多物品网上拍卖的最优设计①

王　宏
(东南大学经济管理学院，南京 210096)

摘要：考虑网上拍卖与传统拍卖相比的特性，包括竞标者随机到达，末尾抢标效应，拍卖平台的存在和收费，以及多物品多批次，系统地研究多物品网上拍卖中的一些重要问题. 结果表明，竞标者估值离差越大的商品越适合通过拍卖来进行销售，但前提是网络用户基础必须要达到一定规模；在统一分析框架下，分别求解了卖者最优的公开保留价格和隐藏保留价格，并证明了隐藏保留价格能给卖者带来更多的期望利润；在考虑到拍卖平台和卖者目标不一致的条件下，研究表明降低陈列费增加佣金比例的同时缩短拍卖的持续时间有利于设计出激励相容的最优拍卖机制；由于在一次拍卖中拍卖的物品数量并非越多越好，分别在单批次和多批次拍卖下求解了卖者在单批次中应该拍卖的最优批量.

关键词：网上拍卖；网络用户基础；保留价格
中图分类号：F062.9　　文献标识码：A　　文章编号：1007 -9807(2011)12 -0001 -16

0　引　言

尽管对最优拍卖的规范性研究极大地丰富和发展了传统离线最优拍卖理论，但是，近几年来随着电子商务的蓬勃发展，网上拍卖开始兴起，传统离线最优拍卖理论的许多假设，如竞标者数量固定、不考虑平台收费、拍卖物品数量固定等，开始受到网上拍卖实践的巨大挑战.

传统拍卖设计强调拍卖机制本身，主要以竞标者的价值如何被揭示、物品如何被分配、最优保留价格(public reserve price)的设定、怎样获得最大期望收益为特点，并且物品的分配标准仅仅基于竞标者的竞标值. 相比较而言，在网上拍卖中除了要考虑传统拍卖设计的这些特点之外，以下一些参数对于最优拍卖设计也有重要影响：1)竞标者到达率：网上拍卖中竞标者数量不是固定的，竞标者是随机到达拍卖的，其到达率会影响某个阶段竞标的激烈程度；2)最优的叫价增量(bid increment)：卖者可以在拍卖过程的任何时间段设定最低叫价增量，对新报价设定下限. 在 eBay 上的 C2C 拍卖，以及像 Onsale 上的 B2C 拍卖中，卖者使用较低的起拍价作为策略性市场营销工具来吸引网络流量. 此外所有的 B2C 网上拍卖都会设定离散的叫价增量，这是重要的能够影响卖者收益的决策变量[1-2]，这与传统拍卖假设叫价是连续变量有很大的不同；3)起拍价：最低起拍价限制参与者只能在此价格之上开始竞价；4)对固定价格机制(包括明码标价和一口价)与拍卖机制的选择：明码标价是指卖家仅通过网上零售的方式以某个固定价格销售物品，而一口价是指卖家给买家提供一个选择，他可以固定价格直接获得物品也可以通过参与拍卖来赢得物品；5)每次拍卖的持续时间：从现有研究来看拍卖持续时间对于最终拍卖价格的形成有重大影响[3-4]；6)声誉与反馈机制：建立在买家对于卖家反馈基础上的卖家声誉对于卖家的收益有显著影响，并会影响网上拍卖市场的效率.

传统离线最优拍卖理论在网上实践中的不足

① 收稿日期：2009 -11 -30；修订日期：2010 -11 -29.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(71101026).
作者简介：王　宏(1981—)，男，湖北黄梅人，博士，讲师. Email：tonyseu@yahoo.cn

和缺陷，都说明仅仅依靠传统离线最优拍卖理论不足以解决其与网上拍卖实践之间的矛盾. 为了有效解决这种矛盾，最有效的办法就是结合网上拍卖的特性设计出适合网上拍卖的最优机制. 因此，如何寻求到在一定假设条件下考虑尽可能多的决策变量的最优网上拍卖成了目前许多学者关注的热点问题. 现有的相关研究大多是在不同的网上拍卖模型中考虑上面提到的 6 个参数，具体考察了对这些参数的选择及其对于拍卖结果的影响.

Chen 等[5]分别比较分析了在单物品和多物品网上拍卖下，考虑竞标者的随机到达，对于拍卖方的最优保留价格策略，但是并没有对网上拍卖中其他的重要参数进行研究. Caldentey 和 Vulcano[6]主要考虑了在多单位同质物品网上拍卖下，买者以泊松过程到达拍卖且具有单位需求两种情况. 在第 1 种情况下存在另外一个竞争性卖家，该卖家只以明码标价的方式销售物品，而在第 2 种情况下卖者同时通过明码标价和拍卖两个渠道来销售物品. 他们首先分析了买家的策略，即买家是否参与拍卖，一旦参与拍卖将会采取怎样的竞标策略，并证明了在两种情况下存在对称均衡策略. 随后将买家的最优策略嵌入到卖家的最优化问题中，分析了卖家为了实现收益最大，如何选择要在拍卖前宣布的物品库存量，拍卖持续时间以及保留价格. Gallien 和 Gupta[7]在独立私有价值的网上拍卖模型中，考虑对时间敏感的竞标者的泊松到达并将竞标时间内生，主要关注 3 个问题：卖者是如何设定固定的一口价；与永久性一口价相比暂时性一口价的含义②；使用动态一口价的潜在收益. 数值试验的结果表明当所有参与者对时间敏感时，卖者通过引入一口价能够显著地增加其效用，与静态一口价相比较，动态一口价并不具有较大优势. 而且，与暂时性一口价相比较永久性一口价能够使卖者获得更高的期望收益，但是永久性一口价却容易导致末尾抢标行为，而这可能对卖者无益. Anderson 等[8]使用 eBay 上 1 177 个网上拍卖的数据进行了实证分析，考察了卖者不同的策略选择及其影响，这些策略选择包括是否提供一口价的选择③，起拍价的确定以及是否隐藏保留价格 (private resevve price). 结果表明卖者对于拍卖策略的选择不仅取决于卖者自身特性 (包括声誉)和物品特性的差异，而且取决于卖者网上拍卖的经验，拍卖频率较高的零售商有激励去不断调整拍卖策略，拍卖频率较低的卖家宁愿获得稍微低些的收益以避免学习成本. 他们还考察了买者对于卖者的负面评价对卖者声誉，卖者策略选择以及拍卖结果的影响.

Li[9]从理论上分析了网上拍卖的反馈机制 (feedback mechanisms)，提出了卖家根据买家的反馈信息提供折扣的机制，该机制可以增大公正反馈的比例. 进一步证明了高质量和低质量卖家都选择进行这种折扣的混合均衡是存在的，即使他们的真实类型通过反馈得以显示. Lucking-Reiley 等[3]实证分析了 eBay 网站上有收藏价值的硬币进行拍卖的数据，主要得到 3 点结论：1)买家对卖家的等级评定对于拍卖价格有重大影响，而且负面评价对于拍卖价格的影响要比正面评价的影响大得多；2)最低起拍价和保留价格对于最终拍卖价格有积极影响；3)拍卖持续时间越长也会导致更高的拍卖价格.

Bapna 等[4]采用 eBay 拍卖 1 009 个随机样本数据，通过函数数据模型方法 (functional data modelling)研究了网上拍卖价格的动态变化过程. 他们发现额外竞标者到达对价格增加速率的增量影响在拍卖接近尾声时是较小的，卖家较高的等级评定对于价格动态变化有积极影响，但是这种影响在持续时间较长的拍卖中是较弱的. 有意思的是他们还发现当卖者没有经验时价格水平与拍卖持续时间负相关，而当卖者比较有经验时拍卖持续时间越长则价格水平也越高，这尤其在拍卖开始和结束时表现得更加突出. Bapna 等[10]收集拍卖网站 Mega Club 上的拍卖数据，在多次重叠网上拍卖 (multiple overlapping online auction)④的

② 在 eBay 网站，只要当前有报价高于保留价格，一口价的选择将会自动消失，这种一口价被称为暂时性的；而在 Yahoo!， Amazon 以及 uBid 网站 竞标者在整个拍卖的过程中都有机会选择一口价，这种一口价被称为是永久性的.

③ 一口价 (' Buy it Now' /buyout option)给那些风险规避和没有耐心的买者提供了通过支付固定价格来购买物品的机会.

④ 多次重叠拍卖是指同一卖家以重叠的形式同时举行多次拍卖来销售多个同质物品，在这里重叠拍卖 (overlapping auction)是同时拍卖 (simultaneous auctions)的特殊形式因为重叠拍卖具有相同的开始和结束时间.

市场环境下，主要实证考察了不同拍卖机制，重叠程度和之前重叠拍卖中披露的价格信息对于某个给定拍卖价格的影响.

值得一提的是，文献 [11] 和 [12] 都从双边市场的视角对网上拍卖进行了研究. 文献 [11] 通过对 eBay 和 Yahoo 网上拍卖进行田野试验 (field experiment) 的方法，对于平台竞争理论模型中得出的在并存的平台之间价格以及买者和卖者比率应当近似相等这两个结论进行了检验. 结果表明实证结论与理论预测是不一致的，市场是倾斜的 (tipping)，对相同的物品 eBay 上的买家比 Yahoo 上的买家要多支付 20％ – 70％，而且平均而言，eBay 拍卖中每个卖家吸引的买家数量比 Yahoo 拍卖高出 50％. 他们还首次运用田野试验的方法考察了拍卖结束规则和保留价格对于拍卖收益的影响. 文献 [12] 考虑了与传统拍卖相比较网上拍卖的两个特性，即多个竞争性卖家以及买家和卖家之间的交叉网络外部性效应，主要分析了此种情况下卖者如何设定最优保留价格，买者的均衡竞标策略以及各参与方期望收益的变化. 国内的文献 [13] 设计了先拍卖合同再议价谈判的两阶段采购机制，文献 [14] 则对搜索引擎中的关键词拍卖的最优保留价格进行了研究.

综观现有文献可以看到，目前的研究实证居多理论偏少，实证研究要么是利用网上拍卖的一些数据来对传统拍卖理论进行验证，要么就是对网上拍卖参与者行为进行分析并给出解释；理论上，学者们大多停留在对一些影响最优网上拍卖设计因素分析的层面上，对于如何选择合适的决策变量来设计最优网上拍卖的研究还不多见，且大多比较零散，没有形成比较完整的研究体系. 而且更具体来讲，现有研究的缺陷主要有：1) 虽然许多研究都表明网上拍卖中竞标者的末尾抢标效应 (snipping effects)⑤是广为存在的[15-18]，但关于最优拍卖设计的理论研究却忽略了末尾抢标效应的重要影响；2) 没有考虑拍卖物品数量和拍卖批次. 传统拍卖中拍卖的物品数量在拍卖之初就已经固定下来，而在网上拍卖中，卖者可能会根据拍卖价格的变动来增加或者减少拍卖物品数量. 其他条件相同，增加市场中物品的供给将会降低价格，因此批量大小也是拍卖设计中的重要参数. 尤其在多批次拍卖中，对于给定的拍卖的总物品数量，需要考虑应该分几个批次来进行拍卖，以及在不同的批次里拍卖的最优批量 (lot size)⑥；3) 更为重要的是现有的研究没有考虑到买卖双方实际上是基于拍卖网站这个平台进行交易的，平台的收费显然会对网上拍卖设计产生重要影响.

基于现有研究的一些缺陷，本文将竞标者末尾抢标效应嵌入到理论模型中，考虑拍卖平台收费问题，分析了拍卖物品数量和拍卖批次，通过更一般化的模型对多物品网上拍卖的最优设计进行探讨. 本文主要研究的问题有：

1) 竞标者对物品的估值离差对于拍卖中止价格有什么影响，是否像现有的研究一样只是简单的正相关关系，一旦考虑到末尾抢标效应和拍卖网站的用户基础，又会带来什么变化？

2) 鉴于目前网上拍卖中关于卖者保留价格的研究大都基于实证分析，能否从理论上对卖者在网上拍卖中的最优保留价格策略建立统一分析框架？

3) 一旦考虑到拍卖平台的收费问题，拍卖平台和卖者的目标存在怎样的不一致性，又怎样通过设计合理的收费结构来避免这种不一致性，从而实现拍卖设计的激励相容？

4) 传统离线拍卖中的物品数量是固定的，而在网上拍卖中物品数量是重要的决策变量，在单批次和多批次网上拍卖中卖者应该如何选择拍卖的最优批量呢？

1　基准模型

私有价值环境是研究拍卖理论的标准假设前提，从机制设计的角度看，多单位 Vickrey 拍卖和最优机制给卖者带来相等的收益[19]. 由于本文的兴趣在于网上拍卖的最优设计，所以采用这一结

⑤　末尾抢标效应 (sniping effects) 是指在投标具有一定时间长度 (一般是若干天) 的网络拍卖中，大量竞标者在竞标截止时间之前的很短时间内 (往往是只剩下若干分钟甚至是几秒钟) 才提交出价的竞标现象. 末尾狙击效应在很多研究文献中又称为 last second effects、last minute effects 或 last moment effects.

⑥　最优批量即单批次拍卖中用于拍卖的最优物品数量.

论并假设使用的是私有价值的多单位 Vickrey 拍卖机制. 假设竞标者和卖者都是风险中性的, 拍卖为独立私有价值拍卖. 有固定的 n 个独立竞标者⑦, 竞标者 i 的私有估值 v_i 服从 $[\mu - d, \mu + d]$ 上的均匀分布, 其中 μ 为均值, d 为离差, 分布函数设为 $F(\cdot)$, 对应的概率密度函数为 $f(\cdot)$. 卖者准备通过拍卖来销售 k 个单位的某同质物品, 且 $k < n$, 每个竞标者最多拍到一件物品. 在基准模型中, 先不考虑卖者的保留价格设定问题 (卖者的最优保留价格策略放到文章 2.3 节进行专门分析). 假设卖者设定的初始起拍价为零, 不考虑竞标者的参与成本, 则所有竞标者都会发现参与拍卖是理性选择. 同时, 由于这里考虑的是连续拍卖模型, 也不用考虑卖者对叫价增量的最优设定问题.

由于拍卖为同一价格拍卖 (uniform-price auction)⑧, 这样单物品下 Vickrey 拍卖的直觉依然适用于多物品拍卖, 即此时每个竞标者的占优策略是真实显示自己的私有信息 (即私有价值), 其中估值最高的前 k 个竞标者赢得物品, 但是他们都支付第 $(k+1)$ 高估值的价格. 若竞标者估值的顺序统计量为 $v_{(n)} \geqslant v_{(n-1)} \geqslant \cdots \geqslant v_{(n-k+1)} \geqslant v_{(n-k)} \geqslant \cdots \geqslant v_{(1)}$, 则私有价值为 $v_{(n)}, v_{(n-1)}, \cdots, v_{(n-k+1)}$ 的竞标者赢得拍卖, 他们的支付价格都为 $v_{(n-k)}$. 给定存在 n 个竞标者的情况下, $v_{(n-k)}$ 的概率密度函数为

$$f_{v_{n-k}|n}(x) = \frac{n!}{(n-k-1)!K!}[F(x)]^{n-k-1} \times [1 - F(x)]^k f(x)$$

命题 1 对于同一价格的多物品 IPV 拍卖, 若竞标者的估值服从 $[\mu - d, \mu + d]$ 上的均匀分布, 则拍卖结束后每单位物品的期望支付价格为

$$p = (\mu - d) + 2d\frac{n-k}{n+1} \tag{1}$$

证明见附录.

从命题 1 可以看到拍卖的期望支付价格是估值均值 μ 和竞标者数量 n 的增函数, 是拍卖的物品数量 k 的减函数. 同时拍卖的期望支付价格和估值离差之间还存在如下关系.

推论 1 只有当 $n > 2k + 1$ 时, 拍卖的期望支付价格才是估值离差的增函数.

Vakrat 和 Seidmann[20] 研究表明竞标者估值离差的增加可能提高也可能降低拍卖价格, 这依赖于竞标者的到达过程、拍卖时间长度、以及拍卖物品数量. 推论 1 表明与拍卖物品数量相比较, 只有当参与拍卖的竞标者数量达到一定规模时, 竞标者估值离差和拍卖的期望值支付价格之间才会存在正相关关系. 而如何才能吸引更多竞标者参加拍卖呢?下面的推论 2 给出了答案.

现在来求赢标者的期望收益, 由于本文假设实行的是同一价格拍卖, 则赢标者的期望收益实际上就等于其自身估值的期望值与单位物品期望价格之差. 按照从大到小的顺序, 估值为第 $j+1$ 大的竞标者的估值为 v_{n-j}, 其中 $j = 0, 1, 2, \cdots, (k-1)$, 则他估值的期望值为

$$E(v_{n-j}) = (\mu - d) + 2d\frac{n-j}{n+1}$$

于是, 估值为第 $j+1$ 大的竞标者的期望收益为

$$\pi_j^B = E(v_{n-j}) - p = 2d\frac{k-j}{n+1} \tag{2}$$

推论 2 赢标者的期望收益是估值离差的增函数.

推论 2 表明估值离差越大的物品通过拍卖能更大地提高赢标者的期望收益, 从而可以吸引更多的竞标者加入到拍卖中, 这又进一步使得估值离差越大的物品通过网上拍卖的形式更容易实现其市场价值, 也就是说估值离差越大的物品更适合拍卖⑨. 结合推论 1 和推论 2 知道, 卖者应该尽可能多的将估值离差较大的商品拿来拍卖, 因为这样可以吸引更多的竞标者来参与拍卖, 当竞标者数量达到一定规模时, 卖者最后所获得的拍卖价格也就越高, 从而卖者也就更有动力去拍卖估

⑦ 在后文中将竞标者人数 n 内生化.

⑧ 同一价格拍卖是单物品第二价格拍卖在多物品下的推广, 由于最初是由 Vickrey 设计出来的, 所以又称 Vickrey 拍卖, 即每个竞标者同时并独立的提交价格和需求数量, 出价高的竞标者获胜, 而他们对每一个物品支付相同的价格, 该价格是没有获胜的那些投标中最高的投标价 (未中标者的最高报价).

⑨ 这与 Wang[21] 对单物品研究的直觉是一致的, 他认为围绕保留价格均值的离差越大, 则与明码标价 (posted price) 相比, 通过拍卖所获得的收益也越大. 这表明如果卖家销售相对稀有或者非日常商品, 则通过拍卖来销售可能会更好.

值离差较大的商品，依此形成良性循环. 但是是否竞标者的估值离差越大通过拍卖对卖者就越有利呢？一旦考虑到网络用户基础会发生什么变化？显然单纯从推论1 和推论2 无法给出它的答案，只有在考虑竞标者到达拍卖的过程以及由此形成的网络用户基础时，才能对这个问题有深入的认识. 推论3 给出了此问题的答案.

此外，从式(2)还可以看到：赢标者的期望收益是拍卖的物品数量的增函数，物品数量越多，一方面增加了单个竞标者获得物品的概率，另一方面相对于较少的物品而言物品数量的增加也间接地降低了竞标者之间竞争的激烈程度；赢标者的期望收益是参与拍卖的竞标者数量的减函数，这主要是由于竞标者之间的竞争效应导致的.

现在来考虑卖者参与网上拍卖的相关成本，一般而言卖者支出的成本主要包括注册费、陈列费和佣金 3 个部分.

1）注册费（registration fee）一般情况下，大部分的拍卖平台是不向买卖双方收取注册费用的，但是在一些特定的情况下，注册费用是存在的. 尤其是由于存在网络容量的低带宽问题（low bandwidth problem）或者是如果存在大量的交易者而容易导致网络堵塞. 不过大部分情况下，拍卖平台之所以收取注册费用主要是为了设定进入门槛，使得真正积极的交易者留下，而且一旦他们支付了注册费用就可以阻止他们转向其他的拍卖平台.

2）陈列费（listing fee）这是由于拍卖平台为卖家在网络上提供了发布物品相关信息而向卖家收取的费用. 一般而言，陈列费依赖于卖家的保留价格或者起拍价，更重要的是由于陈列费具有广告的性质，它还与由网络的单位流量决定的物品陈列的时间长度有关.

3）佣金（commission）拍卖平台针对每笔成交的拍卖会根据最终成交价而向卖家收取的可变费用，或者是一旦物品没有成交卖家将物品自己购回（buy-it-back）时平台依据其保留价格而收取的费用. 佣金一般是赢标价格或保留价格的 5％ 左右.

假设注册费用为 R，单位物品单位时间的陈列费为 L，佣金的支付比例为 α，则卖者参与网上拍卖并卖出 k 单位物品的总成本可以表示为

$$C = R + ktL + \alpha kp$$

这样网上拍卖的最优设计问题就是解决卖者期望利润 π^S 的最大化. 根据上面的分析，卖者的期望利润可以表示为

$$\pi^S = (1-\alpha)k\left(\mu - d + 2d\frac{n-k}{n+1}\right) - ktL - R \tag{3}$$

2　多物品单批次网上拍卖的最优设计

2.1　竞标者随机到达与末尾抢标

网上拍卖的交易模式具有全天候不休息的特性，超脱了时间与空间的限制，而且卖者、供货商和消费者的进入门槛较低，参与者数量巨大. 以互联网作为载体，来自全球的竞标者都有机会参与拍卖，为了消除时间的限制，卖者一般都愿意尽量延长拍卖的持续时间，使得更多的竞标者参与到网上拍卖中，而且每一个竞标者都有机会在方便的时候参加竞标. 那么这样竞标者到达拍卖并参与竞标的时间实际上是随机的. 现有的网上拍卖研究基本都假设竞标者人数是固定的，显然这不符合网上拍卖的实际情况. 本文突破传统研究的限制，建立基于竞标者随机到达的网上拍卖模型，分析更接近实际情况的最优拍卖机制.

以 t 表示拍卖的时间长度，为了对于竞标者的随机到达过程进行刻画，假设竞标者以非平稳的泊松过程到达网站，对应的概率密度为 $\lambda(t)$，$t \geq 0$. 在网上拍卖中，竞标者的末尾抢标效应非常普遍，它是指在竞标具有一定时间长度（一般是若干天）的网上拍卖中，大量竞标者在竞标截止时间之前的很短时间内（往往是只剩下若干分钟甚至是几秒钟）才提交出价的竞标现象. 在网上拍卖中，末尾抢标效应往往比较明显，这在很多经验研究中已经得到证实[⑩]. 为了对于竞标者的末尾抢标效应进行刻画，可以假设在给定拍卖的时间长度 t 的条件下，竞标者到达过程的泊松分

⑩　具体可参考文献[15]、[17]以及文献[22－24].

布的密度函数为

$$\lambda(x,t)=\lambda_a e^{x/t},\ 0\leqslant x\leqslant t$$

其中 λ_a 定义为拍卖网站的用户基础系数，表示网站由于广告，声誉和竞标的便利程度等因素给拍卖网站所累积的用户基础. 由于非平稳随机到达过程的密度函数定义了在拍卖的过程中单位时间内提交报价参与拍卖的竞标者数量，从而可以得到该非平稳随机到达过程的累积分布函数为

$$G(t)=\int_0^t\lambda(x)\mathrm{d}x=(e-1)\lambda_a t$$

从而在任何时间长度为 t 的拍卖过程中，竞标者到达数量为 n 的概率为

$$P(N(t)-N(0)=n)=\frac{[G(t)-G(0)]^n}{n!}\times \exp\{-[G(t)-G(0)]\}=\frac{G(t)^n e^{-G(t)}}{n!}$$

2.2 拍卖价格与最优批量

一旦考虑到竞标者以非平稳的泊松过程随机到达网站，则单位物品拍卖的期望支付价格为

$$p=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{G(t)^n e^{-G(t)}}{n!}\left(\mu-d+2d\frac{n-k}{n+1}\right)=\mu+d-2d\frac{(k+1)(1-e^{-G(t)})}{G(t)}$$

命题 **2** 对于同一价格的多物品 IPV 拍卖，若竞标者的估值服从 $[\mu-d,\mu+d]$ 上的均匀分布，竞标者以非平稳的泊松过程随机到达网站且考虑到末尾抢标效应的存在，则单位物品的期望支付价格为

$$p=\mu+d-2d\frac{(k+1)(1-e^{-G(t)})}{G(t)}\tag{4}$$

为了比较拍卖价格如何随着竞标者估值以及拍卖的物品数量的变化而变化，对式(4)进行数值分析. 假设拍卖时间长度标准化为一个单位即 $t=1$，竞标者估值的均值 $\mu=100$，竞标者估值离差的变动范围为 $d\in[0,30]$，拍卖物品数量的变动范围为 $k\in[1,10]$，下面的图1至图3 分别展示了当拍卖网站的用户基础系数 $\lambda_a=1$、$\lambda_a=3$ 和 $\lambda_a=6$时，单位物品拍卖的期望支付价格是如何随着竞标者估值离差和拍卖物品数量的变化而变化的.

从图1 可以看到，当 $\lambda_a=1$ 时，随着竞标者之间估值离差的增大，单位物品拍卖的期望支付价格有逐渐下降的趋势；而当拍卖物品的数量逐渐增加时，单位物品拍卖的期望支付价格也有逐渐下降的趋势，而且这种下降的趋势比较剧烈；从图2 可以看到，当 $\lambda_a=3$ 时，随着竞标者之间估值离差的增大，单位物品拍卖的期望支付价格有逐渐上升的趋势，但是上升的趋势不是很明显而且变化缓慢；而当拍卖物品的数量逐渐增加时，单位物品拍卖的期望支付价格有逐渐下降的趋势，而且这种下降的趋势比较剧烈. 而从图 3 可以看到，当

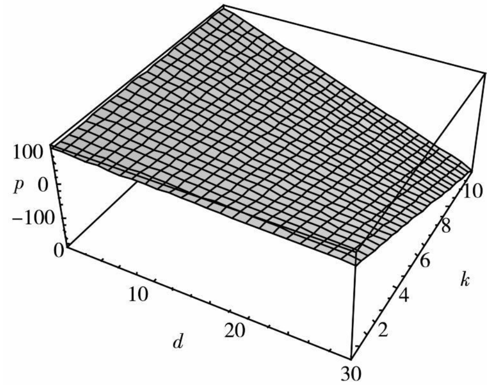

图 **1** 当 $\lambda_a=$ **1** 时拍卖价格 p 随 d 和 k 的变化

Fig. 1 The auction price p as a function of d and k when $\lambda_a=1$

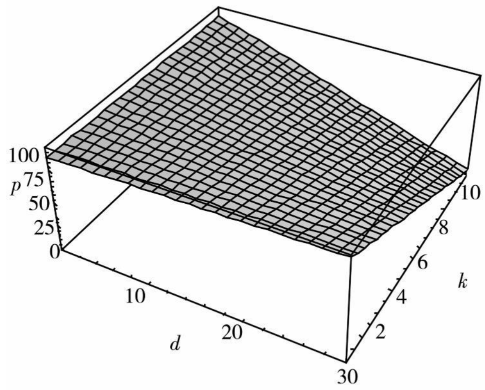

图 **2** 当 $\lambda_a=$ **3** 时拍卖价格 p 随 d 和 k 的变化

Fig. 2 The auction price p as a function of d and k when $\lambda_a=3$

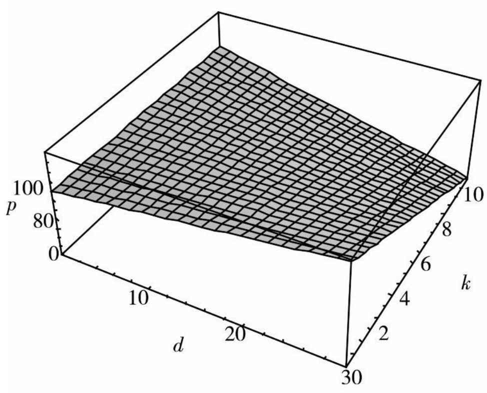

图 **3** 当 $\lambda_a=$ **6** 时拍卖价格 p 随 d 和 k 的变化

Fig. 3 The auction price p as a function of d and k when $\lambda_a=6$

$\lambda_a=6$ 时, 随着竞标者之间估值离差的增大, 单位物品拍卖的期望支付价格有逐渐上升的趋势, 而且上升的趋势相比于 $\lambda_a=3$ 时而言要显著得多; 而当拍卖物品的数量逐渐增加时, 单位物品拍卖的期望支付价格有逐渐下降的趋势, 同 $\lambda_a=3$ 时一样这种下降的趋势也比较显著.

通过 3 个图形的对比分析可以看到, 传统观点认为竞标者估值离差越大的物品越适合于通过拍卖的观点有失偏颇, 只有当拍卖网站的用户基础系数 λ_a 比较大时, 离差越大的物品其拍卖价格也越大, 从而也就更适合通过拍卖的形式来销售, 而如果拍卖网站的用户基础系数 λ_a 比较小时, 随着离差的增大拍卖价格有逐渐下降的趋势, 该物品就不一定适合通过拍卖的方式来进行销售. 这就充分表明了拍卖网站的用户基础系数 λ_a 在最优拍卖设计中起到重要作用, 拍卖网站应该采取各种可能的措施, 包括广告和设定便利的竞标方式等手段来吸引更多的潜在竞标者, 提高网站的流量来不断提高网站的用户基础系数.

推论 3　只有当网络用户基础达到一定规模, 拍卖的期望支付价格才是估值离差的增函数.

推论3 和推论1 的结论具有一致性, 推论 1 是在竞标者数量固定的情况下得出期望支付价格与估值离差正相关的结论, 推论 3 实际上将推论1 的结论推广到竞标者随机到达并存在末尾抢标效应的情形.

上面的讨论还表明, 只有当竞标者人数足够多导致网络流量足够大且超过拍卖物品数量增加的影响时, 估值离差的增加才会对于拍卖的最终支付价格具有积极影响, 否则估值离差的增加只会导致拍卖价格下降. 从而卖者在拍卖任何物品时必须确保拍卖物品数量和由竞标者参与程度所决定的网络流量之间存在下面的边际条件

$$2(k+1)(1-e^{-G(t)})<G(t)$$

此边际条件由式 (4) 的一阶条件得到, 只有在满足这样的边际条件下, 竞标者估值离差的增加才会导致拍卖价格增加.

此外, 从上面的 3 个图形可以显然看到, 无论拍卖网站的用户基础系数 λ_a 是多少, 随着单次拍卖中物品数量的增加会显著降低单位物品拍卖的期望支付价格. 因此, 在最优拍卖机制设计时, 还应该设计单次拍卖中的最优批量, 在单次拍卖中拍卖的物品数量并不是越多越好, 而应该存在一个最优值, 如果拍卖的物品数量比较大, 应该考虑通过多批次拍卖来进行. 这实际上解释了在现实的网上拍卖中卖者为什么往往通过多批次重复拍卖来销售物品的原因.

现在来求解单次拍卖中用于拍卖的物品的最优数量, 卖者的期望利润可以表示为

$$\pi^S=k(1-\alpha)\left[\mu+d-2d\frac{(k+1)(1-e^{-G(t)})}{G(t)}\right]-R-ktL \tag{5}$$

通过求解式 (5) 的一阶条件可以得到单次拍卖中物品的最优拍卖数量, 这样就得到下面的命题.

命题 3　单批次拍卖中物品的最优批量为

$$k^*=\frac{1}{2}\left[\frac{(1-\alpha)(\mu+d)-tL}{2d(1-\alpha)(1-e^{-G(t)})/G(t)}-1\right] \tag{6}$$

传统离线拍卖中物品数量是固定的, 而网上拍卖中物品数量是拍卖设计的重要决策变量, 且取决于平台的收费结构, 网络用户基础, 拍卖持续时间以及竞标者估值离差.

2.3　卖者的最优保留价格策略

卖者的保留价格如何设定, 是公开保留价格还是隐藏保留价格, 这也是多物品网上拍卖最优设计的重要内容. 具体而言, 卖者最优保留价格的设定分为两个层次, 他首先要决定是公开保留价格还是隐藏保留价格, 其次他还必须决定最优的保留价格为多少. 假设拍卖方设定的保留价格为 r, 与前面的分析一样, 依然假设竞标者的到达服从泊松过程, 现在具体分析公开保留价格和隐藏保留价格两种情况.

2.3.1　公开保留价格

当卖者公开保留价格时, 竞标者能够知道这一信息, 这样任何估值低于保留价格 r 的竞标者将不会参与竞标, 而只有那些私人估值高于 r 的竞标者才愿意参与竞标. 本文依然假设竞标者以非平稳的泊松过程到达网站, 对应的概率密度为 $\lambda(t)$, $t\geqslant 0$, 并考虑到末尾抢标效应的存在, 可以假设在给定拍卖的时间长度 t 的条件下, 竞标者到达过程的泊松分布的密度函数为

$$\lambda(x,t)=\lambda_a e^{x/t}(1-F(r)),\ 0\leqslant x\leqslant t$$

从而可以得到该非平稳随机到达过程的累积分布

函数为

$$\phi(t)=\int_0^t\lambda(x)\mathrm{d}x=(\mathrm{e}-1)\lambda_a t(1-F(r))$$

从而在任何时间长度为 t 的拍卖过程中，竞标者到达数量为 n 的概率为

$$P(N(t)-N(0)=n)=\frac{[\phi(t)-\phi(0)]^n}{n!}\times\exp\{-[\phi(t)-\phi(0)]\}=\frac{\phi(t)^n\mathrm{e}^{-\phi(t)}}{n!}$$

一旦考虑到竞标者以非平稳的泊松过程随机到达网站，则单位物品拍卖的期望支付价格为

$$p^{\text{public}}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\phi(t)^n\mathrm{e}^{-\phi(t)}}{n!}\int_r^{\mu+d}x f_{v_{n-k}|n}(x)\mathrm{d}x=(\mu+d)-(\mu+d-r)\frac{(k+1)(1-\mathrm{e}^{-\phi(t)})}{\phi(t)}$$

现在来求解卖者选择公开保留价格时的最优保留价格水平，卖者的期望利润可以表示为

$$\tilde{\pi}_S^{\text{public}}=(1-\alpha)kp^{\text{public}}-R-ktL \tag{7}$$

由式(7)的一阶导数可知，最优的公开保留价格由下面的隐函数所决定

$$1-\mathrm{e}^{-\phi(t)}-(\mu+d-r)\times\frac{1-(\phi(t)+1)\mathrm{e}^{-\phi(t)}}{\phi(t)}(\mathrm{e}-1)\lambda_a t=0 \tag{8}$$

其中

$$\phi(t)=(\mathrm{e}-1)\lambda_a t(1-F(r))$$

从上式显然可以看到最优的公开保留价格与佣金比例 α 和拍卖物品数量 k 无关，而与网络规模系数 λ_a、竞标者估值离差 d 和拍卖持续时间 t 有关.

2.3.2 隐藏保留价格

考虑卖者隐藏保留价格，使得竞标者不知道卖者的保留价格信息的情况. 依然假设竞标者以非平稳的泊松过程到达网站，对应的概率密度为 $\lambda(t)$，$t\geqslant 0$，为了刻画竞标者的末尾抢标效应，可以假设在给定拍卖的时间长度 t 的条件下，竞标者到达过程的泊松分布的密度函数为

$$\lambda(x,t)=\lambda_a\mathrm{e}^{x/t},\ 0\leqslant x\leqslant t$$

从而可以得到该非平稳随机到达过程的累积分布函数为

$$G(t)=\int_0^t\lambda(x)\mathrm{d}x=(\mathrm{e}-1)\lambda_a t$$

从而在任何时间长度为 t 的拍卖过程中，竞标者到达数量为 n 的概率为

$$P(N(t)-N(0)=n)=\frac{[G(t)-G(0)]^n}{n!}\times\exp\{-[G(t)-G(0)]\}=\frac{G(t)^n\mathrm{e}^{-G(t)}}{n!}$$

此时单位物品拍卖的期望支付价格为

$$p^{\text{private}}=\mathrm{E}(v_{n-k}\mid v_{n-k}\geqslant r)=\frac{\mathrm{E}(v_{n-k})}{1-F_{v_{n-k}|n}(r)}=\frac{(\mu+d)-(\mu+d-r)\frac{(k+1)(1-\mathrm{e}^{-G(t)})}{G(t)}}{1-F_{v_{n-k}|n}(r)}$$

进一步可以得到卖者一旦隐藏自己的保留价格时，拍卖 k 件物品所获得的期望利润为

$$\tilde{\pi}_S^{\text{private}}=(1-\alpha)kp^{\text{private}}-R-ktL \tag{9}$$

由式(9)的一阶导数可知，最优的隐藏保留价格由下面的隐函数所决定

$$\frac{(k+1)(1-\mathrm{e}^{-G(t)})}{G(t)}+\left[(\mu+d)-(\mu+d-r)\frac{(k+1)(1-\mathrm{e}^{-G(t)})}{G(t)}\right]\times\frac{f_{v_{n-k}|n}(r)}{1-F_{v_{n-k}|n}(r)}=0 \tag{10}$$

其中

$$G(t)=(\mathrm{e}-1)\lambda_a t$$

从上式显然可以看到最优的隐藏保留价格与佣金比例 α 无关，而与拍卖物品数量 k、网络规模系数 λ_a、竞标者估值离差 d 和拍卖持续时间 t 有关.

2.3.3 比较分析

正如 Myerson[25] 所说，从收益最大化的角度而言，拍卖设计不仅限于拍卖方式的选择，还包括卖家保留价格的设置. 网上拍卖由于存在大量的竞标者，所以保留价格的设置相对传统拍卖而言对卖家显得更为重要. 一个卖家可以通过优化自己的拍卖保留价格而显著增加自己的拍卖收益. Li 和 Tan[26] 以及 Vincent[27] 的研究结论表明，即使在 SIPV 模型中，风险规避的卖家在第 1 价格密封拍卖方式下设置一个不公开的保留价格可能会增加收益，而在第 2 价格密封拍卖和英式拍卖下，不管卖家的风险态度如何，公开保留价格与不公开该价格给卖家带来的收益是相同的. 基于该结论，对于 eBay 上具有对称共同价值特征的硬币第 2 价格密封拍卖，Bajari 和 Hortacsu[17] 对竞标者的共同价值与事前的估值分布进行了结构估计,

并使用这些估计出的参数值计算公开与不公开时的最优保留价格. 他们发现, 最优的隐藏保留价格要比最优的公开保留价格给卖家多带来 1% 的期望收益.

然而, Katkar 和 Lucking-Reiley[28] 对文献 [17] 研究中所采用的竞标者行为假设提出质疑. 因此, 他们在研究中采用的是实地实验 (field experiment) 的方法, 并得出了与其相反的结论, 即在网上拍卖中隐藏保留价格对卖家而言由于存在收益损失而不太可能被采用. 当然, Katkar 和 Lucking-Reiley[28] 的实验设计存在所谓的处理效应 (treatment effects), 因此其结论的有效性会受到影响. 总之, 不管文献 [17] 与 Katkar 和 Lucking-Reiley[28] 的研究存在如何的缺陷与差异, 其结论都表明, 在网上拍卖中不仅保留价格的大小会影响卖家的收益, 而且保留价格是否公开也很可能会对卖家的收益产生影响.

目前对网上拍卖中拍卖方保留价格策略的研究大多数只是停留在实证研究层面, 得出的结论普遍认为保留价格是否公开以及保留价格的大小都可能会对拍卖方的收益产生重要影响, 但是目前还没有在充分考虑网上拍卖基本特性的基础上, 对于卖者的最优保留价格策略进行系统的理论研究.

基于前面的分析考察卖者究竟是公开还是隐藏保留价格. 先比较公开保留价格时的期望价格 p^{public} 和隐藏保留价格 p^{private} 的大小.

由于

$$G(t)>\phi(t)>0\Rightarrow\frac{1-\mathrm{e}^{-G(t)}}{G(t)}<\frac{1-\mathrm{e}^{-\phi(t)}}{\phi(t)}$$

同时易知 $1-F_{v_{n-k}|n}(r)<1$, 从而可以得到 $p^{\text{private}}>p^{\text{public}}$, 进一步容易知道 $\tilde{\pi}_S^{\text{private}}>\tilde{\pi}_S^{\text{public}}$.

命题 4　卖者最优的公开和隐藏保留价格分别由式 (8) 和 (10) 给出. 在其他条件不变的情况下, 与公开保留价格比较, 卖者通过隐藏保留价格能够提高单位物品拍卖的期望支付价格, 从而也就能获得更多的利润.

命题 4 从理论上解释了为什么现实的网上拍卖中卖者大都选择隐藏保留价格的原因. 注意, 得出这样的结论的前提是两种情况下竞标者的估值离差, 卖者的保留价格以及拍卖的物品数量相同, 如果其中某个因素发生变动, 结论将不再成立. 比如如果在不同时期, 同一个拍卖网站的网络规模系数 λ_a 不一样, 这时卖者可能在不同的 λ_a 下可能有时采取公开保留价格的策略, 而有时又会采取隐藏保留价格的策略. 对于同一时期不同的拍卖网站而言, 网络规模系数 λ_a 是不一样的, 这样如果卖者在这些不同的拍卖网站都进行了注册, 可能也需要根据不同的 λ_a 来决定应该公开还是隐藏保留价格.

2.4　作为第 3 方平台的拍卖网站的功能与收益分析

现实中, 网上拍卖平台一般都是一些服务型网站, 它为买家和卖家从事网上拍卖提供虚拟交易平台和网上交易服务, 是网上拍卖中的独立第 3 方. 拍卖平台作为拍卖服务的提供者面对大量的买家与卖家, 这与传统拍卖迥然不同. 这就使得拍卖平台可以通过大量的卖家以及对应的多样化的拍卖物品来吸引大量的买家加入到网上拍卖中来, 同时迅速增加的买家数量又会进一步吸引更多的卖家到平台上拍卖物品. 于是, 这种网上拍卖的正反馈效应, 也即交叉网络外部性优势不仅使得拍卖平台可以通过吸引更多的供应商和采购商与消费者来增加自身的收益, 而且可以更有效地促进拍卖交易的实现和交易量的增长, 并能以更低成本的方式发现价格, 改善交易双方的福利, 并促进网上拍卖在拍卖方式、拍卖平台服务与市场策略的发展与完善.

在充分考虑到网上拍卖第 3 方平台的这些重要特征的基础上, 考察平台的收益问题就显得尤其重要. 本文以前面的分析为基础来分析拍卖网站的收益, 看看拍卖网站的收益的影响因素以及其随着这些影响因素的变动, 收益是如何变化的. 拍卖网站的收益可以表示为

$$\begin{aligned}\pi^{\text{WS}}&=R+ktL+\alpha kp\\&=R+ktL+\alpha k\times\\&\quad\left(\mu+d-2d\,\frac{(k+1)(1-\mathrm{e}^{-G(t)})}{G(t)}\right)\end{aligned}\tag{11}$$

从上式可以看到, 如果参与拍卖的竞标者数量越多, 则拍卖网站的用户基础系数 λ_a 也越大, 从而 $G(t)=(\mathrm{e}-1)\lambda_a t$ 也会增大, 则 $\dfrac{1-\mathrm{e}^{-G(t)}}{G(t)}$ 会越小, 从而拍卖网站的收益会增加, 可见竞标者数

量的增加对于拍卖网站而言是有利可图的, 因为参与的竞标者越多, 竞价就会越激烈, 拍卖的支付价格会提高, 从而导致拍卖网站的佣金收入也会增加. 当然上式只是考虑了一个卖者拍卖 k 件物品给拍卖网站所带来的收益, 显然如果更多的卖者加入到拍卖平台中来, 这显然可以增加拍卖网站的收益. 而且随着卖者的不断加入, 更多的竞标者也愿意加入到网上拍卖中来, 这种正反馈效应又会进一步增加拍卖网站的收益.

进一步考察拍卖网站的收益与拍卖的物品数量有什么关系. 首先求解出拍卖网站所愿意接受的最优的拍卖物品数量. 由式 (11) 的一阶导数可以得到

$$\frac{\partial\pi^{WS}}{\partial k} = \alpha(\mu + d) + tL - \frac{2\alpha d(2k+1)(1-e^{-G(t)})}{G(t)} = 0$$

同时容易验证式 (12) 的二阶导数为负, 从而可知拍卖网站愿意拍卖的最优批量由上面的一阶条件给出, 求解一阶条件可以得到最优批量为

$$k_{WS}^{*} = \frac{1}{2}\left[\frac{\alpha(\mu+d)+tL}{2\alpha d(1-e^{-G(t)})/G(t)} - 1\right]$$

将拍卖网站愿意拍卖的最优批量 k_{WS}^{*} 与前面命题 3 的式 (6) 给出的卖者愿意拍卖的最优批量 k^{*} 进行比较可以发现, 两者是不相等的, 而且有

$$k_{WS}^{*} - k^{*} = \frac{tLG(t)}{4\alpha d(1-\alpha)(1-e^{-G(t)})} > 0$$

也就是说拍卖网站比卖者更愿意拍卖较多数量的物品.

命题 5　在单批次拍卖中, 拍卖网站比卖者更愿意拍卖较多数量的物品.

拍卖物品数量 k 的增加会使得拍卖品期望价格 p 下降, 而卖者的收益为 $(1-\alpha)kp$, 卖者面临着在这两种效应之间的权衡取舍. 拍卖物品不能太多也不能太少, 而是存在一个最优的数量 k_{WS}^{*}, 当拍卖的物品数量少于 k_{WS}^{*} 时卖者的收益没有实现最大, 而当拍卖的物品数量多于 k_{WS}^{*} 时卖者的收益也将会下降.

由于一般地讲 $k_{WS}^{*} \neq k^{*}$, 也就是说在做出决定最优拍卖物品数量的决策时, 拍卖网站和卖者的最优化决策实际上是不一致的, 两者之间存在一定的冲突. 对于机制设计者而言, 要想协调这两者之间的利益冲突, 实际上就是要设计出激励相容的最优机制, 使得在该机制下的配置结果即使达不到两者所期望的最优值也能达到两者所能接受的次优结果. 而要想设计出这样的最优机制关键是要尽量的缩小拍卖网站和卖者之间的利益差距, 从上式可以看出这实际上就要求尽最大的可能去缩小 k_{WS}^{*} 与 k^{*} 之间的差距, 于是对于机制设计者而言, 存在以下可能的途径.

1) 使得单位物品单位时间的陈列费 L 尽可能小, 一种极端情况就是 $L=0$, 此时 $k_{WS}^{*}=k^{*}$, 拍卖网站和卖者在拍卖的最优批量上达到完全一致; 另外在其他条件不变的情况下只要 $\alpha < 1/2$, 则此时增加佣金支付比例 α 也可以减少 k_{WS}^{*} 与 k^{*} 之间的差距. 而实际上在现实的网上拍卖中陈列费不可能为 0, 拍卖网站总是会收取一定的陈列费, 但一般而言陈列费在拍卖网站的收入中只占很少一部分, 其收入的大部分都来自佣金收入.

2) 对于给定的网络用户基础系数 λ_a, 容易知道 $\frac{1-e^{-G(t)}}{G(t)}$ 是拍卖的持续时间 t 的减函数, 从而 $\frac{tG(t)}{1-e^{-G(t)}}$ 是 t 的增函数. 这样通过尽量缩短拍卖的持续时间 t, 也可以减少 k_{WS}^{*} 与 k^{*} 之间的差距.

总结上面的分析可以看到, 对于机制设计者而言, 为了设计出激励相容的最优机制, 一方面应该降低陈列费增加佣金比例, 另一方面还可以通过缩短拍卖的持续时间来达到激励相容的目标.

推论 4　为了实现最优拍卖机制在卖者和拍卖网站之间实现激励相容, 可以降低陈列费增加佣金, 也可以缩短拍卖的持续时间.

3　多物品多批次网上拍卖的最优设计

从前面的分析看到, 在网上拍卖中卖者在单次拍卖中并不是拍卖的物品数量越多越好, 而是有一个最优批量. 从现实的网上拍卖也可以看到卖者也往往不是一次性将所有的物品都进行拍卖, 而是每次只拍卖一定数量的物品, 全部的物品分多个批次进行拍卖. 这样就需要从理论上回答: 是否应该将物品分成多个批次进行拍卖? 如果多批次拍卖对于卖者而言是有益的, 那么究竟应该

分成几个批次来拍卖，每次拍卖的最优批量又是多少？

假定卖者需要拍卖的物品数量是固定的，他可以通过一次拍卖销售掉所有的物品，也可以将物品分成多批次进行拍卖. 多批次拍卖时，由于每次投入拍卖的物品数量较少，每个批次拍卖的价格将会较高；但另一方面，每一批次的拍卖实际上都会发生固定成本和单位物品的库存和折旧等成本. 这实际上就提出了多物品多批次拍卖的两个重要的拍卖机制设计问题：

1）为最大化总体利润，应该分几个批次拍卖为最优？

2）给定了最优的拍卖批次，那么在每个批次最优的拍卖数量又是多少？

令 $i=1, 2, \cdots, T$ 为阶段数，k_i 为第 i 阶段拍卖品的数量，其他的公式符号与前文的假定一样. 根据前面的命题 2，在某一阶段的拍卖中，考虑竞标者的随机到达和末尾抢标行为的存在，单位物品拍卖的期望支付价格为

$$p=\mu+d-2d\frac{(k+1)(1-e^{-G(t)})}{G(t)}$$

为了简化，令

$$\theta=\frac{1-e^{-G(t)}}{G(t)}$$

其中，$G(t)=(e-1)\lambda_a t$，θ 是对于拍卖网站流量的度量系数，则拍卖期望支付价格改写为

$$p=\mu+d-2d\theta(k+1) \tag{12}$$

在每个批次的拍卖中卖者的收益由在该批次所拍卖的物品数量以及物品的期望支付价格所决定，而该阶段的期望支付价格实际上由式（12）给出. 假定只要竞标者的私人估值高于现行的拍卖期望支付价格，进入拍卖的竞标者都会参与竞价，则在第 i 阶段卖者的收益为

$$k_i(\mu+d-2d\theta(k_i+1))$$

假设每一批次拍卖的时间和长度是固定的，竞标者的数量也相同. 同时假定网站流量足够大，从而保证每个批次拍卖的收益为正，即 $\theta<\dfrac{\mu+d}{2d(k_i+1)}$. k_i 为决策变量，多批次拍卖设计的主要目标就是找出每一阶段最优拍卖数量 k_i^*，从而使得卖者各阶段的总利润最大. 同前文的分析一样，在单次拍卖中卖者参与网上拍卖并卖出 k_i 单位物品的可变成本可以表示为 $k_itL+\alpha k_ip$. 以 x_i 表示第 i 批次拍卖的初始库存量，令 $h_i(x_i, k_i)$ 表示从第 i 阶段开始到第 T 期末拍卖结束时卖者所获得的总利润，$h_i^*(x_i)$ 表示 $h_i(x_i, k_i)$ 在 $k_i\in[0, x_i]$ 上的最大值.

用动态规划方法来求解多物品多批次网上拍卖中的最优化决策问题，动态规划方法是求解多阶段决策过程优化的有效方法. 通过上面的分析，全面考虑每一阶段的收益与成本，可以得到如下动态规划的基本方程

$$h_i^*(x_i)=\max_{k_i\in[0,x_i]}\{h_{i+1}^*(x_i-k_i)+k_i(1-\alpha)\times[\mu+d-2d\theta(k_i+1)]-x_itL-R\},$$

$$h_{T+1}^*(x_{T+1}, k_{T+1})=0,\ i=1, 2, \cdots, T$$

其中：$\theta=\dfrac{1-e^{-G(t)}}{G(t)}$；$h_{T+1}^*(x_{T+1}, k_{T+1})=0$ 为动态递归的中止条件. 根据上面的基本设定，x_i 表示从第 i 批次开始到最后的第 T 批次中用于拍卖的物品的总数量，x_i 为状态变量，k_i 表示在第 i 批次中拍卖的物品数量，且为决策变量，状态转移方程为

$$x_{i+1}=x_i-k_i,\ i=1, 2, \cdots, T$$

且

$$x_{T+1}=x_T-k_T=0,\ x_1=\sum_{i=1}^{T}k_i$$

通过求解上面的动态规划问题，下面的命题给出卖者在第 i 批次拍卖结束后所获得的最大总利润.

命题 6　卖者从第 1 期到第 T 期的拍卖中获得的最大化总利润为

$$h_1^*(x_1)=\frac{1}{6}(T-1)T(T+1)\frac{1}{16}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta}+(1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)x_1-\frac{T+1}{2}tLx_1-\frac{2}{T}(1-\alpha)d\theta x_1^2-TR$$

上式是关于 T 的 4 次多项式，对 T 求导会有 3 个节点，其中有一个节点显然为 0，另外两个节点假定分别为 T_1 和 T_2，那么可以得到求解拍卖最优批次的计算方法，即最优的拍卖批次 T^* 的计算式，为

$$T^*=\text{Arg max}\{h_i(x_i, T_1), h_i(x_i, T_2), h_i(x_i, k_i)\}$$

上式表明最优批次数可以从内部解（T_1, T_2）和角点解（k_i）中获得. 如果 $T^*=k_i$，则表明卖者的最优决策是在每一批次的拍卖中只拍卖 1 件物

品. 卖者一旦决定了最优的拍卖批次数 T^*, 还必须决定每一阶段的最优批量.

命题 7 最优的拍卖批次 T^* 为

$$T^* = \text{Arg max}\{h_i(x_i, T_1), h_i(x_i, T_2), h_i(x_i, k_i)\}$$

卖者在第 i 批次中拍卖的最优批量为

$$k^*_{T-i-1} = \frac{x_i}{T^* - i + 1} + \frac{T^* - i}{8}\frac{tL}{(1-\alpha)d\theta}$$

其中 $\theta = \frac{1 - e^{-G(t)}}{G(t)}$, $G(t) = (e-1)\lambda_a t$.

从命题7 可以看到: 1) 随着竞标者估值离差的增大, 在单次拍卖中的物品数量是下降的, 这表明在多批次网上拍卖中, 卖者对于估值离差较大的物品会在单次拍卖中减少拍卖的数量来增加自己的利润. 在重复多批次拍卖中随着拍卖的不断进行, 如果参与拍卖的竞标者数量足够多, 卖者遇见估值相对较高的竞标者的可能性也就越大. 而从前面的分析可以知道在单批次拍卖, 只有当网络规模达到一定的门槛时, 竞标者估值离差的增加才会提高拍卖的期望支付价格. 2) 网络流量越大, 则 θ越小, 则在单次拍卖中的物品数量将会增加, 这是显而易见的, 因为网络流量越大, 参与拍卖的竞标者数量越大, 从而就可以在单位时间里通过拍卖销售更多的物品. 3) 如果单位物品单位时间的陈列费 L 上升, 卖者将会增加单次拍卖中拍卖的物品数量以减少陈列费方面的成本支出, 而如果佣金的支付比例 α 上升, 卖者将在单次拍卖中卖出较少的物品, 这样可以通过拍卖价格的上升来抵消佣金增加的负面影响. 4) 在其他条件不变的情况下, 延长单批次拍卖的持续时间 t, 将会使得卖者愿意在单批次拍卖中拍卖更多数量的物品, 因为延长拍卖时间会使得更多的竞标者到达拍卖, 这增加了拍卖竞价的激烈程度, 从而使得物品拍卖的期望支付价格上升, 这样卖者增加在单次拍卖中拍卖的物品数量就是有利可图的.

4 结束语

随着网上拍卖的兴起, 从理论上来讲, 一方面要求对网上拍卖中出现的各种现象提供合理的解释, 增进对网上拍卖这种新鲜事物的了解; 另一方面, 需要对网上拍卖中出现的一些问题进行具体分析, 找到症结所在, 从而提供一些合理的参考和建议. 而实际上, 目前的研究大部分集中在传统拍卖领域, 理论界对网上拍卖的研究还没有重视起来, 相关的研究也很匮乏. 更为重要的是, 与传统拍卖相比较, 网上拍卖具有许多特性, 包括参与者甚众, 竞标者随机到达, 第3 方拍卖平台的存在以及平台的收费, 多物品多批次重复拍卖等, 因此为了全面认识网上拍卖, 就需要在研究中对网络拍卖的这些特性进行刻画以反映网上拍卖的全貌. 本文考虑了拍卖平台的收费包括注册费, 陈列费和佣金, 首先研究了多物品单批次网上拍卖中的最优机制, 在不考虑竞标者随机到达时, 竞标者估值离差越大的物品越适合通过拍卖来销售; 而当考虑到竞标者的随机到达以及末尾抢标效应时, 只有当拍卖网站的用户基础系数比较大时, 离差越大的物品其拍卖价格也越大, 从而也就更适合通过拍卖的形式来销售, 这就表明了网上拍卖的用户基础系数在网上拍卖设计中的重要作用.

考虑到第 3 方拍卖平台的存在, 拍卖平台和卖者的利益是不一致的, 这样在决定单次拍卖的物品最优数量时, 两者之间就会存在分歧, 这对于机制设计者的启示就是, 为了达到激励相容机制设计的目的, 需要制定合理的收费结构, 包括降低陈列费和提高佣金, 同时还可以缩短拍卖的持续时间. 卖者的保留价格策略也是拍卖设计的重要内容, 本文在竞标者的到达服从非平稳泊松分布假设下, 分别求解了卖者选择公开保留价格和隐藏保留价格下, 卖者的最优保留价格所应该满足的条件, 并解释了现实的网上拍卖中卖者大都选择隐藏保留价格的原因, 这是由于与公开保留价格相比较, 隐藏保留价格能给卖者带来更大的期望利润. 此外, 分别在单批次和多批次网上拍卖中, 在竞标者估值服从均匀分布的假设下, 求解了单位物品拍卖的期望支付价格, 以及在单批次拍卖中应该拍卖的最优批量.

虽然本文对于多物品网上拍卖的最优机制设计中所涉及的许多重要问题进行了比较全面的分析, 但是依然存在一些缺陷和需要改进的地方. 首先, 本文假设采取的是同一价格拍卖, 而现实的拍卖网站中有许多采取的是歧视性价格拍卖. 虽然从机制设计的角度来看在独立私有价值的拍卖环境下, Harris 和 Raviv[19] 研究表明多单位的 Vickrey 拍卖与最优机制会给卖者带来相等的期

望收益, 也就是说虽然从卖者的角度来看, 同一价格和歧视性价格拍卖带来的期望收益相等, 但是在不同的拍卖模式下, 竞标者的均衡竞标策略却是存在区别的. 其次, 本文的模型建立在独立私有价值的基础上, 在网上拍卖中, 共同价值拍卖比私有价值拍卖更为普遍. 公开的竞标过程允许竞标者观察并交流彼此的估值, 在此基础上调整他们自己的估值. 这就是为什么大部分拍卖网站, 卖者和竞标者偏好英式拍卖的原因之一. 一旦竞标者之间的估值存在相互影响, 这肯定会给最优拍卖设计带来影响.

最后, 与现有的许多文献一样[18-19], 本文假设竞标者只有单位需求, 如果竞标者存在多单位需求, 竞标者需要同时提交价格和数量的竞标, 所有的竞标可以先按价格再按照数量进行排序, 赢标者支付他们自己报的价格, 此时情况会变得复杂得多. Ausubel 和 Cramton[29] 表明单位需求下得到的结论不再适用于多单位需求, 他们描述了一种被称为需求下降的现象①. Lucking-Reiley[30] 也指出这是一个可以通过使用能够阻止需求下降的更为复杂的机制来完善网上拍卖设计从而推动拍卖理论进一步向前发展的重要领域. 避免需求下降的机制是复杂的, 到目前为止理论界对这个问题的研究也没有取得重大突破, 但是随着竞标过程变得越来越自动化, 存在着通过执行更为复杂的拍卖机制来解决这个问题的可能性.

参 考 文 献:

[1] Bapna R, Goes P, Gupta A. A theoretical and empirical investigation of multi-item on-line auctions[J]. Information Technology and Management, 2000, 1(1/2): 1-23.

[2] Bapna R, Goes P, Gupta A. Analysis and design of business-to-consumer online auctions[J]. Management Science, 2003, 49(1): 85-101.

[3] Lucking-Reiley D, Bryan D, Prasad N, et al. Pennies from eBay: The determinants of price in online auctions[J]. The Journal of Industrial Economics, 2007, 14(2): 223-233.

[4] Bapna R, Jank W, Shmueli G. Price formation and its dynamics in online auctions[J]. Decision Support Systems, 2008, 44(3): 641-656.

[5] Chen Sheng-li, Wu Hui-qiu, Luo Yun-feng. Optimal Design of Online Auction[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, Jinan, China, 2007, 1431-1436.

[6] Caldentey R, Vulcano G. Online auction and list price revenue management[J]. Management Science, 2007, 53(5): 795-813.

[7] Gallien J, Gupta S. Temporary and permanent buyout prices in online auctions[J]. Management Science, 2007, 53(5): 814-833.

[8] Anderson S, Friedman D, Milam G, et al. Seller Strategies on eBay: Does Size Matter? [R]. University of California, Santa Cruz, 2007.

[9] Li Ling-fang. Reputation, trust, and rebates: How online auction markets can improve their feedback mechanisms[J]. Journal of Economics and Management Strategy, 2010, 19(2): 303-331.

[10] Bapna R, Gupta A, Chang S A, et al. Overlapping online auctions: Empirical characterization of bidder strategies[J]. MIS Quarterly, 2009, 33(4): 763-783.

[11] Brown J, Morgan J. How much is a dollar worth? Tipping versus equilibrium coexistence on competing online auction sites [J] Journal of Political Economy, 2009, 117(4): 668-700.

[12] Yang Jian-xia, Wang hong, Chen Hong-min. Online Auctions with Competitive Sellers[C]. Econometric Society 10th World Congress, Shanghai, China, 2010.

[13] 黄　河, 陈　剑. 拍卖采购合同及议价谈判机制设计[J]. 管理科学学报, 2010, 13(3): 1-7.
Huang He, Chen Jian. Mechanism design on auctioning procurement contracts and bargaining[J]. Journal of Management

① 在多物品拍卖中由于使用的机制的原因, 当竞标者原本具有 $k_1>1$ 单位的需求时, 若当他发现对仅仅 $k_2<k_1$ 单位物品进行报价是最优时, 就会出现需求下降的现象.

Sciences in China, 2010, 13(3): 1 - 7. (in Chinese)
[14] 戎文晋, 刘树林. 关键词拍卖中最优保留价的研究[J]. 管理科学学报, 2010, 13(4): 29 - 37.
Rong Wen-jin, Liu Shu-lin. Study on optimal reserve price of keyword auctions[J]. Journal of Management Sciences in China, 2010, 13(4): 29 - 37. (in Chinese)
[15] Roth A, Ockenfels A. Last-minute bidding and the rules for ending Second-price auctions: Evidence from eBay and Amazon auctions on the Internet[J]. American Economic Review, 2002, 92(4): 1093 - 1103.
[16] Roth A, Ockenfels A. Late and multiple bidding in second price Internet auctions: Theory and evidence concerning different rules for ending an auction[J]. Games and Economic Behavior, 2006, 55(2): 297 - 320.
[17] Bajari P, Hortacsu A. The winner's curse, reserve prices, and endogenous entry: Empirical insights from eBay auctions [J]. RAND Journal of Economics, 2003, 34(2): 329 - 355.
[18] Füllbrunn S. Collusion or Sniping in Simultaneous Ascending Auctions[R]. FEMM No. 25, 2007.
[19] Harris M, Raviv A. Allocation mechanism and design of auctions[J]. Econometrica, 1981, 49(6): 1477 - 1499.
[20] Vakrat Y, Seidmann A. Implications of the Bidders' Arrival Process on the Design of Online Auctions[C] // Proceedings of the 33rd Hawaii International Conference on System Sciences, Hawaii, America, 2000.
[21] Wang R. Auctions versus posted-price selling[J]. American Economic Review, 1993, 83(4): 838 - 851.
[22] Wilcox R T. Experts and amateurs: The role of experience in internet auctions[J]. Marketing Letters, 2000, 11(4): 363 - 374.
[23] Hasker K, Gonzalez R, Sickles R. An Analysis of Strategic Behavior and Consumer Surplus in eBay Auctions[R]. Rice University, 2004.
[24] Ku G, Malhotra D, Murnighan J K. Competitive Arousal in Live and Internet Auctions [R]. Kellogg Graduate School of Management, Northwestern University, 2004.
[25] Myerson R. Optimal auction design[J]. Mathematics of Operation Research, 1981, 6(1): 58 - 73.
[26] Li H, Tan G. Hidden Reserve Prices with Risk Averse Bidders[R]. University of Columbia, 2000.
[27] Vincent D. Bidding off the wall: Why reserve prices may be kept secret[J]. Journal of Economic Theory, 1995, 65(2): 575 - 584.
[28] Katkar R, Lucking-Reiley D. Public versus secret reserve prices in eBay auctions: Results from a Pokemon field experiment [J]. Advances in Economic Analysis & Policy, 2006, 6(2): 1 - 23.
[29] Ausubel L M, Cramton P. Demand Reduction and Inefficiency in Multi-unit Auctions[R]. University of Maryland, 2002.
[30] Lucking-Reiley D. Auctions on the internet: What'a being auctioned, and how? [J]. The Journal of Industrial Economics, 2000, 48 (3): 227 - 252.

Optimal mechanism design for multi-unit online auctions

WANG Hong

School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 210096, China

Abstract: Compared with traditional auctions, online auctions have some unique characteristics, which include bidders' stochastic arrival, snipping effects, the existence of auction platform and the fee charged to sellers, as well as multi-unit and multiple stages. Taking into account these unique characteristics, this paper explores some important questions of multi-unit online auctions systematically. The result shows that goods with larger valuation disparity are more suitable to be on sale by auction but under the precondition that the network user basement should achieve a certain scale; under a unified analysis framework, we solve the seller's optimal public reserve price and private reserve price respectively, and also verify that the seller with private reserve price can gain more profits than the seller with public reserve price; considering the inconsistency between the auction platform and the seller's objectives, we indicate that, to decrease the listing fee, increasing commission ratio and shortening the auction duration are both helpful for us to design the incentive compatible optimal auction mechanism; to auction more goods is not always optimal for the seller, we solve for the optimal number of goods to be sold in one auction under one stage and multiple stage auctions respectively.

Key words: online auction; network basement; reserve price

附录：

1. 命题 **1** 的证明

$$p = \mathrm{E}(v_{(n-k)} \mid n) = \int_{\mu-d}^{\mu+d} x f_{v(n-k)|n}(x)\mathrm{d}x = \int_{\mu-d}^{\mu+d} x \frac{n!}{(n-k-1)!k!}[F(x)]^{n-k-1}[1-F(x)]^k f(x)\mathrm{d}x$$

根据均匀分布的假设可知 $F(x) = \dfrac{x-(\mu-d)}{2d}$, $f(x) = \dfrac{1}{2d}$, 因此有

$$p = \int_{\mu-d}^{\mu+d} x \frac{n!}{(n-k-1)!k!}\left[\frac{x-(\mu-d)}{2d}\right]^{n-k-1}\left[1-\frac{x-(\mu-d)}{2d}\right]^k \frac{1}{2d}\mathrm{d}x$$

令 $\dfrac{x-(\mu-d)}{2d} = t$, 则上式可以写为

$$p = \int_0^1 [(\mu-d)+2dt]\frac{n!}{(n-k-1)!k!}t^{n-k-1}(1-t)^k\mathrm{d}t$$

$$= (\mu-d)\int_0^1 \frac{n!}{(n-k-1)!k!}t^{n-k-1}(1-t)^k\mathrm{d}t + 2d\int_0^1 \frac{n!}{(n-k-1)!k!}t^{n-k}(1-t)^k\mathrm{d}t$$

根据恒等式 $\sum_{i=k+1}^{n} C_n^i x^i (1-x)^{n-i} = \dfrac{n!}{(n-k-1)!k!}\int_0^x t^k(1-t)^{n-k-1}\mathrm{d}t$ 可知

$$\int_0^1 \frac{n!}{(n-k-1)!k!}t^{n-k-1}(1-t)^k\mathrm{d}t = 1,\quad \int_0^1 \frac{n!}{(n-k-1)!k!}t^{n-k}(1-t)^k\mathrm{d}t = \frac{n-k}{n+1}$$

从而可以得到

$$p = (\mu-d) + 2d\frac{n-k}{n+1}$$

证毕.

2. 命题 **7** 和命题 **8** 的证明

为了求解给出的动态规划问题的显式解, 使用逆向归纳法, 在最后一个时期 (时期 T) 的利润为

$$h_T^*(x_T) = (1-\alpha)x_T(\mu+d-2d\theta(k_T+1)) - x_T tL - R$$

现在来考虑时期 $(T-1)$, 此时卖者面临的问题为

$$h_{T-1}^*(x_{T-1}) = \max_{k_{T-1}}\{(1-\alpha)(x_{T-1}-k_{T-1})[\mu+d-2d\theta(x_{T-1}-k_{T-1}+1)] - (x_{T-1}-k_{T-1})tL + (1-\alpha)k_{T-1}[\mu+d-2d\theta(k_{T-1}+1)] - x_{T-1}tL - 2R\} \quad (A1)$$

注意到上面的方程是 k_{T-1} 的二次式, 容易验证二项式的第 1 个系数为负数, 从而函数为 k_{T-1} 的凹函数, 使用一阶充分条件, 得到时期 $(T-1)$ 销售的最优批量为

$$k_{T-1}^* = \frac{1}{2}x_{T-1} + \frac{1}{8}\frac{tL}{(1-\alpha)d\theta} \quad (A2)$$

将式 (A2) 代入式 (A1) 中, 时期 $(T-1)$ 的利润函数可以重新表示为

$$h_{T-1}^*(x_{T-1}) = \frac{1}{16}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta} + (1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)x_{T-1} - (1-\alpha)d\theta x_{T-1}^2 - \frac{3}{2}tLx_{T-1} - 2R$$

卖者在时期 $(T-2)$ 所面临的问题为

$$h_{T-2}^*(x_{T-2}) = \max_{k_{T-2}}\{\frac{1}{16}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta} + (1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)(x_{T-2}-k_{T-2}) - (1-\alpha)d\theta(x_{T-2}-k_{T-2})^2 - \frac{3}{2}tL(x_{T-2}-k_{T-2}) - 2R + (1-\alpha)k_{T-2}(\mu+d-2d\theta(k_{T-2}+1)) - x_{T-2}tL - C\} \quad (A3)$$

同样很容易知道, 多时期的利润函数关于 k_{T-2} 是凹的, 这样可以得到时期 $(T-2)$ 应该销售的最优批量为

$$k_{T-2}^* = \frac{1}{3}x_{T-2} + \frac{1}{4}\frac{tL}{(1-\alpha)d\theta} \quad (A4)$$

将式 (A4) 代入式 (A3) 中, 可以得到时期 $(T-2)$ 的利润函数为

$$h_{T-2}^{*}(x_{T-2}) = \frac{1}{4}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta} + (1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)x_{T-2} - \frac{2}{3}(1-\alpha)d\theta x_{T-2}^2 - \frac{4}{2}tLx_{T-1} - 3R$$

可以猜想对于 i 而言, 在时期 $(T-i)$ 卖者最优的利润函数为

$$h_{T-i}^{*}(x_{T-i}) = \frac{1}{6}i(i+1)(i+2)\frac{1}{16}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta} + (1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)x_{T-i} - \frac{i+2}{2}tLx_{T-i} - \frac{2}{i+1}(1-\alpha)d\theta x_{T-i}^2 - (i+1)R$$

现在来证明对于 $i+1$, 时期 $(T-i-1)$ 卖者最优的利润函数依然符合上面的基本形式. 由

$$\begin{aligned} h_{T-i-1}(x_{T-i-1}, k_{T-i-1}) &= h_{T-i}^{*}(x_{T-i}) + (1-\alpha)k_{T-i-1}(\mu+d-2d\theta(k_{T-i-1}+1)) - x_{T-i-1}tL - R \\ &= \frac{1}{6}i(i+1)(i+2)\frac{1}{16}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta} + (1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)(x_{T-i-1}-k_{T-i-1}) - \\ &\quad \frac{i+2}{2}tL(x_{T-i-1}-k_{T-i-1}) - \frac{2}{i+1}(1-\alpha)d\theta(x_{T-i-1}-k_{T-i-1})^2 - (i+2)R - \\ &\quad x_{T-i-1}tL + (1-\alpha)k_{T-i-1}(\mu+d-2d\theta(k_{T-i-1}+1)) \end{aligned} \tag{A5}$$

对式(A5)取关于 k_{T-i-1} 的一阶导数并化简整理可得

$$k_{T-i-1}^{*} = \frac{i+1}{8}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta} + \frac{x_{T-i-1}}{i+2} \tag{A6}$$

式(A6)同时也是对于命题 8 中对于卖者在第 i 批次中拍卖的最优的物品数量的证明.

将式(A6)代入式(A5)中, 可以得到

$$h_{T-i-1}^{*}(x_{T-i-1}) = \frac{1}{6}(i+1)(i+2)(i+3)\frac{1}{16}\frac{(tL)^2}{(1-\alpha)d\theta} + (1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)x_{T-i-1} - \frac{i+3}{2}tLx_{T-i-1} - \frac{2}{i+2}(1-\alpha)d\theta x_{T-i-1}^2 - (i+2)R$$

这就证明了上面的猜想是正确的, 从而可以得到卖者从第 1 期到第 T 期的拍卖中获得的最大化总利润为

$$h_1^{*}(x_1) = \frac{T}{6}(T-1)(T+1)\frac{(tL)^2}{16(1-\alpha)d\theta} + (1-\alpha)(\mu+d-2d\theta)x_1 - \frac{T+1}{2}tLx_1 - \frac{2}{T}(1-\alpha)d\theta x_1^2 - TR$$

证毕.