

随机选择设备获得方式的可折旧设备在线租赁^①

张卫国¹, 张永², 徐维军¹, 杨兴雨¹

(1. 华南理工大学工商管理学院, 广州 510640; 2. 广东工业大学管理学院, 广州 510520)

摘要: 基于可折旧设备在线租赁的特点, 首先研究了随机选择租赁和购买两种设备获得方式的随机选择设备在线竞争算法. 商品的多样化使得具有同种功能的设备往往具有不同的折旧和购买价格, 针对这一特点, 进一步提出了转化随机策略, 用来解决随机选择多种设备获得方式的随机选择设备在线租赁问题. 转化随机策略将随机选择多种设备获得方式转化为随机选择两种设备获得方式, 并得到了与折旧相关的竞争比上界. 与经典租赁问题的随机性策略相比, 折旧的引入和转化随机策略的提出使得竞争比进一步减小, 进而竞争性能得到提高.

关键词: 随机选择; 设备获得方式; 可折旧设备; 在线算法; 竞争性能

中图分类号: F832 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2013)04-0001-07

0 引言

在租赁市场里, 存在一种大型设备, 这种设备的特点是购买价格高、寿命长、使用后往往具有剩余价值, 可将其在二手市场中卖出, 称之为可折旧设备, 如厂房、轮船、汽车等大型设备都具有这种特点, 属于可折旧设备. 若需要使用的天数较少时, 投资者则会选择租赁方式获得设备的临时使用权; 若需要长期使用这种设备时, 投资者则会考虑选择购买方式获得设备的拥有权. 然而, 由于市场的多样化和可变性, 未来需要使用可折旧设备的时期对于投资者而言往往是不确定的, 需要投资者以在线的方式进行决策. 投资者在不知未来需要使用可折旧设备时期的情况下, 仅根据过去和现在的信息决策设备获得方式的问题称为可折旧设备在线租赁, 它是一种特殊的在线租赁问题, 此时的投资者可称为在线决策者.

近年来, 理论计算机科学兴起的在线算法在金融决策问题中得到了广泛的应用^[1, 2]. 用它研

究在线租赁问题始于 Karp 提出的“租雪橇”模型^[3], 它假设在线决策者需要使用某种设备, 但并不清楚自己未来会用多长时间, 只有在每个阶段开始时才能决定是继续用还是不用. 因此, 在线决策者可以每期付较小的费用一直租赁也可以花更高的价钱将其买下来. 一旦在线决策者买下了设备, 就不必再付租赁费用. 只有在每个阶段初才知道以后还需不需要这个设备, 所以决定什么时候租赁什么时候购买是决策问题的关键. 这类租赁问题通常具有非常强的动态特征, 称之为在线租赁问题. 这种在线租赁决策问题实质上就是寻求最佳停止时刻, 即在线决策者一直采取租赁策略直到某时刻点采取购买策略. 基于此, Karp 给出了一个最优的确定性策略. 随后, 许多学者对其基本模型进行了一系列广泛深入的研究, Karlin 等学者^[4]给出了租赁问题的随机性在线算法, 使竞争比达到了约 1.582 近似最优. 1998 年 Irani 等人研究了购买价格波动而租赁费用保持不变的情

① 收稿日期: 2011-02-24; 修订日期: 2011-12-05.

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(70825005); 国家自然科学基金青年基金资助项目(70801027); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(x2gs-D2120010); 中国博士后科学基金特别资助项目(2012T50727).

作者简介: 张卫国(1963—), 男, 陕西安康人, 教授, 博士生导师. Email: zhangyong8201@gmail.com

形^[5],分别给出了确定性和随机性算法的竞争比上下界,还第一次限定未来价格波动满足一定条件来研究租赁问题.1999年Yaniv等^[6]考虑了存在利率情形时的在线租赁问题,给出了最优确定性算法,其竞争比大小在区间 $[3/2, 2)$ 之内,及最优随机性算法,其竞争比大小在 $[4/3, 1.582)$ 之内.随后,Fujiwara等^[7]结合概率信息研究了连续型在线租赁决策问题.在国内,朱志军等^[8]首先给出了一般设备租赁问题的风险补偿模型,徐维军等^[9]给出了具有几何分布统计特征的在线租赁竞争分析,将统计的方法应用到了竞争分析的领域,徐寅峰等^[10,11]在Fujiwara和Iwama研究的需求具有连续型概率信息的基础上,进一步研究了市场利率下需求离散型的设备融资决策问题;徐维军和马卫民等^[12,13]研究了租赁价格可变形情形的连续型在线租赁问题.可见,在国内外关于基本租赁问题的研究已经取得了一系列的研究成果,但是这些研究都没有涉及到可折旧设备的如下特点:(1)设备使用寿命长、往往在使用时间结束后仍具有剩余价值,在线决策者为节约成本可将其在二手市场中卖出;(2)设备的买卖过程中存在交易成本,即购买新设备和卖掉旧设备都需要支付一定的交易费用.上述特点使得可折旧设备在线租赁问题截然不同于一般设备在线租赁问题.文献[14]根据可折旧设备的上述特点,在Yaniv^[6]提出的随机性竞争策略的基础上,进一步给出了可折旧设备在线租赁的随机性竞争策略.本文将在文献[14]基础上,进一步研究可折旧设备在线租赁的竞争策略.文献[14]研究了在策略集上的随机算法,即以某种概率随机选择策略集中的某些策略.本文将基于已有的设备获得方式集,研究在设备获得方式集上的随机算法.对于只有租赁和购买两种设备获得方式的可折旧设备租赁,给出了随机选择租赁和购买的在线策略,并得到了相应的最优竞争比.商品的多样化使得设备具有不同的购买方案,即具有同种功能的设备往往具有不同的折旧和购买价格.针对设备多种购买方案的这一特点,本文进一步提出了转化随机策略,它将随机选择

多种购买方案(多种设备获得方式)转化为随机选择两种购买方案(两种设备获得方式),并得到了与折旧相关的竞争比上界.与经典租赁问题的随机性策略相比,折旧的引入和随机选择策略的提出使得竞争比减小了,进而竞争性能进一步提高.

1 随机选择租赁与购买两种设备获得方式的在线策略

本文研究连续时间下的可折旧设备在线租赁策略,记 l 和 d 分别为单位时期设备的租赁费和折旧;设备买卖过程中存在交易费用,买和卖的交易费用相等,设其为 c ;设在 t 时刻购买设备的概率为 $p_1(t)$,并且假设:1)当 $t > t_0 = 2c/(l-d)$ 时,有 $p_1(t) = p_1(t_0)$,即到达一定时刻后购买设备的概率不变;2)设备租赁公司要赚取一定的利润,因此,租赁费往往大于设备的折旧,即有 $l > d$,否则设备租赁公司就会处于亏损状态,与事实不符;3)在线设备购买者在第一单位时期内租赁的费用小于购买的费用,否则在线者一开始就购买,无需讨论,因此在第一时期内有 $2c + d > l$ 成立;4)假设设备价格处于稳定期,新设备的价格没有变化,旧设备的价格等于新设备价格减去总折旧.在条件1)—4)下可得到随机选择租赁或购买两种设备获得方式的在线策略及其竞争比.这两种设备获得方式的(使用)时间与(支出)成本之间的关系可用图1表示.

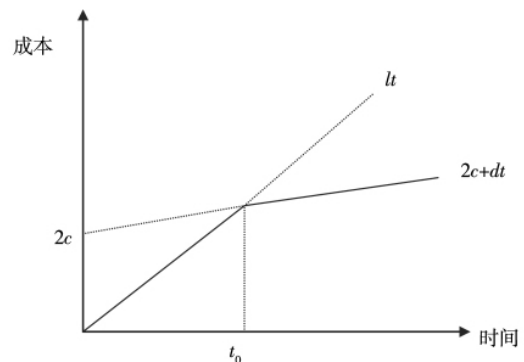


图1 两种设备获得方式的时间与成本关系图

Fig. 1 The relationship between time and cost when there are two choices for obtaining equipment

定理 1 给定租赁和购买两种设备获得方式, 则在线租赁者随机选择的在线策略为

$$p_1(t) = \begin{cases} \frac{e-1}{e-1+d/l} & t \geq t_0 \\ \frac{e^{l/t_0}-1}{e-1+d/l} & t < t_0 \end{cases} \quad (1)$$

且对应的竞争比为 $r_1 = \frac{e}{e-1+d/l}$

证明 设在线决策者在 t 时刻以概率 $p_1(t)$ 选择购买设备, 则总费用可表示为

$$\begin{aligned} Cost_m(t) &= \int_0^t dp_1(s) ds + \int_0^t l(1-p_1(s)) ds + 2cp_1(t) \\ &= \int_0^t l ds + \int_0^t (d-l)p_1(s) ds + 2cp_1(t) \end{aligned} \quad (2)$$

设竞争比为 r_1 , 根据离线策略特点, 可分为如下两种情况进行讨论, 进而求出竞争比 r_1 .

(a) 当 $0 < t < t_0$ 时, 离线决策者会选择一直租赁的策略, 因此, 在 t 时刻的离线最优总费用为 $\int_0^t l ds$, 且有关系式

$$\int_0^t l ds + \int_0^t (d-l)p_1(s) ds + 2cp_1(t) = r_1 \int_0^t l ds \quad (3)$$

将式(3)两边关于 t 求导, 并结合条件 $p_1(0) = 0$ (在线决策者采取保守策略, 一开始总是租赁设备), 则有如下式(4)表示的具有初始条件的常微分方程

$$\begin{cases} p_1(0) = 0 \\ l + (d-l)p_1(t) + 2cp_1'(t) = lr_1 \end{cases} \quad (4)$$

求解式(4) 则有 $p_1(t) = \frac{l(r_1-1)}{l-d} (e^{\frac{l-d}{2c}t} - 1)$.

(b) 当 $t \geq t_0$ 时, 由已知条件和 (a) 知有 $p_1(t) = p_1(t_0) = l(r_1-1)(e-1)/(l-d)$ 和 $p_1'(t) = 0$ 成立, 此时离线决策者会选择一开始购买设备的策略, 因此有

$$\int_0^t l ds + \int_0^t (d-l)p_1(s) ds + 2cp_1(t) = r_1 \int_0^t l ds \quad (5)$$

将式(5)两边关于 t 求导, 则得

$$l + (d-l)p_1(t) = dr_1 \quad (6)$$

进一步地, 将 $p_1(t) = l(r_1-1)(e-1)/(l-d)$ 代入式(6), 则得竞争比 $r_1 = \frac{e}{e-1+d/l}$. 证毕.

2 随机选择多种设备获得方式的折旧设备在线策略

2.1 关于最优离线策略的一个结论

考虑具有多种购买策略的可折旧设备在线租赁问题. 设有 m 种购买策略, 第 i 种购买策略的折旧为 d_i 、交易费用为 $2c_i$, $i = 1, 2, \dots, m$. 一般的, 价值越高(购买价格越高)的设备其折旧越小, 但交易费用越大. 因此不失一般性, 假设对于所有的购买策略 i , 有 $2c_i < 2c_{i+1}$ 和 $d_{i+1} < d_i$. 把租赁策略看成是第 0 种可供选择的策略, 因此在时刻 t 在线决策者有 $m+1$ 种策略可供选择, 设随机选择每种策略的概率为 $p_i(t)$, 且有 $\sum_{i=0}^m p_i(t) = 1$. 为了方便讨论, 记 $d_0 = l, 2c_0 = 0$, 即把租赁策略看成一种特殊的购买策略, 其租赁费相当于折旧, 交易费用为 0. 图 2 给出了多种设备获得方式的时间与成本关系.

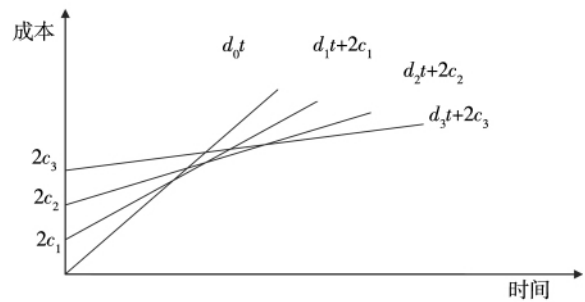


图 2 多种设备获得方式的时间与成本关系图

Fig. 2 The relationship between time and cost when there are several choices for obtaining equipment

若给出随机选择策略 $P(t) = (p_0(t), \dots, p_m(t))$, 则在 t 时刻的平均(期望)折旧可表示为 $D_P(t) = \sum_{i=0}^m d_i p_i(t)$, 且 t 时刻的总折旧为 $TD_P(t) = \int_{s=0}^t D_P(s) ds$, 这是第一部分费用. 此外, 在 t 时刻的交易成本为 $C_P(t) = \sum_{i=0}^m 2c_i p_i(t)$, 这是第二部分费用. 因此 t 时刻随机策略 $P(t)$ 下的总费用为 $TC_P(t) = TD_P(t) + C_P(t)$, 而最优离线策略的费用为 $OPT(t) = \min_i (2c_i + d_i t)$. 记满足方程

$2c_{i-1} + d_{i-1}t = 2c_i + d_i t$ 的解为 x_i , 并设 $x_0 = 0$. 因此 , 当 $t \in [x_i, x_{i+1}]$, 最优决策是选择第 i 种方案 , 从图2中也易看出有此结论. 若从第 $i-1$ 和 i 两个策略之间进行选择 , 则从成本增加的角度考虑 , 最优成本可以表示为 $OPT^i(t) = \min_i \{ 2(c_i - c_{i-1}) , (d_{i-1} - d_i)t \}$. 当 $d_m = 0$ 时 , 有如下定理2的结论.

定理2 给定可折旧设备的多种获得方式且 $d_m = 0$, 则最优离线策略的费用 $OPT(t)$ 与 $OPT^i(t)$ 之间有关系式

$$OPT(t) = \sum_{i=1}^m OPT^i(t) \tag{7}$$

证明 根据 x_i 和 $OPT^i(t)$ 的定义 , 则有如下关系式

$$\sum_{i=1}^m OPT^i(t) = \sum_{i: x_i \leq t} 2(c_i - c_{i-1}) + \sum_{i: x_i > t} (d_{i-1} - d_i)t .$$

当 $t \in [x_i, x_{i+1}]$ 时 , 一方面 , 上式可表示为

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m OPT^i(t) &= \sum_{i: x_i \leq t} 2(c_i - c_{i-1}) + \sum_{i: x_i > t} (d_{i-1} - d_i)t \\ &= 2c_i - 2c_0 + d_i t - d_m t \\ &= 2c_i + d_i t \end{aligned} \tag{8}$$

另一方面 , 最优离线策略是第 i 种方案 , 即 $OPT(t) = 2c_i + d_i t$. 结合这两方面即有定理2给出的关系式. **证毕.**

2.2 转化为经典租赁问题的随机策略

经典的租赁问题中在线决策者只有租赁和购买两种设备获得方式. 一般地 , 假设单位时期的租赁费为 c , 购买设备的费用为 P , 且一旦选择购买设备后 , 在线决策者无需再支付任何费用. 基于前面第一节给出的随机策略 , 则在线决策者随机选择购买设备的概率为 $\frac{e^{\frac{t}{P}} - 1}{e - 1}$. 可折旧设备在线租

赁与经典租赁问题的不同之处是它的每个购买策略不但需要支付交易费用 , 而且还需要支付折旧带来的损失. 考虑前后两个相邻的购买策略 i 和 $i-1$, 它们的费用分别由 $(d_i, 2c_i)$ 和 $(d_{i-1}, 2c_{i-1})$ 决定. 比较这两个策略可知第 i 个购买策略的交易费用比第 $i-1$ 个高 , 而它的折旧却小于第 i 个策略. 基于这两个策略在交易费用和折旧上的差

别 , 定义 $P^i = 2(c_i - c_{i-1})$, $c^i = d_{i-1} - d_i$, $i = 1, 2, \dots, m$. 其中 P^i 相当于经典租赁问题中的购买设备费用 , c^i 相当于对应的租赁费用. 因此 , 将前后相邻的两个策略结合可转化为经典租赁问题 , 即将 $m+1$ 个购买策略两两结合 , 转化为 m 种经典租赁问题. 考虑转化后的第 i 种经典租赁问题的随机策略 , 令 $p_1^i(t)$ 表示在 t 时刻选择增加花费费用 P^i 以降低成本 c^i 的概率 , 则有

$$p_1^i(t) = \frac{e^{\frac{t}{P^i}} - 1}{e - 1} , i = 1, 2, \dots, m .$$

考虑在线决策者随机选择 $m+1$ 个购买策略的概率分布 $P(t) = (p_0(t), \dots, p_m(t))$, 基于转化后的经典租赁问题的随机策略 , 定义如下策略

- 1) $p_0(t) = p_0^1(t)$;
- 2) $p_i(t) = p_1^i(t) - p_1^{i+1}(t)$, $i = 1, 2, \dots, m-1$;
- 3) $p_m(t) = p_1^m(t)$.

称策略1) — 3) 为转化随机策略.

可证明转化随机策略的定义是合理的.

首先有 $p_i(t) > 0$, $i = 1, 2, \dots, m-1$, 事实上 , 由关系式

$$p_i(t) = p_1^i(t) - p_1^{i+1}(t) = \frac{e^{\frac{t}{P^i}} - 1}{e - 1} - \frac{e^{\frac{t}{P^{i+1}}} - 1}{e - 1}$$

及 $x_i = \frac{P^i}{c^i} < x_{i+1} = \frac{P^{i+1}}{c^{i+1}}$ 便知 $p_i(t) > 0$;

其次有关系式 $\sum_{i=0}^m p_i(t) = 1$, 事实上有

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^m p_i(t) &= p_0^1(t) + \sum_{i=1}^m (p_1^i(t) - p_1^{i+1}(t)) + \\ & p_1^m(t) = p_0^1(t) + p_1^1(t) = 1 \text{ 成立.} \end{aligned}$$

在假设 $d_m = 0$ 下 , 可以得到转化随机策略的竞争比 , 即为经典在线租赁问题的随机性策略竞争比上界 $e/(e-1)$.

定理3 给定可折旧设备的多种获得方式 , 当 $d_m = 0$ 时 , 转化随机策略的竞争比上界为 $e/(e-1)$; 当 $d_m \neq 0$ 时 , 转化随机策略的竞争比上界为 $\frac{e - d_m/d_0}{e - 1}$.

证明 转化随机策略在概率分布 $P(t) = (p_0(t), \dots, p_m(t))$ 下的交易费用为

$$\begin{aligned}
 C_p(t) &= p_0^1(t) 2c_0 + \sum_{i=1}^{m-1} (p_1^i(t) - p_1^{i+1}(t)) 2c_i + p_1^m(t) 2c_m \\
 &= \sum_{i=1}^m 2(c_i - c_{i-1}) p_1^i(t) = \sum_{i=1}^m P^i p_1^i(t)
 \end{aligned} \tag{9}$$

同理, 当 $d_m = 0$ 时, 对应的折旧费用为

$$\begin{aligned}
 D_p(t) &= p_0^1(t) d_0 + \sum_{i=1}^{m-1} (p_1^i(t) - p_1^{i+1}(t)) d_i + p_1^m(t) d_m \\
 &= p_0^1(t) d_0 + \sum_{i=1}^{m-1} (p_0^{i+1}(t) - p_0^i(t)) d_i - p_0^m(t) d_m \\
 &= \sum_{i=1}^m (d_{i-1} - d_i) p_0^i(t) = \sum_{i=1}^m c^i p_0^i(t)
 \end{aligned} \tag{10}$$

因此 t 时刻随机策略 $P(t)$ 下的总费用为

$$\begin{aligned}
 TC_p(t) &= TD_p(t) + C_p(t) = \int_{s=0}^t D_p(s) ds + C_p(t) \\
 &= \int_{s=0}^t \sum_{i=1}^m c^i p_0^i(s) ds + \sum_{i=1}^m P^i p_1^i(t) \\
 &= \sum_{i=1}^m [P^i p_1^i(t) + \int_{s=0}^t c^i p_0^i(s) ds] \\
 &\leq \sum_{i=1}^m \frac{e}{e-1} OPT^i(t) = \frac{e}{e-1} OPT(t)
 \end{aligned} \tag{11}$$

所以 $r_2 \leq \frac{e}{e-1}$. 因此, 当 $d_m = 0$ 时, 转化随机策略的竞争比上界为 $e/(e-1)$.

当 $d_m \neq 0$ 时, 将每个策略的折旧同时减去 d_m , 即令 $c'_i = c_i$, $d'_i = d_i - d_m$, $i = 0, 1, \dots, m$. 因此, 新的序列 (c'_i, d'_i) , $i = 0, 1, \dots, m$ 满足定理 2 的条件, 令 $D'_p(t)$ 和 $TC'_p(t)$ 分别表示新的序列下的折旧费和总费用, 则有关系式 $D_p(t) = D'_p(t) + d_m t$, 从而有 $TC_p(t) = TC'_p(t) + d_m t$. 新序列下最优离线费用 $OPT'(t)$ 与原序列的最优离线费用 $OPT(t)$ 也有关系式 $OPT(t) = OPT'(t) + d_m t$. 因此, 原问题的竞争比为

$$\begin{aligned}
 r_2 &= \frac{TC_p(t)}{OPT(t)} = \frac{TC'_p(t) + d_m t}{OPT'(t) + d_m t} \leq \\
 &\frac{\frac{e}{e-1} OPT'(t) + d_m t}{OPT'(t) + d_m t} \\
 &= \frac{e}{e-1} - \frac{1}{e-1} \frac{1}{\frac{OPT'(t)}{d_m t} + 1}
 \end{aligned} \tag{12}$$

易证明 $\frac{OPT'(t)}{d_m t}$ 关于 t 单调递增, 事实上有

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial OPT'(t)}{\partial t} &= d_i - d_m > 0 \quad t \in [x_{i-1}, x_i] \text{ 因此} \\
 r_2 &= \frac{e}{e-1} - \frac{1}{e-1} \frac{1}{\frac{OPT'(t)}{d_m t} + 1} \leq \\
 &\frac{e}{e-1} - \frac{1}{e-1} \frac{1}{\frac{d_0 - d_m}{d_m} + 1} \\
 &= \frac{e - d_m/d_0}{e-1}
 \end{aligned} \tag{13}$$

即当 $d_m \neq 0$ 时, 转化随机策略的竞争比上界为 $\frac{e - d_m/d_0}{e-1}$. 证毕.

转化随机策略将随机选择多种设备获得方式的可折旧设备在线租赁问题转化为随机选择两种设备获得方式的可折旧设备在线租赁. 与经典租赁问题的随机性竞争策略(随机选择策略)相比, 竞争比上界减小到 $\frac{e - d_m/d_0}{e-1}$, 具有更好的竞争性能.

3 竞争性能分析

随机选择设备获得方式不同于随机性竞争策略, 前者是以一定的概率选择某种获得设备的方式, 后者是对于给定的策略集, 以一定的概率选择某种策略, 一个策略决定一个租赁过程. 但两者都是从随机的角度进行考虑. 对于本文研究的可折旧设备在线租赁, 文献 [14] 给出了只有租赁和购买两种设备获得方式下的随机性竞争策略, 在无利率下的竞争比上界为 $r_{up} = (e - d/l)/(e - 1)$, 而本文给出的随机选择租赁和购买两种设备获得方式的竞争比为 $r_1 = e/(e - 1 + d/l)$, 易知 $r_1 < r_{up}$. 可见, 由 1) 给出的随机选择方案不仅给出了确定的策略, 而且它的竞争比也小于随机性策略竞争比上界 r_{up} . 因此, 随机选择方案 1) 的给出提高了可折旧设备在线租赁的竞争性能, 具有重要的现实指导意义. 另外, 当 $d = l$ 时, 市场是一个完备市场, 在线决策者和离线者拥有相同的信息, 即信息是对称的, 竞争比为 $r_1 = 1$, 满足完备市场的条件.

转化随机策略将具有多种购买方案的可折旧设备在线租赁问题转化为两种购买方案问题,将相邻的两个设备获得方式看成是一个经典租赁问题,并用它们的随机策略来构造转化随机策略的概率分布,并得到了转化随机策略的竞争比上界 $\frac{e - d_m/d_0}{e - 1}$. 可见,此上界是与设备购买方案的折旧序列相关,最大折旧与最小折旧差别越小,竞争比就越小. 当竞争比 $d_m/d_0 = 0$ 时,竞争比上界即为经典租赁问题的随机性策略竞争比 $e/(e - 1)$; 当竞争比 $d_m/d_0 = 0.5$ 时,竞争比小于 1.3; 当 $d_m = d_0 = l$ 时,竞争比为 1,此时市场信息对称,是一个完备市场.

4 结束语

可折旧设备在线租赁是租赁市场中的一种重

要存在形式. 本文在随机性竞争策略的基础上,从随机选择设备获得方式的角度进一步研究可折旧设备在线租赁. 首先探讨了随机选择购买和租赁两种设备获得方式的在线竞争算法,得到了这种算法的竞争比 $e/(e - 1 + d/l)$. 与可折旧设备在线租赁的随机性策略相比,随机选择购买和租赁两种设备获得方式的竞争性能有了进一步提高,决策方法得到了创新. 考虑到商品的多样化,进一步提出转化随机策略用来解决具有多种购买方案的情形. 转化随机策略将多种设备获得方案问题转化为两种设备获得方案,并证明了这种算法的竞争比上界为 $\frac{e - d_m/d_0}{e - 1}$. 与经典租赁问题的竞争比

相比,竞争性能得到提高. 本文不仅扩展了在线租赁的研究内容——具有多种设备获得方式的可折旧设备在线租赁,而且提出了新的方法——转化随机策略,具有重要的现实意义和理论意义.

参考文献:

- [1] Borodin A, El-Yaniv R. Online Computation and Competitive Analysis [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [2] Fiat A, Woeginger G J. Online Algorithms: The State of the Art [M]. Berlin: Springer, 1998.
- [3] Karp R. Online algorithms versus offline algorithms: How much is it worth to know the future [C]. Proc. IFIP 12th World Computer Congress, 1992: 416 - 429.
- [4] Karlin A R, Manasse M S, McGeogh L, et al. Competitive randomized algorithms for non-uniform problems [J]. Algorithmica, 1994, 11(1): 542 - 571.
- [5] Irani S, Ramanathan D. The Problem of Renting Versus Buying [R]. Personal Communication, 1998.
- [6] El-Yaniv R, Kaniel R, Linial N. Competitive optimal on-line leasing [J]. Algorithmica, 1999, 25: 116 - 140.
- [7] Fujiwara H, Iwama K. Average-case competitive analyses for ski-rental problems [J]. Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2002, 2518: 476 - 488.
- [8] 朱志军, 徐寅峰, 徐维军. 局内租赁问题的风险补偿模型及其竞争分析 [J]. 管理科学学报, 2004, 7(3): 64 - 74.
Zhu Zhijun, Xu Yinfeng, Xu Weijun. Risk-reward model of on-line leasing problem and its competitive analysis [J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(3): 64 - 74. (in Chinese)
- [9] 徐维军, 徐寅峰, 卢致杰. 具有几何分布统计特征的在线租赁竞争分析 [J]. 预测, 2005, 24(2): 46 - 51.
Xu Weijun, Xu Yinfeng, Lu Zhijie. Competitive analysis for on-line leasing with statistical characteristic of geometric distribution [J]. Forecasting, 2005, 24(2): 46 - 51. (in Chinese)
- [10] Xu Y F, Xu W J. Competitive algorithms for online leasing problem in probabilistic environments [J]. Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2004, 3174: 725 - 730.
- [11] Xu Y F, Xu W J, Li H Y. On the on-line rent-or-buy problem in probabilistic environments [J]. Journal of Global Optimization, 2007, 38(1): 1 - 20.

- [12] 徐维军, 张卫国, 胡茂林. 购买价格和租金费用均连续可变的在线竞争策略分析 [J]. 中国管理科学, 2006, 14(2): 94–99.
Xu Weijun, Zhang Weiguo, Hu Maolin. Competitive strategy analysis for online leasing with continuous change of purchasing price and renting cost [J]. Chinese Journal of Management Science, 2006, 14(2): 94–99. (in Chinese)
- [13] 马卫民, 陈国青. 价格连续型局内设备租赁问题的竞争分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(4): 90–96.
Ma Weimin, Chen Guoqing. Price continuous version of the on-line equipment renting-buying problem and its competitive strategies [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2006, 26(4): 90–96. (in Chinese)
- [14] 张永, 张卫国, 徐维军. 可折旧设备在线租赁的随机性竞争策略 [J]. 管理科学学报, 2011, 14(1): 69–77.
Zhang Yong, Zhang Weiguo, Xu Weijun. Randomized competitive strategy for online leasing of depreciable equipment [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(1): 69–77. (in Chinese)

Online leasing of depreciable equipment based on randomization of obtaining methods

ZHANG Wei-guo¹, ZHANG Yong², XU Wei-jun¹, YANG Xing-yu¹

1. School of Business Administration, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. School of Management, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510520, China

Abstract: On the basis of the depreciable equipment's characters, this paper first studies the online algorithm which obtains the equipment only by leasing or buying. The diversification of commodities makes the equipments which have the same function have different depreciations and purchase prices and transactions. From this view point, this paper further presents the random transformation strategy to resolve the online leasing of depreciable equipment. It transforms the randomized choices of several depreciable equipments to that of two equipments. Compared with previous strategies, the introductions of depreciation and random transformation strategy make the competitive ratio decrease and the competitive performance is improved.

Key words: randomized choice; equipment's obtaining methods; depreciable equipment; online algorithm; competitive performance