第 15 卷第 8 期
2012 年 8 月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 15 No. 8
Aug. 2012

基于产品质量内生的制造/再制造最优生产决策①

谢家平[1,2]，迟琳娜[1]，梁　玲[1,2]

(1. 上海财经大学国际工商管理学院，上海 200433; 2. 新疆财经大学工商管理学院，乌鲁木齐 830012)

摘要：从制造商的视角出发，将产品质量水平作为内生变量，并考虑质量水平对返回废旧产品的降级率的影响，分别讨论单寡头、双寡头非合作以及双寡头合作市场中，制造商最优制造/再制造决策策略. 根据需求市场对产品价格和质量水平的敏感性，进行经济性分析，权衡制造商的制造/再制造的收益、生产成本，优化产品质量水平，帮助企业决定合理的再制造比例. 研究结果显示: 随着降级率的增大，制造商会降低再制造比例; 制造商设置的降级率在不同模式下对利润与价格的影响是有差异的.

关键词：降级率; 产品质量; 再制造; 最优决策

中图分类号：F275　　文献标识码：A　　文章编号：1007 －9807(2012)08 －0012 －12

0　引　言

随着生产者责任延伸制(extended producer responsibility)的立法与推行，制造商的责任将延伸至废旧产品的回收处理，产品全生命周期理念因此受到实业界的高度重视. 这就要求企业在产品设计阶段，必须考虑产品质量以及使用寿命终结后的再制造问题，延续产品的性能与价值. 在回收再制造的过程中，废旧产品的再利用不仅为企业节约生产成本，同时也实现资源的循环利用，减少废弃产品污染. 因此，产品再制造也就成为实现低碳经济、节能减排的重要途径之一.

很多学者研究表明，企业所设立的产品质量水平会影响生产决策与收益. Kranton[1] 认为企业生产高质量与低质量产品带来的收益，虽然在短期内没有差异; 但从长远来看，产品的高质量会赢得更高的重复购买，从而提升市场份额，可以获得未来利润的折现收益. 在基于质量的学习曲线研究中，Fine[2] 分析了由于存在学习曲线效应，产品质量越高生产成本削减率越大，从而使高质量产品随着产量的积累所获成本节约反而比低质量产品更大. Gal-Or[3] 分析了多厂商市场中产品质量与产量之间的关系，认为在均匀需求分布下，为提高总产量需要降低产品平均质量. 但这些研究只考虑了不同质量产品的单位生产成本，没有分析改进质量的固定成本投入. Chen 等[4] 研究了识别缺陷产品成本以及随着产品生命周期长短不同而变化的承诺成本对产品总成本的影响，但在质量的承诺成本中，也没有考虑为实现质量承诺所需的固定投入成本. Baiman 等[5] 研究指出，为保证产品质量水平，供需双方可以通过合约形式来协调预防成本与识别成本，但供方预防成本仅以次品可能出现概率来度量，也没有考虑固定生产成本投入. 因此，闭环供应链下企业再制造决策同样也需要考虑产品质量水平要素.

在再制造研究中，回收来源受到回收网络、回收主体差异的影响. 所回收废品的质量与数量又直接关系着再制造生产系统的稳定性. 范体军等[6] 研究了废旧产品回收网络中收集点、回收站、处理工厂的布局，考虑了各结点的存储与处理

① 收稿日期: 2010 －08 －02; 修订日期: 2010 －12 －21.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70972062); 上海市哲学社会科学规划课题资助项目(2011BGL011); 上海财经大学研究生创新基金资助项目(CXJJ －2011 －319).
作者简介: 谢家平(1964—)，男，四川安岳人，博士，教授，博士生导师. Email: jiaping@ mail. shufe. edu. cn

能力,结点之间的运输费率等成本因素,优化网络流量与费用. 易余胤[7] 通过对不同主体主导回收活动的情境分析,得到无领导市场的行业利润、回收率最高; 当考虑有领导市场时,制造商主导的市场结构更能提高资源利用率. 但这些研究并没有考虑回收品质量对回收处理活动的影响. Debo 等[8] 研究表明,生产技术的选择会直接影响回收废旧产品的价值恢复. 一次性产品的高生产成本以及再制造产品的成本节约都是技术驱动的关键,特别是再制造成本的节约能够提升产品销量从而满足增加需求. Ferrer 等[9] 考虑新产品的生产成本与再制造成本节约,优化新产品与再制造产品的产量. 但他们并没有体现回收的废旧产品质量不同所导致的企业再制造成本的变化,Debo 强调的是消费者对再制造后产品质量偏好差异,Ferrer 设回收的再制造成本为定值. 黄祖庆等[10] 对直线型再制造供应链结构中厂商、销售商以及顾客进行经济性分析,引入回收产品降级率研究各个成员的利润与效率变化. 但在这一研究中降级率是外生的,与制造商设计的产品质量水平无关.

综合分析上述文献,现有再制造研究更多关注回收模式、再制造成本与效率,并没有将质量内生化,即没有考虑企业质量水平的设置对再制造生产决策的影响. 因此,在以往研究的基础上,本文主要将质量作为内生变量,考虑降级率(质量度量指标) 对单位翻新成本以及初始的固定成本投入的影响,帮助企业进行再制造优化决策,使再制造生产决策研究更接近实际,为企业的再制造实践提供有意义的理论指导.

1　参数设定

本文中的模型主要描述了企业的生产已经处于平稳状态下的再制造生产决策问题. p 为产成品的售价; q_N 为新产品产量; q_R 为再制造产量; τ 为回收率.

1.1　质量与降级率

回收活动中存在着零部件的降级,一般由降级率表示,即回收的产品无法进行再制造的损坏部分的比率. 显然,产品质量与产品降级率存在着负相关关系,即产品质量越高,回收时产品降级率越低. 另据 Giutini[11] 研究,再制造通常采用高质量的技术标准,使得再制造产品的质量和功能可以完全达到新产品的质量技术标准. 因此,本文以 ρ 表示产品降级率,$\rho \in (0,1]$,当 $\rho = 1$ 时,表示产品在使用寿命结束后完全报废,不能进行回收再制造. 同时,降级率不能为零,即 $\rho \neq 0$. 以 $f(\rho)$ 表示产品质量函数,且 $f'(\rho) < 0$,本文研究的新产品与再制造品的质量是相同的,即为企业在设计初期就决定的质量水平 $f(\rho)$. 另外,降级率也影响再造率,降级率过高会造成可用于再造的回收零部件供应不足. 文中 $g(\rho)$ 表示可再造率,$g'(\rho) < 0, g(\rho) \in [0,1)$,同样,当 $\rho = 1$ 时,$g(\rho) = 0$,回收品不宜进行再制造.

1.2　消费需求函数

由于产品质量是消费者在购买产品时关注的重要因素,因此,需求函数不仅是关于价格的函数,还是关于产品质量的函数. Banker 等[12] 在研究中将需求看作是关于价格与质量的线性函数,所以本文把产品需求函数表示为

$$D(p,\rho) = \alpha - \beta p + \gamma f(\rho)$$

其中: α 代表市场规模; β 为价格影响需求系数; γ 为质量对需求的影响系数. $\alpha,\beta,\gamma > 0$. 因此,双寡头模式下,制造商 i 面临的需求函数可表示为

$$D_i(p,\rho) = \alpha - \beta p_i + \omega p_j + \gamma f(\rho_i) - \psi f(\rho_j)$$

其中: β,ω 分别为两个厂商的价格对需求的影响系数; γ,ψ 分别为两个厂商的质量影响需求的系数. $\alpha,\beta,\omega,\gamma,\psi > 0, \rho \in (0,1)$. 制造商 j 面临的需求函数形式与制造商 i 对称.

1.3　产品生产成本

C_N 为全部用全新零件生产产品成本,C_R 为废旧产品回收成本,$C_R < C_N$. Xing 等[13] 研究认为再造企业产品升级与其投入成本之间存在指数关系,因此本文考虑由于回收过程中降级率 ρ 的存在,导致将废旧品达到可用零件的质量所需的单位翻新处理成本不同,即存在着 φe^{ρ},φ 为翻新处理系数.

单位再制造节约成本为生产单位新产品成本与单位再制造成本(单位回收成本与翻新处理成本的和) 之差,即 $\Delta(\rho) = C_N - (C_R + \varphi e^{\rho})$. 双寡头模式下,制造商 i 单位再制造节约成本为 $\Delta_i = C_N - (C_R + \varphi e^{\rho_i})$; 制造商 j 的单位再制造节约成本与制造商 i 类似.

Savaskan 等[14] 在研究回收渠道选择时,建立

了废品回收率 τ 与渠道固定投入 I 之间的关系，$\tau = \sqrt{I/b}$，b 为比例因数，即回收主体对渠道投入增高会引起回收率的提高；Gurnani 等[15-16] 也在研究零售商拓展市场需求 e 与投入 I 的关系中，采用了类似的投资成本函数，即 $I = be^2/2$. 本文将这一固定投入函数形式推广到制造企业的质量初始投入，即企业设置的产品质量水平越高，需要实现这一产品质量水平对应的固定投入就越高. 因此，企业固定生产成本为 $C_0 + bf^2(\rho)$，C_0 为初始产能决定的固定成本，$bf^2(\rho)$ 为达到质量水平 $f(\rho)$ 所需的固定投入，b 为质量的固定成本系数. 此外，θ 为合作模式下每个制造商分摊的与质量水平有关的初始投入成本比例.

2　再制造生产决策模型

企业最终的产品由全新零部件与回收再制造零部件生产两部分组成. 采购的零部件和经过再制造处理的回收零部件被装配加工为产成品，再由零售商销售给最终顾客. 当产品生命周期结束后，废旧产品由顾客或零售商返回到制造商的回收中心，经过拆卸、清洁、检测、翻新等回收处理过程，回收的废旧零部件被转换成为可用的零部件，再投入产品生产过程，不能再用的零部件则直接废弃，进行材料再生. 这样，整个回收再制造过程与正向的生产活动一同形成了闭环的生产流程，如图 1 所示.

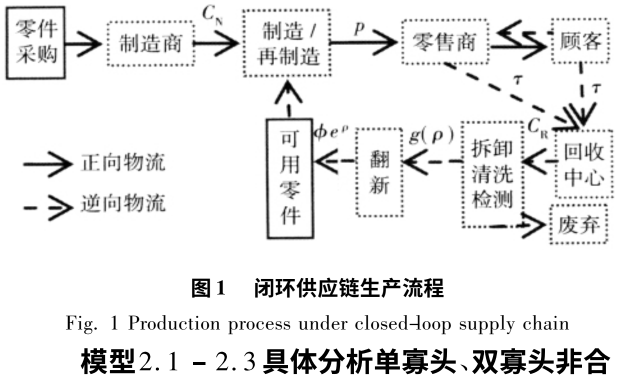


图 1　闭环供应链生产流程

Fig. 1 Production process under closed-loop supply chain

模型 2.1 – 2.3 具体分析单寡头、双寡头非合作、双寡头合作再制造生产问题，根据模型求解分析得到存在再制造条件下企业的最优生产决策.

2.1　单寡头再制造生产决策模型

在单寡头市场中，制造商不仅需要平衡收益与单位成本，还要考虑初始固定投入成本，特别是由于质量水平的不同导致的固定成本的不同. 制造商利润函数为

$$\max_{p,\rho,q_R,q_N} \Pi = (p - C_N) q_N + (p - C_R - \varphi e^{\rho}) q_R - (C_0 + bf^2(\rho)) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} g(\rho)\tau(q_N + q_R) \geqslant q_R \\ q_N \geqslant 0 \\ q_R \geqslant 0 \\ \alpha - \beta p + \gamma f(\rho) = q_N + q_R \end{cases}$$

式中：$(p - C_N) q_N$ 代表生产新产品的收益；$(p - C_R - \varphi e^{\rho}) q_R$ 代表生产再制造产品的收益；$C_0 + bf^2(\rho)$ 为总的固定生产成本. 约束中：$g(\rho)\tau(q_N + q_R) \geqslant q_R$ 代表着再制造量小于可用于再造的回收产品量，其中 $g(\rho)\tau$ 为实际再造率；$\alpha - \beta p + \gamma f(\rho) = q_N + q_R$ 代表再制造品与新产品能够满足市场需求. 为了求解式(1) 中的决策变量 p，ρ，q_R，q_N，本文将模型求解分为两种情况. 首先是降级率为 1 时，制造商的最优决策为性质 1.

性质 1　当降级率 ρ^* 为 1 时，产品质量水平设置为 $f(1)$，相应的，再制造数量 q_R^* 为零，即企业选择全部用全新零件生产产品，企业制定出产量 q_N^* 和产品价格 p^* 的最优生产决策为

$$q_N^* = \frac{\alpha + \gamma f(1) - \beta C_N}{2}$$

$$p^* = \frac{\alpha + \gamma f(1) + \beta C_N}{2\beta}$$

证明　当 $\rho^* = 1$ 时，构建的拉格朗日函数变为

$$L = (p - C_N) q_N - (C_0 + bf^2(\rho)) + \lambda [\alpha - \beta p + \gamma f(1) - q_N]$$

分别求 L 关于 q_N，p，λ 的一阶导数，根据库恩塔克条件求解方程组得到 p^*，q_N^*.

性质 1 说明，当降级率为 1 时，企业不会选择再制造，因为这时没有再制造可以利用的回收产品，再制造是不经济的，因此，这也是企业再制造的一种极端情况. 企业需要在产品设计阶段就要考虑产品报废后的回收处理问题，否则无法真正实现产品的全生命周期.

当降级率取内点时，即 $\rho \in (0,1)$，可以得到性质 2.

性质 2　当 $0 < \rho < 1$ 时，企业最优决策下的降级率 ρ^* 满足

$$\Delta(\rho)\tau g'(\rho)\beta + \gamma f'(\rho) - \beta\varphi e^{\rho} g(\rho)\tau =$$

$$\frac{4\beta bf(\rho)f'(\rho)}{\alpha+\gamma f(\rho)-\beta T}$$

企业用全新零件生产和通过再制造生产的最优生产决策为

$$q_N^* = [1-g(\rho^*)\tau]\frac{\alpha+\gamma f(\rho^*)-\beta T^*}{2},$$

$$q_R^* = g(\rho^*)\tau\frac{\alpha+\gamma f(\rho^*)-\beta T^*}{2}$$

对应的产品价格为

$$p^* = \frac{\alpha+\gamma f(\rho^*)-\beta T^*}{2\beta}$$

其中，$T = C_N - \Delta(\rho)\tau g(\rho)$.

证明　制造商利润函数对应的决策变量取内点时，即 $0<\rho<1$，$q_N>0$，$q_R>0$，构建拉格朗日函数

$$L = (p-C_N)q_N + (p-C_R-\varphi e^{\rho})q_R - (C_0+bf^2(\rho))+\lambda_1[g(\rho)\tau(q_N+q_R)-q_R] + \lambda_2[\alpha-\beta p+\gamma f(\rho)-q_R-q_N]$$

分别求 L 关于 p，q_N，q_R，ρ，λ_1，λ_2 的一阶导数，根据库恩塔克条件求解方程组，得到优化后 q_N^*，q_R^*，p^* 以及 ρ^* 满足

$$\Delta(\rho)\tau g'(\rho)\beta+\gamma f'(\rho)-\beta\varphi e^{\rho}g(\rho)\tau = \frac{4\beta bf(\rho)f'(\rho)}{\alpha+\gamma f(\rho)-\beta T}$$

性质 2 充分体现了产品降级率的设置与企业再制造决策中新产品产量与再制造品产量的决策是相互关联的. 因此，降级率应该作为再制造企业的决策变量，帮助企业权衡再制造与新产品生产成本，更加符合废旧产品回收的实践.

由性质 2 又可以得出性质 3.

性质 3　当企业决定再制造产量时，随着降级率 ρ 的增加，再制造量 q_R 占总产量的比率 η 是不断减小的；而随着回收率 τ 的增加，再制造量 q_R 占总产量的比率 η 是不断增大的.

证明　由性质 2 中的结果

$$q_R = g(\rho)\tau\frac{\alpha+\gamma f(\rho)-\beta T}{2},$$

$$q_N+q_R = \frac{\alpha+\gamma f(\rho)-\beta T}{2}$$

得到 $\eta = \frac{q_R}{q_N+q_R} = g(\rho)\tau$，$\tau>0$，$g(\rho)\in(0,1)$，$g'(\rho)<0$，$\frac{\partial\eta}{\partial\rho} = g'(\rho)\tau<0$，$\frac{\partial\eta}{\partial\tau} = g(\rho)>0$. 因此，$\rho$ 与 η 呈反方向变动，而 τ 与 η 呈同方向变动.

企业在设置降级率时，不仅需要考虑为达到较高降级率所需的固定成本，还要预测设置的降级率水平能否满足产品使用寿命结束后再制造所需的质量水平. 降级率增大，回收的废旧产品能够进行再制造的比例就少，从而影响企业的再制造生产决策，使企业被迫减小再制造比例，这也与实现资源的循环利用，减少废弃产品污染相悖.

2.2　双寡头非合作回收再制造模型

考虑存在两个制造商的市场，且两者的地位是对等的. 在这一模型中，两个制造商同时做出生产决策，每位厂商不知道对方设置的降级率水平. 则制造商 I 的利润函数为

$$\max_{p_i,\rho_i,q_{Ri},q_{Ni}} \Pi_i = (p_i-C_N)q_{Ni}+(p_i-C_R-\varphi e^{\rho_i})q_{Ri} - (C_0+bf^2(\rho_i)) \tag{2}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} g(\rho_i)\tau(q_{Ni}+q_{Ri}) \geqslant q_{Ri} \\ q_{Ni}\geqslant 0 \\ q_{Ri}\geqslant 0 \\ \alpha-\beta p_i+\omega p_j+\gamma f(\rho_i)-\psi f(\rho_j) = q_{Ni}+q_{Nj}+q_{Ri}+q_{Rj} \end{cases}$$

式中：制造商 i 的利润结构与式(1) 相同；$(p_i-C_N)q_{Ni}$ 代表制造商 i 生产新产品收益；$(p_i-C_R-\varphi e^{\rho_i})q_{Ri}$ 代表生产再制造产品收益；$C_0+bf^2(\rho_i)$ 代表制造商 i 总固定生产成本. 同样，约束条件 $g(\rho_i)\tau(q_{Ni}+q_{Ri})\geqslant q_{Ri}$ 表示制造商 i 的再制造产品量小于可用的回收品量，其中 $g(\rho_i)\tau$ 为制造商 i 的实际再造率；$\alpha-\beta p_i+\omega p_j+\gamma f(\rho_i)-\psi f(\rho_j) = q_{Ni}+q_{Nj}+q_{Ri}+q_{Nj}$ 表示制造商 i，j 的再制造量与新产品量之和能够满足市场需求.

为了求解式(2) 中的决策变量 p_i，ρ_i，q_{Ri}，q_{Ni}，本文将模型 2.2 的求解分为 3 种情况. 第 1 种情况为制造商们均将降级率设置为 1，可以得到性质 4.

性质 4　在竞争环境下，当两个制造商同时将最优降级率设置为 1 时，即 $\rho_i^* = \rho_j^* = 1$，制造商们都不进行再制造生产，即 $q_{Ri}^* = q_{Rj}^* = 0$，而全部采用全新零部件生产. 厂商 i 最优产量 q_{Ni}^* 和最优价格 p_i^* 分别为

$$q_{Ni}^* = \frac{1}{2}[\alpha-(\beta-\omega)C_N+\gamma f(1)-\psi f(1)],$$

$$p_i^* = \frac{1}{2\beta}[\alpha + (\beta + \omega)C_N + \gamma f(1) - \psi f(1)]$$

厂商 j 最优产量 q_{Nj}^* 和最优价格 p_j^* 分别为

$$q_{Nj}^* = \frac{1}{2}[\alpha - (\omega - \beta)C_N + \psi f(1) - \gamma f(1)],$$

$$p_j^* = \frac{1}{2\omega}[\alpha + (\beta + \omega)C_N + \psi f(1) - \gamma f(1)]$$

证明 当 $\rho_i^* = \rho_j^* = 1$ 时

$$L = (p_i - C_N)q_{Ni} - C_0 - bf^2(1) + \lambda[\alpha - \beta p_i + \omega p_j + \gamma f(1) - \psi f(p_j) - q_{Ni} - q_{Nj} - q_{Rj}]$$

分别求 L 关于 q_{Ni}, p_i, λ 的一阶导数,根据库恩塔克条件,相应地联合制造商 j 的求解方程组,得到 $q_{Ni}^*, q_i^*, q_{Nj}^*, q_j^*$.

在双寡头模式中,当两个制造商都把降级率设置为 1 时,由于没有可用的再制造废旧产品来源,制造商们都不进行再制造,这与单寡头模式是相同的.

当两个制造商均在区间(0,1)内选择降级率时,又可以得到性质 5.

性质 5 两个制造商最优决策下的降级率 $\rho_i^*, \rho_j^* \in (0,1)$ 满足

$$\frac{\beta f(\rho_i) f'(\rho_i)}{\omega f(\rho_j) f'(\rho_j)} \times \frac{\alpha + \psi f(\rho_j) - \gamma f(\rho_i) - wT_j + \beta T_i}{\alpha + \gamma f(\rho_i) - \psi f(\rho_j) - \beta T_i + \omega T_j} = \frac{\gamma f'(\rho_i) + \beta\tau[\Delta(\rho_i) g'(\rho_i) - \varphi e^{\rho_i} g(\rho_i)]}{\psi f'(\rho_j) + \omega\tau[\Delta(\rho_j) g'(\rho_j) - \varphi e^{\rho_j} g(\rho_j)]}$$

时,制造商 i 的最优产品价格 p_i^*、最优的使用全新零件生产量 q_{Ni}^* 和最优再制造量 q_{Ri}^* 分别为

$$q_i^* = \frac{1}{2\beta}[\alpha + \gamma f(\rho_i^*) - \psi f(\rho_j^*) + \omega T_j^* + \beta T_i^*],$$

$$q_{Ni}^* = \frac{1 - g(\rho_i^*)\tau}{2}[\alpha + \gamma f(\rho_i^*) - \psi f(\rho_j^*) + \omega T_j^* - \beta T_i^*],$$

$$q_{Ri}^* = \frac{g(\rho_i^*)\tau}{2}[\alpha + \gamma f(\rho_i) - \psi f(\rho_j) + \omega T_j^* - \beta T_i^*]$$

制造商 j 的最优产品价格 p_j^*、最优的使用全新零件生产量 q_{Nj}^* 和最优再制造量 q_{Rj}^* 分别为

$$p_j^* = \frac{1}{2\omega}[\alpha + \psi f(\rho_j^*) - \gamma f(\rho_i^*) + \beta T_i^* + \omega T_j^*],$$

$$q_{Nj}^* = \frac{1 - g(\rho_j^*)\tau}{2}[\alpha + \psi f(\rho_j^*) - \gamma f(\rho_i^*) + \beta T_i^* - \omega T_j^*],$$

$$q_{Rj}^* = \frac{g(\rho_j^*)\tau}{2}[\alpha + \psi f(\rho_j^*) - \gamma f(\rho_i^*) + \beta T_i^* - \omega T_j^*]$$

其中,$T_k = C_N - \Delta(\rho_k) g(\rho_k)\tau, k = i, j$.

证明 对于制造商 i,当对应的决策变量取内点时,即 $0 < \rho_1 < 1, q_{Ni} > 0, q_{Ri} > 0$,构建拉格朗日函数

$$L = (p_i - C_N)q_{Ni} + (p_i - C_R - \varphi e^{\rho_1})q_{Ri} - C_0 - bf^2(\rho_i) + \lambda_1[g(\rho_i)\tau \times (q_{Ni} + q_{Ri}) - q_{Ri}] + \lambda_2[\alpha - \beta p_i + \omega p_j + \gamma f(\rho_i) - \psi f(\rho_j) - q_{Ni} - q_{Nj} - q_{Ri} - q_{Rj}]$$

分别求 L 关于 $p_i, q_{Ni}, q_{Ri}, \rho_i, \lambda_1, \lambda_2$ 的一阶导数,根据库恩塔克条件,相应地联合制造商 j 的求解方程组,得到 $q_{Ri}^*, q_{Ni}^*, p_i^*, q_{Rj}^*, , q_{Nj}^* q_j^*$,且 ρ_i^*, ρ_j^*,满足

$$\frac{\beta f(\rho_i) f'(\rho_i)}{\omega f(\rho_j) f'(\rho_j)} \frac{\alpha + \psi f(\rho_j) - \gamma f(\rho_i) - wT_j + \beta T_i}{\alpha + \gamma f(\rho_i) - \psi f(\rho_j) - \beta T_i + \omega T_j} = \frac{\gamma f'(\rho_i) + \beta\tau[\Delta(\rho_i) g'(\rho_i) - \varphi e^{\rho_i} g(\rho_i)]}{\psi f'(\rho_j) + \omega\tau[\Delta(\rho_j) g'(\rho_j) - \varphi e^{\rho_j} g(\rho_j)]}$$

双寡头市场中,两个制造商降级率、再制造量、新产品量、产品价格的制定与价格、质量对需求的影响系数相关. 特别是降级率的大小直接影响着再制造品、新产品的产量. 因此,如何扩大市场份额,设置合理的产品质量水平成为制造企业在双寡头市场中赢得有利竞争地位的关键.

而当一个制造商设置降级率为 1,而另一个制造商在区间(0,1)内选择降级率时,得到性质 6.

性质 6 在竞争环境下,当两个制造商同时做出决策,制造商 j 选择将最优降级率 ρ_j^* 设置为 1,而制造商 i 的最优降级率 ρ_i^* 选择在范围(0,1)内,且满足

$$\frac{\gamma f'(\rho_i)}{\beta} + \Delta(\rho_i) g'(\rho_i)\tau - \varphi e^{\rho_1} g(\rho_i)\tau = \frac{4bf(\rho_i) f'(\rho_i)}{\alpha + \omega C_N + \gamma f(\rho_i) - \psi f(1) - \beta T_i}$$

制造商 i 采取的最优价格 p_i^*、最优的使用全新零件生产量 q_{Ni}^* 和最优再制造量 q_{Ri}^* 分别为

$$p_i^* = \frac{1}{2\beta}[\alpha + \omega C_N + \gamma f(\rho_i^*) - \psi f(1) - \beta T_i^*],$$

$$q_{Ni}^* = \frac{1 - g(\rho_i^*)\tau}{2}[\alpha + \omega C_N + \gamma f(\rho_i^*) - \psi f(1) - \beta T_i^*],$$

$$q_{\mathrm{Ri}}^{*}=\frac{g(\rho_{\mathrm{i}}^{*})\tau}{2}[\alpha+\omega C_{\mathrm{N}}+\gamma f(\rho_{\mathrm{i}}^{*})-\psi f(1)-\beta T_{\mathrm{i}}^{*}]$$

而制造商 j 的最优价格 p_{j}^{*} 和最优产量 q_{Nj}^{*} 分别为

$$q_{\mathrm{j}}^{*}=\frac{1}{2\omega}[\alpha+\omega C_{\mathrm{N}}-\gamma f(\rho_{\mathrm{i}}^{*})+\psi f(1)+\beta T_{\mathrm{i}}^{*}],$$

$$q_{\mathrm{Nj}}^{*}=\frac{1}{2}[\alpha-\omega C_{\mathrm{N}}-\gamma f(\rho_{\mathrm{i}}^{*})+\psi f(1)+\beta T_{\mathrm{i}}^{*}]$$

其中，$T_k=C_{\mathrm{N}}-\Delta(\rho_k)g(\rho_k)\tau$，$k=\mathrm{i},\mathrm{j}$.

性质6的证明与性质5类似. 性质6主要分析在非合作双寡头市场中，当其中一位制造商将降级率设置为1，而另一制造商没有取极端的降级率1时，两个制造商所做的最优制造/再制造决策. 在这一种情况下，进行再制造的企业最优降级率 ρ^{*} 需要满足性质6给出的条件.

由性质5可以推出性质7.

性质7　在竞争环境下，两个制造商最优决策下的降级率 $\rho_{\mathrm{i}}^{*},\rho_{\mathrm{j}}^{*}\in(0,1)$，且当

$$\frac{\psi f'(\rho_{\mathrm{j}})-\omega\tau[g(\rho_{\mathrm{j}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{j}})\Delta(\rho_{\mathrm{j}})]}{\gamma f'(\rho_{\mathrm{i}})-\beta\tau[g(\rho_{\mathrm{i}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{i}}}-g'(\rho_{\mathrm{i}})\Delta(\rho_{\mathrm{i}})]}\geqslant 1$$

时，制造商 j 设置的降级率 ρ_{j} 的变动对制造商 i 产量 $q_{\mathrm{Ni}}+q_{\mathrm{Ri}}$ 的影响不小于制造商 i 设置的降级率 ρ_{i} 的变动对制造商 j 产量影响 $q_{\mathrm{Nj}}+q_{\mathrm{Rj}}$；当

$$\frac{\psi f'(\rho_{\mathrm{j}})-\omega\tau[g(\rho_{\mathrm{j}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{j}})\Delta(\rho_{\mathrm{j}})]}{\gamma f'(\rho_{\mathrm{i}})-\beta\tau[g(\rho_{\mathrm{i}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{i}}}-g'(\rho_{\mathrm{i}})\Delta(\rho_{\mathrm{i}})]}<1$$

时，结论相反. 而当

$$\frac{\psi f'(\rho_{\mathrm{j}})-\omega\tau[g(\rho_{\mathrm{j}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{j}})\Delta(\rho_{\mathrm{j}})]}{\gamma f'(\rho_{\mathrm{i}})-\beta\tau[g(\rho_{\mathrm{i}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{i}})\Delta(\rho_{\mathrm{i}})]}\geqslant\frac{\beta}{\omega}$$

时，制造商 j 设置的降级率 ρ_{j} 的变动对制造商 i 价格 p_{i} 的影响不小于制造商 i 设置的降级率 ρ_{i} 的变动对制造商 j 价格 p_{j} 的影响；而当

$$\frac{\psi f'(\rho_{\mathrm{j}})-\omega\tau[g(\rho_{\mathrm{j}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{j}})\Delta(\rho_{\mathrm{j}})]}{\gamma f'(\rho_{\mathrm{i}})-\beta\tau[g(\rho_{\mathrm{i}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{i}})\Delta(\rho_{\mathrm{i}})]}<\frac{\beta}{\omega}$$

时，结论相反.

证明　由性质5可以得到

$$\frac{\mathrm{d}(q_{\mathrm{Ri}}+q_{\mathrm{Ni}})/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}(q_{\mathrm{Rj}}+q_{\mathrm{Nj}})/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{i}}}=\frac{\psi f'(\rho_{\mathrm{j}})-\omega\tau[g(\rho_{\mathrm{j}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{j}})\Delta(\rho_{\mathrm{j}})]}{\gamma f'(\rho_{\mathrm{i}})-\beta\tau[g(\rho_{\mathrm{i}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{i}}}-g'(\rho_{\mathrm{i}})\Delta(\rho_{\mathrm{i}})]}$$

当 $\frac{\mathrm{d}(q_{\mathrm{Ri}}+q_{\mathrm{Ni}})/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}(q_{\mathrm{Rj}}+q_{\mathrm{Nj}})/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{i}}}\geqslant 1$ 时，制造商 j 设置的降级率 ρ_{j} 的变动对制造商 i 产量 $q_{\mathrm{Ni}}+q_{\mathrm{Ri}}$ 影响不小于制造商 i 设置的降级率 ρ_{i} 的变动对制造商 j 产量 $q_{\mathrm{Nj}}+q_{\mathrm{Rj}}$ 影响；当 $\frac{\mathrm{d}(q_{\mathrm{Ri}}+q_{\mathrm{Ni}})/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}(q_{\mathrm{Rj}}+q_{\mathrm{Nj}})/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{i}}}<1$ 时，结论相反. 同理，可以得到

$$\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}p_{\mathrm{j}}/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{i}}}=\frac{\omega}{\beta}\frac{\psi f'(\rho_{\mathrm{j}})-\omega\tau[g(\rho_{\mathrm{j}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{j}})\Delta(\rho_{\mathrm{j}})]}{\gamma f'(\rho_{\mathrm{i}})-\beta\tau[g(\rho_{\mathrm{i}})\varphi e^{\rho_{\mathrm{j}}}-g'(\rho_{\mathrm{i}})\Delta(\rho_{\mathrm{i}})]}$$

当 $\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}p_{\mathrm{j}}/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{i}}}\geqslant 1$ 时，制造商 j 设置的降级率 ρ_{j} 的变动对制造商 i 价格 p_{i} 的影响不小于制造商 i 设置的降级率 ρ_{i} 的变动对制造商 j 价格 p_{j} 的影响；当 $\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{i}}/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{j}}}{\mathrm{d}p_{\mathrm{j}}/\mathrm{d}\rho_{\mathrm{i}}}<1$ 时，结论相反.

制造商的降级率变动不仅会影响自身的定产、定价，也会影响市场中其他竞争对手的决策. 性质7给出了在双寡头竞争中，其中一个制造商制定的降级率对另一方产量与价格的影响相对于对方对自身影响的比较边界，能够帮助制造商更全面的考虑影响再制造决策因素，更准确地进行再制造生产决策.

2.3　双寡头合作回收再制造模型

合作模式下，两个再制造商联合开发产品，共同决定产品的质量水平，因此，引入参数 θ 反映再制造商联合开发中质量固定成本的分摊，且 $\rho_{\mathrm{i}}=\rho_{\mathrm{j}}=\rho$. 因此，$\Delta(\rho_{\mathrm{i}})=\Delta(\rho_{\mathrm{j}})=\Delta(\rho)$，$T_{\mathrm{i}}=T_{\mathrm{j}}=T$. 首先分析制造商 i 的利润函数，有

$$\max_{p_{\mathrm{i}},\rho_{\mathrm{i}},q_{\mathrm{Ri}},q_{\mathrm{Ni}}}\Pi_{\mathrm{i}}=(p_{\mathrm{i}}-C_{\mathrm{N}})q_{\mathrm{Ni}}+(p_{\mathrm{i}}-C_{\mathrm{R}}-\varphi e^{\rho_{\mathrm{i}}})q_{\mathrm{Ri}}-(C_0+\theta bf^2(\rho_{\mathrm{i}}))\quad(3)$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}g(\rho_{\mathrm{i}})\tau(q_{\mathrm{Ni}}+q_{\mathrm{Ri}})\geqslant q_{\mathrm{Ri}}\\ q_{\mathrm{Ni}}\geqslant 0\\ q_{\mathrm{Ri}}\geqslant 0\\ \alpha-\beta p_{\mathrm{i}}+\omega p_{\mathrm{j}}+\gamma f(\rho_{\mathrm{i}})-\psi f(\rho_{\mathrm{j}})=\\ \quad q_{\mathrm{Ni}}+q_{\mathrm{Nj}}+q_{\mathrm{Ri}}+q_{\mathrm{Rj}}\end{cases}$$

式中：$(p_{\mathrm{i}}-C_{\mathrm{N}})q_{\mathrm{Ni}}$ 代表制造商 i 生产新产品的收益；$(p_{\mathrm{i}}-C_{\mathrm{R}}-\varphi e^{\rho_{\mathrm{i}}})q_{\mathrm{Ri}}$ 代表再制造品带来的收益. 与式(2)不同的是，合作模式下制造商 i 的固定成本为 $C_0+\theta bf^2(\rho_{\mathrm{i}})$，制造商 i 可以大大减少产品设计阶段的开发成本. 式(3)中的约束条件与式(2)相同. 为了求解式(3)中的决策变量 p_{i}，ρ_{i}，q_{Ri}，

q_{Ni}，式(3)的求解可以分为两种情况.

情况 1 为两个制造商均选择 1 为降级率，得到性质 8.

性质 8 在合作环境下，当制造商 i 与 j 同时选择最优降级率为 1，则得到的最优生产决策与竞争环境下两个制造商同时将最优降级率设置为 1 时的相同，但由于合作开发的成本节约使两个制造商在合作环境下的利润高于竞争环境下的利润.

证明 由 $\rho_{\mathrm{i}} = \rho_{\mathrm{j}} = 1$ 有

$$L = (p_{\mathrm{i}} - C_{\mathrm{N}}) q_{\mathrm{Ni}} - C_0 - \theta b f^2(1) + \lambda [\alpha - \beta p_{\mathrm{i}} + \omega p_{\mathrm{j}} + \gamma f(1) - \psi f(\rho_{\mathrm{j}}) - q_{\mathrm{Ni}} - q_{\mathrm{Nj}} - q_{\mathrm{Rj}}]$$

分别求 L 关于 q_{Ni}，p_{i}，λ 的一阶导数，根据库恩塔克条件解方程得到合作环境下两个厂商的最优决策变量 p_{i}^*，q_{Ni}^*，p_{j}^*，q_{Nj}^*. 但模型 2.2 中，制造商 i 的最大化利润 $\Pi_{\mathrm{i},2}^*$ 为 $(p_{\mathrm{i}}^* - C_{\mathrm{N}}) q_{\mathrm{Ni}}^* - (C_0 + bf^2(1))$，而模型 2.3 中，制造商 i 的最大化利润 $\Pi_{\mathrm{i},3}^*$ 为 $(p_{\mathrm{i}}^* - C_{\mathrm{N}}) q_{\mathrm{Ni}}^* - (C_0 + \theta b f^2(1))$，由于 $\theta \in (0,1)$，$\rho_{\mathrm{i}} = \rho_{\mathrm{j}} = 1$，模型 2.2 与 2.3 中的固定成本为定值，当其他外生参数取值相同时，求得的决策变量均衡表达式均相同，所以 $\Pi_{\mathrm{i},2}^* < \Pi_{\mathrm{i},3}^*$；同理，对于制造商 j 来说，$\Pi_{\mathrm{j},2}^* < \Pi_{\mathrm{j},3}^*$.

合作模式下，即使制造商们均选择降级率为 1 的极端情况，模型 2.3 也能够体现出合作开发节约成本，从而制造商利润增加.

情况 2 为两个制造商共同制定的最优降级率 $\rho^* \in (0,1)$，得到性质 9.

性质 9 合作环境下，当两个制造商共同制定的最优降级率 $\rho^* \in (0,1)$ 应满足

$$\frac{\beta\alpha + (\psi - \gamma) f(\rho) - (\omega - \beta) T}{\omega\alpha - (\psi - \gamma) f(\rho) + (\omega - \beta) T} = \frac{\gamma f'(\rho) + \beta\tau [\Delta(\rho) g'(\rho) - \varphi e^{\rho} g(\rho)]}{\psi f'(\rho) + \omega\tau [\Delta(\rho) g'(\rho) - \varphi e^{\rho} g(\rho)]}$$

制造商 i 的最优产品价格 p_{i}^*、最优的使用全新零件生产量 q_{Ni}^* 和最优再制造量 q_{Ri}^* 分别为

$$p_{\mathrm{i}}^* = \frac{1}{2\beta} [\alpha + \gamma f(\rho^*) - \psi f(\rho^*) + \omega T^* + \beta T^*],$$

$$q_{\mathrm{Ni}}^* = \frac{1 - g(\rho^*)\tau}{2} [\alpha + \gamma f(\rho^*) - \psi f(\rho^*) + \omega T^* - \beta T^*],$$

$$q_{\mathrm{Ri}}^* = \frac{g(\rho^*)\tau}{2} [\alpha + \gamma f(\rho^*) - \psi f(\rho^*) + \omega T^* - \beta T^*]$$

制造商 j 的最优产品价格 p_{j}^*、最优的使用全新零件生产量 q_{Nj}^* 和最优再制造量 q_{Rj}^* 分别为

$$p_{\mathrm{j}}^* = \frac{1}{2\omega} [\alpha + \psi f(\rho^*) - \gamma f(\rho^*) + \beta T^* + \omega T^*],$$

$$q_{\mathrm{Nj}}^* = \frac{1 - g(\rho^*)\tau}{2} [\alpha + \psi f(\rho^*) - \gamma f(\rho^*) + \beta T^* - \omega T^*],$$

$$q_{\mathrm{Rj}}^* = \frac{g(\rho^*)\tau}{2} [\alpha + \psi f(\rho^*) - \gamma f(\rho^*) + \beta T^* - \omega T^*]$$

其中，$T = C_{\mathrm{N}} - \Delta(\rho) g(\rho) \tau$.

证明 构建拉格朗日函数为

$$L = (p_{\mathrm{i}} - C_{\mathrm{N}}) q_{\mathrm{Ni}} + (p_{\mathrm{i}} - C_{\mathrm{R}} - \varphi e^{\rho_{\mathrm{i}}}) q_{\mathrm{Ri}} - C_0 - \theta b f^2(\rho) + \lambda_1 [g(\rho)\tau(q_{\mathrm{Ni}} + q_{\mathrm{Ri}}) - q_{\mathrm{Ri}}] + \lambda_2 [\alpha - \beta p + \omega p_{\mathrm{j}} + \gamma f(\rho) - \psi f(\rho) - q_{\mathrm{Ni}} - q_{\mathrm{Nj}} - q_{\mathrm{Ri}} - q_{\mathrm{Rj}}]$$

分别求 L 关于 p_{i}，q_{Ni}，q_{Ri}，ρ λ_1，λ_2 的一阶导数，根据库恩塔克条件，再联合制造商 j 的求解方程组，得到 q_{Ri}^*，q_{Ni}^*，p_{i}^*，q_{Rj}^*，q_{Nj}^*，p_{j}^*，且满足

$$\frac{\beta\alpha + (\psi - \gamma) f(\rho) - (\omega - \beta) T}{\omega\alpha - (\psi - \gamma) f(\rho) + (\omega - \beta) T} = \frac{\gamma f'(\rho) + \beta\tau [\Delta(\rho) g'(\rho) - \varphi e^{\rho} g(\rho)]}{\psi f'(\rho) + \omega\tau [\Delta(\rho) g'(\rho) - \varphi e^{\rho} g(\rho)]}$$

由于合作开发产品，制造商们能够掌握更多的市场信息，明确市场定位，更有效地进行产量、价格决策. 合作模式帮助企业在能够承受的成本范围内不断促进产品质量的提高，同时还避免了制造商之间为争夺市场份额的恶性竞争，保证产品质量以及产品回收时可用于再制造的量，实现再制造的可持续发展，保证市场环境的良性循环.

由性质 9 可以推出性质 10 与 11.

性质 10 两个制造商共同合作开发产品时，优化的降级率 $\rho^* \in (0,1)$，则当

$$\frac{\gamma - \psi}{\beta - \omega} \geqslant \frac{T}{f(\rho)}$$

时，$q_{\mathrm{Ri}}^* \geqslant q_{\mathrm{Rj}}^*$，$q_{\mathrm{Ni}}^* \geqslant q_{\mathrm{Nj}}^*$；当

$$\frac{\gamma - \psi}{\beta - \omega} < \frac{T}{f(\rho)}$$

时，$q_{\mathrm{Ri}}^* < q_{\mathrm{Rj}}^*$，$q_{\mathrm{Ni}}^* < q_{\mathrm{Nj}}^*$. 当

$$\frac{\omega}{\beta} \geqslant \frac{\alpha - \gamma f(\rho) + \psi f(\rho) + \beta T}{\alpha + \gamma f(\rho) - \psi f(\rho) + \omega T}$$

时，$p_{\mathrm{i}}^* \geqslant p_{\mathrm{j}}^*$；当

$$\frac{\omega}{\beta} < \frac{\alpha - \gamma f(\rho) + \psi f(\rho) + \beta T}{\alpha + \gamma f(\rho) - \psi f(\rho) + \omega T}$$

时，$p_i^* < p_j^*$.

证明　由性质 9 可以得到

$$q_{Ri}^* - q_{Rj}^* = g(\rho^*)\tau[(\gamma - \psi)f(\rho^*) + (\omega - \beta)T^*]$$

且 $g(\rho^*)\tau > 0$，因此，$q_{Ri}^* \geqslant q_{Rj}^*$ 只需

$$(\gamma - \psi)f(\rho^*) + (\omega - \beta)T^* \geqslant 0$$

化简后变为

$$\frac{\gamma - \psi}{\beta - \omega} \geqslant \frac{T}{f(\rho)}$$

还得到

$$q_{Ni}^* - q_{Nj}^* = [1 - g(\rho^*)\tau][(\gamma - \psi)f(\rho^*) + (\omega - \beta)T^*]$$

且 $1 - g(\rho^*)\tau > 0$，因此，$q_{Ni}^* \geqslant q_{Nj}^*$ 只需

$$(\gamma - \psi)f(\rho^*) + (\omega - \beta)T^* \geqslant 0$$

化简后变为

$$\frac{\gamma - \psi}{\beta - \omega} \geqslant \frac{T}{f(\rho)}$$

同理，可以证明 $q_{Ri}^* < q_{Rj}^*$ 情况，$q_{Ni}^* < q_{Nj}^*$ 只需 $\frac{\gamma - \psi}{\beta - \omega} < \frac{T}{f(\rho)}$. 另外有

$$p_i^* - p_j^* = \frac{1}{2\beta}[\alpha + \gamma f(\rho) - \psi f(\rho) + \omega T] - \frac{1}{2\omega}[\alpha - \gamma f(\rho) + \psi f(\rho) + \beta T]$$

因此，$p_i^* \geqslant p_j^*$ 只需

$$\frac{1}{2\beta}[\alpha + \gamma f(\rho) - \psi f(\rho) + \omega T] - \frac{1}{2\omega}[\alpha - \gamma f(\rho) + \psi f(\rho) + \beta T] \geqslant 0$$

化简后变为

$$\frac{\omega}{\beta} \geqslant \frac{\alpha - \gamma f(\rho) + \psi f(\rho) + \beta T}{\alpha + \gamma f(\rho) - \psi f(\rho) + \omega T}$$

同理可以证明 $p_i^* < p_j^*$ 只需

$$\frac{\omega}{\beta} < \frac{\alpha - \gamma f(\rho) + \psi f(\rho) + \beta T}{\alpha + \gamma f(\rho) - \psi f(\rho) + \omega T}$$

性质 10 分析了在合作环境中，每个制造商决定的新产品产量、再制造品产量以及价格的边界，使制造商在合作模式中的决策更有把握.

性质 11　合作环境下的整个市场中，两个制造商通过再制造生产的产品占整个市场容量的比例为 $g(\rho^*)\tau$；两个制造商使用全新零部件生产的产品占整个市场容量的比例为 $1 - g(\rho^*)\tau$.

证明　由性质 9 的结论进行变换，令 $\frac{q_{Ri}^*}{\alpha} + \frac{q_{Rj}^*}{\alpha}$ 得到

$$\frac{q_{Ri} + q_{Rj}}{\alpha} = g(\rho^*)\tau$$

同理，令 $\frac{q_{Ni}^*}{\alpha} + \frac{q_{Nj}^*}{\alpha}$ 得到

$$\frac{q_{Ni} + q_{Nj}}{\alpha} = 1 - g(\rho^*)\tau$$

降级率的设置也直接影响制造商们进行再制造生产的规模. 性质 11 说明了整个市场中，制造商再制造产品量与新产品量的比例，且这一比例与两方共同制定的降级率相关.

3　再制造生产决策模型算例

随着工业化进程的推进，越来越多的汽车、电子产品等被淘汰、报废，而很多废旧产品经过回收再造可以达到新产品质量标准. 因此，废旧产品的降级率直接影响着产品再制造活动. 本文选取如下数据：

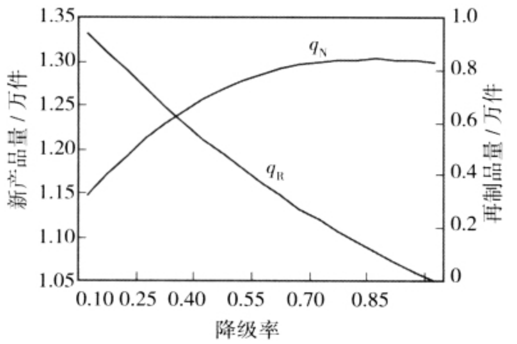
1）单寡头市场中，需求函数系数 $\alpha = 7.5$（万件），$\beta = 50$，$\gamma = 10\ 000$；单位新产品生产成本 $C_N = 0.10$（万元）；废旧产品回收成本 $C_R = 0.055$（万元）；翻新系数 $\varphi = 100$；与规模相关的固定成本 $C_0 = 10$（万元）；与设定质量水平相关的固定成本系数 $b = 200$（万元）；由于降级率与产品质量呈反方向关系，所以设置 $f(\rho) = 1 - 0.9\rho$，$f'(\rho) = -0.9$；同理，考虑可再造率与降级率之间的关系为 $g(\rho) = 1 - \rho$，$g'(\rho) = -1$.

2）双寡头市场中，制造商 i 与 j 的需求函数系数 $\alpha = 15$（万件），$\beta = 50$，$\gamma = 4\ 500$，$\omega = 30$，$\psi = 2\ 500$；单位生产与废旧产品回收相关成本、翻新系数与单寡头市场相同；与规模相关的固定成本设置同单寡头市场；与设定质量水平相关的固定成本系数 $b = 2\ 000$（万元）；质量与降级率关系函数设置同单寡头市场；降级率与可再造率关系函数设置同单寡头市场. 通过数据模拟，分析设定降级率不同的情况下，企业制造／再制造决策和利润变化.

3.1　降级率对产量影响

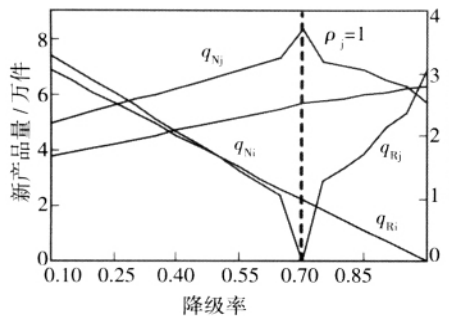
回收废旧产品降级率决定了企业可再造率.

回收废品的降级率越高，再制造所需的技术、工艺就越复杂，对设备处理能力要求也更高. 当企业的再制造技术水平一定时，过高的降级率会减少可再造零部件供应，从而减小再制造比例. 图 2 模拟了单寡头、双寡头市场不同情境下，制造企业根据降级率变动采取的最优化制造／再制造产量决策.



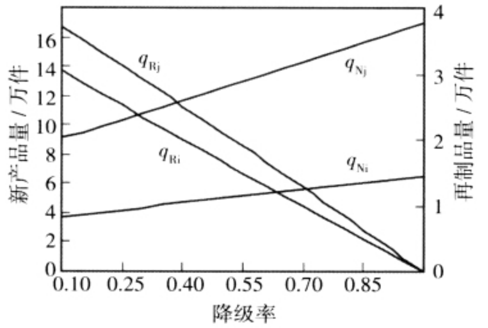
(a) 单寡头模式

(a) Single oligarch mode



(b) 双寡头非合作模式

(b) Duopoly non-cooperalive mode



(c) 双寡头合作模式

(c) Duopoly cooperalive mode

图 2　降级率对新产品、再制造品量影响

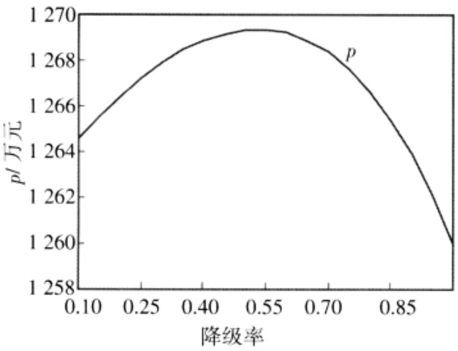
Fig. 2 Effect of degradation rate on quantities of new and remanufactured products

从图 2 中可以看到，无论是单寡头制造商还是双寡头合作模式下的两个制造商，决策的再制造量 q_R 都是随着降级率 ρ 的增大而减小，新产品量 q_N 逐渐增加. 当 $\rho = 1$ 时，两种模式下所有制造商都不进行再制造.

在图 2(*b*) 的双寡头非合作模式下，当制造商 *j* 设置的降级率 ρ_j 先增大至 1 后再减小，制造商 *i* 的降级率 ρ_i 逐渐增大到 1 时(图中横坐标为制造商 *i* 的降级率)，可以看到制造商 *i* 的再制造量 q_{Ri} 逐渐降低，新产品量 q_{Ni} 逐渐增大. 当 $\rho_i = 1$ 时，制造商 *i* 的再制造量 $q_{Ri} = 0$; 制造商 *j* 的再制造量 q_{Rj} 随着降级率 ρ_j 的增大而减小; 当 $\rho_j = 1$ 时，制造商 *j* 的再制造量降为 0，但当 ρ_j 又逐渐减小时，再制造量 q_{Rj} 逐渐递增，制造商 *j* 的新产品量 q_{Nj} 呈相反趋势. 因此，算例结果表明，降级率的大小会影响企业再制造决策，增大降级率会使企业减小再制造量，增大新产品生产比例.

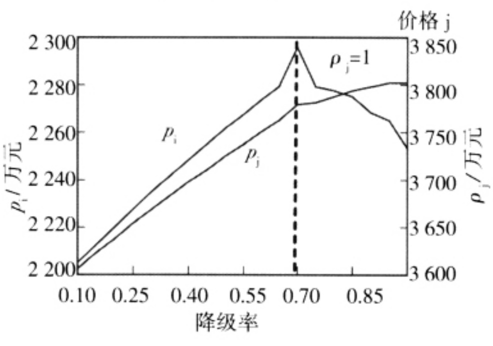
3.2　降级率对价格影响

在 3 种模式下，降级率对不同制造商的价格影响也是有差异的. 图 3 说明了 3 种市场情境中降级率对制造商定价的影响.



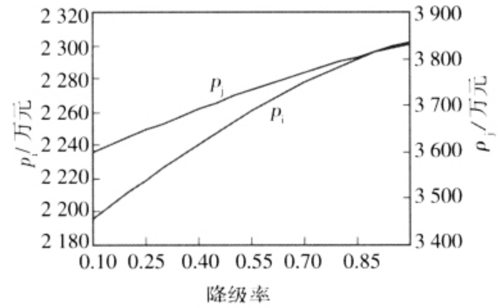
(a) 单寡头模式

(a) Single oligarch mode



(b) 双寡头非合作模式

(b) Duopoly non-cooperalive mode



（c）双寡头合作模式

（c）Duopoly cooperative mode

图 3　降级率对价格影响

Fig. 3 Effect of degradation rate on price

图 3(a) 的结果显示，随着降级率 ρ 的增大，单寡头制造商制定的产品价格 p 在质量水平较高时，降级率逐渐增大所需的再制造翻新处理成本也会增大，所以单寡头企业会提高产品价格保证收益. 但当降级率增长到一定程度时，单寡头制造商会逐渐降低价格 p. 主要是因为当所设置的产品质量较低，相应的降级率较大，会引起需求减小，单位翻新处理成本增长速度变大，因此，制造商采取降价措施以提高需求.

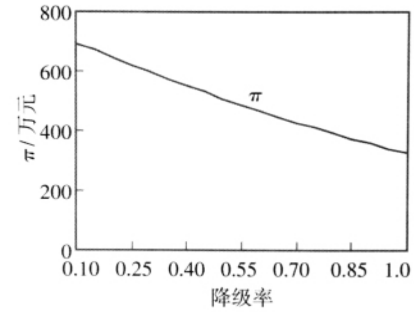
双寡头非合作市场中，如图 3(b) 所示，制造商 i 的产品价格 p_i 与单寡头制造商类似，随着降级率 ρ_i 的增大呈现先增大后递减的趋势(图中横坐标为制造商 i 的降级率) ，但制造商 i 价格 p_i 递减阶段与制造商 j 降级率 ρ_j 减小对需求影响有关. 而制造商 j 在降级率 ρ_j 增长到 1 后，又逐渐减小降级率，因此，制造商 j 的质量水平增大使 p_j 继续上升.

图 3(c) 所示的双寡头合作模式下，两个制造商的产品价格 p_i，p_j 随着降级率 ρ 的增大而递增，没有出现下降阶段. 这可能由于单位翻新处理成本随着降级率的增大而增加，但由于两个制造商共同分担质量固定投入，所以合作模式下的两个制造商不需降低产品价格维持收益.

3.3　降级率对利润影响

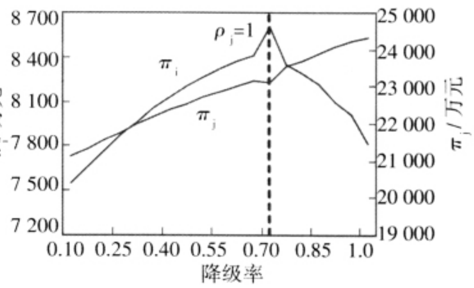
不同的市场中，降级率对利润的影响是有差异的. 图 4 展示了 3 种模式下降级率对制造商利润的影响.

图 4 (a) 中，随着降级率 ρ 的增大，单寡头制造商利润 π 逐渐下降. 这可能主要由于随着降级率的增大，单位翻新处理成本增加过快，再制造带来成本优势就可能下降，同时，质量水平的减小会引起需求减小，所以算例中再制造商的利润呈现下降趋势.



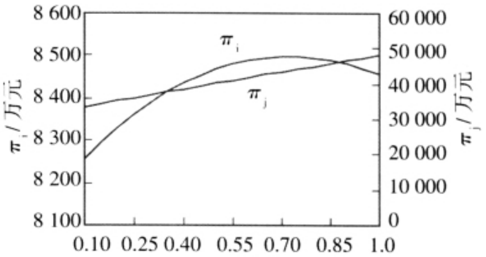
（a）单寡头模式

（a）Single oligarch mode



（b）双寡头非合作模式

（b）Duopoly non-cooperalive mode



（c）双寡头合作模式

（c）Duopoly cooperative mode

图 4　降级率对利润影响

Fig. 4 Effect of degradation rate on profit

而在双寡头非合作市场中，两个制造商的利润受双方所制定降级率的共同影响. 图 4 (b) 显示，当再制造商 i 的降级率 ρ_i 逐渐增大(图中横坐标为制造商 i 的降级率) ，而制造商 j 的降级率 ρ_j 先增大到 1 后再逐渐减小时，制造商 i 的利润 π_i 呈现先增大后减小的趋势，而制造商 j 的利润 π_j

呈现先增大后减小，再增大的趋势. 从图中可以看到，在制造商 j 的降级率达 $\rho_j = 1$ 之前，两个制造商的质量水平较高时，相应的降级率水平较低，即使降级率逐渐增大，利润也会缓慢增长. 但降级率增长速度较快的企业，其利润增长速度较慢. 当降级率增长到一定程度时，由于翻新处理成本过高，且 ρ 对需求的影响变大，利润会下降，如图 4（b）中，制造商 j 的降级率增长快于制造商 i，因此，制造商 j 的利润 π_i 在达到 $\rho_j = 1$ 前就开始下降，而制造商 i 的利润 π_i 继续上升. 而当制造商 j 的降级率 ρ_j 逐渐降低时，制造商 i 的利润 π_i 快速下降，而制造商 j 的利润 π_j 逐渐增大.

而图 4 中双寡头合作模式下的两个制造商的利润 π_i，π_j 随着降级率 ρ 的增大反而上升，可能的原因为合作模式下两个制造商共同制定质量水平，减小初始质量投入成本，所以，即使降级率增大很多，也能保证利润增长. 但制造商 i 的利润在后期还是出现略微下降的趋势，与需求对其价格、质量的敏感程度较高有关.

4　结束语

再制造成本的节约、企业的社会责任以及可持续发展的目标共同驱动着企业发展再制造. 第 1，由于回收活动的不确定性，再制造的输入源——废旧产品的降级率成为制约再制造生产的重要因素，随着降级率的增大，制造商的再制造比例降低. 第 2，制造企业在设计阶段设定产品的质量水平以及降级率时，需要权衡消费者需求的敏感性和为达到某一质量水平所需的固定生产成本. 如果一味追求高质量低降级率而不计成本，再制造的可行性就会大打折扣，因此，合作开发产品成为制造商的有利选择，可以实现“共赢”. 第 3，制造商在确定产品价格时，不仅要考虑生产成本，产品需求弹性也是很重要的因素. 特别是存在再制造的生产中，产品质量也是消费者考虑的重要因素之一，而产品质量也与降级率存在很大的关系，因此，制造商进行再制造决策时要全面考虑这些因素的相互作用.

参 考 文 献：

[1] Kranton R E. Competition and the incentive to produce high quality [J]. Economica, New Series, 2003, 70(279): 385 – 404.

[2] Fine C H. Quality improvement and learning in productive systems [J]. Management Science, 1986, 32(10): 1301 – 1315.

[3] Gal-Or E. Quality and quantity competition [J]. The Bell Journal of Economics, 1983, 14(2): 590 – 600.

[4] Chen J, Yao D D, Zheng S. Quality control for products supplied with warranty [J]. Operations Research, 1998, 46(1): 107 – 115.

[5] Baiman S, Fischer P E, Rajan M V. Information, contracting, and quality costs [J]. Management Science, 2000, 46(6): 776 – 789.

[6] 范体军，常香云，陈荣秋等. 大型废旧产品回收网络的数学模型与算法研究 [J]. 管理科学学报，2009，12(4)：94 – 102.
Fan Tijun, Chang Xiangyun, Chen Rongqiu, et al. Research on mathematical model and algorithm for large composite recovery network of used products [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(4): 94 – 102. (in Chinese)

[7] 易余胤. 具竞争零售商的再制造闭环供应链模型研究 [J]. 管理科学学报，2009，12(6)：45 – 54.
Yi Yuyin. Closed-loop supply chain game models with product remanufacturing in a duopoly retailer channel [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(6): 45 – 54. (in Chinese)

[8] Debo L G, Toktay L B, Wassenhove L N V. Market segmentation and product technology selection for remanufacturable products [J]. Management Science, 2005, 51(8): 1193 – 1205.

[9] Ferrer G, Swaminathan J M. Managing new and remanufactured products [J]. Management Science, 2006, 52(1): 15 – 26.

[10] 黄祖庆，达庆利. 直线型再制造供应链决策结构的效率分析 [J]. 管理科学学报，2006，9(4)：51 – 57.

Huang Zuqing, Da Qingli. Study on efficiency of serial supply chains with remanufacture [J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(4): 51－57. (in Chinese)

[11] Giutini R, Gaudette K. Remanufacturing: The next great opportunity for boosting US productivity [J]. Business Horizons, 2003, 46(6): 41－48.

[12] Banker R D, Khosla I, Sinha K K. Quality and competition [J]. Management Science, 1998, 44(9): 1179－1192.

[13] Xing K, Belusko M, Luong L, et al. An evaluation model of product upgradeability for remanufacture [J]. Int J Adv Manuf Technol, 2007, 35: 1－14.

[14] Savaskan R C, Bhattacharya S, Wassenhove L N V. Closed-loop supply chain models with product remanufacturing [J]. Management Science, 2004, 50(2): 239－252.

[15] Gurnani H, Erkoc M, Luo Y. Impact of product pricing and timing of investment decisions on supply chain co-opetition [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 180(1): 228－248.

[16] Gurnani H, Erkoc M. Supply contracts in manufacturer-retailer interactions with manufacturer-quality and retailer effort-induced demand [J]. Naval Research Logistics, 2008, 55(3): 200－217.

Optimal manufacturing/remanufacturing production decision based on endogenous product quality

XIE Jia-ping[1,2], *CHI Lin-na*[1], *Liang Ling*[1,2]

1. School of International Business Administration, Shanghai University of Finance & Economics, Shanghai 200433, China;

2. School of Business Administration, Xinjiang University of Finance & Economics, Urumqi 830012, China

Abstracts: From the perspective of the manufacturer, considering product quality as an endogenous variable, this paper studies the effect of quality level on the degradation rate of returning waste product and discusses the optimal manufacturing/remanufacturing decisions respectively in the single oligarch, non-cooperative and cooperative duopoly markets. Based on the demand sensitivity for price and quality, we conduct an economic analysis, balance the manufacturing/remanufacturing revenue and cost, and optimize the product quality level to help companies find a reasonable proportion of remanufacturing. The research result indicates that manufacturers will lower the proportion of remanufacturing with the increase of the degradation rate, and the degradation rates set by the manufacturer will influence the profit and price differently under three patterns.

Key words: degradation rate; product quality; remanufacturing; optimal decision