r)\} \Phi(d_2) \quad (24)$$

其中：$d_1 = \dfrac{\ln P_t / X + (r + 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$，

$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$

$\Phi(\cdot)$ 为正态分布. 将上面结论叙述成命题：

命题 4 在前边的假设下，研究期权是一个

复合期权,1) 当永生美式期权(即开发期权) 的执行阈值 $P^* > X$ 时，两个期权(欧式期权和永生美式期权) 按次序执行. 其评价公式

$$F_R(\omega,t) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)(T-t)} G_R(\omega,t) \qquad (25)$$

其中：$G_R(\omega,t)$ 和 X 分别由式(23) 和(22) 给出. 特别地，当 $\omega = 0$ 时，可得到没有申请专利时R&D期权的价值. 2) 当永生美式期权(即开发期权) 的执行阈值 $P^* < X$ 时，两个期权(欧式期权和永生美式期权) 同时执行. 其评价公式

$$F_R(\omega,t) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)(T-t)} G_R(\omega,t) \qquad (26)$$

其中：$G_R(\omega,t)$ 由式(24) 给出. 特别地，当 $\omega = 0$ 时，可得到没有申请专利时，R&D期权的价值.

3 比较静态分析

由方程(25) 和(26) 可得：

$$\frac{\partial F_R(\omega,t)}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial F_R(\omega,t)}{\partial \beta} > 0$$

$$\frac{\partial F_R(\omega,t)}{\partial C(\omega)} < 0, \frac{\partial F_R(\omega,t)}{\partial K} < 0$$

$$\frac{\partial F_R(\omega,t)}{\partial \mu} > 0, \frac{\partial F_R(\omega,t)}{\partial r} < 0,$$

$$\frac{\partial F_R(\omega,t)}{\partial \sigma} > 0$$

存在唯一 ω^*，当 $\omega < \omega^*$ 时，$\partial F_R(\omega,t)/\partial\omega > 0$；当 $\omega < \omega^*$ 时，$\partial F_R(\omega,t)/\partial\omega < 0$；这些结论从直观上容易理解. $\partial F_R(\omega,t)/\partial\alpha > 0$，$\partial F_R(\omega,t)/\partial\beta > 0$ 说明R&D期权的价值与垄断和竞争时的利润正相关；$\partial F_R(\omega,t)/\partial C(\omega) < 0$，$\partial F_R(\omega,t)/\partial K < 0$，说明R&D期权的价值与研究成本和开发成本负相关；这些结论与直观完全一致. $\partial F_R(\omega,t)/\partial\mu > 0$，$\partial F_R(\omega,t)/\partial r < 0$，$\partial F_R(\omega,t)/\partial\sigma > 0$，说明R&D期权的价值与期望回报率正相关，与利率负相关，与波动率(风险) 正相关，这些结论与金融期权的性质相同. 存在唯一 ω^*，当 $\omega < \omega^*$ 时，$\partial F_R(\omega,t)/\partial\omega > 0$；当 $\omega > \omega^*$ 时，$\partial F_R(\omega,t)/\partial\omega < 0$，说明专利的宽度对R&D期权的价值的影响在不同的范围所起的作用是不同的. 当 $\omega < \omega^*$ 时，R&D期权的价值与专利的宽度正相关，专利的宽度越大R&D期权的价值就越大；当 $\omega > \omega^*$ 时，R&D期权的价值与专利的宽度负相关，专利的宽度越大R&D期权的价值就越小，这个结果可以这样来理解，由于每种产品不可能永远在市场上存在，它会被更新的产品所替代，因此没有必要申请完全专利. 另外，申请专利是需要成本的，一般申请专利的成本是专利宽度的增函数，因此申请专利并不是宽度越大越好，这点与实际是相符合的. 这一结论也应合了Gilbert and Shapiro[11] 和Matutes et al[12] 存在最优专利宽度的论述.

4 应用举例

现在把设模型应用于评估IT(information technology) 开发项目. 以下数据部分来自于文献[2]，$\mu = 0.01$，$r = 0.06$，$\sigma = 0.35$，$\omega = 0.5$，$C_D = 40$(万美元)，$C(\omega) = 35$(万美元)，$t = 0$，$T = 5$(年)，$\alpha = 2$，$\beta = 1$，$\lambda(\omega = 0.5) = 0.1$，$\lambda(\omega = 0) = 0.2$，$V_0 = 110$(万美元)，$K = 100$(万美元)，$\lambda_1 = 0.1$，$\lambda_2 = 0.15$，$q_+ = \left\{-(\mu - 0.5\sigma^2) + \sqrt{(\mu - 0.5\sigma^2)^2 + 2\sigma^2 r}\right\}\sigma^{-2} = 1.49$，

$$P^*(\omega = 0.5) = \frac{q_+[C_D + C(\omega)]}{q_+ - 1} \times \frac{(r-\mu)(r-\mu+\lambda(\omega))}{\alpha(r-\mu)+\lambda(\omega)\beta} = 8.55$$

$$P^*(\omega = 0) = \frac{q_+ C_D}{q_+ - 1} \times \frac{(r-\mu)(r-\mu+\lambda(\omega))}{\alpha(r-\mu)+\lambda(\omega)\beta} = 5.07$$

可以看出 $P^*(\omega = 0.5) > P^*(\omega = 0)$，这说明有专利保护时，产品商业化的临界值要比没有专利保护时的临界值要高. 这与直观时一致的，由于有专利保护时，管理者就要等待产品价格较高时才能把产品引入市场，而没有专利保护时，管理者担心竞争者抢先进入市场，所以在产品价格较低时也会把产品引入市场. 这也说明了专利不利于把科学技术及时转化为生产力，阻碍科学技术的进步.

由方程(22) 可得 $X = \left(\frac{q_+ - 1}{C_D + C(\omega)} K\right)^{-q_+} \times P^*(\omega = 0.5) = 6.43$，此时，

$$P^*(\omega=0.5)=8.55>X=6.43$$

$$G_R(\omega,t)=\frac{d}{\mu_+ V_D^{*\mu_+-1}}V_t^{\mu_+}\Phi(a_1)-e^{-r(T-t)}K\Phi(a_2)$$

其中：$d=1.45$, $V_D^*(\omega=0.5)=\frac{q_+}{q_+-1}[C_D+C(\omega)]=228.06$, $a_1=4.20$, $a_2=3.62$, Halty[13] 已证明

$$\left|\Phi(x)-\frac{1}{1+e^{-\delta x}}\right|<0.01 \quad (27)$$

其中：$\delta=1.702$, $\Phi(a_1)\approx 0.99$, $\Phi(a_2)\approx 0.95$.
$G_R(\omega,t)=\frac{1.45}{1.49\times 228.06^{0.49}}\times 110^{1.49}\times 9.99-e^{-0.06\times 5}\times 100\times 0.95=10.47$. R&D项目的期权价值 $F_R(\omega,t)=e^{-(\lambda_1+\lambda_2)(T-t)}G_R(\omega,t)=0.75\times 10.47=7.85$，同样可以计算不同专利宽度 ω 的R&D项目的期权价值.类似地，计算当 $P^*(\omega)<X$ 时R&D项目的期权价值.

5 结 论

本文的主要贡献是把专利宽度作为重要决策变量融入到R&D项目投资决策中，结合R&D投资过程的三种不确定性，第一个是技术不确定性，第二是竞争随机进入市场不确定性，第三市场 收益不确定性.把R&D投资过程分两个阶段，一个是研究阶段被模型为欧式期权，另一个是开发阶段被模型为永生美式期权，从而把R&D项目投资机会模型为复合期权，即永生美式期权上的欧式期权，给出了R&D项目评价的解析表达式，并讨论专利宽度对R&D项目价值和投资决策的影响，并论证了专利在一定条件下，能加速科学技术进步，相反在一定条件下又能延缓科学技术进步.这个结论既不同于产业组织文献中普遍认为专利能加速科技进步，也不同于文献[10]专利能延缓科技进步.最后还给出在R&D项目研究完成时刻申请专利的必要条件，说明申请专利宽度并不一定是越宽越好，存在最优专利宽度，它依赖于专利的成本和R&D项目的其它参数.

本文给出模型还可以从许多方面改进，如假设产品价格服从几何布朗运动，还有其它的随机过程如均值返回过程、跳过程、两因素、三因素等都可以使用.还可以进一步作实证研究，使R&D项目评价更科学合理.

参 考 文 献:

[1]Benninga S, Tolkowsky E. Real option—an introduction and application to R&D valuation[J]. The Engineering Economist, 2002, 47(2): 105—150.

[2]Schwartz E S, Gorostiza C Z. Investment under uncertainty in information technology: Acquisition and development projects[J]. Management Science, 2003, 49(1): 57—70.

[3]Herath E S H, Park C S. Multi-stage capital investment opportunities[J]. The Engineering Economist, 2002, 47(1): 11—26.

[4]Weeds H. Strategic delay in a real options model of R&D competition[J]. Review of Economic Studies, 2002, 69: 729—747.

[5]Grishagin V A, Sergeyev Y D, Silipo D B. Firms R&D decisions under incomplete information[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 29(1): 414—433.

[6]周 勇, 周寄中. R&D项目的期权性特征分析与期权性价值的估算[J]. 管理科学学报, 2002, 5(1): 19—24.
Zhou Yong, Zhou Ji-zhong. R&D options analysis and valuation[J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5(1): 19—24. (in Chinese)

[7]Xue M G, Li C L. Heterogeneous information arrival and R&D option pricing[J]. Acta Mathematica Scientia(Quarterly), 2003, 23(1): 124—132.

[8]Chou, Shy. New product development and the optimal duration of patens[J]. Southern Economic Journal, 1991, 57: 811—821.

[9]Chou, Shy. The crowding-out effects of long duration of patens[J]. RAND Journal of Economics, 1993, 24: 304—314.

[10]Takalo T, Kanniainen V. Do patents slow down technological progress? real options in research, patenting, and market introduction[J]. International Journal of Industrial Organization, 2000, 18: 1105—1127.

[11]Gilbert R, Shapiro C. Optimal patent length and breadth[J]. RAND Journal of Economics, 1990, 21: 106—112.

(下转第67页)

Numerical method for optimal portfolio selection in stock market with frictions

YANG Guo-liang, *HUANG Si-ming*
Institute of Policy and Management, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

Abstract: There are frictions in real stock market such as transaction costs and taxes, etc. The optimal portfolio selection should be affected by market frictions definitely. In this paper, we took the maximum utility of the investor as the objective function and we presented an infeasible interior point algorithm for quadratic programming to solve the proposed model. The optimal solution and the steps of applied algorithm were presented also.
Key words: portfolio selection; quadratic programming; utility; friction

(上接第44页)
[12] Matutes C, Regibeau P, Rockett K. Optimal patent design and the diffusion of innovations[J]. RAND Journal of Economics, 1996, 27: 68—83.
[13] David C, Haley. Estimation of the Dosage Mortality Relationship When the Dose is Subject to Error[R]. New York: Technical Report of Stanford University, August 29, 1952.

Real option valuation of R&D project with patent

XUE Ming-gao, *GONG Pu*
Department of Finance, College of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: The investment model of R&D project with patent is developed in the paper. The R&D investment process divides into two stages by the characteristics of R&D investment process. The research stage is considered as an European option. The development stage is considered as an American perpetual option. Therefore the investment opportunity in R&D can be thought of as a compound option. The analytic valuation formula for the R&D option and optimal investment policy are derived. It is discussed that the effect of the patent breadth on the R&D option value and R&D investment policy, and presents the condition to apply for a patent.
Key words: patent breadth; R&D option; R&D investment; optimal investment threshold