第15卷第3期
2012年3月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 15 No. 3
Mar. 2012

基于 Cobb - Douglas 效用函数的多属性采购拍卖①

李 军，刘树林
(对外经济贸易大学国际经济贸易学院，北京 100029)

摘要： 在多属性采购拍卖的实践中，利润和赢得合同对供给者来说具有不同的重要性. 假设供给者使用 Cobb-Douglas 效用函数对利润和赢得合同的重要性程度进行权衡，在第一评分拍卖及第二评分拍卖下获得了供给者的均衡投标策略和采购者的期望效用，并对采购者的期望效用进行了比较. 结果表明供给者对被采购物品的质量选择只与自己的成本参数和打分函数有关；当供给者越看重获取采购合同，采购者的期望效用越高；当采购者只能使用效用函数打分时，如果供给者更看重利润，采购者应该采用第二评分拍卖节约采购成本，否则使用第一评分拍卖.

关键词： 政府采购；Cobb-Douglas 效用函数；多属性采购拍卖；第一评分拍卖；第二评分拍卖
中图分类号： F253.2　**文献标识码：** A　**文章编号：** 1007-9807(2012)03-0054-07

0 引 言

随着我国市场经济的蓬勃发展，各种现代经济工具广泛运用于经济实践，对优化资源配置、节约社会成本和提高社会福利起到了重要作用. 采购(招标)拍卖作为有效配置经济资源的工具，广泛运用于政府采购、企业采购以及其他资源配置等方面，提高了经济效率，促进了中国特色市场经济的健康发展. 2008 年全国实施政府采购 5 990.9亿元人民币，占财政支出的9.6%，占全国 GDP 的2%，节约资金 758.6 亿元人民币，节约率11.2%. ②随着市场经济的进一步深入，采购(尤其是政府采购)占国民经济比重将进一步提高，在我国经济生活中起到举足轻重的作用.

为节约成本、提高效率，研究采购拍卖有着重大的现实意义和应用价值. 但是，采购拍卖与传统的单物品拍卖不同，采购者不仅仅只考虑采购成本，往往还要考虑被采购物品的质量、交货日期、售后服务以及供给者信誉等其他因素. 采购拍卖涉及被采购物品的多种属性，是多属性拍卖. 因而，相比于传统单物品拍卖，采购拍卖更为复杂.

多属性采购拍卖模型可以分为博弈论模型和决策论模型[1]，其中，博弈论模型[2-5]主要以 Che[4]为基础，在非完全信息下确定供给者的均衡投标策略，计算采购者的期望效用，并对多种拍卖方式下的期望效用进行比较. 文献[6]综合了博弈论模型和决策论模型的优点，采用加权方式给供给者的报价打分. 文献[7-9]对多属性拍卖的打分规则、组合拍卖以及谈判规则等问题进行了研究. 除文献[6]外，现有文献都采用了竞价人(采购拍卖中的供给者)风险中性的假设，认为采购拍卖中的供给者以期望利润极大化的方式来确定投标策略.

同采购者一样，很多时候，供给者在确定投标策略时也不仅仅简单考虑获取更大的利润，往往还要考虑获得更大的获胜(获取采购合同)概率，

① 收稿日期：2010-07-26；修订日期：2011-12-13.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(71171052).
作者简介：李 军(1979—)，男，四川安岳人，博士生. Email: lijunbnu@yahoo.com.cn
② 参看 http://www.ccgp.gov.cn/site13/jrcj/zfcgdt/963464.shtml

以争取在后序的采购拍卖中获取一些竞争优势. 实践中,供给者决策时常常采用多属性决策方法来权衡利润和获胜概率之间的关系. Liu 和 Wang[10] 利用柯布 - 道格拉斯(Cobb-Douglas) 效用函数来权衡(正向) 单物品拍卖中投标者的利润和获胜概率的重要性程度,进而确定投标策略.

基于 Che[4] 的基本框架,本文将研究供给者③利用 Cobb-Douglas 效用函数确定第一评分和第二评分多属性采购拍卖的投标策略,计算采购者的期望效用并进行比较. 本文发现,在第一评分和第二评分拍卖中,供给者对被采购物品的质量选择只与自己的成本参数和打分函数有关. 当供给者越看重采购合同,采购者的期望效用越高. 当采购人只能使用自己的效用函数作为打分函数时,如果供给者看重获得采购合同,采购人应使用第一评分拍卖节约采购成本; 如果供给者看重利润,采购人应使用第二评分拍卖节约采购成本.

1　基于 Cobb-Douglas 效用函数的多属性采购拍卖模型

1.1　基本假设

一个采购者向 N 个使用 Cobb-Douglas 效用函数决定投标策略的供给者采购一不可分物品. 除了被采购物品的价格 p 以外,采购者对被采购物品的多种属性都有要求. 为了建模方便,本文用变量 q 来表示这些属性,并简单称之为质量. 当然,可以如 Asker 和 Cantillon[2] 一样,对每个属性都单独使用一个变量来表示,但是,这只是增加了模型的复杂度,并未改变问题的实质. 因而,本文沿用 Che[4] 的基本假设,把被采购物品的非货币属性用 1 个统一的质量属性 q 来表示.

供给者的投标报价由价格 - 质量组合(p,q) 组成,供给者提供质量 q 的成本为 $c(q,\theta)$. 采用采购拍卖文献[3-4] 中的常用假设,采购者的成本参数 θ 是其私人信息,服从区间 $[\underline{\theta},\bar{\theta}]$ 上的分布 $F(\cdot)$,对应密度函数 $f(\cdot)$ 是正的和连续可微的. 假设成本函数满足条件 $c_q(\cdot,\cdot) > 0$,$c_{qq}(\cdot,\cdot) \geqslant 0$,$c_{\theta}(\cdot,\cdot) > 0$,$c_{\theta\theta}(\cdot,\cdot) \geqslant 0$,$c_{q\theta}(\cdot,\cdot) > 0$,$c_{qq\theta}(\cdot,\cdot) \geqslant 0$④. 例如,函数 $c(q,\theta) = q\theta$ 满足以上假设条件.

供给者在确定投标策略时采用 Liu 和 Wang[10] 提出的方法⑤,即极大化 Cobb-Douglas 效用函数

$$U^* = \{利润\}^{\alpha} \times \{获胜概率\}^{\beta},\alpha > 0,\beta > 0$$

这等价于极大化

$$U^* = \{利润\}^{\lambda} \times \{获胜概率\},\lambda = \alpha/\beta > 0 \tag{1}$$

本文将采用式(1) 评价供给者的投标策略.

文献[10] 指出,α 和 β 的大小关系表明了供给者对利润和获胜概率(获得采购合同) 的重视程度. $\alpha < \beta$ 表明供给者更重视获胜概率; $\alpha > \beta$ 表明供给者更重视利润; $\alpha = \beta$ 表明供给者对利润和获胜概率有相同的重视程度.

式(1) 的经济含义表示的是期望效用,其中的效用函数 x^{λ} 描述了供给者的风险偏好. 当 $0 < \lambda < 1$ 时(或 $\alpha < \beta$),x^{λ} 是凹函数,表明供给者是风险规避的(供给者更重视获胜概率); 当 $\lambda > 1$ 时(或 $\alpha > \beta$),x^{λ} 是凸函数,表明供给者是风险追求的(供给者更重视利润); 当 $\lambda = 1$ 时(或 $\alpha = \beta$),x^{λ} 是线性函数,表明供给者是风险中性的(供给者对利润和获胜概率有相同的重视程度).

采购合同(p,q) 表示中标的供给者向采购者提供质量为 q 的采购物品,而采购者向供给者支付价格 p. 此时,采购者的效用函数为拟线性形式

$$U(p,q) = V(q) - p \tag{2}$$

函数 $V(\cdot)$ 满足条件 $V'(\cdot) > 0$,$V''(\cdot) < 0$,$V'(0+) = +\infty$,$V'(+\infty) = 0$⑥; 该条件保证采购者使用真实效用函数作为打分函数时问题存在唯一内部解.

③　对应于传统正向拍卖中的竞买人.

④　这是单交条件(single cross condition),是机制设计理论里常用的关于激励相容性的条件. 该条件保证了均衡投标策略的二阶充分条件.

⑤　该方法来源于实践中管理者通常采用的多属性决策模型,具有坚实的实践基础.

⑥　$V'(0+) = +\infty$ 表示当采购物品质量非常差的时候,采购者的质量边际效用无限大; $V'(+\infty) = 0$ 表示当采购物品质量非常好的时候,采购者的质量边际效用非常小.

采购者使用打分法则(scoring rule) 给每个供给者报出的价格 - 质量组合(p, q) 打分,分数最高的供给者获得采购合同. 打分法则(函数) 有如下拟线性形式

$$S(p,q) = s(q) - p \tag{3}$$

打分法则由采购人自己确定,他可以使用自己的效用函数 $U(p, q)$ 作为打分函数,也可以使用其他打分函数. 采购者首先选定打分法则并公布给供给者,供给者再结合自己的私有信息选择价格质量组合(p, q) 进行投标.

假设对任意的 $\theta \in [\underline{\theta},\bar{\theta}]$, $s(q) - c(q, \theta)$ 有唯一内部最大值,并且当 $q \leqslant \arg\max[s(q) - c(q,\theta)]$ 时,$s(q)$ 单调增加. 显然, $s(q) = V(q)$ 满足此假设条件.

1.2 多属性采购拍卖类型

文献[4] 提出了 3 种基本多属性采购拍卖模型.

1) 第一评分拍卖(first-score auction) 根据打分函数计算各供给者的报价得分,得分最高者获胜,采购合同为获胜者的报价组合(p, q) .

2) 第二评分拍卖(second-score auction) 根据打分函数计算各供给者的报价得分,得分最高者获胜,获胜者可以自由选择1 个得分等于第2 高得分的报价组合(p', q') 来确定采购合同.

3) 第二评分优先供应拍卖(second-preferred-offer auction) 根据打分函数计算各供给者的报价得分,得分最高者获胜,采购合同为第 2 高得分的报价组合(p'', q'') .

实际的采购拍卖基本采用以上 3 种形式或者其变形. 首先,采购者根据质量、交付期和价格等因素对供给者的投标进行整体评估并获得各供给者的分数,分数最高者中标. 然后,要么直接按投标水平执行合同,即采用第一评分拍卖; 要么经过协商谈判阶段,获胜者(中标的供给者) 和采购者以一定规则确定最后的采购合同,即采用第二评分拍卖或第二评分优先供应拍卖. 其中,第一评分拍卖与第二评分拍卖是单属性(逆向) 单物品拍卖在多属性拍卖中的推广; 相对于第二评分拍卖,第二评分优先供应拍卖的机制相对较为复杂,且对供给者不利. 当供给者采用 Cobb-Douglas 效用函数决策时,第二评分优先供应拍卖模型并不一定存在均衡投标策略⑦. 因此,下文将只考虑第一评分拍卖和第二评分拍卖.

2 均衡投标策略

2.1 供给者的均衡质量选择

在打分函数和成本函数的上述假设条件下,供给者在第一评分拍卖和第二评分拍卖中对被采购物品的质量选择只与自己的成本参数和打分函数 $S(p,q) = s(q) - p$ 有关,与其向采购者报出的价格 p 无关,具体来说有如下引理 1.

引理 1 在第一评分拍卖和第二评分拍卖中,供给者将根据自己的成本参数 θ 选择质量

$$q_s(\theta) = \arg\max_q [s(q) - c(q,\theta)] \tag{4}$$

证明 类似文献[4] 的引理 1. 证毕.

引理 1 表明,当采购者的打分函数是拟线性的,无论供给者是风险中性、风险规避还是风险追求的,其质量选择与均衡时的投标价格无关. 从而,多属性采购拍卖可以由多属性(价格属性与质量属性) 拍卖转化为单属性(价格属性) 拍卖.

2.2 供给者的均衡投标策略

令

$$\begin{aligned} X(\theta) &= \max_q [s(q) - c(q,\theta)] \\ &= s(q_s(\theta)) - c(q_s(\theta),\theta) \end{aligned}$$

则供给者能获得的最大分数为 $X(\theta)$,也就是说本次采购对供给者的价值或者说供给者的“私人估价”为 $X(\theta)$. 由包络定理得

$$\frac{\mathrm{d}X(\theta)}{\mathrm{d}\theta} = -c_\theta(q_s(\theta),\theta) < 0$$

则 $X(\theta)$ 单调递减且 $X(\theta) \in [X(\bar{\theta}), X(\underline{\theta})]$. 由随机变量 θ 的分布 $F(\cdot)$ 可以得到随机变量 $X(\theta)$ 的分布,记为 $H(\cdot)$,显然有

$$H(x) = 1 - F(X^{-1}(x))$$

按照求解一般拍卖模型均衡投标策略的思路和方法,能够得到以下定理 1 和定理 2.

⑦ 当供给者为风险中性的,文献[4] 在一个很强的假设条件下得到了供给者的均衡投标策略.

定理1　在第一评分拍卖中,成本参数为 θ 的供给者的对称均衡投标策略为 $(p_{FS}(\theta \mid \lambda), q_s(\theta))$,其中 $q_s(\theta)$ 如式(4),$p_{FS}(\theta \mid \lambda)$ 为⑧

$$p_{FS}(\theta \mid \lambda) = c(q_s(\theta),\theta) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} c_\theta(q_s(u),u)\left[\frac{1-F(u)}{1-F(\theta)}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}} du \quad (5)$$

证明　假设除了成本参数为 θ_i 的供给者 i 外,其他供给者都采用投标策略 $(p_j,q_j) = (\beta(X(\theta_j)), q_s(\theta_j))$. 假设 $\beta(\cdot)$ 是单调增的(后文将证明这一点). 那么供给者 i 面临的决策问题是极大化效用

$$\begin{aligned} U^*(\theta_i,\theta') &= [X(\theta_i) - \beta(X(\theta'))]^\lambda \times \Pr[\text{win} \mid X(\theta')] \\ &= \{[X(\theta_i) - \beta X(\theta')] \times [H(X(\theta'))]^{(N-1)/\lambda}\}^\lambda \end{aligned}$$

令 $X(\theta_i) = x$,$X(\theta') = x'$,则供给者 i 的决策问题等价于最优化

$$\max_{x'} U^*(x,x') = [x - \beta(x')] H(x')^{(N-1)/\lambda}$$

均衡报价策略要求在 $x' = x$ 时取得最大值. 根据文献[10],经过简单的线性变换可得

$$\beta(x) = x - \int_{X(\bar{\theta})}^{x} \left[\frac{H(t)}{H(w)}\right]^{(N-1)/\lambda} dt$$

此时容易证明 $\beta(\cdot)$ 是单调增的. 那么供给者的均衡投标策略为

$$\begin{aligned} \beta(x) &= x - \int_{X(\bar{\theta})}^{x} \left[\frac{H(t)}{H(w)}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}} dt \\ &= X(\theta_i) - \int_{X(\bar{\theta})}^{x(\theta_i)} \left[\frac{H(X(u))}{H(X(\theta_i))}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}} d(X(u)) \\ &= X(\theta_i) - \int_{\bar{\theta}}^{\theta_i} \left[\frac{1-F(u)}{1-F(\theta_i)}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}} X'(u)\, du \\ &= X(\theta_i) + \int_{\bar{\theta}}^{\theta_i} c_\theta(q_s(u),u)\left[\frac{1-F(u)}{1-F(\theta_i)}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}} du \end{aligned}$$

由于均衡时有 $p_{FS}(\theta_i \mid \lambda) - c(q_s(\theta_i),\theta_i) = X(\theta_i) - \beta(X(\theta_i))$,从而供给者对采购物品的报价为

$$p_{FS}(\theta_i \mid \lambda) = c(q_s(\theta_i),\theta_i) + \int_{\theta_i}^{\bar{\theta}} c_\theta(q_s(u),u)\left[\frac{1-F(u)}{1-F(\theta_i)}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}} du$$

证毕.

当 $\lambda = 1$ 时,即供给者为风险中性,定理 1 退化为文献[4]的命题 2(i).

推论1　在第一评分拍卖中,供给者提交的均衡价格 $p_{FS}(\theta \mid \lambda)$ 关于供给者数 N 是递减的,关于 λ 是递增的.

证明　由于式(5)中关于 u 的函数 $\frac{1-F(u)}{1-F(\theta)}$ 在积分区间 $(\theta,\bar{\theta})$ 内始终小于 1. 因此 $\left[\frac{1-F(u)}{1-F(\theta)}\right]^{(N-1)/\lambda}$ 是 λ 的增函数,是 N 的减函数. 进而由 $c_\theta(\cdot,\cdot) > 0$ 知,$p_{FS}(\theta;\lambda)$ 是 λ 的增函数,是 N 的减函数.　证毕.

推论 1 表明,随着供给者数的增加,供给者对采购物品的均衡报价会减少. 这是符合拍卖实际的,当供给者越多,供给者之间的价格竞争越激烈,其均衡报价就越低. 此外,推论 1 还表明供给者的均衡报价随着供给者风险规避程度的上升(λ 变小)而下降. 特别地,风险规避(更重视获胜概率)供给者的均衡报价低于风险中性(视获胜概率和利润对采购者同等重要)供给者;风险中性供给者的均衡报价又低于风险追求(更重视利润)供给者.

定理2　在第二评分拍卖中,供给者的弱占优投标策略为 $(p_{SS}(\theta), q_s(\theta))$,其中 $q_s(\theta)$ 如式(4),$p_{SS}(\theta)$ 为⑨

$$p_{SS}(\theta) = c(q_s(\theta),\theta) \quad (6)$$

证明　首先,根据引理 1,供应者报价组合中的质量为 $q_s(\theta)$. 然后,类似文献[11]可证明供给者对被采购物品价格报价的弱占优策略为

$$p_{SS}(\theta) = c(q_s(\theta),\theta)$$

证毕.

定理 2 表明,在第二评分拍卖中,供给者的投标策略与 λ 的取值无关,即与供给者的风险特征无关. 但是,供给者在第一评分拍卖中的均衡报

⑧ 由式(5)容易知道供给制的报价 $p_{FS}(\theta \mid \lambda)$ 不小于其生产成本 $c(q_s(\theta),\theta)$,并且由证明过程容易知道按真实成本参数报价优于按其他成本参数报价. 因而,从机制设计理论角度看第一评分拍卖是一种可行机制.

⑨ 该报价策略与文献[4]命题 2(ii)的结论类似;但是定理 2 的结论涵盖的范围更为广泛,供给者是风险中性、风险规避和风险追求的各种情景下该结论都成立. 由于供给者的弱占优均衡策略是按真实成本参数报价且报出的价格就是其成本,从机制设计角度看第二评分拍卖是一种可行机制.

价与 λ 有关，也就是说供给者报价与其风险特征有关.

2.3 算例

下面，通过具体的算例来考察第一评分拍卖和第二评分拍卖中供给者的均衡投标策略.

例 假设成本参数 θ 服从区间 [1，2] 上的均匀分布，成本函数为 $c(q,\theta) = q\theta$，并且 $s(q) = V(q) = q^{1/2}$. 那么打分函数为 $S(p,q) = s(q) - p = q^{1/2} - p$，并且有 $F(\theta) = \theta - 1$. 根据引理 1，供给者将根据最大化 $s(q) - c(q,\theta) = q^{1/2} - q\theta$ 确定质量 $q_s(\theta) = 1/(4\theta^2)$，从而供给者的"私人估价"为

$$X(\theta) = s(q_s(\theta)) - c(q_s(\theta),\theta) = 1/(2\theta) - \theta/(4\theta^2) = 1/(4\theta).$$

由式(5)有

$$\begin{aligned} p_{FS}(\theta \mid \lambda) &= c(q_s(\theta),\theta) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} c_\theta(q_s(u),u)\left[\frac{1-F(u)}{1-F(\theta)}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}}\mathrm{d}u \\ &= \frac{1}{4\theta} + \int_{\theta}^{2}\frac{1}{4u}\left[\frac{1-(u-1)}{1-(\theta-1)}\right]^{\frac{N-1}{\lambda}}\mathrm{d}u \\ &= \frac{1}{4\theta} + \int_{\theta}^{2}\frac{1}{4u}\left(\frac{2-u}{2-\theta}\right)^{\frac{N-1}{\lambda}}\mathrm{d}u \end{aligned}$$

根据定理 1，供给者在第一评分拍卖中的均衡投标策略为

$$(p_{FS}(\theta \mid \lambda), q_s(\theta)) = \left\{\left[\frac{1}{4\theta} + \int_{\theta}^{2}\frac{1}{4u}\left(\frac{2-u}{2-\theta}\right)^{\frac{N-1}{\lambda}}\mathrm{d}u\right], \left(\frac{1}{4\theta^2}\right)\right\}$$

其得分为

$$s(q_s(\theta)) - p_{FS}(\theta \mid \lambda) = \frac{1}{4\theta} - \int_{\theta}^{2}\frac{1}{4u}\left(\frac{2-u}{2-\theta}\right)^{\frac{N-1}{\lambda}}\mathrm{d}u$$

根据定理 2，供给者在第二评分拍卖中的弱占优均衡投标策略为

$$(p_{SS}(\theta), q_s(\theta)) = (c(q_s(\theta),\theta), q_s(\theta)) = (1/(4\theta), 1/(4\theta^2))$$

其得分为

$$s(q_s(\theta)) - c(q_s(\theta),\theta) = 1/(4\theta)$$

3 采购者的拍卖方式选择

设 $\theta_{(1)}$ 和 $\theta_{(2)}$ 分别为 N 个供给者成本参数 $(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_N)$ 的最小统计量和第二小统计量. 供给者在第一评分拍卖中根据"估价"$X(\theta)$ 按单增均衡报价策略投标，在第二评分拍卖中报出自己的真实"估价"$X(\theta)$. 由于 $X(\theta)$ 关于成本参数 θ 递减，那么容易知道成本参数为 $\theta_{(1)}$ 的供给者在两种拍卖方式下都是获胜者(中标者). 因此，采购者在第一评分拍卖中的期望效用为

$$\pi_{FS}(\lambda, s) = \mathrm{E}_{\theta_{(1)}}[V(q_s(\theta_{(1)})) - p_{FS}(\theta_{(1)} \mid \lambda)] \tag{7}$$

在第二评分拍卖中，供给者 $\theta_{(1)}$ 只需根据供给者 $\theta_{(2)}$ 的得分选择最优的价格 – 质量组合确定采购合同. 根据引理 1，供给者 $\theta_{(1)}$ 将选择质量 $q_s(\theta_{(1)})$，而价格选择将使其得分为供给者 $\theta_{(2)}$ 的得分 $s(q_s(\theta_{(2)})) - c(q_s(\theta_{(2)}), \theta_{(2)})$. 那么，采购者对供给者 $\theta_{(1)}$ 的实际支付价格为

$$p_{SS}(\theta_{(1)},\theta_{(2)}) = s(q_s(\theta_{(1)})) - s(q_s(\theta_{(2)})) + c(q_s(\theta_{(2)}), \theta_{(2)})$$

从而采购者在第二评分拍卖中的期望效用为

$$\begin{aligned} \pi_{ss}(s) &= \mathrm{E}_{\theta_{(1)},\theta_{(2)}}\{V(q_s(\theta_{(1)})) - P_{ss}(\theta_{(1)},\theta_{(2)})\} \\ &= \mathrm{E}_{\theta_{(1)},\theta_{(2)}}\{V(q_s(\theta_{(1)})) - [s(q_s(\theta_{(1)})) - s(q_s(\theta_{(2)})) + c(q_s(\theta_{(2)}),\theta_{(2)})]\} \end{aligned} \tag{8}$$

定理 3 第一评分拍卖中，采购者的期望效用 $\pi_{FS}(\lambda, s)$ 是 λ 的减函数，进而有

$$\begin{cases} \pi_{FS}(\lambda,s) < \pi_{FS}(1,s), & \lambda > 1 \\ \pi_{FS}(\lambda,s) > \pi_{FS}(1,s), & 0 < \lambda < 1 \end{cases}$$

其中 $\pi_{FS}(1,s)$ 表示风险中性假设下采购者的期望效用⑩.

证明 显然，$\dfrac{\mathrm{d}p_{FS}(\theta \mid \lambda)}{\mathrm{d}\lambda} > 0$，则由 $f(\theta) > 0$ 和式(7)得 $\dfrac{\mathrm{d}\pi_{FS}(\lambda,s)}{\mathrm{d}\lambda} < 0$，结果得证. 证毕.

定理 3 表明，在确定的打分函数下，当 $0 < \lambda < 1$ 时(或 $\alpha < \beta$)，供给者是风险规避的(供给者更重视获胜概率)，供给者对被采购物品的报价更低，采购者的期望效用高于供给者为风险中

⑩ 参看文献 [4] 中的 EU_{FS}，即 $\pi_{FS}(1, s) = EU_{FS}$.

性时的期望效用; 当 $\lambda > 1$ 时(或 $\alpha > \beta$) ，供给者是风险追求的(供给者更重视利润) ，供给者对被采购物品的报价更高，采购者的期望效用低于供给者为风险中性时的期望效用. 值得注意的是，此时被采购物品的质量并不会发生变化，均为 $q_s(\theta_{(1)})$ ，只是采购的成本发生了相应变化. 这对采购者来说具有重大现实意义: 如果采购者能采取某些措施改变供给者的风险特征，引导供给者更加重视获得采购合同，那么采购者就能节约更多的采购成本.

在采购拍卖中，由于种种原因，采购者往往只能使用自己的效用函数作为打分函数，即采购者对实行其他打分函数缺乏承诺能力(without commitment power) ⑪. 此时，文献 [4] 给出了如下结果.

引理 2[4]　当采购者对实行其他打分函数缺乏承诺能力时(即 $s(\cdot) = V(\cdot)$) ，有 $\pi_{FS}(1, V) = \pi_{SS}(V)$.

引理 2 表明，如果供给者是风险中性的，当采购者只能使用自己的效用函数作为打分函数时，那么收益等价定理成立，即采购者在第一评分拍卖中的期望效用 $\pi_{FS}(1, V)$ 等于其在第二评分拍卖中的期望效用 $\pi_{SS}(V)$.

由引理 2 和定理 3 容易得到如下推论.

推论 2　当采购者对实行其他打分函数缺乏承诺能力时，采购者在第一评分拍卖和第二评分拍卖中的期望效用满足以下关系

$$\begin{cases} \pi_{FS}(\lambda, V) < \pi_{SS}(V), & \lambda > 1 \\ \pi_{FS}(\lambda, V) = \pi_{SS}(V), & \lambda = 1 \\ \pi_{FS}(\lambda, V) > \pi_{SS}(V), & \lambda < 1 \end{cases}$$

推论 2 表明，当供给者是非风险中性的并且采购者对实行其他打分函数缺乏足够的承诺能力时，传统拍卖中的收益等价定理不再成立. 并且，如果采购者对其他打分函数缺乏承诺能力，推论 2 给出了不同风险特征下采购者对第一评分拍卖和第二评分拍卖的偏好: 当 $0 < \lambda < 1$ 时(或 $\alpha < \beta$) ，供给者是风险规避的(供给者更重视获胜概率) ，采购者应选择第一评分拍卖来节约采购成本; 当 $\lambda > 1$ 时(或 $\alpha > \beta$) ，供给者是风险追求的(供给者更重视利润) ，采购者应选择第二评分采购拍卖. 这个结果直接表明，采购者应该首先了解供给者的风险特征，然后选择合适的采购拍卖方式.

4　结束语

多属性采购拍卖的历史文献多假设供给者是风险中性的，供给者同等看待获胜概率和利润. 本文从实际背景引入了供给者的风险特征，建立了基于 Cobb-Douglas 效用函数的多属性拍卖模型，获得了以下主要结论.

1) 本文得到了第一评分拍卖和第二评分拍卖下的均衡投标策略，推广了文献 [4] 的结果.

2) 在第一评分拍卖中，供给者所报价格随着供给者数和供给者的风险规避程度的增加而下降. 特别地，风险追求供给者的报价高于风险中性供给者的报价，风险厌恶供给者的报价最低.

3) 当供给者更看重获得采购合同(供给者是风险规避的) 时，采购者的期望效用高于风险中性下的期望效用; 当供给者更看重利润时(供给者是风险追求的) ，采购者的期望效用低于风险中性下的期望效用.

4) 当采购人对其他打分函数缺乏承诺能力时，如果供给者看重获得采购合同(供给者是风险规避的) ，则对采购者来说，第一评分拍卖的采购结果优于第二拍卖; 如果供给者看重利润，则对采购者来说，第二评分拍卖的采购结果优于第一拍卖.

本文的模型沿用文献 [4] 的假设，把被采购物品的非货币属性用一个统一的质量因素来表示. 这虽然简化了问题，但也可能导致缺少更为丰富的洞见. 下一步的工作可以采用文献 [2] 的思路与方法，把非货币属性丰富化. 此外，第二评分优先供应拍卖下的均衡投标策略还需进一步研究. 当然，3 种情况下最优拍卖机制的设计将是另一个有意义的研究问题.

---

⑪　采购人不能使用自己的效用函数以外的函数作为打分函数，具体的说明见文献 [4] 中 675 – 676 页.

参 考 文 献:

[1] 刘树林，王明喜. 多属性采购拍卖理论与应用评述 [J]. 中国管理科学，2009，17(1)：183－192.
Liu Shulin，Wang Mingxi. Multi-attribute procurement auction theory and application: A review with comments [J]. Chinese Journal of Management Science，2009，17(1)：183－192. (in Chinese)

[2] Asker J，Cantillon E. Properties of scoring auctions [J]. Rand Journal of Economics，2008，39(1)：69－85.

[3] Branco F. The design of multidimensional auctions [J]. Rand Journal of Economics，1997，28(1)：63－81.

[4] Che Yeon-Koo. Design competition through multidimensional auctions [J]. Rand Journal of Economics，1993，24(4)：668－680.

[5] David E，Azoulay-Schwartzb R，Kraus S. Bidding in sealed-bid and English multi-attribute auctions [J]. Decision Support Systems，2006，42(2)：527－556.

[6] Wang Mingxi，Liu Shulin，Wang Shouyang，et al. A weighted product method for bidding strategies in multi-attribute auctions [J]. Journal of Systems Science and Complexity，2010，23(1)：194－208.

[7] 张醒洲，张学娟. 多属性采购拍卖的价值函数与打分规则 [J]. 中国管理科学，2008，16(特刊)：137－141.
Zhang Xingzhou，Zhang Xuejuan. The value function and scoring rule in multi-attribute procurement auction [J]. Chinese Journal of Management Science，2008，16(special issue)：137－141. (in Chinese)

[8] 黄　河，陈　剑，徐鸿雁. 多因素采购组合拍卖动态机制设计研究 [J]. 中国管理科学，2008，16(1)：104－110.
Huang He，Chen Jian，Xu Hongyan Research on multi-attribute procurement combinational auction dynamic mechanism design [J]. Chinese Journal of Management Science，2008，16(1)：104－110. (in Chinese)

[9] 黄　河，陈　剑. 拍卖采购合同及议价谈判机制设计 [J]. 管理科学学报，2010，13(3)：1－7.
Huang He，Chen Jian. Mechanism design on auctioning procurement contracts and bargaining [J]. Journal of Management Sciences in China，2010，13(3)：1－7. (in Chinese)

[10] Liu Shulin，Wang Mingxi. Sealed-bid auctions based on Cobb－Douglas utility function [J]. Economics Letters，2010，107(1)：1－3.

[11] McAfee R P，McMillan J. Auctions and bidding [J]. Journal of Economic Literature，1987，25(2)：699－738.

Multi-attribute procurement auctions based on Cobb-Douglas utility function

LI Jun，LIU Shu-lin

School of International Trade and Economics，University of International Business and Economics，Beijing 100029，China

Abstract: In practical multi-attribute procurement auctions，profit and winning a contract have different implications for different suppliers. This paper assumes that the suppliers weight profit and winning a contract with Cobb-Douglas utility function，obtain the equilibrium bidding strategies of the suppliers and procurer' expected utilities in the first- and second-score auctions，and compares them with those under risk-neutral assumption. The quality depends only on the cost parameters of providers and the scoring function，the more weights on the winning probability，the higher the expected utilities the buyer obtains. When the only feasible scoring rule is the buyer's utility function，the buyer should use second-score auction to cut cost if suppliers weigh profit heavily，otherwise the buyer should use first-score auction.

Key words: government procurement; Cobb-Douglas utility function; multi-attribute procurement auctions; first-score auction; second-score auction