

非独立并联生产系统的 DEA 效率评价研究^①

夏琼¹, 杨锋¹, 梁樑¹, 吴华清²

(1. 中国科学技术大学管理学院, 合肥 230026; 2. 合肥工业大学人文经济学院, 合肥 230009)

摘要: 对复杂生产系统进行效率评价, 是改善其生产效率的基础. 针对非独立并联结构生产系统的效率评价问题开展研究. 首先, 将两阶段非独立并联生产系统等价为先并联后串联结构的混联生产系统; 其次, 将混联生产系统的整体效率定义为各串联子系统效率的乘积, 而各个串联子系统的效率则定义为内部各并联子系统效率的加权和, 并给出了对应的 DEA 效率评价模型; 最后, 有关定理和算例分析证实了该模型能更合理地评价此类生产系统的技术效率, 能够更大程度地挖掘系统整体性能改善的潜力.

关键词: 数据包络分析; 并联; 非独立; 效率评价

中图分类号: N945.16 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2012)07-0020-06

0 引言

任何制造和服务系统的运作目的都是以最小的成本代价获取最多的优质产品和服务, 提高各类系统的生产和运作性能, 需要加强对这些系统效率评价的研究. 现代制造或服务系统至少具有两大共性, 一是复杂的内部结构, 二是涉及众多的投入要素和产出要素. 因此, 效率评价必须依赖多属性决策工具. 在众多多属性决策工具中, 数据包络分析 (data envelopment analysis, DEA) 已经得到普遍认可与广泛使用. 沿着 Farrell^[1] 提出的运用前沿生产函数测量技术效率的思路, Charnes 等人于 1978 年提出的 CCR 模型, 是第一个 DEA 模型^[2]. 自此以后, 作为一种评价决策单元之间相对效率的数学规划方法, DEA 得到了长足发展, 逐渐成为运筹学、管理科学、系统科学交叉研究的一个新领域.

近年来, 研究者开始关注具有复杂内部结构的生产系统的技术效率评价问题, 他们分别从并联结构生产过程与串联结构生产过程两方面展开

了多项研究, 前一类代表性工作有^[3-6], 后一类代表性工作有^[7-10]. 然而, 如下一节所述, 现有关于并联结构生产系统的研究, 仅仅关注各个子系统均为独立子系统的情形. 对非独立并联结构生产系统的效率评价问题展开研究, 提出合理的 DEA 效率评价模型, 即为研究的目的.

1 问题描述

图 1 所示的为独立并联结构的生产系统, 它由多个独立子系统以并联形式组成.

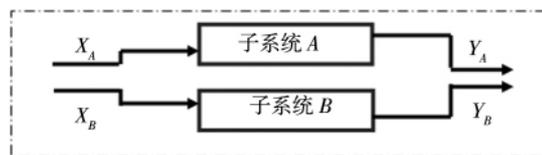


图 1 含有两个独立子系统的并联结构生产系统

Fig. 1 parallel production system with two independent subsystems

对于这种结构的生产系统, 学者们进行了大量的研究. Yang 等人首先研究了独立并联结构生产系统的内部结构, 提出了 YMK 效率评价模

① 收稿日期: 2011-01-05; 修订日期: 2011-05-06.

基金项目: 国家自然科学基金创新群体资助项目(70821001); 国家自然科学基金资助项目(70801056); 国家自然科学基金资助项目(71090400, 71090401).

作者简介: 夏琼(1982—), 女, 安徽人, 博士. Email: qxia@mail.ustc.edu.cn

型^[3]. 杨锋等人对此类系统的效率评价进行了进一步研究, 依据传统 CCR 包络模型的思想提出了并联系统 DEA 包络模型^[4]. Kao 通过考虑各个子系统的效率提出了另一个新的模型, 整体系统的效率由子系统效率的加权和构成^[5]. 以上文献分析表明, 对独立并联结构生产系统的 DEA 效率评价研究相当活跃, 但在现实中还存在另一类并联结构的生 产系统, 如图 2 所示.

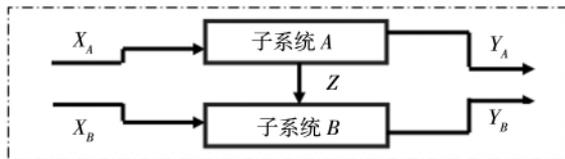


图 2 含有两个非独立子系统的并联结构生产系统

Fig. 2 parallel production system with two dependent subsystems

对如图 2 所示的含有多个非独立子系统的并联结构生产系统进行 DEA 效率评价的研究, 目前在可查文献中均未发现. 本文第 4 节的算例分析中将给出一个由一次加工和二次加工子系统构成的非独立并联系统的例子; 此外, 生产子系统和维修子系统构成的非独立并联系统也极为常见, 表明如图 2 所示的生产过程在现实生产中是非常普遍的, 因而相关研究也具有一定价值. 将针对这类生产系统开展 DEA 效率评价研究.

假设有 n 个如图 2 所示的非独立并联结构生产系统(简称其为大系统), 第 j 个大系统由子系统 A_j 与子系统 B_j 以并联形式组成. X_{A_j} 与 Y_{A_j} 是子系统 A_j 的投入和产出向量, 而 X_{B_j} 与 Y_{B_j} 是子系统 B_j 的投入和产出向量. 此外, 子系统 A_j 与 B_j 是非独立的, 子系统 A_j 的另一种产出 Z_j , 同时也是子系统 B_j 的一种投入.

2 非独立并联系统的 DEA 效率评价模型

对于每一子系统 $A_k (k = 1, 2, \dots, n)$, 其生产效率可由如下数学规划的最优目标值得^[2]

$$\begin{aligned}
 e_k^A &= \max \frac{cZ_k + u_A Y_{Ak}}{v_A X_{Ak}} \\
 \text{s. t.} \quad &\frac{cZ_j + u_A Y_{Aj}}{v_A X_{Aj}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n; \\
 &c, u_A, v_A \geq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

同理, 子系统 $B_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 的生产效率可由如下数学规划的最优目标值得^[2]

$$\begin{aligned}
 e_k^B &= \max \frac{u_B Y_{Bk}}{cZ_k + v_B X_{Bk}} \\
 \text{s. t.} \quad &\frac{u_B Y_{Bj}}{cZ_j + v_B X_{Bj}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n; \\
 &c, u_B, v_B \geq 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

对于系统整体, 若采用 CCR 方法计算整体生产效率, 则采取如下模型^[2]

$$\begin{aligned}
 \theta_k^{CCR} &= \max u_A Y_{Ak} + u_B Y_{Bk} \\
 \text{s. t.} \quad &v_A X_{Ak} + v_B X_{Bk} = 1; \\
 &u_A Y_{Aj} + u_B Y_{Bj} - v_A X_{Aj} - v_B X_{Bj} \leq 0, \\
 &j = 1, 2, \dots, n; \\
 &u_A, u_B, v_A, v_B \geq 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

如后文定理 1 所示, CCR 模型忽视了复杂系统的内部结构, 会高估系统的整体效率. 在考虑系统内部结构的基础上评价如图 2 所示的大系统的效率, 困难之处在于两个子系统既处于平行地位, 又存在先后顺序. 为了建模的方便, 进一步将图示的非独立并联生产系统等价为图 3 所示的两阶段混联结构生产系统.

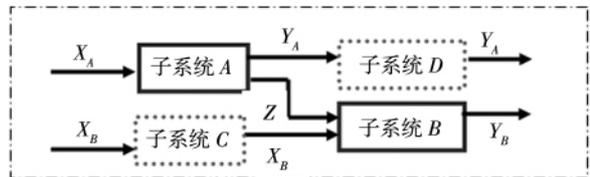


图 3 等价两阶段混联结构生产系统

Fig. 3 Equivalent two-stage series-parallel production system

图 3 增加了两个虚拟子系统(对第 j 个大系统而言, 即为 C_j 与 D_j). 这两个子系统实质上为不涉及生产的传递过程, 将其想象为投入和产出相同的生产过程, 即 C_j 的投入和产出向量均为 X_{B_j} , 而 D_j 的投入和产出向量均为 Y_{A_j} .

图 3 所示的等价过程是将非独立并联结构生产系统用先并联、后串联的结构进行变换. 必须补充说明的是, 该生产过程无法用先串联、后并联的形式进行等价转换. 原因在于, 当前对于并联结构生产系统的效率评价研究, 针对的对象是由多个独立子系统构成的并联结构. 采用先并联、后串联的结构进行变换时, 是满足独立子系统要求的, 但若用先串联、后并联的形式进行转换, 却不满足独立子系统要求.

Kao 研究了并联结构生产系统,提出将多个并联子系统的效率以一定权重加总得到的均值作为大系统整体性能的量度^[5]. Chen 等人研究了串联结构生产系统,提出以多个子系统的效率值的乘积作为大系统整体性能的量度^[9]. 基于以上文献,将混联结构的生产系统的整体效率定义为各串联子系统效率的乘积,而各个串联子系统的效率则定义为内部各并联子系统效率的加权和,即

$$\theta_k^{OVERALL} = (\lambda_A e_k^A + \lambda_C e_k^C) \times (\lambda_B e_k^B + \lambda_D e_k^D)$$

于是有如下模型

$$\theta_k^{OVERALL} = \max(\lambda_A e_k^A + \lambda_C e_k^C) \times (\lambda_B e_k^B + \lambda_D e_k^D)$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } e_j^A &= \frac{cZ_j + u_A Y_{Aj}}{v_A X_{Aj}} \leq 1, \\ e_j^B &= \frac{u_B X_{Bj}}{cZ_j + v_B X_{Bj}} \leq 1, \\ e_j^C &= \frac{v_B X_{Bj}}{v_B X_{Bj}} \leq 1, e_j^D = \frac{u_A Y_{Aj}}{u_A Y_{Aj}} \leq 1, \\ j &= 1, 2, \dots, n; \\ \lambda_A + \lambda_C &= 1, \lambda_B + \lambda_D = 1, \\ c, u_A, u_B, v_A, v_B &\geq 0. \end{aligned} \tag{4}$$

模型(4) 是一个非线性规划,且子系统的重要性权重 $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D$ 均未知. Chen 等人提出了一种可行的权重系数分配方式,即以各子系统的资源消耗作为子系统重要性量度^[13]. 依据这种处理方式,有

$$\begin{aligned} \lambda_A &= \frac{v_A X_{Aj}}{v_A X_{Aj} + v_B X_{Bj}}, \lambda_B = \frac{cZ_j + v_B X_{Bj}}{cZ_j + v_B X_{Bj} + u_A Y_{Aj}}, \\ \lambda_C &= \frac{v_B X_{Bj}}{v_A X_{Aj} + v_B X_{Bj}}, \lambda_D = \frac{u_A Y_{Aj}}{cZ_j + v_B X_{Bj} + u_A Y_{Aj}} \end{aligned} \tag{5}$$

于是,规划(4) 变换为如下规划

$$\begin{aligned} \theta_k^{OVERALL} &= \max \frac{u_A Y_{Ak} + u_B Y_{Bk}}{v_A X_{Ak} + v_B X_{Bk}} \\ \text{s. t. } e_j^A &= \frac{cZ_j + u_A Y_{Aj}}{v_A X_{Aj}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n; \\ e_j^B &= \frac{u_B Y_{Bj}}{cZ_j + v_B X_{Bj}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n; \\ e_j^C &= \frac{v_B X_{Bj}}{v_B X_{Bj}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n; \\ e_j^D &= \frac{u_A Y_{Aj}}{u_A Y_{Aj}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n; \\ c, u_A, u_B, v_A, v_B &\geq 0 \end{aligned} \tag{6}$$

通过 Charnes-Cooper 变换,规划(6) 可等价

变换为如下线性规划

$$\begin{aligned} \theta_k^{OVERALL} &= \max u_A Y_{Ak} + u_B Y_{Bk} \\ \text{s. t. } v_A X_{Ak} + v_B X_{Bk} &= 1; \\ cZ_j + u_A Y_{Aj} - v_A X_{Aj} &\leq 0, j = 1, 2, \dots, n; \\ u_B Y_{Bj} - cZ_j - v_B X_{Bj} &\leq 0, j = 1, 2, \dots, n; \\ c, u_A, u_B, v_A, v_B &\geq 0 \end{aligned} \tag{7}$$

定理 1 $\hat{\theta}_k^{OVERALL} \leq \hat{\theta}_k^{CCR}$. 这里, $\hat{\theta}_k^{OVERALL}$ 与 $\hat{\theta}_k^{CCR}$ 分别是规划(7) 与规划(3) 的最优目标值.

证明 若规划(7) 的最优解为 $(\hat{c}, \hat{u}_A, \hat{u}_B, \hat{v}_A,$

$\hat{v}_B)$, 则目标值 $\hat{\theta}_k^{OVERALL} = \hat{u}_A Y_{Ak} + \hat{u}_B Y_{Bk}$ 且

$$\hat{v}_A X_{Ak} + \hat{v}_B X_{Bk} = 1 \tag{8}$$

$$\hat{c}Z_j + \hat{u}_A Y_{Aj} - \hat{v}_A X_{Aj} \leq 0, \tag{9}$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$\hat{u}_B Y_{Bj} - \hat{c}Z_j - \hat{v}_B X_{Bj} \leq 0, \tag{10}$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

由规划(9) 与规划(10) 得到

$$(\hat{c}Z_j + \hat{u}_A Y_{Aj} - \hat{v}_A X_{Aj}) + (\hat{u}_B Y_{Bj} - \hat{c}Z_j - \hat{v}_B X_{Bj}) \leq 0$$

$$j = 1, 2, \dots, n;$$

$$\text{即 } \hat{u}_A Y_{Aj} + \hat{u}_B Y_{Bj} - \hat{v}_A X_{Aj} - \hat{v}_B X_{Bj} \leq 0,$$

$$j = 1, 2, \dots, n \tag{11}$$

由规划(8) 与规划(11) 可知, $\hat{u}_A, \hat{u}_B, \hat{v}_A, \hat{v}_B$ 为规划(3) 的一组可行解(不一定是最优解). 故有

$$\hat{\theta}_k^{OVERALL} \leq \hat{\theta}_k^{CCR}. \tag{证毕.}$$

定理 2 若 $\hat{\theta}_k^{OVERALL} = 1$, 则 $\hat{e}_k^A = \hat{e}_k^B = 1$, 这里 \hat{e}_k^A, \hat{e}_k^B 分别是规划(1) 与规划(2) 的最优目标值.

证明

若规划(7) 的最优解为 $(\hat{c}, \hat{u}_A, \hat{u}_B, \hat{v}_A, \hat{v}_B)$, 且目标值 $\hat{\theta}_k^{OVERALL} = \hat{u}_A Y_{Ak} + \hat{u}_B Y_{Bk} = 1$. 又假定 $\hat{v}_A X_{Ak} = \alpha$, $\hat{u}_A Y_{Ak} = \beta, \hat{c}Z_k = \gamma$, 则由 $\hat{u}_A Y_{Ak} + \hat{u}_B Y_{Bk} = 1$ 可知 $\hat{u}_B Y_{Bk} = 1 - \beta$, 由规划(8) 可知 $\hat{v}_B X_{Bk} = 1 - \alpha$, 由规划(9) 可知 $\beta + \gamma - \alpha \leq 0$, 由规划(10) 可知, $\beta + \gamma - \alpha \geq 0$. 于是, 得到 $\beta + \gamma - \alpha = 0$.

易知 $(\hat{c}, \hat{u}_A, \hat{v}_A)$ 是规划(1) 的可行解, 此时规划(1) 的目标值为 $\frac{\beta + \gamma}{\alpha}$, 故有 $\hat{e}_k^A \geq \frac{\beta + \gamma}{\alpha} = 1$.

易知 $(\hat{c}, \hat{u}_A, \hat{v}_B)$ 是规划(2) 的可行解, 此时规划(2) 的目标值为 $\frac{1 - \beta}{1 - \alpha + \gamma}$, 故有, $\hat{e}_k^B \geq \frac{1 - \beta}{1 - \alpha + \gamma}$. 又因为 $\beta + \gamma - \alpha = 0$, 则 $\hat{e}_k^B \geq$

$$\frac{1 - \beta}{1 + \gamma - (\beta + \gamma)} = 1.$$

由 $\hat{e}_k^A \leq 1, \hat{e}_k^B \leq 1$ 可知, $\hat{e}_k^A = 1, \hat{e}_k^B = 1$.

证毕.

定理3 若 $\hat{e}_k^A = \hat{e}_k^B = 1$, 则 $\hat{\theta}_p^{OVERALL} = 1$.

证明

设规划(1) 的任一最优解为 $(\hat{c}, \hat{u}_A, \hat{v}_A)$, 规划

(2) 的任一最优解为 $(\bar{c}, \bar{u}_B, \bar{v}_B)$. 记 $\frac{\hat{c}}{\bar{c}} = \rho$, 令

$\hat{u}_B = \rho \bar{u}_B, \hat{v}_B = \rho \bar{v}_B$; 记 $1/\delta = \hat{v}_A X_{Ak} + \hat{v}_B X_{Bk}$, 令 $\tilde{u}_A = \delta \hat{u}_A, \tilde{v}_A = \delta \hat{v}_A, \tilde{u}_B = \delta \hat{u}_B, \tilde{v}_B = \delta \hat{v}_B, \tilde{c} = \delta \hat{c}$, 则 $(\tilde{c}, \tilde{u}_A, \tilde{v}_A)$ 与 $(\tilde{c}, \tilde{u}_B, \tilde{v}_B)$ 分别也是规划(1) 和规划(2) 的一组最优解, 由 $\hat{e}_k^A = \hat{e}_k^B = 1$ 可知,

$$\frac{\tilde{c}Z_k + \tilde{u}_A Y_{Ak}}{\tilde{v}_A X_{Ak}} = 1, \frac{\tilde{u}_B Y_{Bk}}{\tilde{c}Z_k + \tilde{v}_B X_{Bk}} = 1, \text{ 即 } \tilde{c}Z_k + \tilde{u}_A Y_{Ak} = \tilde{v}_A X_{Ak}, \tilde{u}_B Y_{Bk} = \tilde{c}Z_k + \tilde{v}_B X_{Bk}.$$

易知, $(\tilde{c}, \tilde{u}_A, \tilde{u}_B, \tilde{v}_A, \tilde{v}_B)$ 满足规划(7) 的最优约束条件, 为规划(7) 的一组可行解. 故 $\tilde{v}_A X_{Ak} + \tilde{v}_B X_{Bk} = 1$.

此时, 规划(7) 的目标值

$$\theta_k^{OVERALL} = \tilde{u}_A Y_{Ak} + \tilde{u}_B Y_{Bk} = (\tilde{v}_A X_{Ak} - \tilde{c}Z_k) + (\tilde{c}Z_k + \tilde{v}_B X_{Bk}) = \tilde{v}_A X_{Ak} + \tilde{v}_B X_{Bk} = 1. \text{ 证毕.}$$

定理1 显示, 方法不会高估混联系统的投入-产出转化效率. 较之传统的 CCR 方法, 提出的方法能够更有效地探寻混联生产系统的前沿生产能力, 挖掘混联系统改进性能的潜力. 特别地, 对于那些传统方法认定有效而本方法认定无效的生产系统, 传统方法认定其无法改进, 而本方法能够提供其性能改善的方向.

定理2 和定理3 显示, 文中方法不会低估混联系统的投入-产出转化效率. 各个子系统的生产效率最优等价于混联系统的生产效率最优.

3 实证研究

本节研究 18 个炼油厂的生产效率评价问题. 炼油厂生产过程如图 2 所示, 其中子系统 A 为一次加工过程, B 为二次加工过程. 原油一次加工主

要是利用物理方法, 通过蒸馏程序, 利用各种成分沸点的不同将原油分解为重油(蜡油、渣油) 与轻油(石脑油、汽油、煤油、柴油); 二次加工主要是通过催化裂化、加氢裂化、延迟焦化等装置, 利用化学的方法将重油转化为轻油. 因为石油炼制过程中涉及的投入、产出要素(各种油类、气类、石蜡、沥青、固体废弃物、污染排放物等) 过多, 本文仅考虑最为重要的要素, 如表 1 所示.

表 1 评价指标体系

Table 1 Evaluation index system

系统类别	子系统 A	子系统 B
投入指标	原油(X_{A1})	重油(Z)
	劳动力投入(X_{A2})	劳动力投入(X_B)
产出指标	重油(Z)	二次加工所得轻油(Y_B)
	一次加工所得轻油(Y_A)	

表 2 相关数据

Table 2 Data set

系统编号	X_{A1}	X_{A2}	X_B	Z	Y_A	Y_B
1	77.9	33.03	163.2	67.85	5.74	43.44
2	85.07	32.38	482.2	67.32	6.42	59.07
3	21.16	22.54	224.6	17.39	3.27	16.22
4	38.86	24.24	117	18.82	4.6	22.28
5	30	24.89	126.5	24.93	3.92	16.96
6	34.68	26.63	127.2	28.22	3.14	22.32
7	32.82	28.88	137.7	27.98	2.82	26.55
8	25.66	31.1	115.7	21.48	2.56	20.14
9	29.47	36.1	128	25.23	2.49	22.25
10	33.94	24.62	131.2	26.41	4.21	24.4
11	36.76	19.83	123.4	29.92	6.14	28.21
12	17.61	32	97.73	12.9	2.66	11.56
13	29.08	27	130.6	25.6	1.68	21.21
14	62.32	35.43	349.1	46.03	9.05	43.55
15	18.54	31.68	99.33	15.37	1.96	11.64
16	36.57	35.08	121.6	29.15	3.57	27.47
17	8.522	9	88.37	6.75	0.85	6.168
18	2.54	4.2	29.19	2.002	0.27	1.595

通过运算, 得到了表 3 所示的有关结果.

表 3 第 2-3 列给出了两个子系统的 CCR 效率. 第 4-5 列给出了大系统的效率, 其中, 第 4 列是运用传统 CCR 方法得到的评价结果, 而第 5 列是运用模型得到的评价结果. 图 5 对 CCR 模型结果与方法的结果进行了对比.

表 3 子系统与大系统效率表

Table 3 Efficiency scores of all subsystems and overall systems

编号	子系统效率		大系统效率		编号	子系统效率		大系统效率	
	子系统 A	子系统 B	CCR 效率	本文模型效率		子系统 A	子系统 B	CCR 效率	本文模型效率
1	1	1	1	1	10	0.932 1	0.888 4	0.917 3	0.863 3
2	1	0.741 2	1	0.826 1	11	1	1	1	1
3	1	0.787 9	0.991 5	0.925 2	12	0.904 3	0.756 9	0.904 3	0.904 3
4	0.708 7	1	0.817 6	0.808 4	13	1	0.785 1	0.901 6	0.788 6
5	0.994 2	0.646 5	0.782 3	0.782 3	14	0.903 2	0.799 2	0.906 5	0.869 4
6	0.948 7	0.801 4	0.822 2	0.786 7	15	0.975 4	0.639 7	0.799 5	0.649 4
7	0.988 1	0.917 1	1	0.914 2	16	0.935 2	0.993 8	0.985 6	0.974 7
8	0.980 3	0.861 6	0.980 1	0.858 1	17	0.931 1	0.771 9	0.908 4	0.733 8
9	0.990 9	0.838 2	0.935 9	0.838 9	18	0.931 4	0.672 9	0.800 1	0.649 9

表 3 和图 4 所示的结果证明了前一节的三个定理. 如下结论于是成立

1) 如果大系统 DEA Overall 有效, 该大系统必定也 DEA CCR 有效; 反之不一定成立. 例如, 第 2 和第 7 炼油厂的 CCR 效率为 1, 即 CCR 方法认定其已无性能改善空间; 而方法得到的效率小于 1, 表明其仍然有进一步改善的潜力. 进一步观察发现, 这两个炼油厂的两个子系统的效率均小于 1, 说明其子系统均可进一步改善.

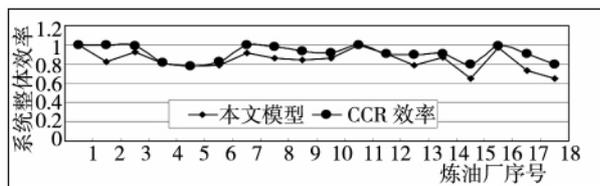


图 4 效率比较

Fig. 4 Comparative analysis of the efficiency scores

2) 大系统 DEA Overall 有效, 等价于其所有子系统 DEA CCR 有效. 例如, 第 1 和 11 炼油厂在

本方法下的效率为 1, 其各个子系统的效率也均为 1, 表明方法不会低估混联系统的投入 - 产出转化效率.

3) 大系统的 CCR 效率值高于 Overall 效率值, 可见, 提出的方法能够更好地反映非独立并联结构生产系统的前沿生产能力, 较之传统 CCR 方法更适合于非独立并联结构生产系统的效率评价, 更能发掘决策单元性能改善的空间.

4 结束语

非独立并联结构生产系统是一类特殊的复杂生产系统, 对此类系统的生产效率评价问题进行了研究, 提出了一种可化为线性规划求解的模型, 并通过实证研究证实了该方法在一定程度上的合理性和可用性. 算例分析结果显示, 方法可更大程度地发掘此类生产过程的性能改进空间, 较传统方法更适合于对此类生产系统进行技术效率评价.

参 考 文 献:

- [1] Farrell M J. The measurement of production efficiency [J]. Journal of Royal Statistical Society, Series A, General, 1957, 120(3): 253 - 281.
- [2] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units [J]. European Journal of Operational Research, 1978, 2(6): 429 - 444.
- [3] Yang Y, Ma B, Koike M. Efficiency-measuring DEA model for production system with k independent subsystems [J]. Journal of the Operations Research Society of Japan, 2000, 43(3): 343 - 354.
- [4] 杨 锋, 梁 樑, 凌六一等. 并联结构决策单元的 DEA 效率评价研究 [J]. 中国管理科学, 2009, 17(6): 157 - 162.

- Yang Feng, Liang Liang, Ling Liuyi, et al. DEA efficiency evaluating models for DMUs with parallel structure [J]. Chinese Journal of Management Science, 2009, 17(6): 157–162. (in Chinese)
- [5] Kao C. Efficiency measurement for parallel production systems [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 196(3): 1107–1112.
- [6] 段永瑞, 田澎, 张卫平. 具有独立子系统的 DEA 模型及其应用 [J]. 管理工程学报, 2006, 20(1): 27–31.
Duan Yongrui, Tian Peng, Zhang Weiping. DEA models with independent subsystems and their application [J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2006, 20(1): 27–31. (in Chinese)
- [7] Chen Y, Liang L, Yang F. A DEA game model approach to supply chain efficiency [J]. Annals of Operations Research, 2006, 145(1): 5–13.
- [8] Liang L, Yang F, Cook W D, et al. DEA models for supply chain efficiency evaluation [J]. Annals of Operations Research, 2006, 145(1): 35–49.
- [9] Chen Y, Liang L, Zhu J. Equivalence in two-stage DEA approaches [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 193(2): 600–604.
- [10] Chen Y, Cook W D, Li N, et al. Additive efficiency decomposition in two-stage DEA [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 196(3): 1170–1176.

DEA efficiency evaluation of production systems with dependent parallel structure

XIA Qiong¹, YANG Feng¹, LIANG Liang¹, WU Hua-qing²

1. School of Management, University of Science & Technology of China, Hefei 230026, China;

2. School of Liberal Arts and Economics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China

Abstract: DEA efficiency evaluation of complex production systems is an important tool to help to improve the operational efficiency. The current paper focuses on the efficiency evaluation problem for non-independent parallel production systems. Firstly, the two-stage non-independent parallel production system is equivalent to be treated as an integrated system which consists of first-level serial subsystems and second-level parallel subsystems. Secondly, the efficiency score of the integrated system is defined as the product of the efficiency scores of the first-level serial subsystems, and the efficiency score of the first-level serial subsystem is defined as the weighted sum of the efficiency scores of the second-level parallel subsystems. The corresponding DEA efficiency evaluating model is also proposed. Finally, the related theorems and a numerical example illustrate that the proposed model can rate the technique efficiencies more reasonably and can find out the potential for system improvement more greatly.

Key words: data envelopment analysis(DEA) ; parallel; non-independent; efficiency evaluation