

基于B-S模型的订单农业供应链协调机制研究^①

叶飞, 林强, 莫瑞君

(华南理工大学工商管理学院, 广州 510641)

摘要: 基于订单农业特点及实践中普遍存在的“保底收购, 随行就市”订单价格机制, 构建了“公司+农户”型订单农业供应链的决策模型. 研究发现传统的“保底收购, 随行就市”的价格机制并不能很好地协调此类“公司+农户”型订单农业供应链. 为此, 提出了一种“B-S 期权定价+生产协作+保证金”的合同机制来协调此类订单农业供应链. 研究表明, 公司可以通过套期保值工具——期权来降低其市场风险, 从而保证公司、农户都能获得相对稳定的收益, 增强“公司+农户”型订单农业供应链的稳健性. 另外, 实施该协调机制后, “公司+农户”型订单农业供应链可以实现完美协调, 并且公司与农户双方的利益均得到改善.

关键词: “公司+农户”型订单农业; 供应链; B-S 期权定价; 协调机制

中图分类号: F224.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2012)01-0066-11

0 引言

长期以来, 农业生产一直受到多种不确定因素的影响, 尤其是市场价格的频繁波动, 并由此衍生出“小生产、大市场”的矛盾, “公司+农户”型订单农业的出现在一定程度上缓和了这种困境. “公司+农户”型订单农业是指涉农企业与农户签订以远期交易价格为核心的农产品收购合约, 它明确规定了合约双方的权利与义务关系, 农户根据合约安排组织生产, 企业按照合约收购农产品的农业经营形式^[1]. 近十年来, “公司+农户”型订单农业得到了迅速发展, 并成为我国农产品供销市场产业化经营的主要形式^[2].

实践表明, “公司+农户”型订单农业能够减少农户决策的盲目性、降低农业产业化的运行成本与风险, 保证消费市场和生产企业原材料的稳定供应以及促进农户的增收, 从而提高农户的生活水平做出了重要贡献^[3]. 然而, 随着订单农

业的快速发展, 也暴露出许多问题并日趋严重, 集中体现为违约问题. 据报道, 近年来全国包括“公司+农户”形式在内的各种形式订单农业合同违约率超过80%^[4].

针对订单农业中的违约问题, 国内外理论界也提出了一些解决办法. 比如, Bogetoft 研究表明设计订单时必须考虑协调、激励以及交易成本问题^[5]. Tregurtha 和 Vink 提出合同双方的信任关系比正式的法律制度更能保证合同履行率^[6]. Zylbersztajn 则发现农户的履约率与农户经营的规模成正向关系, 规模越大的农户履约率越高^[7]. 此外, Rusten 通过对墨西哥的案例研究发现合同条款的设计、契约人的选择以及风险基金的安排对订单的履约有非常重要的作用^[8]. Nguyen TriKhiem 和 Shinichi Emor 通过对越南农业部门中若干订单农业的案例研究指出利益能否公平分配决定着订单农业的发展^[9]. 国内的研究学者指出, 实行“保底收购, 随行就市”价格机制^[10]、在

① 收稿日期: 2010-05-19; 修订日期: 2011-09-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971042; 71001041; 71172075); 广东省高等学校人文社会科学创新团队资助项目(08JDTDXM63002); 华南理工大学中央高校基本科研业务费资助项目(2011SC003; 2009ZM0240).

作者简介: 林强(1985—), 男, 四川内江人, 博士生, 通讯作者. Email: 404447148@qq.com

高均衡的力量状态下,公司与农户形成平等的谈判地位^[11]、提高违约成本,降低违约收益,以及提高公司或农户对双方投入的专用性资产的利用率^[12]等措施有利于降低公司与农户的违约风险。此外,国内还有一些学者开始利用 B-S (Black-Scholes, B-S) 期权定价模型来设计订单农业合约,并发现引入公司或农户买权的做法能有效规避我国订单农业的毁约风险^[13-14],但可惜的是他们的研究对订单农业的特性考虑不足。总体而言,已有的研究对解决我国“公司+农户”型订单农业高违约率的问题还是具有一定的启迪意义。

从目前已有的文献来看,传统有关“公司+农户”型订单农业的合同研究大都以经济学理论进行解释居多,但实际上“公司+农户”型订单农业构建的更是一类特殊的供应链,因而完全可以从供应链协作的角度来分析公司和农户的交易行为。此外,“公司+农户”型订单农业还具有其自身的独特性,即在农产品的生产过程中,不可避免的受到自然因素影响和农业生产季节性、周期性的限制,使得公司与农户在履约过程中都将承担很大的风险,而国内一些学者提出的诸如完善治理机制与合约、加大资产专用性投资和设计激励机制等措施大都主要用于减少公司与农户的道德风险;但对如何降低“公司+农户”型订单农业外部的市场价格波动风险考虑的并不多。事实上,农产品市场价格的大起大落也是“公司+农户”型订单农业组织违约的重要因素之一。对此,本文将从供应链管理的角度来探讨如何利用 B-S 期权定价模型来降低“公司+农户”型订单农业组织的外部市场价格波动风险,从而有效地提高订单农业组织的履约率。

尽管 B-S 期权定价模型可以用于化解订单农业外部市场的价格波动风险,但却无法解决因订单农业组织内部因利益分配结构不合理而带来的高违约率问题。事实上,目前造成我国订单农业组织违约率高的主要原因还是在于现有合同契约没有真正做到“收益共享,风险共担”,其核心问题是公司与农户签订的合约中缺乏一个合理的、有效的协调机制。因此,本文除了采用 B-S 期权定价模型来化解订单农业组织因为市场价格波动所引起的市场风险外,还将结合订单农业的特性从供

应链协作的角度考虑公司与农户之间的合同设计问题,以从根本上解决“公司+农户”型订单农业组织的违约问题。

基于上述分析,本文将在分析传统“公司+农户”型订单农业的特点基础上构建“公司+农户”型订单农业供应链的决策模型。在该模型中,本文将采纳实践中常用的“保底收购,随行就市”价格机制以保护农户收益,公司则为了减小市场价格变动带来的影响,将采用 B-S 期权定价模型来化解因为市场价格波动所带来的市场风险。另外,本文还将以集中决策模式下订单农业供应链绩效为标杆,对比分析分散决策模式下订单农业供应链绩效水平;在此基础上,进一步通过引入“B-S 期权定价+生产协作+保证金”契约机制以实现“公司+农户”型订单农业供应链的完美协调,并保证公司与农户的收益都得到改善。

1 基本模型的构建

1.1 基本假设与符号说明

为了便于分析,本文仅考虑由单一公司和单一农户组成的两级“公司+农户”型订单农业供应链,且它们为分散决策的个体,双方追求自身的收益最大。“公司+农户”型订单农业供应链的决策顺序可概括为:首先,在生产和销售季节到来之前,公司为了满足市场的需求与农户签订一个双方均可接受的农产品收购订单。该订单规定在生产结束时公司将以一定的价格(现实中为保障农户的利益,多采用“保底收购,随行就市”的价格形式)收购农户生产的所有农产品。其次,到生产季节时,农户将根据合约规定的价格(订单价格)和批发市场的预期销售价格(批发价格)确定农产品的生产量。然后,生产结束之时,公司将按照合约规定的价格形式收购农户生产的所有农产品。最后,公司将收购的农产品进行加工(如清洗、包装等)处理后,运往零售市场以一定的价格(零售价格)进行销售。至此,完成“公司+农户”型订单农业的一个生产周期。

为了建立模型和讨论问题的方便,在此提出如下假设:

①考虑“公司+农户”型订单农业供应链围

绕单一的农产品运作一个周期,并且只包含一个公司和一个农户;

② 农户的生产成本与农产品的生产量 q (决策变量) 有关,且生产成本 $c(q)$ 为 q 的严格增函数. 相应地,成本函数可以写为 $c(q) = c_0 + c_1q + c_2q^2$,其中 c_0 为固定成本,即不生产也要支付的费用,如农户的日常消费、农具等; $c_1 > 0$ 为种植单位农产品的投入成本,如种子、化肥、农药等; $c_2 > 0$ 为农户的努力成本系数, c_2q^2 表示农户生产农产品的努力成本,包括生产所花费的时间、精力等;

③ 农产品的销售市场可分为: 批发、零售两类市场. 如果公司与农户之间没有签订订单合约或者公司/农户违约,农户都将生产的农产品运到批发市场上出售,这时公司只能在批发市场上收购农产品,然后进行加工处理后,运往零售市场上再销售给顾客. 设单位农产品在批发市场上的销售价格(批发价格)为 ω ,它为非负的、连续的随机变量,且 $\omega \in [b_1, b_2]$,其概率密度函数与累积分布函数分别为 $g(\cdot)$ 和 $G(\cdot)$. 公司销售农产品的市场为零售市场,其销售价格(零售价格,这里假设由零售市场来决定) p 是取值范围 $[a_1, a_2]$ 上非负的、连续的随机变量,其分布函数和密度函数分别为 $F(\cdot)$ 和 $f(\cdot)$;

④ 大多数农产品为必需品,设公司收购的所有农产品都以零售价全部售出,不存在处理费用;

⑤ 公司与农户都为风险中性的决策个体,因此他们追求的都是期望收益最大化;

⑥ 以上信息对公司和农户是共同知识.

1.2 供应链的集中决策模型

在集中决策模式下,整条订单农业供应链的收益函数为

$$\Pi_{sc}(q) = pq - c(q) \tag{1}$$

如果公司与农户合作,那么选择的最优产量应使得整个供应链系统的期望收益最大,即农产品的最优产量应为 $q_{sc} = \arg \max_q E[\Pi_{sc}(q)]$,其中 $E[\cdot]$ 表示函数的期望. 根据式(1) 容易证明存在唯一确定的最优农产品产量 q_{sc} 使得整条供应链的期望收益最大,则

$$q_{sc} = (\bar{p} - c_1) / (2c_2) \tag{2}$$

式(2) 中的 \bar{p} 为零售价格 p 的期望值.

1.3 公司与农户的分散决策模型

实践中,公司为了保护农户的利益通常采用“保底收购,随行就市”的价格形式来收购农户生产的农产品. 即农户与公司双方根据自己的预期签订一个双方同意的订单,该订单规定生产结束时收购单位农产品的价格(订单价格)为 ω^c ,其中 $\omega^c \geq \omega_0$ (ω_0 为签订订单时,农户同意接受的最低订单价格,即为农户参与约束),如果订单合约履行时批发市场的销售价格(批发价格) ω 小于订单规定的价格 ω^c ,即 $\omega < \omega^c$,则公司按订单价格 ω^c 收购农产品; 否则,按批发价格 ω 收购农产品.

在分散决策模式下,公司和农户的决策变量分别为订单价格 ω^c 、农产品的产量 q . 其中,农户的收益函数为

$$\Pi_F^1(q) = \max(\omega, \omega^c) q - c(q) \tag{3}$$

根据式(3) 容易证明农户的期望收益 $E[\Pi_F^1(q)]$ 为 q 的凹函数,则存在唯一确定的 q_{F1}^* 使其最大. 由最优值的一阶条件,得

$$q_{F1}^* = (\bar{\omega} + \Lambda(\omega^c) - c_1) / (2c_2) \tag{4}$$

式中 $\Lambda(\omega^c) = \int_{b_1}^{\omega^c} (\omega^c - \omega) g(\omega) d\omega$; $\bar{\omega}$ 为批发价格 ω 的期望值.

公司的收益函数则为

$$\Pi_E^1(\omega^c) = [p - \max(\omega, \omega^c)] q \tag{5}$$

公司作为理性的决策者,与农户签订农产品的收购订单合约是为了获得收益,因此在不提供任何协调契约的情形下,如果双方按照“保低收购,随行就市”的价格形式签约时,公司与农户签订订单合约的前提条件为 $E[\Pi_E^1(\omega^c)] > 0$,等价于 $\bar{p} - [\bar{\omega} + \Lambda(\omega^c)] > 0$.

由式(5) 可知, $dE[\Pi_E^1(\omega^c)]/d\omega^c = -G(\omega^c) \cdot q < 0$,公司的期望收益为订单价格 ω^c 的严格单调减函数,因此订单价格最小时公司的期望收益最大,即

$$\omega^{c*} = \omega_0 \tag{6}$$

结合式(4) 与式(6) 则可以得到定理 1.

定理 1 在“保底收购,随行就市”的价格形式下,公司与农户从个体利益最大化角度决定的最优决策分别为

$$\begin{cases} \omega^{c*} = \omega_0 \\ q_{F1}^* = [\bar{\omega} + \Lambda(\omega_0) - c_1] / (2c_2) \end{cases} \tag{7}$$

由式(2)、(7) 得到推论 1.

推论 1 在分散决策模式下, 农户的最优产量小于整条供应链期望收益最大时的最优产量.

证明 由假设②可知 $c_2 > 0$, 另外 $\bar{p} - [\bar{\omega} + \Lambda(\omega_0)] > 0$; 因此 $q_{F1}^* - q_{SC} = [\bar{\omega} + \Lambda(\omega_0) - \bar{p}] / (2c_2) < 0$.

为了对比分析公司与农户合作前后整条订单农业供应链收益的变化情况, 记 $\Pi_{EF}^\tau = \Pi_E^\tau + \Pi_F^\tau$, 其中 $\tau = 1, 2, 3$.

推论 2 在“保底收购, 随行就市”的价格形式下, 供应链在集中、分散决策模式下的收益满足

1) 当 $\frac{\bar{p} + \bar{\omega} + \Lambda(\omega_0)}{2} \leq p \leq a_2$ 时, 供应链在

集中决策模式下的收益 Π_{SC} 大于等于分散决策模式下公司与农户的收益之和 Π_{EF}^1 ;

2) 当 $a_1 \leq p < \frac{\bar{p} + \bar{\omega} + \Lambda(\omega_0)}{2}$ 时, 供应链在

集中决策模式下的收益 Π_{SC} 小于分散决策模式下公司与农户的收益之和 Π_{EF}^1 .

推论 2 与传统的认识很不相同, 即传统相关研究一般认为供应链在集中决策模式下的收益一定不小于分散决策模式下的收益. 而推论 2 则表明, 当农产品市场价格下滑较大时, 供应链在集中决策模式下的收益则有可能低于分散决策模式下的收益, 这是因为受不确定因素的影响, 市场价格的下滑使得整个供应链的收益降低, 但是供应链在集中决策模式下决定的农产品最优产量(如式(2)所示)大于分散决策模式(定理1所示), 农产品的产量提高导致投入的生产成本增加.

举例分析 1 假定某农产品的零售价格 p 满足 $N(\bar{p}, \sigma^2)$ 的正态分布, 其中 $\bar{p} = 2.7$ (元/kg), $\sigma^2 = 0.25$; 为了便于分析, 设批发价格为零售价格的 0.75 倍, 即 $\omega = 0.75p$, 且农户同意接受的最低订单价格 $\omega_0 = 2$ (元/kg); 农户的生产成本系数分别为 $c_0 = 1500$, $c_1 = 0.5$, $c_2 = 0.00008$.

当农户同意接受的最低订单价格 $\omega_0 = 2$ 时, 由定理 1 可知, 此时公司选择的订单价格 ω^* 也为 2. 另外, 由式(2)、(7) 可以分别得到供应链进行集中、分散决策模式下的农产品最优产量, 将它们代入到公司、农户和供应链系统的收益函数中, 可以得到在不同的零售价格和批发价格下公司、

农户及整条供应链的收益, 具体如图 1 所示.

由图 1 可知, 当 $p < 2.67$ (图 1 中 **b** 线) 时, 公司的收益将随着零售价格 p 的减小而减小, 但农户的收益则保持不变. 当 $p \geq 2.67$ (图 1 中 **b** 线) 时, 公司和农户的收益都将随着零售价格 p 的增大而增大. 这是因为公司为了保障农户的收益, 提供“保底收购, 随行就市”的订单价格合约, 如果农产品的批发价格 ω 小于 2 (即 $p < 2.67$), 公司必须以订单价格 ω_0 (2 元/kg) 收购农户生产的所有农产品; 反之, 公司直接按批发价格 ω 收购农产品. 特别地, 当市场零售价格 p 小于订单价格 ω_0 , 即 $p < 2$ 时, 公司获得的收益小于零, 这时公司存在违约的风险.

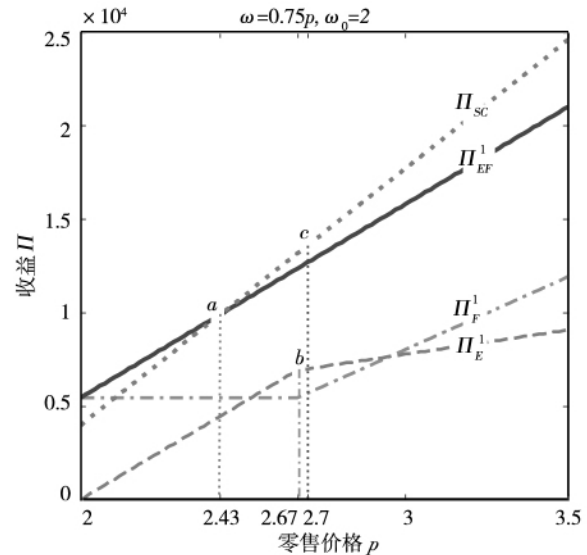


图 1 零售价格 p 的变动对公司、农户以及供应链收益的影响

Fig. 1 Effect of retail price on the benefits of company, farmer and supply chain

并且, 由以上参数还可以得到 $q_{F1}^* = 10390$, $q_{SC} = 13750$, 这与推论 1 一致, 即分散决策模式下农产品最优产量小于集中决策模式下的. 同时, 还注意到, 当 $p = \bar{p} = 2.7$ (图 1 中 **c** 线) 时, $\Pi_{EF}^1 < \Pi_{SC}$, 即 $E[\Pi_{EF}^1] < E[\Pi_{SC}]$.

此外, 集中决策模式下供应链的收益 Π_{SC} 和分散决策模式下供应链的收益 Π_{EF}^1 都将随着零售价格 p 的减小而下降, 但零售价格 p 对 Π_{SC} 的影响更加显著. 尤其是, 当 $p < 2.43$ (图 1 中 **a** 线) 时, 集中决策模式下供应链的收益将小于分散决策模式下供应链的收益, 这与推论 2(2) 的结论一致.

由此可见, 单单实施“保底收购, 随行就市”

价格机制并不能完全化解农产品的市场风险. 对此, 本文将引入“期权”来抵御供应链的市场价格波动风险, 以“生产协作 + 保证金”的契约机制提高供应链的绩效水平, 保证“公司 + 农户”型订单农业供应链的稳定实施.

2 B-S 期权定价模型

期权又称为选择权, 是确定买卖双方期货合约的选择权利. 期权交易是指期权的购买者通过向出售期权的一方支付一定价格即期权价格的费用(期权保险费), 获得在指定时间内以事先确定的执行价格购买某种资产的权利. 实践中, 主要利用 B-S(Black-Scholes, B-S) 期权定价模型来确定期权价格的费用. B-S 期权定价模型主要是解决金融衍生产品的定价问题, 比如股票^[15], 长期债券^[16]等. 随着市场经济的发展, 金融工程工具开始运用于传统产业, 如电子产品市场^[17], 大宗商品市场如钢铁、燃油^[18]等以及农产品市场^[13-14]等.

考虑到农产品的销售价格由市场决定, 但市场价格往往是不确定的, 因此公司通过购买期权的方式进行套期保值, 以转移市场价格波动所带来的风险^[13]. 即公司与农户签订收购农产品的合约后, 公司再购买期权以防范市场价格波动带来的风险, 这时, 如果零售市场的销售价格小于期权执行价格, 则公司行权以期权执行价格出售收购的农产品; 否则, 公司在市场上以零售价格直接销售农产品, 这时公司将损失购买期权的费用, 而购买期权的费用由 B-S 期权定价模型来确定.

2.1 分散决策模式下的 B-S 期权定价模型

公司通过购买期权进行套期保值, 防范市场价格波动带来的风险, 其决策变量为订单价格 ω^c 和期权执行价格 p_0 . 此时, 公司的收益函数可以表述为

$$\Pi_F^2(\omega^c, p_0) = [\max(p, p_0) - \max(\omega^c, \omega) - o(p_0)]q \quad (8)$$

公司将从个体最优的角度出发决定订单价格和期权执行价格以实现其期望收益的最大化. 由式(8)可知公司的期望收益

$$E[\Pi_F^2(\omega^c, p_0)] = [\bar{p} + \Lambda(p_0) -$$

$$(\bar{\omega} + \Lambda(\omega^c)) - o(p_0)]q \quad (9)$$

式中 $\Lambda(p_0) = \int_{a_1}^{p_0} (p_0 - x)f(x) dx$, $\Lambda(\omega^c) = \int_{b_1}^{\omega^c} (\omega^c - \omega)g(\omega) d\omega$; $\bar{p}, \bar{\omega}$ 分别表示零售价格 p 和批发价格 ω 的均值; p_0 表示期权执行价格; $o(p_0)$ 表示期权价格的费用, 其函数形式为

$$o(p_0) = p_0 e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2) - s\Phi(-d_1) \quad (10)$$

其中 s 表示农产品 t 时刻的零售价格; $\Phi(x)$ 表示均值为 0, 方差为 1 的标准正态分布变量小于 x 的累计概率分布函数; r 表示 $t - T$ 时间内以连续复利计算的无风险利率(农产品的预期增长率); t 表示公司与农户签订订单合约后购买期权的时刻; T 表示农产品的销售时刻; σ 表示农产品连续复利的年收益率的标准差(农产品价格波动幅度), 且变量间存在如下关系

$$d_1 = \frac{\ln(s/p_0) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t} \quad (11)$$

另外, 公司与农户为分散的决策个体, 公司将独自承担购买期权的费用 $o(p_0)$. 这时, 如果实施期权后公司的期望收益小于零, 公司将不会选择购买期权的方式来防范市场风险. 因此, 由式(9)可以得到公司实施期权的前提条件

$$\bar{p} + \Lambda(p_0) - (\bar{\omega} + \Lambda(\omega^c)) - o(p_0) > 0 \quad (12)$$

根据式(9)可知 $\Lambda(p_0) - o(p_0) < 0$, 否则公司购买期权后的期望收益增加, 它将选择无穷大的期权执行价格 p_0 , 这与现实不符.

本文采用序贯决策方法求解该模型, 公司首先决定农产品的订单价格, 然后以此为依据选择期权执行价格, 具体求解过程如下:

为了证明式(9)存在最优值, 首先证明存在引理 1.

引理 1 设 Φ 满足均值为 0, 标准差为 1 的标准正态分布的累计概率分布函数, ϕ 为密度分布函数, 则 $p_0\phi(d_2) \equiv se^{r(T-t)}\phi(d_1)$.

证明见附录 1.

根据引理 1, 求解式(9)可以得到定理 2.

定理 2 1) 对任意确定的期权执行价格 p_0 ,

公司的期望收益 $E[\Pi_E^2(\omega^c, p_0)]$ 为订单价格 ω^c 的严格单调减函数, 因此

$$\omega^{c**} = \omega_0 \quad (13)$$

2) 当 $p_0^2 \sigma \sqrt{T - t} f(p_0) - s \phi(d_1) > 0$ 时, 存在唯一确定的期权执行价格 p_0^* 使得 $E[\Pi_E^2(\omega^{c**}(p_0), p_0)]$ 最大, 其中

$$p_0^* = F^{-1} [e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2)] \quad (14)$$

证明详见附录 II.

由定理 2 可知, 实施期权前后公司决定的最优订单价格相等, 即 $\omega^{c**} = \omega^c = \omega_0$, 且农户根据农产品的订单价格、批发价格以及生产成本来确定农产品的产量, 因此公司购买期权进行套期保值, 不会影响农户的决策(农产品的最优产量)及其收益, 即 $q_{F2}^* = q_{F1}^*$, $\Pi_F^2 = \Pi_F^1$. 由式(14)可知, 期权的执行价格 p_0^* 与农产品现价 s 、无风险利率 r 、年收益率的标准差 σ 以及农产品的生产时间 $T - t$ 有关; 据此得到推论 3.

推论 3 当 $p_0^2 \sigma \sqrt{T - t} f(p_0) - s \phi(d_1) > 0$ 时, 公司决定的期权执行价格 p_0^* 满足

- 1) 不受订单价格 ω^c 的影响;
- 2) 对任意给定的 $r, \sigma, (T - t)$, 有 $\partial p_0 / \partial s < 0$; 对任意给定的 $s, \sigma, (T - t)$, 有 $\partial p_0 / \partial r < 0$, 且对任意给定的 $s, r, (T - t)$, 有 $\partial p_0 / \partial \sigma > 0$;
- 3) 对任意给定的 s, r, σ , 当 $d_1 > 2[\sqrt{T - t} / \sigma + \Phi(-d_2)(T - t) / \phi(d_2)]r$ 时, $\partial p_0 / \partial (T - t) > 0$; 反之, $\partial p_0 / \partial (T - t) \leq 0$.

由推论 3 可知, 公司选择的期权执行价格 p_0 只与外部变量 $(s, r, \sigma, T - t)$ 有关, 且随着农产品现价 s 以及无风险利率 r 的增大而减小, 随着农产品年收益率的标准差 σ 的增大而增大. 然而, 期权执行价格与农产品生产时间 $T - t$ 的正负相关性却受其它变量 (s, r, σ) 的影响. 这是因为农产品的生产时间 $T - t$ 越长, 公司面临的风险也越大, 需要上调期权执行价格以规避市场风险; 同时作为套期保值工具——期权, 其套期保值时间 $(T - t)$ 越长, 面临的风险越大, 因而所要支付的“保险费”也理应越高, 但具体的“保险费”与所有的外部变量 $(s, r, \sigma, T - t)$ 都有关. 因此, 在一定条件下期权执行价格随着生产时间的增加而减小, 反之, 则增大, 如推论 3(3) 所示.

2.2 集中决策模式下的 B-S 期权定价模型

考虑公司与农户合作情形下的 B-S 期权定价模型, 假设此时由公司决定农产品的产量和期权执行价格, 使得整条供应链的期望收益最大.

整条供应链的收益函数可以表述为

$$\Pi_{BS}(q, p_0) = [\max(p, p_0) - o(p_0)]q - c(q) \quad (15)$$

相应地, 整条供应链的期望收益函数

$$E[\Pi_{BS}(p_0, q)] = [\bar{p} + \Lambda(p_0) - o(p_0)]q - c(q) \quad (16)$$

式中 $\Lambda(p_0) = \int_{a_1}^{p_0} (p_0 - x)f(x) dx$; 同样地, \bar{p} 表示零售价格 p 的均值; p_0 表示期权执行价格; $o(p_0)$ 如式(10)所示.

同理, 采用序贯决策方法求解该模型, 即公司首先决定农产品的产量, 然后以此作为依据选择期权执行价格, 具体的求解过程如下:

根据引理 1, 求解式(16)可以得到定理 3.

定理 3 1) 对任意确定的期权执行价格 p_0 , 存在唯一确定的最优农产品产量 $q_{BS}(p_0)$, 其中

$$q_{BS}(p_0) = \frac{\bar{p} + \Lambda(p_0) - o(p_0) - c_1}{2c_2} \quad (17)$$

2) 当 $p_0^2 \sigma \sqrt{T - t} f(p_0) - s \phi(d_1) > 0$ 时, 存在唯一确定的期权执行价格 p_0^* 使得 $E[\Pi_{BS}(p_0, q_{BS}(p_0))]$ 最大, 其中

$$p_0^{**} = F^{-1} [e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2)] \quad (18)$$

与定理 2 类似的证明.

由定理 3 可知, 供应链在集中决策模式下的期权执行价格等于分散决策模式下的期权执行价格, 即 $p_0^* = p_0^{**}$, 且期权的执行价格 p_0^{**} 也是由 s, r, σ 和 $T - t$ 共同来决定, 其正负相关性与推论 3 一致. 另外, 由式(18)可知, 集中决策模式下决定的农产品最优产量受期权执行价格以及购买期权费用的影响, 由此得到推论 4.

推论 4 在集中决策模式下, 实施期权后整条供应链决定的最优产量小于未实施期权时整条供应链决定的最优产量, 但大于分散决策模式下农户决定的最优产量, 即 $q_{F1}^* = q_{F2}^* < q_{BS} < q_{SC}$.

证明 1) 根据公司实施期权的前提条件 $\bar{p} + \Lambda(p_0) - o(p_0) > \bar{\omega} + \Lambda(\omega^c)$, 由定理 1、3 容易得到, 通过期权进行套期保值后, 集中决策模式下的

最优产量 q_{BS} 大于分散决策模式下的最优产量 q_{F2}^* 和 q_{F1}^* ;

2) 由 $\Lambda(p_0) - o(p_0) < 0$, 且 $q_{BS} - q_{SC} = [\Lambda(p_0) - o(p_0)] / (2c_2)$, 因此在集中决策模式下, 实施期权后整条供应链决定的最优产量 q_{BS} 小于未实施期权时的最优产量 q_{SC} .

举例分析 2 下面通过数值分析来进一步说明 B-S 期权定价模型的有效性. 考虑公司与公司间签订农产品的期权订购合约, 外部变量设定如下: 农产品当前的市场销售价格为 $s = 2.7$ (元/kg), 且无风险利率为 $r = 0.12$; 农产品的市场价格波动率(年收益率的标准差)为 $\sigma = 0.5$; 农产品的生产时间(期权期限) $T - t$ 为一季度. 为了对比分析实施期权前后公司、农户以及整条供应链的收益变化情况, 其它参数与举例分析 1 一致.

由式(14)可以得到期权执行价格 $p_0^* = 2.65$, 相应地期权费用 $o(p_0^*) = 0.2030$, 容易计算 $\bar{p} + \Lambda(p_0^*) - (\bar{\omega} + \Lambda(\omega_0)) - o(p_0^*) = 0.51 > 0$, 且 $\Lambda(p_0^*) - o(p_0^*) = -0.027 < 0$, 因此公司可以选择购买期权来防范市场价格波动带来的风险.

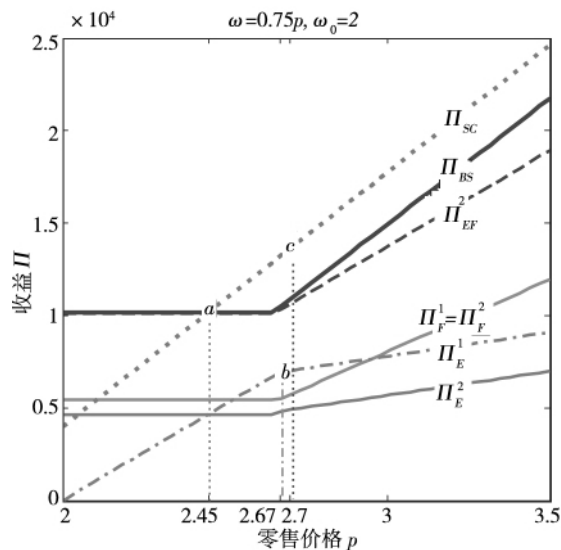


图 2 实施期权前后零售价格 p 的变动对公司、农户以及供应链的收益的影响

Fig. 2 Effect of retail price on the benefits of company, farmer and supply chain, before and after the implementation of options

由公司 and 农户的收益曲线(如图 2 所示)可知, 在分散决策模式下, 公司选择套期保值工具一期权以规避市场价格波动带来的风险后, 保证

了它可以获得相对稳定的收益, 而农户的收益没有改变, 这时整个供应链的收益波动幅度也将减小. 注意到, 零售价格下滑幅度较大时 ($p < 2.45$), 则整个供应链在集中决策模式下实施期权后的收益大于实施期权前, 即 $\Pi_{BS} > \Pi_{SC}$; 反之, 由于购买期权需要支付一定费用的影响, 零售价格上升或者下滑幅度较小时 ($p \geq 2.45$), 则 $\Pi_{BS} \leq \Pi_{SC}$, 如图 2 所示.

由图 2 可知, 在采用期权进行套期保值的情形下, 公司与农户分散决策模式下的收益之和小于集中决策模式下整个供应链的收益, 即 $\Pi_{EF}^2 < \Pi_{BS}$, 因此引入期权进行套期保值, 减小了公司的市场风险, 有利于防范其机会主义行为, 但并没有实现“公司 + 农户”型订单农业供应链的完美协调, 为此考虑“B-S 期权定价 + 生产协作 + 保证金”的协调契约机制, 以提高供应链的绩效水平.

3 “B-S 期权定价 + 生产协作 + 保证金”协调契约机制

进一步地, 公司为改善供应链绩效以及保证农产品的稳定供应, 采用“生产协作”契约机制来激励农户提高农产品的生产量. “生产协作”是指公司参与到农户的生产过程中, 双方共同协作完成农产品的生产任务, 即在农产品的生产过程中, 公司提供从种子、化肥到技术、管理流程等一系列服务, 保证生产的顺利进行、提高产量, 降低农户的生产投入成本. 公司提供“生产协作”契约机制的实质是公司农户共同投入成本进行生产, 公司资金的支持与技术的投入, 提高了农户生产的积极性, 使得农户的成本减少和农产品产量的提高, 实现供应链的协调.

为了防范农户的道德风险以保证订单农业供应链的顺利实施, 当公司与农户签订订单合约时, 农户需向公司交纳一定的加盟费 d , 该加盟费也可以看作农户从公司领取种子、化肥等支付费用, 也可看作保证金. 先考虑公司的决策, 公司通过调整订单价格和确定期权执行价格来追求自身利益的最大化, 其收益函数可以表述为

$$\Pi_E^3(\omega^c, p_0) = [\max(p, p_0) - \max(\omega, \omega^c) - o(p_0)] \times$$

$$q - \delta c(q) + d \tag{19}$$

同样地,采用序贯决策方法求解该模型,具体求解过程如下:

对任意确定的期权执行价格 p_0 , 由 $\partial E[\Pi_E^3(\omega^c, p_0)] / \partial \omega^c = -G(\omega^c)q$, 可以得到公司的期望收益 $E[\Pi_E^3]$ 为 ω^c 的严格单调递减函数, 因此公司的期望收益在农产品的订单价格最小时最大, 即

$$\omega^{c***} = \omega_0 \tag{20}$$

与式 (8) 相似地, 可以求解最优的期权执行价格. 当 $p_0^2\sigma \sqrt{T - tf(p_0)} - s\phi(d_1) > 0$ 时, 最优的期权执行价格 p_0^{***} 满足

$$p_0^{***} = F^{-1} [e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2)] \tag{21}$$

此时, 农户的收益函数可以表述为

$$\Pi_F^3(q) = \max(\omega, \omega^c)q - (1 - \delta)c(q) - d \tag{22}$$

容易证明 $E[\Pi_F^3(q)]$ 为产量 q 的严格凹函数, 因此存在最优值. 由一阶条件, 可得在协调契约机制情形下, 农户决定的农产品最优产量为

$$q_{F3}^* = \frac{\bar{\omega} + \Lambda(\omega^c) - (1 - \delta)c_1}{2(1 - \delta)c_2} \tag{23}$$

在分散决策模式下实现系统完美协调的条件 (公司采用协调契约机制的目的) 是诱导农户选择的农产品最优产量等于整条供应链期望收益最大时所需要的产量, 同时农户也考虑从自身角度出发获得的期望收益最大, 因此令 $q_{F3}^* = q_{BS}$; 得到

$$\bar{\omega} + \Lambda(\omega^c) = (1 - \delta) [\bar{p} + \Lambda(p_0) - o(p_0)] \tag{24}$$

综合式 (20)、(24) 可以得到推论 5.

推论 5 当 $p_0^2\sigma \sqrt{T - tf(p_0)} - s\phi(d_1) > 0$ 时; 存在唯一确定的“生产协作”系数 δ^* ($0 < \delta^* < 1$), 其中

$$\delta^* = \frac{\bar{p} + \Lambda(p_0^{***}) - o(p_0^{***}) - (\bar{\omega} + \Lambda(\omega_0))}{\bar{p} + \Lambda(p_0^{***}) - o(p_0^{***})} \tag{25}$$

由推论 5 可知, 公司选择的生产协作系数, 即投入生产成本的比例不受保证金 d 的影响, 但随着农产品的订单价格或期权费用的减少而增大.

根据式 (22) 可以得到, 农户的期望收益 $E[\Pi_F^3(q)]$ 为

$$E[\Pi_F^3(q)] = (1 - \delta) E[\Pi_{BS}(p_0, q)] - d \tag{26}$$

此时, 公司的期望收益 $E[\Pi_E^3(\omega^c, p_0)]$ 为

$$E[\Pi_E^3(\omega^c, p_0)] = \delta E[\Pi_{BS}(p_0, q)] + d \tag{27}$$

由式 (26)、(27) 可知, 生产协作系数 δ 即为公司或农户所得的收益占整个供应链收益的比例, 而保证金 d 即用于防范农户的道德风险, 也可以调节供应链中公司、农户之间收益的分配比例.

有效的契约机制需保证所有参与者合作之后的收益不减少, 即保证公司与农户合作后的收益不小于合作前的收益; 因此合作协调契约机制必须满足的约束条件为

$$\begin{cases} E[\Pi_E^3] \geq E[\Pi_E^2] \\ E[\Pi_F^3] \geq E[\Pi_F^2] \end{cases} \tag{28}$$

将上式与式 (26)、(27) 联立, 即可以求出保证金 d 的取值范围

$$d \geq 2c_2(q_{BS} - q_{F1}^*)q_{F1}^* - \delta E[\Pi_{BS}] \tag{29}$$

$$d \leq c_2(q_{BS}^2 - q_{F1}^{*2}) - \delta E[\Pi_{BS}]$$

举例分析 3 下面进一步通过数值分析来验证该协调契约机制的有效性. 为了对比分析公司实施“B-S 期权定价 + 生产协作 + 保证金”协调契约机制后公司、农户以及供应链的收益变化情况, 所有参数与举例分析 1、2 一致.

与举例分析 2 一致, 这时同样满足公司实施期权进行套期保值的前提条件. 根据相关参数容易计算得到实施“B-S 期权定价 + 生产协作 + 保证金”协调契约机制后, 分散决策模式下农户决定的最优产量等于整个供应链收益最大时的最优产量, 即 $q_{F3}^* = q_{BS} = 13\,578$. 由式 (25) 容易得到 $\delta^* = 0.1908$, 与此同时, 保证金 d 的取值范围为 $[2\,771, 3\,584]$.

为了防范农户的道德风险, 公司向农户收取一定的保证金, 但它的具体取值由双方协商决定. 假如公司设定的保证金 $d = 3\,000$, 则公司、农户以及供应链的收益情况如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 实施“B-S 期权定价 + 生产协作 + 保证金”的协调契约机制后, 公司与农户的收益都大于“保底收购, 随行就市”的价格机制时的收益, 即 $\Pi_E^3 > \Pi_E^2, \Pi_F^3 > \Pi_F^2$, 换言之, 该协调契约使得公司与农户的收益均可达到 Pareto 改进. 此外, 分散决策模式下公司与农户的收益之和等于集中决策

模式下的收益,即 $\Pi_{BS} = \Pi_{EF}^3$, 达到了供应链的完美协调.

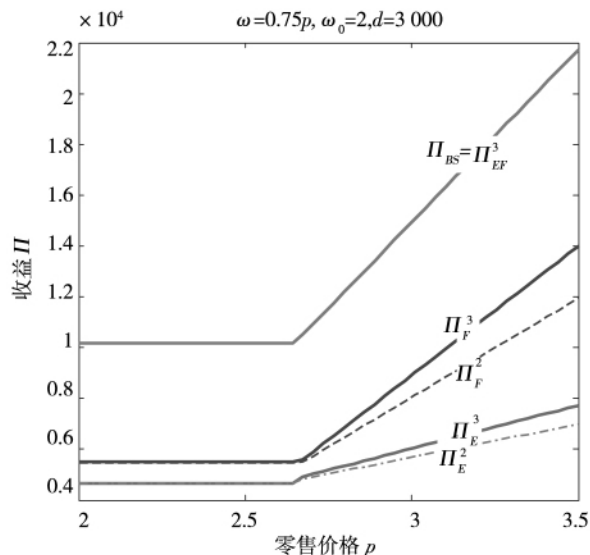


图3 提供协调契约机制后零售价格 p 的变动对公司、农户以及供应链的收益的影响

Fig. 3 Effect of retail price on the benefits of company, farmer and supply chain, under the coordination contract

4 结束语

本文基于订单农业的特点构建了“公司+农户”型订单农业供应链的决策模型,并在此决策模型中采纳了实践中普遍存在的“保底收购,随行就市”订单价格形式以保护农户的收益,提高农户的履约率.除此之外,本文分析了集中决策模式与分散决策模式下公司、农户的决策行为与收益情况.在此基础上,提出采用B-S期权定价模型来化解农产品市场价格波动风险,但此时供应链并未能得到完美协调.为此,本文进一步提出了一种新的契约机制“B-S期权+生产协作+保证金”来协调此类订单农业供应链.

总体而言,本文的较重要研究结论可概括为以下几点:(1)仅简单的实施“保低收购,随行就市”价格机制虽然可降低农户面临的市场风险,提高农户的履约率,但这样的价格机制将使得农

产品的市场风险完全由公司来承担,因此这样的价格机制无法防止公司在市场行情不好时(如零售价格跌幅较大时)的机会主义行为,公司存在违约的风险.这意味着简单的“保底收购,随行就市”的价格机制并不能很好地协调此类“公司+农户”型订单农业供应链;(2)市场价格的波动使得集中决策模式下供应链的收益有可能小于分散决策模式下供应链的收益,这与传统的认识不一致;(3)在分散决策模式下,公司选择套期保值工具一期权以规避市场价格波动带来的风险后,保证了公司可以获得相对稳定的收益,而农户的收益没有改变,这时供应链的收益波动幅度也将减小.但是,在公司采用期权进行套期保值的情形下,分散决策模式的收益小于集中决策模式的收益,没有实现“公司+农户”型订单农业供应链的完美协调.(4)为此,本文提出了一种“B-S期权定价+生产协作+保证金”的契约机制来协调此类订单农业供应链.

研究结果表明,公司通过套期保值工具——期权来降低其市场风险,从而保证了公司、农户都能获得相对稳定的收益,增强“公司+农户”型订单农业供应链的稳健性;另外,公司投入生产成本与农户进行协作生产,有利于调动农户生产的积极性,提高农产品的产量,并且农户交纳保证金的举措防范了它的道德风险,即“生产协作+保证金”契约让公司与农户形成了一个利益共同体.总之,该协调契约机制,可以达到“公司+农户”型订单农业供应链的完美协调,并且公司与农户双方的利益均得到改善.

当然,“公司+农户”型订单农业供应链是典型的分散式决策并含有多种不确定性因素的复杂系统,本文是在一定的简化模型基础上进行的研究.本文仅探讨了农户生产的规模不经济性以及农产品市场价格波动所带来的市场风险,但没有考虑农产品的产量、质量及农户与公司之间信息不对称等特性,将来可以进一步考虑将这些因素纳入订单农业供应链模型中,使决策模型更贴近实际.

参考文献:

[1] 万俊毅. 准纵向一体化、关系治理与合约履行[J]. 管理世界, 2008, 183(12): 93-102.

Wan Junyi. The quasi-vertical integration, the governance by relations and the performance of contracts [J]. Management

- World, 2008, 183(12): 93 – 102. (in Chinese)
- [2] Guo H D, Robert W J, Zhu J H. Contract farming in China: Perspectives of farm households and agribusiness firms [J]. *Comparative Economic Studies*, 2007, 49: 285 – 312.
- [3] Sachiko M, Nicholas M, Hu D. Impact of contract farming on income: Linking small farmers, packers, and supermarkets in China [J]. *World Development* 2009, 37(11): 1781 – 1790.
- [4] 徐雪高, 沈 杰. 订单农业履约困境的根源及发展方向——以黑龙江省某企业“期货+订单”为例 [J]. *华中农业大学学报(社会科学版)*, 2010, 85(1): 45 – 49.
Xu Xuegao, Shen Jie. An analysis on the performance dilemma and countermeasures for contract farming: Based on contract farming with futures market in Heilongjiang [J]. *Journal of Huazhong Agricultural University (Social Sciences Edition)*, 2010, 85(1): 45 – 49. (in Chinese)
- [5] Bogetoft P, Olsen H. Ten rules of thumb in contract design: Lessons form Danish agriculture [J]. *European Review of Agricultural Economics*, 2002, 29(2): 185 – 204.
- [6] Tregutha N L, Vink N. Trust and supply chain relationship: A south African case study [C]. *Annual Conference Paper of International Society for the New Institutional Economics*, 2002: 27 – 29.
- [7] Zylbersztajn D. Tomatoes and courts: Strategy of the agro-industry facing weak contract enforcement [R]. *School of Economic and Business, University of Sao Paulo, Brazil*, 2003.
- [8] Runsten D, Key N. Contract farming in developing countries: Theoretical aspects and analysis of some Mexican cases [R]. *Santiago: UN Economic Commission for Latin America and the Caribbean*, 1996.
- [9] Nguyen Tri Khiem, Shinichi Emor. Linking farmers to markets through contract farming [J]. *Markets and Development Bulletin*, 2005.
- [10] 郭红东. 龙头企业与农户订单安排与履约: 理论和来自浙江企业的实证研究 [J]. *农业经济问题*, 2006, (2): 37 – 42.
Guo Hongdong. Dragon-head companies and enforcement of contract-farming between the agribusiness firms and farmers: Theory and practice in Zhejiang Province [J]. *Issues in Agricultural Economy*, 2006, (2): 37 – 42. (in Chinese)
- [11] 马九杰, 徐雪高. 市场结构与订单农业的履约分析 [J]. *农业经济问题*, 2008, (3): 35 – 41.
Ma Jiujie, Xu Xuegao. Market structure and enforcement of contract-farming [J]. *Issues in Agricultural Economy*, 2008, (3): 35 – 41. (in Chinese)
- [12] 杨明洪, 李 彬. 中国订单农业违约风险因素评估: 来自山东的经验 [J]. *财经科学*, 2009, 261(12): 107 – 116.
Yang Minghong, Li Bin. Risk factor analysis of contract breach of China's ordering agriculture: Evidence from Shandong Province [J]. *Finance & Economics*, 2009, 261(12): 107 – 116. (in Chinese)
- [13] 朱晓霞, 彭正龙. 规避订单农业违约行为的期权和期货套期保值策略分析 [J]. *农业经济问题*, 2008, (10): 26 – 30.
Zhu Xiaoxia, Peng Zhenglong. Analysis on the breach of agricultural orders [J]. *Issues in Agricultural Economy*, 2008 (10): 26 – 30. (in Chinese)
- [14] 王蕾蕾, 刘亚相, 程 波. 基于带跳 O-U 过程的订单农业合约期权定价 [J]. *中国农学通报*, 2009, 25(4): 303 – 306.
Wang Lielie, Liu Yaxiang, Cheng Bo. The pricing of production on orders option under the O-U process with jump [J]. *Chinese Agricultural Science Bulletin*, 2009, 25(4): 303 – 306. (in Chinese)
- [15] 庄新田, 苏艳丽, 何 佳. 非对称信息条件下国有股减持定价研究 [J]. *管理科学学报*, 2008, 11(3): 140 – 152.
Zhuang Xintian, Su Yanli, He Jia. Analysis of Pricing method of reducing state-owned shares under asymmetric information [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2008, 11(3): 140 – 152. (in Chinese)
- [16] 周其源, 吴冲锋, 刘海龙. 可赎回可转换贴现债券完全拆解定价法 [J]. *管理科学学报*, 2009, 12(4): 135 – 144.
Zhou Qiyuan, Wu Chongfeng, Liu Hailong. Analytic valuation of the callable convertible discount bonds: Equivalent decomposition method [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2009, 12(4): 135 – 144. (in Chinese)
- [17] Barnes-Schuster D, Basok Y, Anupindi R. Coordnation and flexibility in supply contracts with options [J]. *Manufacturing & Services Operations Management*, 2002, (3): 171 – 207.
- [18] Daniel O C, Benjamin M T. Evidence of long range dependence in Asian equity markets: The role of liquidity and market restrictions [J]. *Physica A*, 2007, 342: 656 – 664.

Contract-farming supply chain coordination mechanism based on B-S model

YE Fei, LIN Qiang, MO Rui-jun

School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China

Abstract: The decision making model for “Company + Farmers” Contract-Farming supply chain is proposed by taking into consideration the characteristics of Contract-Farming and the popular protection price contract in practice. We find the traditional protection price contract can not fully coordinate the contract farming supply chain, which inspiring us to develop a kind of “B-S option pricing + production collaboration + guarantee money” contract. The results show that option hedging can help to reduce the market risk and achieve relative stable revenues of both the company and the farmer, so as to enhance the robustness of the “Company + Farmers” Contract-Farming supply chain. In addition, with the proposed B-S option pricing contract, the perfect coordination of “Company + Farmers” contract-farming supply chain, as well as the improving of the benefits of both the company and the farmer, can be achieved.

Key words “company + farmers” contract-farming; supply chain; B-S option pricing; coordination contract mechanism

附录

附录 I: 引理 1 的证明.

证明 令 $\rho = \frac{s}{p_0} e^{\alpha(T-t)}$; 要证 $\rho\phi(d_1) = \phi(d_2)$, 只需证明

$$\ln \rho\phi(d_1) = \ln \phi(d_2);$$

由假设可知

$$\ln \phi(x) = -\frac{1}{2}(\ln 2\pi + x^2) \tag{I-1}$$

另外

$$d_1 = \frac{\ln \rho + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}; d_2 = \frac{\ln \rho - \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{I-2}$$

从而有

$$\ln \rho\phi(d_1) - \ln \phi(d_2) = \ln \rho - \frac{1}{2}d_1^2 + \frac{1}{2}(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})^2 \tag{I-3}$$

将式(I-2) 代入式(I-3) 可得

$$\ln \rho\phi(d_1) - \ln \phi(d_2) \equiv 0 \tag{I-4}$$

证毕.

附录 II 定理 2 的证明.

证明 对任意确定的期权执行价格 p_0 , 供应链的决策函数 $E[\Pi_E^2(\omega^c, p_0)]$ 为订单价格 ω^c 的单变量函数, 注意到

$$\frac{\partial E[\Pi_E^2(\omega^c, p_0)]}{\partial \omega^c} = -G(\omega^c)q \tag{II-1}$$

与式(3) 相似地, 可以得到期望收益 $E[\Pi_E^2(\omega^c, p_0)]$ 为 ω^c 的严格单调递减函数; 因此, 当订单价格最小时, 公司的期望收益最大, 即 $\omega^{c*} = \omega_0$, 如式(13) 所示.

接着, 求解最优的期权执行价格 p_0^* 使得 $E[\Pi_E^2(\omega^{c*}, p_0)]$ 最大. 由隐函数的求导法则, 得

$$\frac{dE[\Pi_E^2(\omega^{c*}, p_0)]}{dp_0} = [F(p_0) - \frac{do(p_0)}{dp_0}]q \tag{II-2}$$

其中 $o(p_0)$ 如式(10) 所示. 从而有

$$\frac{do(p_0)}{dp_0} = e^{-\alpha(T-t)}\Phi(-d_2) - p_0 e^{-\alpha(T-t)}\frac{\partial \Phi(d_2)}{\partial d_2}\frac{\partial d_2}{\partial p_0} + s\frac{\partial \Phi(d_1)}{\partial d_1}\frac{\partial d_1}{\partial p_0} \tag{II-3}$$

令 $\partial \Phi(x) / \partial x = \phi(x)$, 其中 $x = d_1, d_2$; $\phi(x)$ 为标准正态分布的密度函数. 由式(11) 可以得到 $\partial d_1 / \partial p_0 = \partial d_2 / \partial p_0$

$p_0 = -1 / (p_0 \sigma \sqrt{T-t})$, 将其代入式(II-3), 有

$$\frac{do(p_0)}{dp_0} = e^{-\alpha(T-t)}\Phi(-d_2) - [p_0\phi(d_2)e^{-\alpha(T-t)} - s\phi(d_1)]\frac{1}{p_0\sigma\sqrt{T-t}} \tag{II-4}$$

由引理1 可知 $p_0\phi(d_2) \equiv se^{\alpha(T-t)}\phi(d_1)$, 因此等式右边第 2 项等于零, 相应地将式(II-4) 代入式(II-2) 中, 得

$$\frac{dE[\Pi_E^2(\omega^{c*}(p_0), p_0)]}{dp_0} = [F(p_0) - e^{-\alpha(T-t)}\Phi(-d_2)]q \tag{II-5}$$

将上式(II-5) 求二阶导数, 得

$$\frac{d^2 E[\Pi_E^2(\omega^{c*}(p_0), p_0)]}{dp_0^2} = [p_0^2\sigma\sqrt{T-t}f(p_0) - s\phi(d_1)]\frac{q}{p_0^2\sigma\sqrt{T-t}} \tag{II-6}$$

由于 $q > 0$, 且 $p_0^2\sigma\sqrt{T-t} > 0$, 因此当 $p_0^2\sigma\sqrt{T-t}f(p_0) - s\phi(d_1) > 0$ 时, $E[\Pi_E^2(\omega^{c*}(p_0), p_0)]$ 为期权执行价格的 p_0 凸函数, 存在唯一确定的最优期权执行价格 p_0^* 使其最大, 由最优解的存在条件, 令 $dE[\Pi_E^2(\omega^{c*}(p_0), p_0)]/dp_0 = 0$, 可以得到式(14).