

偏好市场下制造 再制造系统最优生产决策^①

谢家平, 王 爽

(上海财经大学国际工商管理学院, 上海 200433)

摘要: 从消费者对再制造产品和新产品有着不同的需求偏好入手, 引入市场需求偏好函数, 构建单一垄断生产商利润最大化的带约束生产决策模型, 探讨偏好市场下的两期和无限期的最优产量—价格决策策略. 此外, 通过对再制造经济优化模型的数据模拟, 分析消费者偏好系数对生产商利润、成本节约、产品价格的影响, 为生产商的生产决策, 以及政府如何影响消费者偏好决策提供指导建议.

关键词: 再制造; 生产策略; 有偏好市场; 经济优化

中图分类号: F275 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2011)03-0024-10

0 引言

自然资源的过度消耗和废弃物的随意丢弃引起生态环境退化和污染, 资源锐减, 促使生产者责任延伸制等相关法案出台. 生产商被要求对其产品全生命周期的环境影响负责, 企业不得不面临回收处理废旧产品的挑战. 同时, 再制造带来的经济效益, 鼓励企业积极实施再制造.

已有很多文献研究表明再制造是能节约成本的, Ayres^[1] 研究 IBM 公司零部件再制造, Guide^[2] 和 Geys^[3] 研究柯达、宝马、施乐等企业的再制造实施, 这些企业都通过再制造节约成本而获显著收益, 再制造成本低于新产品成本. 另据 Giuntini^[4] 研究, 再制造通常采用高质量的技术标准, 使得新产品和再造产品的质量水平也越来越接近. 但是由于消费者存在偏好^[5], 再制造产品的售价会低于新产品的价格, 并且因为具有一定的替代性, 低价的再制造品会挤占部分购买新产品的需求, 所以生产商并不一定会将所有回收的产品进行再制造.

尽管再造产品的闭环供应链效率分析已经在国内外取得了不少成果^[6-7], 但是对于再制造厂

商的最优产量和定价策略研究还刚刚起步, 文献资料相对较少. Prana^[8] 构建由品牌生产商和再制造商组成的两期双寡头市场的经济优化模型, 品牌生产商可同时生产全新产品和再造产品, 且新产品和再造产品同质, 但与第 3 方再造商的产品相区别和竞争, 双方可以通过决定各自的价格来决定产量及再制造量, 证明了存在唯一的纯策略纳什均衡. Kar^[9] 假设消费者对新产品和再造产品的价格需求函数不同, 但可以将新产品按再造产品的价格销售, 以满足消费者对再造产品的需求, 从而降低缺货成本, 并针对产品回收和顾客需求都是随机的情况, 研究了制造 再制造混合系统的单期最优生产策略问题. Mark^[10] 针对异质性消费群体, 引入回收函数, 构建了生产商差异化定价的两期模型, 以及第 3 方再制造商进入情形下生产商的新产品和再造产品定价策略优化问题, 但假定生产商的 2 期决策相互独立, 即第 1 期内产量决策时不考虑后续期的盈利, 这一假设值得商榷, 因为后续期的现金流入影响着生产商前期做的决定. Lauren^[5] 假设消费者偏好全新产品, 对再造产品只愿意支付相对低的价格, 但生产商

① 收稿日期: 2009-08-26 修订日期: 2010-07-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70972062); 2007新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-07-0532)

作者简介: 谢家平(1963-), 男, 四川安岳人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: jiaping@mail.shufe.edu.cn

可以通过提升再造产品的品质以增加消费者对再造产品的偏好, 分析 N 个独立竞争再制造商存在情况下对原垄断生产商再制造利润的影响, 但主要是讨论影响再制造的主要因素, 并没有求出再制造成本节约值对垄断生产商进行决策的具体影响. Ferre 和 Swaminathan^[11] 假设再造产品具有单向替代性, 即在其供不应求时可用新产品替代满足需求, 由此建立新产品—再造产品的 2 期定价模型, 并推广至多周期, 但假定消费者对原生产商的新产品和再造产品无偏好, 只对第 3 方再制造商的产品抱有偏见, 这些假设难以令人信服.

在再制造实践中, 消费者对某些商品的新产品和再造产品具有明显的购买差异^[5]. 尽管再造产品的质量同于甚至高于新产品的质量, 消费者也只愿意对再造产品支付相对低的价格. 例如施乐公司对再制造生产的复印机采用差异化定价策略, 将新产品与再造产品按不同的价格出售. 另一方面, 由于再造产品和新产品具有一定的替代性, 低价的再造品会挤占部分购买新产品的需求. 生产商在有偏好市场中定价就要迎合消费者的支付意愿, 分别对新产品和再造产品进行定价. 故此, 本文在 Ferre 和 Swaminathan 研究的基础上, 引入消费者市场需求偏好函数, 选取单一垄断厂商进行研究, 探讨在存在需求偏好的情况下生产商应该如何制定最优的制造—再制造生产策略. 两期生产决策模型中, 生产商在第 1 期制造新产品, 第 2 期回收第 1 期的旧产品, 并进行再制造. 但生产商在第 2 期可以选择是否生产新产品、部分再制造回收产品、全部再制造回收产品或者不再制造任何产品等决策. 本文进而进行拓展, 探讨无限期的最优生产策略. 生产商应该采用何种产量和定价策略, 并通过何种途径来影响消费者进而增加多期的总利润? 再制造业务的存在是否可以为企业带来超额的利润? 这是本文重点研究和解答的问题. 最后, 本文通过数值分析, 研究消费者需求偏好和生产成本节约、产品销售价格之间的关系, 以指导生产商进行产品再制造决策.

1 最优生产决策的前提设定

1.1 参数符号

1) 每期的潜在市场容量均为 Q_0 , 比较稳定.

2) P_i 和 Q_i 分别表示在第 i 期 类型产品的价格和产量. 两期模型中, $i=1, 2$ 表示第 1 期和第 2 期; $j=N, R, N$ 和 R 分别表示新产品和再造产品. 第 1 期只有新产品生产, 其价格和产量分别为 P_1 和 Q_1 ; 第 2 期 类产品的价格和产量分别为 P_2 和 Q_2 .

3) 产品的回收率为 γ , 第 i 期生产的产品在第 $i+1$ 期回收后可用于再制造, $\gamma \in [0, 1]$.

4) 新制造产品的单位成本为 s , 第 i 期产品在第 $i+1$ 期回收进行再制造, 再制造可以节约的成本是 δs , 即第 $i+1$ 期回收第 i 期产品进行再制造的单位产品成本为 $c = s - \delta s$.

5) 折现率在各期不变, 且折现率为 d 即折现系数为 $1/(1+d)$.

6) 假设消费者对再造产品愿意支付的价格是新产品的 δ 倍 (δ 是消费者的偏好系数). 一般而言, 消费者对再造产品愿意支付的价格不会超过新产品, 所以 $0 < \delta \leq 1$.

1.2 需求函数

市场细分文献中经常用到均匀分布函数来代表消费者的消费意愿^[12], 即假设消费者为新产品愿意支付的价格 φ 服从 $[0, Q_0]$ 均匀分布, 则该消费者为再造产品愿意支付的价格为 $\delta\varphi$. 消费者购买产品的净效用为其愿意支付价格与实际购买价格之差, 分别用 $U(N)$ 表示消费者购买新产品的净效用, 用 $U(R)$ 表示消费者购买再造产品的净效用, 则 $U(N) = \varphi - P_N$, $U(R) = \delta\varphi - P_R$. 每期的消费者面临 3 种购买抉择: 购买新生产成品 N , 购买再制造产品 R 或者两者均不购买 X 如图 1 所示.

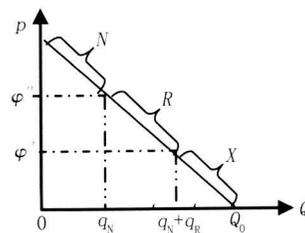


图 1 消费者购买决策

Fig 1 Consumer purchasing decision making

只有在消费者获得的净效用大于 0 时才会购买产品, 所以购买新产品的消费者的心理价位一定要超过 P_N , 而心理价位介于 P_N 和 P_R 之间的消费者会购买再制造产品, 心里价位小于 P_R 的消费者

什么都不会购买. 当消费者采取 N 决策时, φ 的最低值为 $\varphi'' = Q - q$, 此时消费者正处在 N 决策与 R 决策的临界点上, 于是 φ'' 处 N 决策的净效用 $U(N) = (Q - q) - R$, R 决策的净效用 $U(R) = \delta(Q - q) - R$, 此时两种决策的净效用相等, 则有

$$(Q - q) - R = \delta(Q - q) - R$$

另当消费者采用 R 决策时, φ 的最低值为 $\varphi' = Q - q - q$, 此时正处在 R 决策和 X 决策的临界点上, 同理 φ' 处 R 决策的净效用为 $U(R) = \delta(Q - q - q) - R$, X 决策的净效用 $U(X) = 0$ 两种决策的净效用也相等, 即有

$$\delta(Q - q - q) - R = 0$$

联立得消费者对新产品和再造产品的需求函数为

$$\begin{aligned} R &= \delta(Q - q - q) \\ R &= Q - q - \delta q \end{aligned} \quad (1)$$

即有偏好需求情况下, 消费者对新产品和再造商品的支付意愿有所不同, 厂商区别定价.

2 利润最大化生产决策模型

2.1 两期利润最大化的生产决策模型

第 1 期中, 只有新的产品生产销售, $(P - c)q$ 代表生产商的第 1 期的收益. 在第 2 期, 生产商要做出决策如何进行再制造和新制造的产量分配, $(P_N - c)q_N$ 代表第 2 期新制造产品的利润; 第 2 期回收第 1 期产品进行再制造, 其单位产品成本为 $c - \delta$ (包括回收成本和再制造生产成本等), 则 $(P_R - c + \delta)q_R$ 代表第 2 期再制造的利润. 生产商在有偏好市场两期内的利润最大化模型为

$$\begin{aligned} \max_{q, q_N, q_R} & (P - c)q + \\ & \frac{1}{1+d} [(P_N - c)q_N + (P_R - c + \delta)q_R] \\ \text{s.t.} & \gamma q \geq q_R \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} q_N &\geq 0 \\ P &= Q - q \\ P_N &= Q - q_N - \delta q_R \\ P_R &= \alpha Q - q_N - q_R \end{aligned}$$

式中, $\gamma q \geq q_R$ 代表着生产商第 2 期再造产品的产量不能超过第 1 期生产产量乘以回收率.

2.2 无限期利润最大化的生产决策模型

由于厂商在进行最优化决策时具有前瞻性,

在第 1 期决策时就要优化多期的利润之和, 所以研究有偏好市场中无限期模型的再制造经济优化就十分具有现实意义. 为了便于讨论, 本文采用 Ferre 和 Swan inathah^[11] 的假设, 厂商在第 2 期和后面的各期内采用的是相同的生产策略和价格策略, 即 $P_N = P_N = \dots = P$, $P_R = P_R = \dots = P$, $q_N = q_N = \dots = q$. 引入折现率 d (影响着多期利润的折现), 厂商优化各期利润总和的折现值, 构建无限期厂商利润最大化模型

$$\begin{aligned} \max_{q, q_N, q_R} & (P - c)q + \\ & \frac{1}{1+d} [(P_N - c)q_N + (P_R - c + \delta)q_R] \\ \text{s.t.} & \gamma q \geq q_R \\ & \gamma(q + q_R) \geq q \\ & P = Q - q \\ & P_N = Q - q_N - \delta q_R \\ & P_R = \alpha Q - q_N - q_R \end{aligned} \quad (3)$$

式中, 第 1 期只有新的产品生产销售, $(P - c)q$ 代表厂商的第 1 期收益; 在第 2 期以及后续的各期中, 厂商做出相同的决策, 厂商可以决定是否全部再制造前期回收的产品, 也可以决定是否生产新的产品以及生产量. 由于第 2 期以后的各期决策相同, 则年金流入相同, 这里乘以折现系数. 约束条件中, $\gamma q \geq q_R$ 代表着厂商第 2 期再造产品的产量不能超过第 1 期生产产量乘以回收率; $\gamma(q + q_R) \geq q$ 代表着厂商在今后各期中再造产品的数量不能超过回收率乘前一期产量之和 (新生产产品和再造产品的产量).

2.3 求解带不等式约束的最优化问题

采用拉格朗日定理及库恩—塔克定理, 解决带有不等式约束的最优化问题.

1) 两期模型构建拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(q, q_N, q_R, \lambda_1, \lambda_2) &= (Q - q - c)q + \\ & \frac{1}{1+d} [(Q - q_N - \delta q_R - c)q_N + \\ & (c + \delta)q_R] + \lambda_1(\gamma q - q_R) + \lambda_2 q_N \end{aligned}$$

求其一阶偏导数, 并令它们为 0 则有

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q} &= Q - 2q - c + \lambda_1 \gamma = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial q_N} &= \frac{1}{1+d} [Q - 2q_N - 2\delta q_R - c + \lambda_2] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_R} = \frac{1}{1+d} [\delta Q - 2\delta q_N - 2\delta q_R - c + \gamma] - \lambda_1 = 0$$

$$\lambda_1 (\gamma q - q_R) = 0$$

$$\lambda_2 q_N = 0$$

解式(4)即可以求解生产商两期生产的最优产量策略和定价策略。

2) 无限期模型构建拉格朗日函数为

$$L(q, q_N, q_R, \lambda_1, \lambda_2) = (Q - q - \gamma q +$$

$$\frac{1}{d} [(Q - q - \delta q - \gamma q + (\delta Q - \delta q - \delta q - c + \gamma) q] + \lambda_1 (\gamma q - q_R) + \lambda_2 (\gamma q_N + \gamma q_R - q)$$

求其一阶偏导数, 并令它们为零, 则有

$$\frac{\partial L}{\partial q} = Q - 2q - c + \lambda_1 \gamma = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_N} = \frac{1}{d} (Q - 2q_N - 2\delta q - \gamma + \lambda_2 \gamma) = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_R} = \frac{1}{d} (\delta Q - 2\delta q - 2\delta q - c + \gamma) - \lambda_1 - (1-\gamma)\lambda_2 = 0$$

$$\lambda_1 (\gamma q - q_R) = 0$$

$$\lambda_2 (\gamma q_N + \gamma q_R - q) = 0$$

解式(5)即可以求解生产商无限期生产的最优产量策略和定价策略。

3 两期模型的最优生产策略

3.1 最优产量策略

情况 1 当 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ 时, 生产商第 2 期将所有回收的产品进行再制造, 但不生产新产品. 此时要求 $\xi \geq \xi_A$, 其中

$$\xi_A = \frac{(1+d)(1-\delta)(Q-c)}{\delta^2} + (1-\gamma)Q$$

当 $\xi \geq \xi_A$ 时, 生产商在第 1 期内生产的最优数量

$$q = \frac{(1+d+\delta)Q - (1+d+\gamma)c + \gamma s}{2(1+d+\delta^2)}$$

第 2 期将再制造所有回收的产品, 产量为

$$q_R = \frac{\gamma(1+d+\delta)Q - \gamma(1+d+\gamma)c + \gamma^2 s}{2(1+d+\delta^2)}$$

且第 2 期不再生产新的产品, 即 $q_N = 0$

情况 2 当 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0$ 时, 生产商第 2 期

将所有回收产品进行再制造, 且还要生产新产品. 此时要求 $q_N \geq 0$ 且 $\xi \leq \xi < \xi_A$, 其中

$$\xi = (1-\delta)(\delta Q + c - \delta \gamma s)$$

当 $\xi \leq \xi < \xi_A$ 时, 生产商第 1 期生产的最优数量

$$q = \frac{(1+d)Q - (1+d+\gamma-\gamma\delta)c + \gamma s}{2[\delta^2(1-\delta) + 1+d]}$$

第 2 期内生产新产品的数量为

$$q_N = \frac{(1+d-\gamma\delta-\gamma\delta\delta)(Q-c) + \delta^2(1-\delta)Q - \delta^2 s}{2[\delta^2(1-\delta) + 1+d]}$$

第 2 期再制造全部回收品的数量为

$$q_R = \gamma q = \frac{\gamma(1+d)Q - \gamma(1+d+\gamma-\gamma\delta)c + \gamma^2 s}{2[\delta^2(1-\delta) + 1+d]}$$

情况 3 当 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0$ 时, 生产商第 2 期不会全部再制造第 1 期的回收产品, 但还生产新产品. 此时需要满足 $q_R \leq \gamma q, q_N \geq 0, q_R \geq 0$ 且 $\xi < \xi < \xi_A$, 其中, $\xi = (1-\delta)c$

当 $\xi < \xi < \xi_A$ 时, 生产商在第 1 期内生产的最优数量

$$q = \frac{Q-c}{2}$$

第 2 期不会全部再制造回收的产品, 再制造量为

$$q_R = \frac{s - (1-\delta)c}{2\delta(1-\delta)}$$

但在第 2 期还会生产新产品, 产量为

$$q_N = \frac{(1-\delta)Q - s}{2(1-\delta)}$$

情况 4 当 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 > 0$ 时, 生产商第 2 期不会全部再制造第一期回收的产品, 并且在第 2 期内也不会生产新的产品. 此种情况不存在.

情况 5 生产商不进行再制造, 在第 2 期内生产商只生产新的产品. 此时 $\xi \leq \xi$, 生产商进行再制造不能获得额外的收益, 因此不选择再制造, 即

$$q_R = 0$$

只生产新的产品, 最优产量为

$$q = q_N = \frac{Q-c}{2}$$

综上所述, 可得到如下结论.

结论 1 在消费者的有偏好需求下, 存在再制造成本节约的临界点 ξ_A, ξ, ξ (它们的取值

一定会小于等于新制造产品的单位成本，即还需要投入 $c - \delta q$ 的成本完成回收产品的再制造。当 $\delta \geq \delta^*$ 时，生产商第 2 期再制造全部的第 1 期回收的产品，且第 2 期不生产新的产品；当 $\delta^* \leq \delta < \delta^*$ 时，生产商在第 2 期再制造第 1 期回收的全部产品，且生产新的产品；当 $\delta < \delta^*$ 时，生产商不会全部再制造第 1 期回收的产品，并且在第 2 期

内还会生产新的产品；当 $\delta \leq \delta^*$ 时，生产商第 2 期不会选择再制造生产，而选择只生产新的产品。

3.2 最优定价策略

结论 2 在有偏好的市场需求情况下，存在再制造情况时，生产商无论在第 1 期还是在第 2 期对新产品及再造产品确定的价格都不会高于不可以再制造时生产商的市场定价。理由如下。

1) 当 $\delta \geq \delta^*$ 时

$$p = Q - q = \frac{Q + c}{2} - \gamma \frac{\alpha(1-\gamma)Q + (\delta\gamma - 1)c + s}{2(1+d+\delta^2)}$$

因为 $\delta \geq \delta^*$ ，所以有 $\alpha(1-\gamma)Q + (\delta\gamma - 1)c + s \geq \frac{[\delta^2(1-\delta) + (1+d)(1-\delta\gamma)](Q - \delta)}{\delta^2} \geq 0$ 即

$$p \leq \frac{Q + c}{2} \text{ 成立。}$$

$$p_R = Q - \delta q_R = \frac{Q + c}{2} + \frac{(1+d+\delta^2 - \delta\gamma - \delta\gamma d - \delta^3\gamma^2)Q - (1-\delta\gamma)(1+d)c - \delta^2 s}{2(1+d+\delta^2)}$$

因为 $\delta \geq \delta^*$ ，所以有 $(1+d)(1-\delta\gamma)(Q - \delta) + \delta^2(1-\delta)Q - \delta^2 \leq 0$ 即 $p_R \leq \frac{Q + c}{2}$ 成立。

2) 当 $\delta^* \leq \delta < \delta^*$ 时

$$p = Q - q = \frac{Q + c}{2} - \frac{\delta^2(1-\delta)Q - \gamma(1-\delta)(1-\delta\gamma) + \gamma s}{2[\delta^2(1-\delta) + 1 + d]}$$

因为 $\delta \geq \delta^*$ ，而 $\delta^* = (1-\delta)(\gamma\alpha + c - \gamma\delta\delta)$ 则有 $\gamma \geq \gamma^2\alpha(1-\delta)Q + \gamma(1-\delta)(1-\gamma\delta)$ ，故 $p \leq \frac{Q + c}{2}$ 成立。

$$p_N = Q - \frac{(1+d-\delta-\delta\gamma d + \delta^2 - \delta^3\gamma^2)Q - (1+d-\gamma\delta-\gamma\delta d)c - \delta^2 s}{2[\delta^2(1-\delta) + 1 + d]} - \frac{\gamma(1+d)Q - \gamma(1+d-\gamma-\gamma\delta)c + \gamma^2 s}{2[\delta^2(1-\delta) + 1 + d]}$$

$$= \frac{Q + c}{2}$$

$$p_R \leq p_N = \frac{Q + c}{2}, \text{ 当 } \delta = 1 \text{ 时取等号。}$$

3) 当 $\delta < \delta^*$ 时

$$p = Q - q = \frac{Q + c}{2},$$

$$p_R = \alpha(Q - q - q) = \frac{\alpha Q + c - s}{2} < \frac{Q + c}{2}$$

$$p_N = \frac{Q + c}{2}$$

将回收的第 1 期产品全部进行再制造，且后续期也将回收产品全部再制造。此时生产商决策需满足 $\delta \geq \delta^*$ ，其中

$$\delta^* = \frac{(1-\delta)[(d+\gamma\delta)Q + (1-\gamma-d)q]}{1-\gamma+\delta\gamma}$$

当 $\delta \geq \delta^*$ 时， $\gamma q = q - \gamma(q + q) = q$ 厂商第 1 期的最优产量为

$$q = \frac{(1+d-\gamma+\gamma\delta)Q - (1+d)c + \gamma s}{2[(1-\gamma)(1-\gamma+\delta\gamma) + \delta + d]}$$

第 2 期及后续期将所有回收前期的产品再制造量为

$$q_R = \gamma \frac{(1+d-\gamma+\gamma\delta)Q - (1+d)c + \gamma s}{2[(1-\gamma)(1-\gamma+\delta\gamma) + \delta + d]}$$

4 无限期模型的最优生产策略

4.1 最优产量策略

情况 1 当 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ 时，生产商第 2 期

同时还要在第 2 期及后续期生产新产品, 其数量为

$$Q_1 = (1-\gamma) \times \frac{(1+d-\gamma+\gamma\delta)Q - (1+d)c + \gamma s}{2[(1-\gamma)(1-\gamma+\delta\gamma) + \delta\gamma + d]}$$

情况 2 当 $\lambda_1 > 0$ $\lambda_2 = 0$ 时, 生产商第 2 期将回收的第 1 期产品全部再制造, 后续期将回收前期出售的产品部分进行再制造. 厂商决策需满足 $\xi^* \leq \xi < \xi^{**}$. 其中

$$\xi^* = (1-\delta)(\gamma\delta Q + c - \gamma\delta\gamma).$$

当 $\xi^* \leq \xi < \xi^{**}$ 时, $\gamma q - Q_k = 0$ $\gamma(Q_1 + Q_k) > Q_k$ 生产商第 1 期的最优产量为

$$q = \frac{dQ + (\delta - \gamma - d)c + \gamma s}{2(d + \gamma^2\delta - \gamma^2\delta)}$$

第 2 期将回收第 1 期所生产的产品进行再制造, 产量为

$$Q_k = \gamma q = \frac{d\gamma Q + \gamma(\delta - \gamma - d)c + \gamma^2 s}{2(d + \gamma^2\delta - \gamma^2\delta)}$$

同时, 第 2 期还需要生产新的产品, 数量为

$$Q_1 = \frac{(d - d\delta + \gamma^2\delta - \gamma^2\delta)Q - (d - d\delta)c - \delta^2 s}{2(d + \gamma^2\delta - \gamma^2\delta)}$$

后续期生产的再造产品的数量与第 2 期生产的再造品量相同; 且后续期依然要生产新的产品, 其数量也与第 2 期新的产品产量相同.

情况 3 当 $\lambda_1 = 0$ $\lambda_2 = 0$ 时, 生产商第 2 期将回收的第 1 期产品部分进行再制造, 后续期将回收前期出售的产品部分进行再制造. 此时需满足 $\xi < \xi < \xi^*$, 其中, $\xi = (1-\delta)c$

当 $\xi < \xi < \xi^*$ 时, $\gamma q > Q_k$ $\gamma(Q_1 + Q_k) > Q_k$ 生产商第 1 期生产新的产品的最优产量为

$$q = (Q - c) / 2$$

后续期再制造的最优产量为

$$Q_k = \frac{-(1-\delta)c + s}{2\delta(1-\delta)}$$

即后续期将回收前期出售的产品, 但只有部分用来再制造; 后续期生产新的产品的产量为

$$Q_1 = \frac{Q - \delta Q - s}{2\delta(1-\delta)}$$

情况 4 当 $\lambda_1 = 0$ $\lambda_2 > 0$ 时, 生产商第 2 期将回收的第 1 期产品部分进行再制造, 后续期将回收前期出售的产品全部用来再制造. 这种情况

不存在.

情况 5 生产商不进行再制造, 在第 2 期及后续期内都只生产新的产品. 此时生产商进行再制造不能获得额外收益, 不会选择再制造而只生产新的产品. 此 $\xi \leq \xi$ 时, 第 1 期和以后各期新的产品的最优生产量

$$q = Q_k = \frac{Q - c}{2}$$

且各期回收产品的再制造量 $Q_k = 0$

结论 3 在消费者有偏好需求下, 存在再制造成本节约的临界点 ξ^{**} , ξ^* , ξ (它们的取值同样小于等于新产品的单位生产成本 c). 当 $\xi \geq \xi^{**}$ 时, 生产商第 2 期再制造回收的第 1 期全部产品, 并且后续期也将回收的产品全部用来再制造; 当 $\xi^* \leq \xi < \xi^{**}$ 时, 第 2 期再制造回收的第 1 期全部产品, 后续期将回收前期出售的产品部分用来再制造; 当 $\xi < \xi^* \leq \xi^*$ 时, 第 2 期再制造回收的第 1 期的部分产品, 后续期将回收前期出售的产品同样只有部分用来再制造; 当 $\xi \leq \xi$ 时, 在任何期生产商都不会选择再制造而只生产新的产品. 因此生产商可以根据实践中再制造成本节约的具体数值与 ξ 的临界值进行比较, 选择最优的制造策略.

4.2 最优定价策略

结论 4 在有偏好的市场需求情况下存在再制造情况时, 生产商无论在第 1 期还是在第 2 期对新的产品及再造产品确定的价格都不会高于不进行再制造时厂商的市场定价. 理由如下.

1) 当 $\xi \geq \xi^{**}$ 时, 由

$$\xi \geq \xi^{**} = \frac{(1-\delta)[(d+\gamma\delta)Q + (1-\gamma-d)q]}{(1-\gamma+\delta\gamma)}$$

有 $R \leq P \leq R \leq \frac{Q+c}{2}$, 且

$$R_1 = \frac{Q+c}{2} -$$

$$\frac{\gamma(1-\gamma+\delta\gamma)s - \gamma(1-\delta)[(d+\gamma\delta)Q + (1-d-\gamma)q]}{2[(1-\gamma)(1-\gamma+\delta\gamma) + \delta\gamma + d]}$$

2) 当 $\xi^* \leq \xi < \xi^{**}$ 时, 因为

$$\xi \geq \xi^* = \gamma\delta(1-\delta)Q + (1-\delta)(1-\gamma\delta)c$$

有 $-\gamma\delta(1-\delta) - (1-\delta)(1-\gamma\delta)c + \xi \geq 0$ 所以

$$P_1 = \frac{Q+c}{2} -$$

$$\frac{\gamma - \gamma\delta(1-\delta) - (1-\delta)(1-\gamma\delta)c + s}{2(d + \gamma^2\delta - \gamma^2\delta)}$$

$$\leq \frac{Q + c}{2}$$

$$R \leq R = \frac{Q + c}{2}$$

3) 当 $\xi^* < \xi < \xi^*$ 时

$$p = Q - q = \frac{Q + c}{2}$$

$$R = \alpha Q - q - r = \frac{\delta Q + c - s}{2}$$

因为 $\xi > \xi^* = (1 - \delta)$, 所以

$$\frac{\delta Q + c - s}{2} \leq \frac{\alpha Q + c}{2} \leq \frac{Q + c}{2}$$

$$R = \frac{Q + c}{2}$$

5 再制造成本节约的算例分析

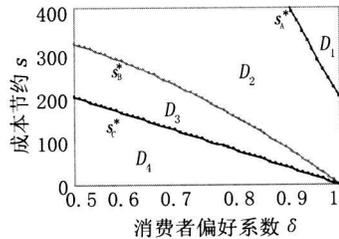
目前, 计算机、手机、复印机、一次性相机、汽车发动机、医疗设备等众多企业从事再制造生产. 为了了解消费者需求偏好和再制造成本节约对厂商生产策略和利润的影响, 下面进行数据模拟分析. 选取数据: 市场容量 $Q = 1000$ 新的产品生产成本 $c = 400$ 回收率 $\gamma = 0.8$ 折现率 $d = 7\%$.

5.1 消费者偏好与成本节约的关系

从 3.1 节和 4.1 节最优生产策略可知: 成本节约的临界值与市场容量及生产新的产品的成本具有线性关联; 同时, 消费者偏好系数 δ 对各成本节约的临界值起着至关重要的作用. 为了直观, 图 2 给出了在有偏好市场模型中, 消费者偏好系数对成本节约临界值的影响模拟.

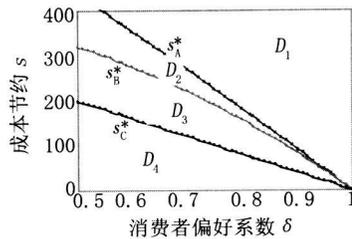
由图 2(二期模型)可知, 当消费者偏好小于 0.9 时, 生产商在第 2 期一定会生产新的产品, 因为 $\xi \geq \xi^*$ 是不可能存在的. D_4 区域, 生产商只生产新的产品, 不会进行再制造生产, 但随着消费者偏好的增加, D_4 区域越来越小. D_3 区域, 生产商只会部分再制造回收的产品, 同时生产新的产品. D_2 区域, 生产商会全部再制造回收的产品, 同时也会有新的产品生产, 这种情况发生的机率较大. D_1 区域, 生产商会全部再制造回收的产品, 并且不再生产新的产品, 当消费者偏好接近 1 时, 这种情况发生的机会相应增大. 例如, 当某再制造产品的成本节约值在 200 而市场对该产品的再制造

产品偏好系数在 0.65 时, 即在 D_3 区域, 生产商只会部分再制造回收的产品. 此时政府可以为购买再制造产品的消费者提供补贴等手段来提高消费者的偏好系数, 从而影响再制造比例. 譬如将偏好系数提高到 0.8 则到 D_2 区域, 生产商会全部再制造回收的产品.



(a) 两期模型

(a) Two-period model



(b) 无限期模型

(b) Infinite horizon model

图 2 消费者偏好系数对成本节约临界值的影响

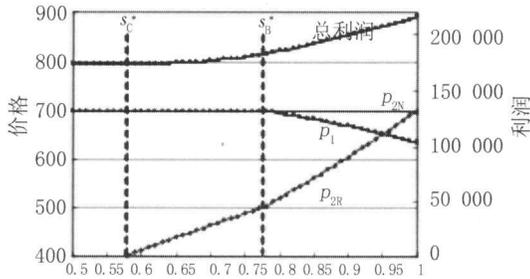
Fig. 2 The impact of consumer preferences coefficient on cost savings threshold

图 2(无限期模型)说明, 当消费者偏好接近 1 时, 生产商在后续期内会再制造所有的回收产品. D_1 区域, 生产商将回收的产品全部用来再制造, 且随着消费者偏好的增加, 发生的可能性越来越大. 模拟案例中, 再制造成本若比新的产品的生产成本节约 200 那么当消费者偏好大于 0.78 时, 就会选择全部再制造回收产品, 同时也会生产部分新的产品来弥补再制造未满足的空缺. D_2 区域, 生产商第 2 期再制造全部回收的第 1 期产品, 后续期将回收前期出售的部分产品用来再制造, 当再制造成本节约较小时, 这种情况发生机率很小. D_3 区域, 回收前期的产品中, 部分用来进行再制造, 当消费者的偏好系数较小且再制造成本节约较大时, 这种情况容易发生. D_4 区域, 只生产新的产品, 而不再制造生产, 当再制造成本节约较小时, 生产商再制造不会获益, 这种情况发生的机会也较大. 同样, 政府可以通过影响消费者偏好系数

来影响成本节约的临界值, 进而影响厂商的再制造决策产量.

5.2 消费者偏好对价格的影响分析

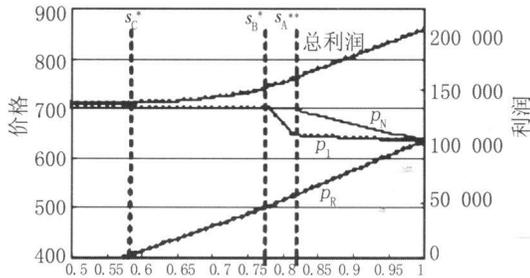
选取再制造成本节约 $s=170$ 考察在不同的消费者偏好系数下, 生产商决定的最优价格策略.



消费者偏好系数 δ

(a) 两期模型

(a) Two-period model



消费者偏好系数 δ

(b) 无限期模型

(b) Infinite horizon model

图 3 消费者偏好系数与生产商的产品价格及利润的关系

Fig. 3 Price and profit with varying consumer preferences coefficient

由图 3(二期模型)可知, 1)当 $\delta \leq \delta_c^*$ 时, 生产商在第 2 期不会生产再造产品, 所以在这段区域内没有 p_{2R} 的数值. 2)第 1 期和第 2 期新的产品价格均为 700 . 3)存在再制造情形下生产商的产品定价都不会超过不存在再制造情形下的定价. 4)当消费者偏好 δ 等于 1 时, 第 2 期内生产商出售的新产品和再造产品的市场价格是相等的. 此时, 生产商为使两期利润最大化, 会降低第 1 期的新的产品价格, 扩大第 1 期的产量, 使得第 2 期再造产品收益更高. 5)在存在再制造的情况下生产商的利润逐渐增加, 比没有再制造的情况下的总利润要大. 6)随着消费者偏好系数的增加, 生产商的总利润会呈现递增的趋势增大, 所以企业也有动力通过改进再制造产品质量、提供与新的产品相同的或者更长的保质期来增加消费者的偏好系数.

由图 3(无限期模型)可以清晰看出, 1)在有偏好的市场需求情况下, 存在再制造情况时, 生产商无论在第 1 期还是在第 2 期, 确定的新的产品及再造产品价格都不会高于不可以再制造时生产商的市场定价 ($Q + \gamma/2 = 700$). 2)当消费者对再造产品和新的产品的偏好相同 (即 $\delta = 1$) 时, 生产商在第 1 期、第 2 期中给新的产品和再造产品的定价相同, 但是小于不存在再制造情况下的价格 700 . 其中主要的原因之一是当再制造成本节约 s 大到一定的值时, 生产商为了获得更多的再制造利润, 会在第 1 期生产更多的新的产品, 以便后续期可以回收更多的产品进行再制造; 另一个主因是再制造生产可以节约成本, 使得生产商在定价时会让出一部分给消费者. 3)生产商的利润随着消费者偏好的增加而逐渐增加, 企业同样有动力增加消费者对再制造产品的偏好系数.

总之, 当消费者偏好系数较高时, 生产商通过加大宣传力度、提供和新的产品相同的售后服务、相同或更长的保修期等手段, 使得消费者对再造产品的偏见逐渐缩小, 从而获得更高的收益.

5.3 再制造成本节约 s 与产量拟合

不同产品或零件的再制造成本节约相对于新的产品生产成本的节约比例并不相同, 下面直观模拟不同再制造成本节约 s 对应的优化生产策略和厂商利润. 对于图 2 数据, 经计算二期模型的再制造成本节约临界值: $s_c^* = 80$, $s_b^* = 156.8$. 但 $s \geq s_a^*$ 的情形不会发生. 为了较完整地将再制造成本节约与产量及利润关系的 4 种情况直观地进行展示, 所以增加消费者偏好系数, 另取一组数据 ($Q=1000, c=450, \gamma=0.8, \delta=0.95, d=7\%$), 计算二期模型的再制造成本节约临界值为 $s_c^* = 20$, $s_b^* = 42.8$, $s_a^* = 303.4$. 无限期模型仍用图 2 数据, 计算再制造成本节约临界值: $s_a^* = 181.4$, $s_b^* = 156.8$, $s_c^* = 80$.

从图 4(两期模型)可以直观看出: 1)生产商的优化生产策略在 s_c^* 、 s_b^* 、 s_a^* 处是连续的. 2)生产商进行再制造生产时的利润比不存在再制造生产时高. 3)当 $s \leq s_c^*$ 时, 生产商不进行再制造, 在两期内均只生产新的产品. 4)在 $s_c^* < s < s_b^*$ 时, 生产商第 1 期内的产量 q 相对 $s \leq s_c^*$ 时不变, 但是第 2 期开始进行产品再制造的数量为 q_{2R} 且随

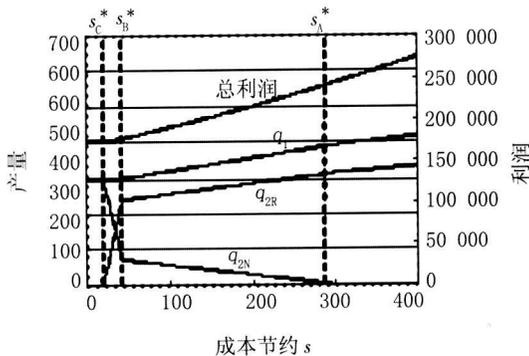
着再制造成本节约的增加,再造产品生产的比例也逐渐增加. 5)当 $s \leq s_c$ 时,生产商会再制造全部回收的第1期产品,但是同时还继续生产新的产品,只是数量 q_N 随着再制造成本节约 s 的增加而减少. 6)当 $s \geq s_A$ 时,生产商第2期不生产新的产品,即 $q_N = 0$ 而是全部再制造回收的第1期产品. 7)由于存在再制造,生产商对新的产品和再造产品的定价均不会超过不存在再制造情况下的产品定价.

产商第1期的生产量开始增加,并且在第2期将所有回收第1期的产品进行再制造,后续期会不断生产新的产品来弥补市场消耗不能回收的产品. 5)在 $s \geq s_A^*$ 区间里,生产商第2期将所有回收的第1期的产品进行再制造,并且后续期也将回收的产品全部用来再制造. 6)生产商第1期生产的产品数量将会随着再制造成本节约的增加而增加. 7)在 s_A^* 处,生产商在后续期内生产新的产品的数量应该是最小的,其后续期内新的产品的生产量随着 s 的增加会略有增加. 8)生产商在各成本节约临界值 s 处的策略是连续的. 9)生产商的利润会比没有再制造生产时的利润多,且随着再制造成本节约的增加,生产商获得的超额利润会越多,生产商有驱动力通过改进再制造技术等方式节约更多的再制造成本.

总之,存在再制造时,消费者可以以更低的价格购买到质量相同的产品,所以生产商的福利和消费者的福利都等于或高于不存在再制造时的福利.

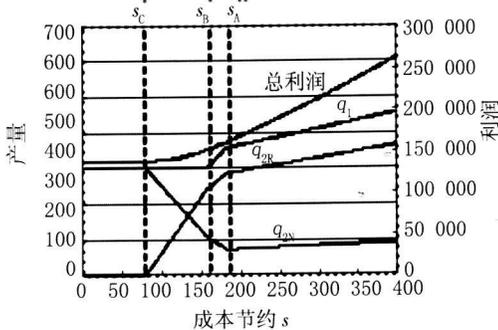
6 结束语

首先,生产商的新的产品定价和再造产品定价均不会超过不存在再制造情况下的产品定价;由于销量随着价格的降低而相应增加,生产商为了使得后期生产更多再制造产品而获更多超额利润,会选择在第1期(处于产品市场生命周期的投入期)采取价格打折促销策略,开发潜在的市场需求,迅速提升市场占有率,以提高第1期的产量,使得后期能够有更多的产品回收再制造. 其次,在有偏好市场中,消费者偏好系数 α 对各成本节约临界值 s 价格和生产商利润有着密切的影响. 当消费者对再制造产品的偏好系数较低时,生产商通过加大宣传力度、提供与新的产品相同的售后服务、相同或更长的保修期等手段,使得消费者对再造产品的偏见逐渐缩小,从而获得更高的收益,政府同样可以通过政策导向来影响消费者偏好系数,进而利用市场机制影响再制造的比率. 第三,生产商在各成本节约临界值 s 处的策略是连续的,其利润会比没有再制造生产时的利润多. 不但可以通过影响消费者偏好来增加利润,还可以通过技术改进等方式影响再制造成本节约值 s 来获利.



(a) 两期模型

(a) Two-period model



(b) 无限期模型

(b) Infinite horizon model

图4 再制造成本节约与生产商的产量及利润的关系

Fig 4 Production decision and profit with varying cost saving threshold

由图4(无限期模型)可知: 1)当 $s \leq s_c$ 时,生产商都不会进行回收产品的再制造. 2)当 $s_c < s < s_b$ 时,第1期生产的新产品保持不变,依然是 $(Q - \alpha)/2$ 但这段区域内将会进行产品的再制造;且随着再制造成本节约值的增加,生产商对回收产品进行再制造的比例越来越大,后续期生产的新产品数量越来越小. 3)当达到 s_b 时,生产商会将所有回收的前期产品进行再制造. 4)在 $s_b \leq s < s_A^*$ 区域里,为了获得超额的利润,生

参考文献:

- [1] Ayres R, Ferrer G, Van Leynseele T. Eco-efficiency, asset recovery and remanufacturing [J]. *Europe Management Journal*, 1997, 15(5): 557—574
- [2] Guide V, Souza J, Wassenhove L, et al. Time value of commercial product returns [J]. *Management Science*, 2006, 52(8): 1200—1214
- [3] GeYer R, Wassenhove L, Atasu A. The economics of remanufacturing under limited component durability and finite product life cycles [J]. *Management Science*, 2007, 53(1): 88—100
- [4] Giutini R, Gaudette K. Remanufacturing: The next great opportunity for boosting US productivity [J]. *Business Horizons*, 2003, 46(6): 41—48
- [5] Laurens G, Debo Beril Toktay L, et al. Market segmentation and product technology selection for remanufacturable products [J]. *Management Science*, 2005, 51(8): 1193—1206
- [6] 易余胤. 具竞争零售商的再制造闭环供应链模型研究 [J]. *管理科学学报*, 2009, 12(6): 45—54
Yi Yu Yin. Closed-loop supply chain game models with product remanufacturing in a duopoly retailer channel [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(6): 45—54 (in Chinese)
- [7] 黄祖庆, 达庆利. 直线型再制造供应链决策结构的效率分析 [J]. *管理科学学报*, 2006, 9(4): 51—56
Huang Zuqing, Daqingli. Study on efficiency of serial supply chain with remanufacturing [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2006, 9(4): 51—56 (in Chinese)
- [8] Majumder P, Groenevelt H. Competition in remanufacturing [J]. *Production and Operations Management*, 2001, 10(2): 125—141
- [9] Inderfuth K. Optimal policies in hybrid manufacturing/remanufacturing systems with product substitution [J]. *International Journal of Production Economics*, 2004, 90(3): 325—343
- [10] Ferguson M E, Toktay L B. The effect of competition on recovery strategies [J]. *Production and Operations Management*, 2006, 15(3): 351—369
- [11] Ferrer G, Swan Nathan J M. Managing new and remanufactured products [J]. *Management Science*, 2006, 52(1): 15—27
- [12] Hotelling H. Stability in competition [J]. *Economic Journal*, 1929, 39(153): 41—57

Optimal production decision model of the manufacturing/remanufacturing system in the heterogeneous market

XIE Jia-ping, WANG Shuang

School of International Business Administration, Shanghai University of Finance & Economics, Shanghai 200433, China

Abstract: As many consumers value remanufactured products less than new products, we introduce a market that consists of heterogeneous consumers as well as demand function with preferences. We derive the optimal quantities and prices, and characterize the optimality conditions for a monopolist in a two period model and an infinite horizon model. In addition, we use numerical experiments for the economic optimization model of remanufacturing and explore the influences of consumer preference coefficient on manufacturer's profits, cost savings threshold and product price. Among other results, we provide some instructive suggestions towards manufacturer's production decision and how to affect consumer preferences.

Key words: remanufacturing; production decision; heterogeneous market; economic optimization