

# 基于动态跳跃的中国短期利率研究: 1997—2010<sup>①</sup>

李少育

(西南财经大学证券与期货学院, 成都 611130)

**摘要:** 短期利率研究对固定收益定价和风险管理具有重要意义. 把 GARCH-Jump 及其动态扩展形式引入到 VASICEK 短期利率模型中, 拟合了中国的短期利率过程, 检验了理性投资者人假说. 实证结果表明: 中国的短期利率过程不仅存在 GARCH 波动, 还存在动态的跳跃波动因素; 非参数检验表明以贝叶斯决策过程为设定条件的动态跳跃模型, 对短期利率拟合得更好, 并且预测能力更优, 从而验证了中国短期利率市场的投资者在应对异常事件时采取贝叶斯理性决策法则; 短期利率跳跃模型对投机和宏观信息冲击有一定的解释能力.

**关键词:** 短期利率; 跳跃强度; 贝叶斯决策法则; 跳跃尺度

**中图分类号:** F830.9   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1007-9807(2012)12-0079-12

## 0 引言

短期利率模型在金融学领域有诸多应用, 如风险管理和固定收益定价. 它的边际分布可以用来计算 VaR, 而它的动态过程则可以定价固定收益产品. 利率过程一般是随机微分方程. 学者们设定的利率模型是根据需要修改漂移项和随机扩散项的设定获得. 漂移项设为均值回归形式及包含均值回复的非线性形式, 目前学者们的分歧表现于 Vasicek<sup>[1]</sup>, Brennan 和 Schwartz<sup>[2]</sup>, Cox 等<sup>[3]</sup>, Chan 等<sup>[4]</sup>和加入非线性项的 SAHALIA 模型<sup>[5]</sup>; 随机项、扩散项一般设为固定方差、水平效应或者常数弹性方差的布朗运动过程, 这方面的设定主要有常用 VASICEK 模型的固定方差, 文献 [3] 和文献 [2] 的水平效应方差和文献 [4] 的常弹性方差 (CEV). 近年来, 大量实证研究表明, 时变波动可以更好地拟合短期利率, 研究波动率高持续性的模型比较典型的是 GARCH 和 SV 模型. 然而, 这两类模型对描述短期利率的分布行为还不足够.

金融市场上存在信息冲击是普遍性的事实,

异常事件到达将对金融市场产生深刻的影响, 固定收益市场也毫不例外. 基准利率在固定收益市场充当着基础定价的角色, 对一些事件, 像投机行为、宏观经济信息、货币政策、宏观政策, 非常敏感. Balduzzi 等<sup>[6]</sup>发现 8 种经济信息显著地影响着美国证券市场. Dwyer 和 Hafer<sup>[7]</sup>认为美联储的外部干预导致了利率市场的跳跃行为. Merton<sup>[8]</sup>强调常规的交易信息发布可以由利率的平稳性变化来描述, 而信息的突发会导致市场价格的跳跃行为. 跳跃模型广泛地应用于描述利率、汇率和股市收益率. 应用 GARCH-Jump 或者 ARCH-Jump 过程来拟合短期利率模型, 可以帮助刻画短期利率呈现的尖峰厚尾的分布特征. 相关联的文献有: Vlaar 和 Palm<sup>[9]</sup>使用贝努利和泊松分布跳跃模型分别检验了欧洲各国的汇率跳跃行为; Das<sup>[10]</sup>发现泊松正态分布可以更好地拟合美联储基金利率, 进而推出 ARCH-Jump 模型. 模型检验认为, 美联储的市场干预行为是利率跳跃的很重要来源; Hong 等<sup>[11]</sup>检验了不同设定的一般化 CEV 利率模型的样本外表现, 在其中引入了时变波动形式, 如 GARCH-Jump 和马尔可夫区制转移模型设定

① 收稿日期: 2010-08-26; 修订日期: 2011-06-17.

作者简介: 李少育(1983—), 男, 福建莆田人, 博士, 讲师. Email: lishaoyu2007@yahoo.com.cn

检验认为这两种波动形式的设定具有更优的性质, 异方差设定能更好地拟合波动集聚现象, 跳跃和区制转移对边际分布有显著改善.

尽管中国金融市场的信息发布越来越充分和及时, 但是仍无法排除异常信息冲击对短期利率的影响. 目前, 中国短期利率研究采用的跳跃模型主要是: 童汉飞和刘宏伟<sup>[12]</sup>使用基于贝努利分布跳跃强度的 GARCH-Jump 模型, 描述了中国股市收益率的波动特征. 刘凤琴和戈晓菲<sup>[13]</sup>结合 CIR 模型, 利用带常数跳跃强度的泊松分布拟合央行存贷款基准利率月度数据, 通过加入跳跃扩散过程建立了利率模型, 解释了利率均值回复和水平效应, 增强了模型的解释能力. 但该论文基于月度数据并不足以分析日跳跃和周跳跃因素. 洪永淼和林海<sup>[14]</sup>应用与 Hong 等<sup>[11]</sup>相似的 GARCH-Jump 模型, 检验了中国国债回购 7 天利率数据, 使用了随利率时变的跳跃贝努利概率分布, 结果表明跳跃和区制转移可以改善模型的拟合程度, 但所有考查的利率模型设定都没能通过模型设定检验. 张金清和周茂彬<sup>[15]</sup>结合包含贝努利分布的 ARCH-Jump 和 VASICEK 模型, 检验了中国银行间国债回购 7 天周(以每周的周三)利率, 认为中国短期利率存在水平效应<sup>②</sup>和宏观经济效应. 陈晖和谢赤<sup>[16]</sup>通过对连续时间的 VASICEK 模型估计, 认为基于泊松分布的 ARCH-Jump 设定是最优的, 进而解释了与国外市场类似的“周五”和“周一”的波动效应. 由于数据只用了 2000—2004 年之间的 R091 国债回购数据, 对于分析短期利率并不具有最优的代表性. 以上 3 个文献都引入宏观外生变量的方法刻画时变的跳跃强度(类似于结构方程的形式). 目前国内还没有学者, 基于泊松分布同时对短期利率的跳跃强度、跳跃尺度的分布动态特征进行实证描述, 并进行稳健性模型设定检验.

在中国短期利率形成过程中, 确实存在着宏观信息、宏观政策和货币政策的影响, 突发的政策在实现力度和效果上却存在着显著差别, 有时可以说是时变的. 如果对跳跃扩散项的尺度分布参数进行动态化, 则有可能提升模型的拟合度, 以上

文献显然忽略了这一细节. 事实上, 国外文献已对这类的设定有丰富和有效的研究: Chan 和 Maheu<sup>[17]</sup>使用条件泊松动态跳跃过程来描述美国道琼斯 500 股票指数的跳跃特征; Maheu 和 McCurdy<sup>[18]</sup>使用非对称的动态跳跃过程来拟合美国股市个股和指数收益与市场信息的跳跃关系. 重要的是, 与加入结构方程的动态跳跃相比, 这种方法直接对原跳跃系数进行动态化, 同样可以减少短期利率模型误设的程度、提升利率波动的预测能力. 另外, 这种方法提供的动态跳跃强度过程是基于贝叶斯的误差修正过程, 与行为金融学(Grether<sup>[19]</sup>)里面的理性投资者的决策法则相对应, 能够验证中国短期利率市场上投资者应对异常事件发生时是否采取理性决策法则.

本文假定跳跃是离散的和不可观测的, 建模和计量分析过程分 3 个步骤完成. 首先, 与以上研究中国短期利率的文献一致, 选择 VASICEK 利率过程进行分析. 其次, 引入序列相关的跳跃强度, 建立近似自回归移动平均(ARMA)的内生进化过程(并非结构方程), 并对跳跃尺度的均值和方差进行动态化. 最后, 构建似然函数, 使用极大似然法对不同的模型设定的参数进行估计, 在此基础上进行模型设定检验和预测检验.

## 1 模型设定

### 1.1 短期利率 VASICEK 模型

金融连续时间模型一般基于典型的平稳扩散过程 $\{X_t, t \geq 0\}$ 和伊藤(Itô)随机微分方程

$$dX_t = \mu(X_t, \theta) dt + \sigma(X_t, \theta) dW_t \quad (1)$$

其中 $\{W_t, t \geq 0\}$ 是标准布朗运动过程. 漂移项 $\mu(X_t, \theta)$ 和扩散项 $\sigma(X_t, \theta)$ 一般是任意设定. VASICEK 模型就是典型以漂移项为均值回归项和常数扩散项的随机过程

$$dX_t = \alpha(\gamma - X_t) dt + \sigma dW_t \quad (2)$$

通常也称其为弹性随机游走模型( $\alpha > 0$ ). 由于这是带正态分布增量的一阶马尔可夫平稳过程, 其任何的偏离都能以 $\alpha$ 的速度收敛到长期均值 $\gamma$ , 常数标准差 $\sigma$ 保证了 $X_t$ 向着 $\gamma$ 连续波动. 如

<sup>②</sup> 这个水平效应与上面提到的 CIR、BS 模型的水平效应是不一样的, 本文指的是对跳跃强度的动态化方程内引入一个利率对均值的矩来测量的.

果考虑条件异方差波动方程和泊松跳跃过程，则其变为

$$dX_t = \alpha(\gamma - X_t) dt + \sigma_t dW_t + J_t d\pi(\lambda_t),$$

$$J_t \sim N(\theta, \delta_t^2)$$

式中： $d\pi$  是泊松分布增量； $\lambda_t$  是泊松分布的强度。当随机变量是短期利率时，即  $X_t = r_t$ ，定义时间  $t$  的信息集是  $\Phi_t = \{r_t, \dots, r_1\}$ ，如果均值方程、条件方差方程或跳跃密度方程中还包含有其它外生变量信息集  $I_t$ ，信息集变为  $\Phi_t = \{r_t, \dots, r_1, I_t\}$ 。表达形式离散化后，就形成了一阶线性自回归过程

$$\Delta r_t = r_t - r_{t-1} = \alpha(\gamma - r_{t-1}) + \sigma_t z_t + \sum_{k=1}^{n_t} Y_{t,k}$$

或

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \sigma_t z_t + \sum_{k=1}^{n_t} Y_{t,k} \quad (3)$$

其中：设  $\alpha_0 = \alpha\gamma$ ， $\alpha_1 = 1 - \alpha$ ；常规扰动项服从正态分布，即  $z_t \sim N(0, 1)$ ；跳跃扰动项中跳跃尺度服从正态分布，即  $Y_{t,k} \sim N(\theta, \delta_t^2)$ ；跳跃次数  $n_t$  服从  $\lambda_t > 0$  的泊松分布

$$p(n_t = j | \Phi_{t-1}) = \frac{e^{-\lambda_t} \lambda_t^j}{j!}, j = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

### 1.2 基于 GARCH 波动和动态跳跃的利率模型

假定  $\sigma_t^2$  服从 GARCH( $p, q$ ) 过程，这里设定  $p = q = 1$ ，从而方差过程为

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \beta_1 \varepsilon_t^2 + \beta_2 \sigma_t^2, \varepsilon_t = r_t - \alpha_0 - \alpha_1 r_{t-1} \quad (5)$$

这种残差的设定不仅包含了 GARCH 的那部分扰动，还包含了跳跃的扰动。跳跃的那部分扰动代表着市场上异常事件的影响，跳跃可以通过  $\varepsilon_t$  反馈到未来的波动  $\sigma_{t+1}$ 。同时，还可以推导出短期利率的总体条件均值、条件方差

$$E[r_t | \Phi_{t-1}] = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \theta \lambda_t \quad (6)$$

$$\text{Var}[r_t | \Phi_{t-1}] = \sigma_t^2 + (\delta_t^2 + \theta^2) \lambda_t$$

它将被用于后面的标准化残差检验上。当  $\lambda_t = \lambda_0$  或者  $\rho = \gamma = 0$ ，公式(3)和(5)就是以往文献的常数强度跳跃模型，本文称为模型 1。以模型 1 为基准进行拓展，引入投资者理性决策假设，即理性投资者遵守贝叶斯决策法则，并把其应用到跳跃强度过程的设定中。基本含义是：如果短期

利率市场上的代表性投资者采取理性投资决策，则其对异常事件的预期应当是由贝叶斯决策法则决定的动态过程。因此，本文假定  $\lambda_t = E[n_t | \Phi_{t-1}]$  过程服从 ARMA 过程，即

$$\lambda_t = \lambda_0 + \rho \lambda_{t-1} + \gamma \xi_{t-1} \quad (7)$$

其中

$$\xi_{t-i} = E[n_{t-i} | \Phi_{t-1}] - \lambda_{t-i} \quad (8)$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} j p(n_{t-i} = j | \Phi_{t-1}) - \lambda_{t-i}$$

跳跃强度误差修正项  $\xi_t$  是由市场上代表性投资者通过下文式(10)的贝叶斯决策法则获得的。

同时  $\xi_t$  也是鞅差分序列，即  $E[\xi_t | \Phi_{t-1}] = 0$ ，进而  $E[\xi_t] = 0$ ， $\text{cov}(\xi_t, \xi_{t-i}) = 0, i > 0$ 。可以把它理解为对条件期望跳跃的预测误差，如果发现前面的几次误差都是正的，它意味着跳跃强度暂时偏离其无条件均值。式(7)中的系数  $\rho$  代表跳跃的持续性，它越接近于 1 说明跳跃越具有长记忆特点。短期利率市场上的离散性变化往往随时间而变化，中国的短期利率市场表现得很明显，对货币政策或宏观经济政策的反应很敏感。但这些政策的选择和使用频率是随时间变化而不尽相同的，因此，方程(7)可以很好捕捉利率市场跳跃风险的系统性变化，并预测未来跳跃风险是增加了还是减少了，而且也符合理性投资者对市场上异常事件的决策过程。

从均值方程设定式(3)中，获得发生  $j$  次跳跃的利率条件正态密度函数为<sup>③</sup>

$$f(r_t | n_t = j, \Phi_{t-1}) = [2\pi(\sigma_t^2 + j\delta_t^2)]^{-1/2} \times \exp\left\{-\frac{(r_t - \alpha_0 - \alpha_1 r_{t-1} - j\theta)^2}{2(\sigma_t^2 + j\delta_t^2)}\right\},$$

$$j = 1, \dots, \pi \quad (9)$$

结合前面的式(4)，可导出利率的条件密度

$$p(r_t | \Phi_{t-1}) = \sum_{j=0}^{\pi} f(r_t | n_t = j, \Phi_{t-1}) p(n_t = j | \Phi_{t-1})$$

如果观察到  $\Phi_{t-1}$ ，可以通过贝叶斯法则，导出时刻  $t$  上发生  $j$  次跳跃的后验概率。这个相当于滤子功能的概率被定义为

③ 理论上跳跃次数应该从 0 到无穷大，但是，从实际算法出发，只要选择足够大的  $\pi$  值，直到估计的参数和对数似然函数值不受其值变大的影响。本文选择  $\pi = 20$ 。

$$p(n_t = j | \Phi_t) = \frac{f(r_t | n_t = j, \Phi_{t-1}) p(n_t = j | \Phi_{t-1})}{p(r_t | \Phi_{t-1})}, \quad j = 0, 1, \dots, \pi \quad (10)$$

这个滤子产生的后验概率直接作用于式(8)中, 其中  $1 - p(n_t = 0 | \Phi_t)$  可以表示为至少发生1次跳跃的概率。

以上的动态跳跃模型, 即式(3)、(5)和(7), 本文称为模型2。但它只是使跳跃强度服从一个序列过程, 其实对于跳跃尺度的分布参数也可以进行动态化扩展。有两种可行的扩展方式, 第一种是使跳跃尺度的条件均值与过去一期的利率式(11)相联系, 使条件方差与滞后一期的利率平方式(12)相联系。滞后一期的利率平方, 可以代理市场的波动, 这种设置方便研究尺度的条件方差是否对总体水平的市场波动敏感, 本文把这种设定称为模型3<sup>④</sup>。还有一种是条件均值设定为式(11), 但使跳跃尺度的条件方差与GARCH的条件方差式(13)相联系, 称为模型4。GARCH的条件方差是本模型的两个波动成分之一。如果跳跃尺度的条件方差对市场现时波动敏感, 则模型4就更能捕捉到这种效应。跳跃尺度条件方差的动态化, 可以从另一角度来观察模型2设定的跳跃过程, 多次跳跃可以理解为一次具有更大尺度方差的跳跃。当  $\eta_1 = \zeta_1 = 0$  时, 模型3和4等价于模型2。然而, 模型3和模型4之间不是嵌套关系, 两者还需要下面的模型设定检验来选择。

$$\theta_t = \eta_0 + \eta_1 r_{t-1} \quad (11)$$

$$\delta_t^2 = \zeta_0^2 + \zeta_1 r_{t-1}^2 \quad (12)$$

$$\delta_t^2 = \zeta_0^2 + \zeta_1 \sigma_t^2 \quad (13)$$

## 2 模型的估计、设定检验及预测方法

参数估计采用极大似然法, 首先构造似然函

数式(9), 并同时式(7) - 式(10)作反复迭代。其次, 对初始值的选定要考虑以下因素: 一是跳跃强度的无条件方差, 根据式(7)可以表示为  $E[\lambda_t] = \lambda_0 / (1 - \rho)$ , GARCH的无条件方差是  $\text{Var}[\sigma_t z_t] = \omega / (1 - \beta_1 - \beta_2)$ , 跳跃残差  $\xi_0 = 0$ ; 二是参数的限制, 确保  $\lambda_t > 0$ , 充分条件是  $\lambda_0 > 0, \rho \geq \gamma \geq 0$ , 当然还得考虑GARCH参数的通常限制。本文依次估计了模型1 ~ 4。

以往的文献, 如张金清和周茂彬<sup>[15]</sup>的利率跳跃模型及SV区制转移模型采用的模型设定检验大多是似然比检验, 这种方法的缺点是: 在动态化的跳跃参数下, 无法识别常数跳跃参数的渐近分布, 所以似然比检验不是非常标准, 并且它也没办法说明是什么因素导致了模型误设<sup>⑤</sup>。Hong和Li<sup>[20]</sup>使用了基于Rosenblatt<sup>[21]</sup>定积分转换的非参数检验, 优点是它既可以进行模型误设检验, 又可以判定模型发生误设的原因和不同模型(允许非嵌套模型比较)的表现。相对于Diebold等<sup>[22]</sup>的直方图检验和Chan和Maheu<sup>[17]</sup>的皮尔森检验, 该非参数检验方法是稳健的, 因为它可以应对参数不确定性问题。因此, 本文选择了这种非参数检验。

首先, 通过转换下式

$$\tilde{u}_t = \int_{-\infty}^r \tilde{f}(v | \Phi_{t-1}, \theta) dv \quad (14)$$

获得  $\tilde{u}_t$ , 如果没有误设的话, 那么  $\tilde{u}_t$  就应该是服从  $(0, 1)$  的独立均匀分布的序列。式(14)中的隐含概率密度  $\tilde{f}$  是通过模型设定和参数估计代入获得, 详细的请参见附录A。

其次, 把  $\tilde{u}_t$  代入到Hong和Li<sup>[20]</sup>的统计量中去,  $\tilde{W}(p)$  是检验模型设定的统计量, 如果它们计算出来的统计量都小于1.64(5%水平), 则模型是恰好设定的。如果模型是误设的话, 最接近于

④ 由于总体波动水平无法观察到, 文献中(如Chan和Maheu<sup>[17]</sup>)曾使用滞后一期的股市收益率的平方代理总体水平的市场波动。本文借鉴了这种设定。对于这种设定, 可以这样理解: 根据本文在式(3)的设定, 滞后一期短期利率包含有常数均值和残差部分, 即  $r_{t-1} = c + v_1 + v_2$ , 假定常数  $c$  对所有的时间点都相同, 且已知, 所以取方差时可以把它去掉。接着, 残差由  $v_1, v_2$  组成, 它们分别代理GARCH部分和跳跃部分的残差。对滞后一期短期利率取平方, 相当于对残差滞后取平方, 因为残差滞后的平方可以代表总体市场波动, 所以短期利率的平方, 同样可以代表总体市场的波动。

⑤ 从理论上说, 所有的模型都存在模型误设, 计量检验方法就是帮助识别最接近于真实模型的计量模型, 即误设的程度最小的模型, 所以本文的模型选择是基于误设的程度最小的短期利率模型。

1.64 的模型具有较优的设定。最后,如果检验出来模型存在误设的话,使用统计量  $M(m, l)$  可以检验模型误设的原因。 $M(1, 1)$  是检验均值方程的自相关性,  $M(1, 2)$  是检验 ARCH-in-mean 效应的自相关性,  $M(2, 1)$  是检验杠杆效应的自相关性,  $M(2, 2)$  是检验方差的自相关性,  $M(3, 3)$  和  $M(4, 4)$  是检查偏度和峰度的自相关性。对上述两类统计量, 请参见附录 B。

短期利率模型主要目的就是为了定价和风险测量, 本文引入跳跃的另一个着眼点是为了能提高模型预测的准确性, 所以检验预测结果就尤为重要。与以往检验模型预测能力的方法不同的是, 本文不直接使用 MSE 的方法, 而利用本文模型导出来的样本外隐含概率密度。如果短期利率模型能够准确地预测到未来的隐含概率密度分布和动态过程, 就能获得未来短期利率走势的所有信息, 包括均值、方差、偏度和峰度及分位数等。因此, 根据 Hong 等<sup>[11]</sup>, 上述非参数检验方法同样可以用来全面的评估模型的预测能力。

综合以上的拟合和预测检验结果, 本文还可以说明, 在模型 1 的基础上引入理性投资者决策法则的拓展是否提高了模型对短期利率数据的边际分布和动态过程的解释能力。如果模型 2 至 4 提升了拟合度和预测能力, 则说明中国短期利率市场上的投资者具有理性投资者的特征, 反之, 则说明投资者是根据非理性法则(如拇指法则)进行投资决策(Grether<sup>[19]</sup>)。进而, 可以验证式(7)中关于中国短期利率市场上理性投资人的假说。

### 3 中国短期利率波动模型的实证检验

#### 3.1 数据描述

本文选择的短期利率数据是国债回购 R007。该品种被大量文献引用, 具有更充分的交易量和

市场化程度。中国国债回购市场分为银行间和交易所两部分, 存在市场分割问题, 早期价格差异明显。随着这几年市场化的扩大, 两者逐渐趋同。因此, 本文选取的数据采用两个交易市场日收盘价的等权平均值, 同时对加工过的数据乘以 100。样本内的时间长度从 1997-01-02—2009-06-03, 共 3 086 个样本。样本外的数据是从 2009-06-04—2010-03-26, 共 200 个样本。国债回购数据来源于万得数据库(www.wind.com)。同时, 为了消除交易的假日效应, 采用以下的处理方法:  $\hat{r}_t$  是从交易市场上采集到的数据, 实际天数是抵押售出到回购的实际天数, 即  $r_t = \hat{r}_t \times 7 \div$  实际的天数。

处理后数据的水平值经过 ADF 检验的  $T$  统计量是 -3.468, 在 1% 水平上拒绝单位根假设, 呈现显著的平稳性质。图 1(c) 对数据的直方图与正态分布曲线进行比较, 表 1 对数据进行描述性统计。结果显示水平数据是非正态分布, 同时还具有尖峰厚尾和正偏的性质。表 1 中的 Ljung-box 检验拒绝了短期利率平方的无自相关的假设, 并且图 1(b) 中差分数据也呈现波动集聚性, 高波动伴随着高波动。以上说明, 使用 GARCH-Jump 类模型对国债 7 天利率进行拟合是恰当的。

#### 3.2 估计结果

从表 2 中可以发现, 均值方程和 GARCH 系数都具有很强的显著性<sup>⑥</sup>。从均值方程的系数, 可以计算得到均值回归系数, 所有的估计模型都体现了均值回归的性质, GARCH 模型的均值以 0.090 的速度回复到 1.864, 模型 1 的均值以 0.013 速度回复到 1.809, 模型 2 的均值以 0.016 速度回复到 1.852, 模型 3 的结果是短期利率以 0.011 的速率回归到均值 1.745 水平, 模型 4 的均值以 0.014 的速度回复到 1.821 的水平。没有加入跳跃的 GARCH 模型显然拥有更高的均值回复速度和均值。

表 1 对国债回购利率的描述性统计

Table 1 Descriptive statistic of the repo rate

	均值	标准差	偏度	峰度	$r_t^2$ 的 Ljung-box 检验(p 值)
$r_t$	3.27	2.655 2	2.822 2	12.485 3	36.665(0.000 0)

⑥ GARCH 模型收敛到边界, 即  $\beta_1 + \beta_2 = 1$ , 所以算出来的标准误差并不准确,  $T$  值和似然函数值仅作参考, 但从中暗示波动的高持续性。

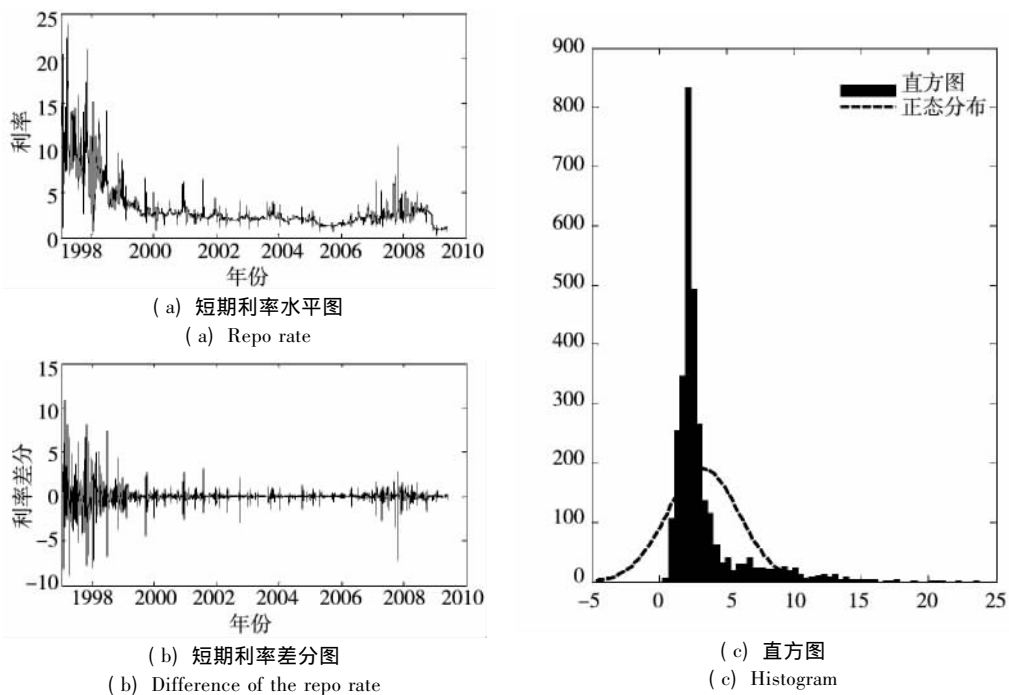


图1 利率数据及分布描述

Fig. 1 Data of the repo rate and empirical distribution

从方差方程的系数分析,波动具有高持续性,但随着模型设定的复杂化,它从常数跳跃模型1的0.97降低到模型4的0.78.条件方差的组成比例为(从模型1到模型4):0.000、0.330、0.403、0.675.这表示,跳跃的成份占总波动的比率是增加的.因此可以印证以上的结论,跳跃在模型2、3和4中,比模型1的常数形式具有更大的风险性,学者如果只用简单的模型,如GARCH模型,去刻画波动持续性,有可能出现高估持续性波动,而忽视跳跃风险的可能.

在跳跃系数中 $\rho$ 可以衡量条件跳跃强度的持续性,除模型1以外,其值都大于0.9,而且非常显著,这显示如果今天出现的多次跳跃的概率大(小)的话,它会伴随着明天的出现多次跳跃的可能性也会很大(小). $\gamma$ 测量当期的跳跃强度 $\lambda_t$ 对上一期的跳跃误差修正 $\xi_{t-1}$ 的敏感度,1个单位 $\xi_{t-1}$ 的增加只能减弱0.03个单位的 $\lambda_t$ .在模型3和4中,跳跃尺度均值的动态化参数并不显著,但尺度条件方差的系数很显著<sup>⑦</sup>.总体市场的波动

和GARCH部分的波动都对跳跃尺度方差表现出正的效应.这也说明本文原先没有假设均值方程中两部分残差的独立性是正确的.

基于前面的模型设定,需要先对标准化后的回归残差平方和跳跃误差修正进行自相关性检验.本文选择了West和Cho<sup>[23]</sup>异方差修正后的Ljung-box检验方法,结果显示:标准化残差平方的检验中,模型2、3和4没有拒绝无自相关的假设,是正确的设定,但模型1却拒绝了无自相关的假定,这说明以往使用常数跳跃模型并不是很好的设定,需要考虑更复杂的设定;从跳跃误差修正序列的检验中,发现只有模型2、3和4在5%的水平上没有拒绝无自相关的假设.以上的检验说明模型2、3和4对GARCH和跳跃强度方程的设定是恰当的.从模型的拟合检验来说,似然比检验结果说明模型3和4比模型2更优,但是正如前面所提出的,似然比检验并不具有严格的模型检验性质,其也无法比较模型3和4这两个非嵌套模型.

⑦ 事实上,本文曾经尝试对尺度均值做利率差分的水平效应,但是收敛性质很差.

表 2 日利率数据的 GARCH-Jump 估计结果

Table 2 The estimation results of the GARCH-Jump model by daily data

参数	GARCH	模型 1	模型 2	模型 3	模型 4
$\alpha_0$	0.168 [12.0]	0.023 [4.76]	0.030 [5.76]	0.021 [3.92]	0.026 [4.69]
$\alpha_1$	0.909 [143.0]	0.986 [391.0]	0.983 [363.3]	0.988 [361.5]	0.985 [337.9]
$\omega$	0.0047 [9.39]	0.0005 [6.18]	0.0007 [8.98]	0.0005 [5.86]	0.0007 [7.04]
$\beta_1$	0.317 [18.5]	0.540 [14.2]	0.433 [12.8]	0.388 [11.5]	0.381 [12.5]
$\beta_2$	0.682 [38.6]	0.447 [23.5]	0.412 [19.3]	0.426 [17.6]	0.424 [18.5]
$\lambda_0$		0.083 [9.97]	0.0011 [2.13]	0.0003 [0.98]	0.0004 [1.29]
$\eta_0$		0.280 [3.21]	0.132 [4.34]	0.145 [2.98]	0.204 [4.22]
$\zeta_0$		1.135 [10.1]	0.695 [12.6]	0.135 [2.22]	0.557 [13.6]
$\rho$			0.954 [94.9]	0.964 [187.2]	0.936 [168.6]
$\gamma$			0.078 [4.06]	0.033 [3.40]	0.041 [3.68]
$\eta_1$				-0.0043 [-0.26]	-0.0161 [-1.70]
$\zeta_1$				0.031 [6.88]	1.179 [8.52]
$Q^2$		53.13 (0.0057)	9.93 (0.9998)	10.95 (0.9994)	7.57 (0.9993)
$Q_\xi$		56.77 (0.0022)	39.67 (0.1112)	40.51 (0.1241)	51.92 (0.0783)
Log L (LR)	-1196.5	-31.4 (0)	46.9 (0)	75.2 (0)	131.6 (0)

注：方括号内的是  $T$  统计量，圆括号内的是  $p$  值。 $Q^2$  是对标准化残差的平方做的修正 Ljung-box 检验统计量。 $Q_\xi$  是对跳跃强度误差修正项的修正 Ljung-box 检验统计量。Log L 是对数似然值，LR 代表对数似然比检验的  $p$  值。

### 3.3 模型设定检验及预测能力评价

表 3 报告了样本期内外关于边际分布设定的非参数检验结果。4 种模型设定的前 10 阶滞后都大于 1.64，从而拒绝了  $\tilde{u}_t$  序列是独立(0,1)均匀分布的假设。这 4 个模型都存在模型误设，但模型 3 不管在样本内还是在样本外都具有更小统计

量，说明其模型设定最接近于真实的设定，同时，相对于其它 3 个模型而言，模型 3 在样本外的预测能力更强。

表 4 报告了样本期内、外短期利率模型误设的来源。在样本内，这 4 个模型从水平均值、ARCH-in-mean、杠杆效应、方差、偏度和峰度上都

拒绝了无自相关的假定. 在样本外, 只有模型 3 和模型 4 没有拒绝峰度的无自相关性, 而其它 5 个无自相关假设都被拒绝了. 总的来说, 以上 6 阶矩都

存在不同程度的动态过程误设. 同样, 模型 3 的统计量最小, 即其从模型误设来源的角度上最接近于各阶矩的真实动态过程.

表 3 非参数检验: 模型设定

Table 3 Non-parametric test of model specification

$\hat{W}(p)$	样本内				样本外			
	模型 1	模型 2	模型 3	模型 4	模型 1	模型 2	模型 3	模型 4
$p = 1$	37.86	33.84	23.69	29.18	8.66	7.74	5.72	6.05
$p = 5$	34.72	28.02	20.16	23.83	4.24	3.56	2.34	2.40
$p = 10$	33.67	29.73	18.23	22.44	7.91	6.48	4.25	4.89

注: 5% 水平的临界值是 1.64. 这个临界值同样适用于表 4. 限于篇幅, 只报告 1、5 和 10 阶滞后.

表 4 非参数检验: 误设的来源

Table 4 Non-parametric test: Source of model misspecification

$M(m, l)$	样本内				样本外			
	模型 1	模型 2	模型 3	模型 4	模型 1	模型 2	模型 3	模型 4
(1, 1)	16.24	15.35	14.67	14.76	6.00	5.92	5.84	5.89
(2, 1)	10.19	10.29	9.62	9.58	3.85	3.63	3.48	3.52
(1, 2)	14.80	13.21	13.17	13.90	5.15	5.13	4.98	5.03
(2, 2)	9.63	9.37	9.14	9.14	3.39	3.21	2.98	3.02
(3, 3)	6.39	6.38	6.03	6.11	2.13	2.01	1.74	1.75
(4, 4)	4.63	4.44	4.23	4.34	1.64	1.53	1.26	1.26

综合以上表 3 - 4 的分析, 可以认为, 加入动态跳跃因素能够显著地改善短期利率模型的设定, 并提升这类模型的预测能力, 进而验证了中国短期利率市场上存在理性投资人的假说. 依据以上模型的设定检验和预测能力评估分析, 模型 3 的模型设定最贴近短期利率数据的动态过程和边际分布. 因而, 本文接下去将就模型 3 导出来的常规波动、跳跃波动及后验跳跃概率序列进行比较分析, 更详细地分析跳跃强度的 ARMA 过程及贝叶斯决策法则设定的准确性.

### 3.4 常规波动和跳跃波动分析

图 2(a) 描述了模型 3 的对数方差, 可以发现: 1997 年的对数方差最大, 而后呈现波动性递减; 2000 年初到 2006 年末对数方差减速变小; 2006 年末到 2008 年中期, 又呈现相对较大的波动. 观察跳跃强度(图 2(b)), 有类似的结果, 但有一个区别, 1997 年虽然强度较大, 1998 年底才是跳跃的高峰. 比较合理的参考解释是: 通常的信息敏感期可以

很好地反映在常规波动中, 但对于像投机类的行为, 却很难体现在常规波动中, 这可以用跳跃波动来解释. 在 1999 年前, 一些机构在一级市场购买新发行的股票, 然后在二级市场上抛售, 其收益率往往可以高达 100%, 这种套利投机机会, 使得一旦有新股公开发行, 货币市场对资金的需求大增, 利率会高达 24%, 而 1999 年后, 股市 IPO 制度却发生了转变, 套利机会并没有之前那么显著.

同时还发现, 跳跃强度和至少跳跃 1 次的概率呈现一一对应的结构性转变. 正如前面所述, 在 1997—2000 年这一段时期, 跳跃最活跃, 先升后降, 降幅在 1999 年很大; 在 2000—2006 年末这段时期, 跳跃强度向下振动到 2006 年末的最低点; 从 2006 年末到 2008 年中期这段时间又出现了高的跳跃时期. 与以上跳跃强度的走势相对应(见图 3): 从 1997—2000 年, 至少跳跃 1 次的概率较高并且很密集, 日平均值达到 0.35; 此后直到 2006 年末, 跳跃的概率都很小, 日平均值只有 0.11; 2006



年末到 2008 年末,日平均值又上升到 0.30,这段时期正好是中国股市的波动率较强的时期,两个

市场的吻合性可能是两个市场都受央行货币政策或宏观经济的影响.

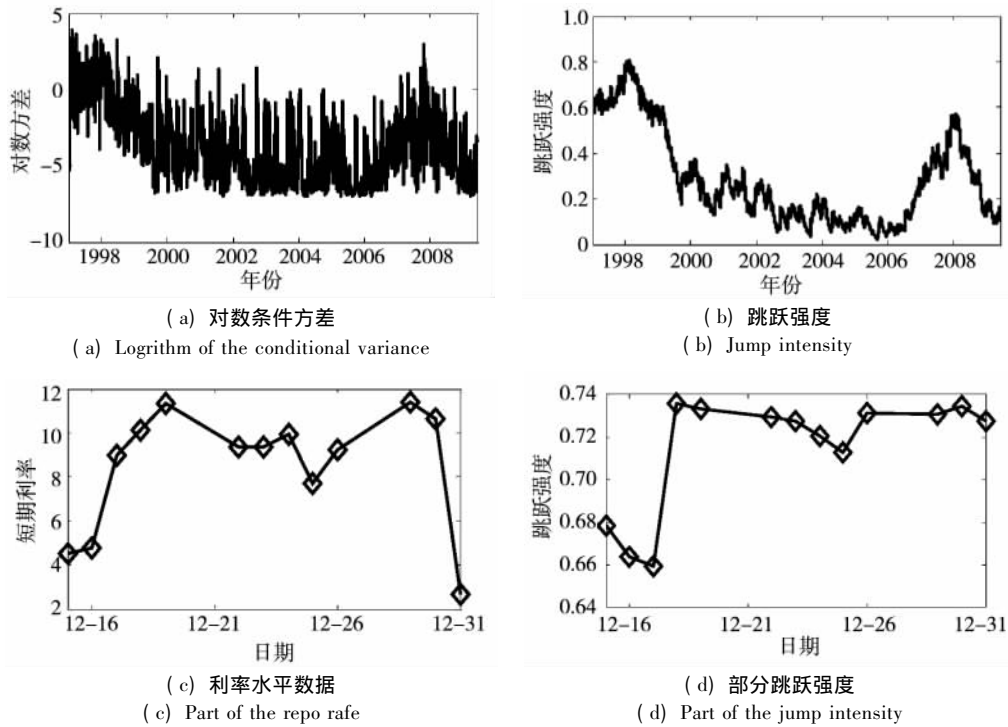


图 2 拟合和预测

Fig.2 Fitting and forecasting

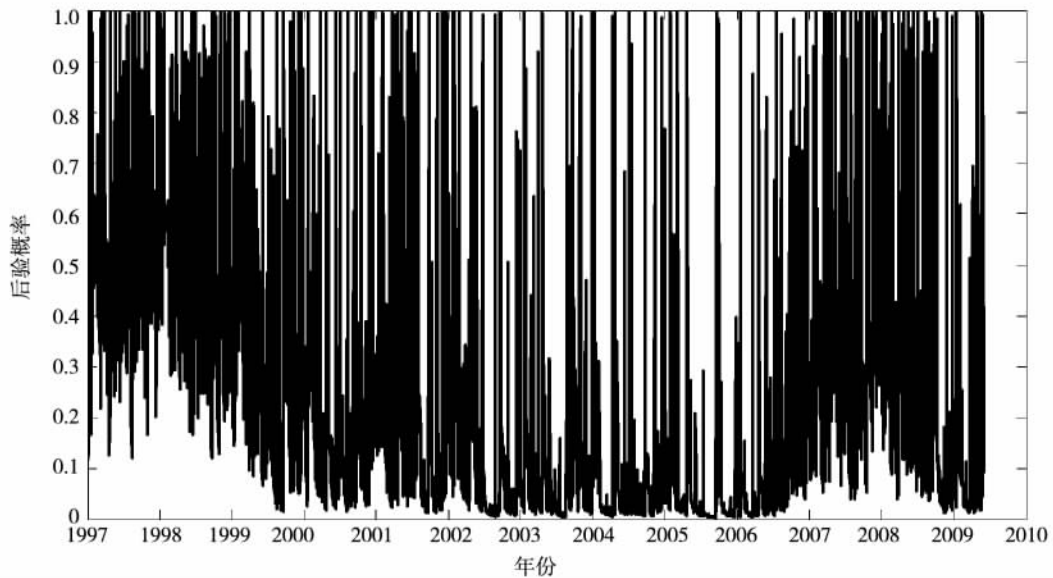


图 3 至少跳跃一次的后验概率

Fig.3 The posterior probability of jump at least one

为了更细致的说明跳跃方程中的 ARMA 过程及贝叶斯理性决策过程设定的准确性,图 2 (c) 和(d) 分别截取了(a) 和(b) 中的一小片断时间进行分析. 它们分别是 1997 - 12 - 15 ~ 12 -

31 的短期利率和跳跃强度数据,其中 20 日、21 日、27 日和 28 日是无交易日. 通过计算,在 12 月 15 日之前 3 个月的日平均强度是 0.58 左右,而在 12 月 31 日前的几个交易日,跳跃强度一直保持在 0.72

以上的高位,30日则接近0.74,可以说是预示着利率产生较大的跳跃,果然短期利率在31日出现了大跌。

#### 4 结束语

短期利率过程,是许多金融产品定价建模的基准(如Black-Scholes期权定价模型),也是风险测量的重要基础。在中国利率市场化的推进过程中,短期利率的建模面临许多严峻的考验。短期利率形成机制及结构随时间发生了一系列变化,其间还受不同来源的信息冲击。不论是区制转移,还是跳跃,不论是GARCH过程,还是SV过程,学者很难找出可以描述其全貌的模型,往往都会出现模型误设的问题。但在建模过程中,不论是改善边际分布设定,还是改进动态过程,都将具有重要的理论和现实意义。

本文用国债日回购7天利率来代理中国的短期利率,并加权了两个市场的数据特征,分析了从1997-01-02~2010-03-26短期利率的行为特征。建模时考虑了GARCH和跳跃因素:利用GARCH描述波动的集聚性;加入跳跃波动考察不可观测的异常信息冲击;为了内在的联系不同时期的信息冲击及体现投资者的理性决策行为,对跳跃强度进行自回归移动平均(ARMA)的动态化;为了使跳跃尺度的均值与利率水平相联系,在均值项中加入了短期利率因素;还分别加入总体的市场波动因素和GARCH波动因素实现跳跃尺度条件方差的动态化。在评估这些模型设定形式和预测能力时,使用了稳健性非参数检验。

基于GARCH的跳跃模型显示,中国的短期利率过程存在显著的均值回复。短期利率过程不仅存在着持久的GARCH波动形式,而且显现持

续性很强的跳跃波动因素。对于不可观测的跳跃因素,动态化的模型显示了比常数模型更好的拟合性。跳跃强度存在显著的自回归移动平均过程,其可以用来捕捉系统性跳跃风险并进行更有效的预测。随动态化的跳跃参数增多,模型的拟合程度增加,跳跃尺度的方差不仅与当期的GARCH波动水平存在显著的正效应,还与总体水平的市场波动存在正效应。

模型设定检验显示,在所有考察的跳跃模型中,进行过动态跳跃拓展的模型比原来的模型具有更好的样本内表现,动态化跳跃强度和尺度均能改进模型设定。在样本外的预测性检验中,本文发现所有考虑了跳跃因素的模型都比单纯的GARCH模型有更好的预测能力,动态跳跃模型的预测能力最强。从而,以贝叶斯决策过程设定基础的动态跳跃模型,表明了中国短期利率市场上的投资者使用理性投资法则进行决策。这主要是因为短期利率市场上的投资者以机构为主,其拥有较理性的投资理念和较完整的市场研究能力。短期利率的跳跃强度在某些时段与GARCH方差不对应是由货币市场和股市之间的套利行为造成的。跳跃强度过程和市场的后验跳跃概率在一些时段上出现与股市周期联动的情况,本文认为短期利率市场和股市可能同时受到央行货币政策或宏观经济的影响。

综上,本文研究的动态跳跃模型符合数据的性质,其构建的短期利率模型能够成为资产定价和风险管理的重要基础。然而,本文主要的研究精力集中在建模拟合、假设检验及预测效果上,并没有深入讨论短期利率对不同的异常信息来源的敏感度。如果在动态结构内加入宏观外生哑变量或货币政策哑变量,将会更有助于提升模型的拟合度。当然,这些已经超出本文的研究范畴,有待进一步的研究。

#### 参 考 文 献:

- [1]Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of Financial Economics,1977,5(2):177-188.
- [2]Brennan M J, Schwartz E S. Analyzing convertible bond[J]. The Journal of Financial and Quantitative Analysis,1980,15(4):907-929.
- [3]Cox J C, Ingersoll J E, Ross S A. A theory of the term structure of interest rates[J]. Econometrica,1985,53(2):385-

407.

- [4] Chan K C, Karolyi G A, Longstaff F A, et al. An empirical comparison of Michael alternative models of the short-term interest rate [J]. *The Journal of Finance*, 1992, 47(3): 1209–1227.
- [5] Ait-Sahalia Y. Testing continuous-time models of the spot interest rate [J]. *The Review of Financial Studies*, 1996, 9(2): 385–426.
- [6] Balduzzi P, Green T C, Elton E. Economic news and the yield curve: Evidence from the U. S. treasury market [J]. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2001, 36(4): 523–543.
- [7] Dwyer G D, Hafer R W. Interest Rates and Economic Announcements [R]. Federal Reserve Bank of St. Louis, 1989, (3): 34–36.
- [8] Merton R C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous [J]. *Journal of Financial Economics*, 1976, 3(1/2): 125–144.
- [9] Vlaar P J G, Palm F C. The message in weekly exchange rates in the European Monetary System: Mean reversion, conditional heteroscedasticity, and jumps [J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 1993, 11(3): 351–360.
- [10] Das S R. The surprise element: Jumps in interest rates [J]. *Journal of Econometrics*, 2002, 106(1): 27–65.
- [11] Hong Yongmiao, Li Haitao, Zhao Feng. Out-of-sample performance of discrete-time spot interest rate models [J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2004, 22(4): 457–473.
- [12] 童汉飞, 刘宏伟. 中国股市收益率与波动率跳跃性特征的实证分析 [J]. *南方经济*, 2006, (5): 61–72.  
Tong Hanfei, Liu Hongwei. Empirical investigation on rate of return and volatility with jump-GARCH model in Chinese stock market [J]. *South China journal of Economics*, 2006, (5): 61–72. (in Chinese)
- [13] 刘凤琴, 戈晓菲. 利率跳跃扩散模型的理论估计与蒙特卡罗模拟检验 [J]. *管理工程学报*, 2009, 23(4): 91–103.  
Liu Fengqin, Ge Xiaofei. Theoretical estimate and Monte Carlo simulation test for interest rate model with jumps-diffusion [J]. *Journal of Industrial Engineering*, 2009, 23(4): 91–103. (in Chinese)
- [14] 洪永淼, 林海. 中国市场利率动态研究——基于短期国债回购利率的实证分析 [J]. *经济学(季刊)*, 2006, 5(1): 511–532.  
Hong Yongmiao, Lin Hai. Performance of discrete-time spot rate models in China: An empirical test on Chinese repo rates [J]. *China Economic Quarterly*, 2006, 5(1): 511–532. (in Chinese)
- [15] 张金清, 周茂彬. 中国短期利率行为的实证研究 [J]. *统计研究*, 2008, 25(1): 59–64.  
Zhang Jinqing, Zhou Maobin. Empirical research on the jump behavior of Chinese short rate [J]. *Statistical Research*, 2008, 25(1): 59–64. (Chinese)
- [16] 陈 晖, 谢 赤. 包含 Jump-Arch 过程的利率模型及其应用 [J]. *管理科学学报*, 2008, 11(2): 80–90.  
Chen Hui, Xie Chi. Diffusion model including the Jump-Arch process and its application [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2008, 11(2): 80–90. (in Chinese)
- [17] Chan W H, Maheu J M. Conditional jump dynamics in stock market returns [J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2002, 20(3): 377–389.
- [18] Maheu J M, McCurdy T H. News arrival, jump dynamics, and volatility components for individual stock returns [J]. *The Journal of Finance*, 2004, 59(2): 755–793.
- [19] Grether D M. Bayes rule as a descriptive model: The representativeness heuristic [J]. *The Quarterly Journal of Economics*, 1980, 95(3): 537–557.
- [20] Hong Yongmiao, Li Haitao. Nonparametric specification testing for continuous-time models with applications to term structure of interest rates [J]. *Review of Financial Studies*, 2005, 18(1): 37–84.
- [21] Rosenblatt M. Remarks on a multivariate transformation [J]. *Annals of Mathematical Statistics*, 1953, 23(3): 470–472.
- [22] Diebold F X, Gunther T A, Tay A S. Evaluating density forecasts with application to financial risk management [J]. *International Economic Review*, 1998, 39(4): 863–883.
- [23] West K D, Cho D. The predictive ability of several models of exchange rate volatility [J]. *Journal of Econometrics*, 1995, 69(2): 367–391.

# Empirical study of Chinese repurchase rates by dynamic jump model: 1997 – 2010

LI Shao-yu

School of Securities and Futures, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 611130, China

**Abstract:** Short-term interest rate models play a significant role on fixed income pricing and risk management. This paper combines the VASICEK interest rate diffusion model with GARCH-Jump model and dynamic jump models to investigate Chinese short interest rate processes and test the rational investor hypothesis. The results of the research are as follows: Chinese short interest rate behaves a significant mean reverting process, and there exists not only the volatility of GARCH but also the dynamic jump volatility factors; Non-parametric test shows that the dynamic jump models based on the setup of Bayes decision rules can improve the goodness of fit, it also strengthens the predictive ability and suggests that investors in the short interest rate market follow the Bayes rational decision rule to deal with abnormal events; The dynamic jump model has certain capacity of explaining the speculative activities or crashes of the macro-economic policies.

**Key words:** short-term interest rate; jump intensity; Bayes decision rule; jump size

### 附录 A:

#### 计算转换序列

隐含概率密度分布导出的转换序列  $\{\tilde{u}_i\}_{i=1}^T$  可以通过下列方式计算.

给定两种概率函数  $f(r_t | n_t = j, \Phi_{t-1})$  和  $p(n_t = j | \Phi_{t-1})$ , 以及估计出来的参数  $\Theta$  和式 (6) 中的总体条件均值和条件方差, 可得

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i &= \int_{-\infty}^{r_t} f(v | \Phi_{t-1}, \Theta) dv \\ &= \int_{-\infty}^{r_t} \sum_{j=0}^T f(v | n_t = j, \Phi_{t-1}) p(n_t = j | \Phi_{t-1}) dv \\ &= \sum_{j=0}^T \int_{-\infty}^{r_t} f(v | n_t = j, \Phi_{t-1}) dv \cdot p(n_t = j | \Phi_{t-1}) \end{aligned}$$

显然,  $\int_{-\infty}^{r_t} f(v | n_t = j, \Phi_{t-1}) dv$  就是累积概率, 很容易通过程序实现.

### 附录 B:

#### 非参数模型设定检验

Hong 和 Li<sup>[20]</sup> 检验模型设定的统计量是

$$\hat{Q}(s) = \frac{(n-s)h\hat{M}(s) - A_h^0}{V_0^{1/2}}$$

其中

$$\hat{M}(s) = \int_0^1 [\hat{g}_s(z_1, z_2) - 1]^2 dz_1 dz_2;$$

$$A_h^0 = \left[ (h^{-1} - 2) \int_0^1 k^2(u) du + 2 \int_0^1 \int_{-1}^b k_b^2(u) dudb \right]^2 - 1;$$

$$V_0 = 2 \left[ \int_{-1}^1 \left[ \int_{-1}^1 k(u+v)k(v)dv \right]^2 du \right]^2;$$

$$k_b(\cdot) = \frac{k(\cdot)}{\int_{-1}^b k(v)dv};$$

且  $k(v)$  是有界核密度函数.

这个统计量的渐近性质是: 如果  $\{\tilde{u}_i\}_{i=1}^T$  服从  $(0, 1)$  的均匀分布, 则

$$\hat{Q}(s) \rightarrow N(0, 1), n \rightarrow \infty$$

由于该统计量对  $s$  的选择较敏感, 所以考虑了平均化, 即

$$\hat{W}(p) = \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{s=1}^p \hat{Q}(s) \rightarrow N(0, 1), n \rightarrow \infty$$

可以把该统计量看成是常用的 Box-Pierce-Ljung 自相关检验的一般化.

另外, 检验模型存在误设来源的统计量是

$$M(m, l) = \frac{\sum_{j=1}^{n-1} w^2\left(\frac{s}{p}\right) (n-s) \hat{\rho}_{ml}^2(s) - \sum_{j=1}^{n-1} w^2\left(\frac{s}{p}\right)}{\left[ 2 \sum_{j=1}^{n-2} w^4\left(\frac{s}{p}\right) \right]^{1/2}}$$

其中  $w(z) = (1 - |z|) 1(|z| \leq 1)$ , 这个统计量的性质是: 如果模型各阶矩的动态过程是正确设定的话, 则成立  $M(m, l) \rightarrow N(0, 1), n \rightarrow \infty$ .