

基于区间直觉模糊数相关系数的多准则决策模型^①

袁宇^{1,2}, 关涛¹, 闫相斌¹, 李一军¹

(1. 哈尔滨工业大学管理学院, 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨理工大学管理学院, 哈尔滨 150080)

摘要: 针对权重信息完全未知, 评价信息为区间直觉模糊数的多准则决策问题, 提出新的基于区间直觉模糊数相关系数的决策方法, 弥补了基于距离测度决策方法造成信息混淆的不足, 同时考虑了犹豫度的影响, 进而降低了评价信息损失. 通过构建并求解基于参照方案相关系数总偏差最小的非线性规划模型获得准则权重, 从新的视角给出准则权重的确定方法. 利用各备选方案与理想方案、临界方案的加权相关系数得到与理想方案的相对贴近度, 以此对方案进行排序. 最后通过实例对比分析说明了该方法的有效性.

关键词: 区间直觉模糊数相关系数; 区间直觉模糊集; 多准则决策; 相对贴近度

中图分类号: C934 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2014)04-0011-08

0 引言

随着社会、经济、科技以及网络技术和信息技术的迅速发展, 决策者面临着错综复杂、瞬息万变的环境, 大脑形成的许多概念往往都是模糊概念^[1]. 这些概念的外延是不清晰的, 具有亦此亦彼性. 体现在确定元素属于某集合 A 的隶属程度的同时又不是有绝对的把握, 隶属程度含有一定的踌躇性或不确定性. 传统的模糊集理论无法处理这种踌躇性. Atanassov^[2] 提出了直觉模糊集 (intuitionistic fuzzy sets, IFSs) 理论, 该理论是对模糊集理论的扩展. 它从隶属度和非隶属度两方面描述不确定信息, 在处理不确定信息时具有更强的表现能力, 可以描述“非此非彼”的“模糊概念”, 即“中立状态”的概念或中立的程度. 由于客观事物的复杂性与不确定性, IFSs 中的隶属度与非隶属度有时很难用精确的实数值来表达, 为此, Atanassov 与 Gargov^[3] 对 IFSs 进行推广, 给出了区间直觉模糊集 (interval-valued intuitionistic fuzzy sets, IVIFSs) 的概念, 并定义了基本的运算法则, IVIFSs 增强表达不确定性信息的能力. 它是模糊

集、区间模糊集和直觉模糊集的推广. 区间直觉模糊信息决策研究对现实中的产品研发、信用评估、战略规划方案评估、投资方案评价等实际问题有较大的推动作用.

含有直觉模糊信息的决策理论研究主要围绕相似性测度^[4-8]、直觉判断矩阵^[9-12]、属性权重的确定^[13-16]、经典多属性决策方法的拓展^[17-21]以及得分函数^[22]等方面展开, 然而这些技术在判断相似性时没能给出备选方案足够信息, 某种程度上给决策造成一定困难^[23]. 区间直觉模糊数相关系数能充分反映两个方案近似程度. Bustince 和 Burillo^[24] 定义了区间直觉模糊集的关联度, 并研究了区间直觉模糊集关联性的两个分解定理. Park 等^[25] 在 Bustince 研究基础上考虑了犹豫度信息, 提出了新的计算区间直觉模糊数相关系数的方法, 通过对比得出新的计算方法降低了相关信息损失, 更为科学合理. 文献 [26] 和 [27] 分别从相关性和相似性的角度, 提出了与决策群体意见整体一致性程度更高的理想直觉模糊决策矩阵的构造优化方法. Wang 等^[28] 研究属性权重信息

^① 收稿日期: 2012-01-30; 修订日期: 2012-08-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71171065; 71171067); 黑龙江省自然科学基金资助项目(G201005).

作者简介: 袁宇(1983-), 女, 博士, 讲师. Email: yy200704@126.com

不完全的线性规划求解属性权重的决策方法,但遗憾的是实际决策过程很难得到权重的先验信息,并且线性规划模型有其自身的局限性. Xu^[29]提出了基于距离测度的区间直觉模糊矩阵群决策方法,由于距离测度本身的缺点及犹豫度的缺失造成一定信息损失. Ye^[23]提出了直觉模糊环境下,基于熵的加权相关系数多准则决策方法,给出与理想方案的加权相关系数的评价公式,但将方法直接推广到区间直觉模糊环境有一定困难. 以上分析可见,对准则权重未知的区间直觉模糊环境下的多准则决策理论研究,特别是如何克服距离测度的不足,同时降低信息损失的决策方法研究还不够完善.

由于知识或数据方面的不足,在实际决策问题中,决策者的数值判断能力有限,从而在短时间内给出的决策参数值不够准确;另一方面,决策准则的权重容易受到社会和环境因素影响,导致其不确定性较大^[30]. 因此,探寻高效合理的处理区间直觉模糊环境下准则权重完全未知的决策方法尤为必要.

本文将区间直觉模糊数相关系数引入不确定多准则决策中,相关系数的大小与相似度之间存在等价关系. 依据决策对象与理想方案的相关系数最大化构建非线性规划模型,利用决策数据确定各准则权重,得到备选方案与理想、临界方案加权相关系数,依据与理想方案相对贴近程度,对备选方案进行排序并择优. 从相关度视角构建新的区间直觉模糊多准则决策模型,克服了采用距离测度造成的不确定性,为准则权重未知的区间直觉模糊决策理论的应用进一步提供理论依据.

1 区间直觉模糊集预备知识

下面简单介绍区间直觉模糊集的相关概念.

1.1 区间直觉模糊集的定义

定义1 设 X 为非空论域, X 上的区间直觉模糊集的定义为

$$A = \{ \langle x, [\underline{\mu}_A(x), \overline{\mu}_A(x)], [\underline{\gamma}_A(x), \overline{\gamma}_A(x)] \rangle \mid x \in X \} \tag{1}$$

其中 $[\underline{\mu}_A(x), \overline{\mu}_A(x)] \subseteq [0, 1], [\underline{\gamma}_A(x), \overline{\gamma}_A(x)] \subseteq [0, 1]$ 并且对任意的 $x \in X$ $\underline{\mu}_A(x) + \overline{\gamma}_A(x) \leq 1$.

若 $\underline{\mu}_A(x) = \overline{\mu}_A(x), \underline{\gamma}_A(x) = \overline{\gamma}_A(x)$ 则区间直觉模糊集(IVIFS) A 退化为直觉模糊集(IFS), 即可认为直觉模糊集是区间直觉模糊集的特殊情况.

区间 $[\underline{\mu}_A(x), \overline{\mu}_A(x)]$ 和 $[\underline{\gamma}_A(x), \overline{\gamma}_A(x)]$ 分别表示元素 x 对集合 A 的隶属度区间和非隶属度区间,对任意 x ,可以计算出 $x \in X$ 对集合 A 的直觉模糊犹豫度区间为

$$[\underline{\pi}_A(x), \overline{\pi}_A(x)] = [1 - \overline{\mu}_A(x) - \overline{\gamma}_A(x), 1 - \underline{\mu}_A(x) - \underline{\gamma}_A(x)] \tag{2}$$

非空论域 X 上的区间直觉模糊集全体记作 $IVIFS(X)$.

区间直觉模糊数(IVIFN)定义为

$$a = \langle [\underline{a}^-, \overline{a}^+], [\underline{a}^-, \overline{a}^+] \rangle$$

其中 $[\underline{a}^-, \overline{a}^+] \subseteq [0, 1], [\underline{a}^-, \overline{a}^+] \subseteq [0, 1], \overline{a}^+ + \underline{a}^- \leq 1, a^* = \langle [1, 1], [0, 0] \rangle$ 是最大的IVIFN.

特别地,若 $\underline{a}^- = \overline{a}^+, \underline{a}^- = \overline{a}^+$,那么IVIFN a 退化为直觉模糊数.

1.2 区间直觉模糊数的距离定义

定义2^[31] 任意两个区间直觉模糊数 $a = \langle [\underline{a}^-, \overline{a}^+], [\underline{a}^-, \overline{a}^+] \rangle, b = \langle [\underline{b}^-, \overline{b}^+], [\underline{b}^-, \overline{b}^+] \rangle$ Hamming 距离为

$$d_{IVIFN-H}(a, b) = \frac{1}{4} (|\underline{a}^- - \underline{b}^-| + |\overline{a}^+ - \overline{b}^+| + |\underline{a}^- - \underline{b}^-| + |\overline{a}^+ - \overline{b}^+|) \tag{3}$$

Euclidean 距离为

$$d_{IVIFN-E}(a, b) = \left\{ \frac{1}{4} [(\underline{a}^- - \underline{b}^-)^2 + (\overline{a}^+ - \overline{b}^+)^2 + (\underline{a}^- - \underline{b}^-)^2 + (\overline{a}^+ - \overline{b}^+)^2] \right\}^{1/2} \tag{4}$$

由定义形式可以看出,区间直觉模糊数的距离测度均没有考虑犹豫度对其的影响.此外,距离测度采用的是绝对值或者平方根运算,这样就造成两个不同的直觉模糊区间数和同一个参照对象的距离相同.

例如3个IVIFNs a, b, c ,其中 $a = \langle [0.4, 0.5], [0.2, 0.3] \rangle, b = \langle [0.4, 0.6], [0.2, 0.4] \rangle, c = \langle [0.4, 0.6], [0.2, 0.3] \rangle$

由公式(3)得到

$$d_{IVIFN-H}(a, c) = d_{IVIFN-H}(b, c)$$

由公式(4)得到

$$d_{IVIFN-E}(a, c) = d_{IVIFN-E}(b, c)$$

所以通过区间直觉模糊距离测度很难判断 a 与 b 哪个更接近 c .

由此可见, 基于距离测度的 IVIFNs 决策方法可能造成一定的信息混淆, 特别是在准则权重未知的决策情况下, 采用距离测度得到合理的权重信息有一定困扰. 鉴于此, 本文引入区间直觉模糊数相关系数.

2 区间直觉模糊数相关系数

定义 3^[25] $A, B \in IVIFS(X)$ A 与 B 的相关系数定义如下

$$K_{IVIFS}(A, B) = \frac{C_{IVIFS}(A, B)}{\sqrt{E_{IVIFS}(A)} \cdot \sqrt{E_{IVIFS}(B)}} \quad (5)$$

其中

$$C_{IVIFS}(A, B) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [\underline{\mu}_A(x_i) \underline{\mu}_B(x_i) + \overline{\mu}_A(x_i) \overline{\mu}_B(x_i) + \underline{\gamma}_A(x_i) \underline{\gamma}_B(x_i) + \overline{\gamma}_A(x_i) \overline{\gamma}_B(x_i) + \underline{\pi}_A(x_i) \underline{\pi}_B(x_i) + \overline{\pi}_A(x_i) \overline{\pi}_B(x_i)] \quad (6)$$

$$E_{IVIFS}(A) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{ [\underline{\mu}_A(x_i)]^2 + [\overline{\mu}_A(x_i)]^2 + [\underline{\gamma}_A(x_i)]^2 + [\overline{\gamma}_A(x_i)]^2 + [\underline{\pi}_A(x_i)]^2 + [\overline{\pi}_A(x_i)]^2 \} \quad (7)$$

$$E_{IVIFS}(B) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{ [\underline{\mu}_B(x_i)]^2 + [\overline{\mu}_B(x_i)]^2 + [\underline{\gamma}_B(x_i)]^2 + [\overline{\gamma}_B(x_i)]^2 + [\underline{\pi}_B(x_i)]^2 + [\overline{\pi}_B(x_i)]^2 \} \quad (8)$$

定理 1^[25] 对于任意 $A, B \in IVIFS(X)$,

$K_{IVIFS}(A, B)$ 具有如下性质

- I. $K_{IVIFS}(A, B) = K_{IVIFS}(B, A)$
- II. $0 \leq K_{IVIFS}(A, B) \leq 1$
- III. $A = B \Leftrightarrow K_{IVIFS}(A, B) = 1$

证明过程参见文献 [25].

$K_{IVIFS}(A, B) \rightarrow 1 \Rightarrow A \rightarrow B$ 区间直觉模糊数相关系数越接近 1, 则表示区间直觉模糊数 A 与 B 越相近. 与基于区间直觉模糊数的距离公式相比, 其相关系数考虑了犹豫度因素, 进而减少相关信息损失. 在对 IVIFNs 比较中, IVIFNs 相关系数公式更具有优势.

前文的例子中, 3 个 IVIFNs a, b, c 带入公式 (5) 通过计算可知 $K_{IVIFS}(a, c) < K_{IVIFS}(b, c)$, 故 b 更接近 c .

3 基于 IVIFNs 相关系数的 MCDM 模型

本文探讨的多准则决策问题界定为各备选方案评价以区间直觉模糊数表达, 且各决策准则的权重信息完全未知情况下, 从众多备选方案中选择最优方案策略, 其算法步骤如图 1 所示.

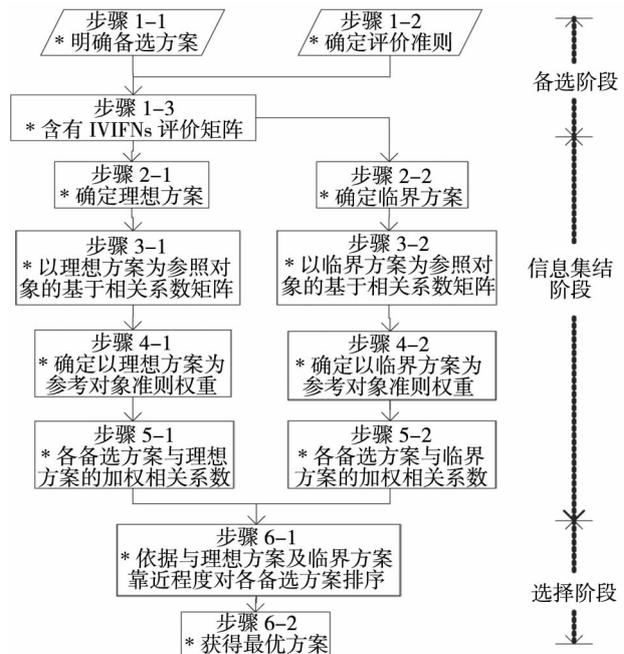


图 1 决策方法步骤示意图

Fig. 1 The flowchart for the proposed approach

具体步骤如下:

步骤 1 某一研究范围内的备选方案集合记作 $\{X_i | i = 1, 2, \dots, n\}$, 方案评价准则集合记作 $\{O_j | j = 1, 2, \dots, m\}$, 含有区间直觉模糊信息的决策矩阵为

$$U = (u_{ij})_{n \times m} = (\langle [\underline{\mu}_{ij}, \overline{\mu}_{ij}], [\underline{\gamma}_{ij}, \overline{\gamma}_{ij}], [\underline{\pi}_{ij}, \overline{\pi}_{ij}] \rangle)_{n \times m} \quad (9)$$

其中 μ_{ij} 为决策者针对方案 X_i 在评价准则 O_j 下的效果评价, $[\underline{\mu}_{ij}, \overline{\mu}_{ij}]$ 表示决策者给出的方案 X_i 在评价准则 O_j 下的满意程度, $[\underline{\gamma}_{ij}, \overline{\gamma}_{ij}]$ 表示决策

者给出的方案 X_i 在评价准则 O_j 下的不满意程度. 且 $[\underline{\mu}_{ij}, \bar{\mu}_{ij}] \subseteq [0, 1]$, $[\underline{\gamma}_{ij}, \bar{\gamma}_{ij}] \subseteq [0, 1]$, $\underline{\mu}_{ij} + \bar{\gamma}_{ij} \leq 1$ $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$.

步骤 2 依据区间直觉模糊信息决策矩阵确定理想方案和临界方案

$$X^* = (\langle [\underline{\mu}_1^*, \bar{\mu}_1^*], [\underline{\gamma}_1^*, \bar{\gamma}_1^*], [\underline{\pi}_1^*, \bar{\pi}_1^*] \rangle; \dots, \langle [\underline{\mu}_m^*, \bar{\mu}_m^*], [\underline{\gamma}_m^*, \bar{\gamma}_m^*], [\underline{\pi}_m^*, \bar{\pi}_m^*] \rangle) \tag{10}$$

$$X' = (\langle [\underline{\mu}_1', \bar{\mu}_1'], [\underline{\gamma}_1', \bar{\gamma}_1'], [\underline{\pi}_1', \bar{\pi}_1'] \rangle; \dots, \langle [\underline{\mu}_m', \bar{\mu}_m'], [\underline{\gamma}_m', \bar{\gamma}_m'], [\underline{\pi}_m', \bar{\pi}_m'] \rangle) \tag{11}$$

其中

$$\begin{aligned} X_j^* &= \langle [\underline{\mu}_j^*, \bar{\mu}_j^*]; \dots; [\underline{\gamma}_j^*, \bar{\gamma}_j^*], [\underline{\pi}_j^*, \bar{\pi}_j^*] \rangle \\ &= \langle [\max_{1 \leq i \leq n} \underline{\mu}_{ij}, \max_{1 \leq i \leq n} \bar{\mu}_{ij}], [\min_{1 \leq i \leq n} \underline{\gamma}_{ij}, \min_{1 \leq i \leq n} \bar{\gamma}_{ij}], \\ &\quad [1 - \max_{1 \leq i \leq n} \bar{\mu}_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} \underline{\gamma}_{ij}, 1 - \max_{1 \leq i \leq n} \underline{\mu}_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} \bar{\gamma}_{ij}] \rangle \\ &\quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} X_j' &= \langle [\underline{\mu}_j', \bar{\mu}_j'], [\underline{\gamma}_j', \bar{\gamma}_j'], [\underline{\pi}_j', \bar{\pi}_j'] \rangle \\ &= \langle [\min_{1 \leq i \leq n} \underline{\mu}_{ij}, \min_{1 \leq i \leq n} \bar{\mu}_{ij}], [\max_{1 \leq i \leq n} \underline{\gamma}_{ij}, \max_{1 \leq i \leq n} \bar{\gamma}_{ij}], \\ &\quad [1 - \min_{1 \leq i \leq n} \bar{\mu}_{ij} - \max_{1 \leq i \leq n} \underline{\gamma}_{ij}, 1 - \min_{1 \leq i \leq n} \underline{\mu}_{ij} - \max_{1 \leq i \leq n} \bar{\gamma}_{ij}] \rangle \\ &\quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \tag{13}$$

可证明理想方案与临界方案仍然是区间直觉模糊数.

步骤 3 利用公式(5) (8) 分别计算各备选方案 $\{X_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ 与理想方案 X^* 及临界方案 X' 的相关系数 $K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*)$ 和 $K_{IVIFS^+}^-(u_{ij}, X_j')$ $i = 1, 2, \dots, n$. 构成基于区间直觉模糊相关系数判断矩阵, 分别记作

$K^+ = (K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*))_{n \times m}$ (以理想方案为参照对象)

$K^- = (K_{IVIFS^+}^-(u_{ij}, X_j'))_{n \times m}$ (以临界方案为参照对象)

步骤 4 确定以理想方案为参照对象的各评价准则权重, 以及以临界方案为参照对象的各评价准则权重.

令 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ 为以理想方案为参照对象的各评价准则的权重, 其中 $\omega_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, m, \sum_{j=1}^m \omega_j = 1$. 构建数学规划模型确定准则

权重.

建模原理 备选方案与理想方案相似度越大, 即 $K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*) \rightarrow 1$, 说明备选方案与理想方案越接近, 从而该方案就越优, 反之, 该方案就越差. 根据上述思路, 考虑各评价准则权重, 在准则 $O_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 下, 备选方案 X_i 的效果评价与理想方案 X^* 相似度偏差为 $1 - K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*)$, 为了消除正负符号的影响, 偏差和通常取平方和的形式, 则备选方案 X_i 与理想方案在所有准则下的加权偏差和为 $\sum_{j=1}^m [\omega_j (1 - K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*))]^2$, 再将其对所有方案求和, 即可得到加权

总偏差和为 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [\omega_j (1 - K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*))]^2$, 准则权重向量 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$ 的选择应该使在各准则下所有备选方案的总偏差之和最小. 因此, 可以构造如下的目标函数

$$\begin{aligned} \min G(\omega) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [\omega_j (1 - K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*))]^2 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \sum_{j=1}^m \omega_j = 1 \\ \omega_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \end{aligned} \tag{M-1}$$

采用条件极值拉格朗日乘数法, 构建拉格朗日函数

$$\begin{aligned} L(\omega, \lambda) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [\omega_j (1 - K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*))]^2 + \\ &\quad 2\lambda (\sum_{j=1}^m \omega_j - 1) \end{aligned} \tag{14}$$

其中 λ 为拉格朗日乘数. 对方程(14) 中 ω_j 和 λ 分别求偏导, 并令偏导数为 0, 得到以理想方案为参照对象的各准则权重计算公式

$$\omega_j = \frac{[\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m (1 - K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*))^2)^{-1}]^{-1}}{\sum_{j=1}^m (1 - K_{IVIFS^+}^+(u_{ij}, X_j^*))^2} \tag{15}$$

同理 $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m)$ 为以临界方案为参照对象的各评价准则的权重, 其中 $\rho_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, m, \sum_{j=1}^m \rho_j = 1$ 则

$$\rho_j = \frac{\left[\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m (1 - K_{IVIFS\tilde{\mu}}^-(u_{ij}, X_j)) \right)^2 \right]^{-1}}{\sum_{j=1}^m (1 - K_{IVIFS\tilde{\mu}}^-(u_{ij}, X_j))^2} \quad (16)$$

步骤 5 将基于区间直觉模糊相关系数判断矩阵与各准则权重信息集结, 得到备选方案与理想方案的加权相关系数, 记作 R^+ ,

$$R^+ = (R_1^+, R_2^+, \dots, R_n^+) = \omega(K^+) \quad (17)$$

备选方案与临界方案的加权相关系数, 记作 R^-

$$R^- = (R_1^-, R_2^-, \dots, R_n^-) = \rho(K^-) \quad (18)$$

步骤 6 各备选方案与理想方案 X^* 的加权相关系数 R_i^+ 的值越大, 与临界方案 X^- 的加权相关系数 R_i^- 值越小, 表明越靠近理想方案. 因此, 依据 $\xi_i = \frac{R_i^+}{R_i^+ + R_i^-}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 的大小对所有备

选方案进行排序, 最后得到最优决策方案.

4 示例分析

本文采用文献 [32] 中的数据. 一家风险投资公司对如下 5 个潜在的投资项目方案进行最优投资决策. X_1 : 汽车公司; X_2 : 食品公司; X_3 : IT 公司; X_4 : 汽车零部件公司; X_5 : 传媒公司. 风险投资公司分别从风险分析 (O_1)、成长分析 (O_2)、社会政策影响分析 (O_3) 以及环境影响分析 (O_4) 4 个准则下对 5 个公司进行评价. 由于时间压力、相关知识、数据不足, 以及决策者在这 5 个项目领域经验限制等原因, 4 个准则权重信息完全未知, 决策者在对投资项目进行评价时具有一定的不确定性及踌躇性, 给出如表 1 所示的含有区间直觉模糊值的评价信息.

表 1 区间直觉模糊评价信息

Table 1 IVIFNs evaluation information

	O_1	O_2	O_3	O_4
X_1	$\langle [0.4, 0.5], [0.3, 0.4] \rangle$	$\langle [0.4, 0.6], [0.2, 0.4] \rangle$	$\langle [0.3, 0.4], [0.4, 0.5] \rangle$	$\langle [0.5, 0.6], [0.1, 0.3] \rangle$
X_2	$\langle [0.5, 0.6], [0.2, 0.3] \rangle$	$\langle [0.6, 0.7], [0.2, 0.3] \rangle$	$\langle [0.5, 0.6], [0.3, 0.4] \rangle$	$\langle [0.4, 0.7], [0.1, 0.2] \rangle$
X_3	$\langle [0.3, 0.5], [0.3, 0.4] \rangle$	$\langle [0.1, 0.3], [0.5, 0.6] \rangle$	$\langle [0.2, 0.5], [0.4, 0.5] \rangle$	$\langle [0.2, 0.3], [0.4, 0.6] \rangle$
X_4	$\langle [0.2, 0.5], [0.3, 0.4] \rangle$	$\langle [0.4, 0.7], [0.1, 0.2] \rangle$	$\langle [0.4, 0.5], [0.3, 0.5] \rangle$	$\langle [0.5, 0.8], [0.1, 0.2] \rangle$
X_5	$\langle [0.3, 0.4], [0.1, 0.3] \rangle$	$\langle [0.7, 0.8], [0.1, 0.2] \rangle$	$\langle [0.5, 0.6], [0.2, 0.4] \rangle$	$\langle [0.6, 0.7], [0.1, 0.2] \rangle$

采用文中决策方法, 解决上述投资决策问题. 具体步骤如下:

步骤 1 决策者在评价准则下对 5 个备选方案的区间直觉模糊数作决策矩阵(略).

步骤 2 理想方案为

$$X^* = (\langle [0.5, 0.6], [0.1, 0.3] \rangle, \langle [0.7, 0.8], [0.1, 0.2] \rangle, \langle [0.5, 0.6], [0.2, 0.4] \rangle, \langle [0.6, 0.8], [0.1, 0.2] \rangle)$$

临界方案为

$$X^- = (\langle [0.2, 0.4], [0.3, 0.4] \rangle, \langle [0.1, 0.3], [0.5, 0.6] \rangle, \langle [0.2, 0.4], [0.4, 0.5] \rangle, \langle [0.2, 0.3], [0.4, 0.6] \rangle)$$

步骤 3 以理想方案为参照对象的基于区间直觉模糊数相关系数判断矩阵 $K^+ = (K_{IVIFS\tilde{\mu}}^+(u_{ij}, X_j^*))_{n \times m}$ 为

$$\begin{pmatrix} 0.9366 & 0.9072 & 0.9189 & 0.9685 \\ 0.9688 & 0.9861 & 0.9889 & 0.9559 \\ 0.9249 & 0.5405 & 0.9093 & 0.6619 \\ 0.8900 & 0.9148 & 0.9776 & 0.9912 \\ 0.9357 & 1.0000 & 1.0000 & 0.9928 \end{pmatrix}$$

以临界方案为参照对象的基于区间直觉模糊数相关系数判断矩阵 $K^- = (K_{IVIFS\tilde{\mu}}^-(u_{ij}, X_j^-))_{n \times m}$ 为

$$\begin{pmatrix} 0.9334 & 0.8182 & 0.9871 & 0.7887 \\ 0.8752 & 0.6650 & 0.8832 & 0.7439 \\ 0.9734 & 1.0000 & 0.9890 & 1.0000 \\ 0.9878 & 0.6854 & 0.9513 & 0.6949 \\ 0.9488 & 0.5405 & 0.8832 & 0.6847 \end{pmatrix}$$

步骤 4 构建 $(M-1)$ 非线性模型, 并利用公

式(15)、(16)分别求得以理想方案为参照对象
的各准则权重为

$$\omega = (0.323\ 7, 0.038\ 3, 0.563\ 9, 0.074\ 1)$$

以临界方案为参照对象各准则权重为

$$\rho = (0.522\ 5, 0.027\ 0, 0.410\ 0, 0.040\ 6)$$

步骤5 通过公式(17)和(18)计算得到备
选方案与理想方案加权相关系数分别为

$$R^+ = (0.927\ 9, 0.979\ 8, 0.881\ 9, 0.947\ 9, 0.978\ 6)$$

$$R^- = (0.946\ 5, 0.867\ 5, 0.981\ 6, 0.952\ 8, 0.900\ 2)$$

步骤6 得到5个潜在投资方案的最后评价
结果为

$$\xi = (0.495\ 0, 0.530\ 4, 0.473\ 3, 0.498\ 7, 0.520\ 9)$$

即

$$X_2 > X_5 > X_4 > X_1 > X_3$$

从决策结果可得,最优的投资策略是选择食
品公司投资,其次是传媒公司,汽车配件公司,汽
车公司,最后是IT公司.而这一优先序结果与文
献[32]不同,文献[32]中的最优投资方案为传
媒公司,其次为食品公司,其余与本文一致.

从理论角度分析,文献中采用的方法实质是
备选方案的优先序与其和理想方案的距离成反比
关系,距离越小,方案越优.但从前文分析可知,对
于某些区间直觉模糊数的比较,距离公式可能失
效;模型中没有考虑决策者的犹豫度对方案优先
序的影响,造成部分信息损失^[33];决策方法中只

是考虑了备选方案与理想方案的关联度,这种决
策方法对应于决策者对决策环境持乐观态度,适
合风险偏好的决策者,但对于风险中立及风险厌
恶的决策者不适用.从初始数据分析,表1中食品
公司的风险分析满意度远大于传媒公司,其余3
项评价效果与传媒公司差别不大,而风险分析权
重比其余项权重都大,投资公司更看重投资风险,
所以投资食品公司优于投资传媒公司.

5 结束语

本文针对权重信息完全未知的区间直觉模
糊数多准则决策问题,引入了区间直觉模糊数
相关系数,克服了基于距离测度造成的信息混
淆,并考虑到犹豫度的影响因素,能够最大程度
降低信息损失.通过以理想方案及临界方案为
参照对象的基于区间直觉模糊数相关系数判断
矩阵,构建了基于参照方案相关系数最大化的
非线性目标规划模型,求解模型获得相应的准
则权重,通过信息集结得到每个备选方案与理
想方案及临界方案的加权相关系数,进而根据
与理想方案的相对贴近度得到备选方案优先
序.该决策方法从决策者评价信息本身出发确
定准则的权重,更能真实的反应决策者的意愿,
也更忠于决策信息.

参 考 文 献:

- [1]王坚强. 信息不完全确定的多准则区间直觉模糊决策方法[J]. 控制与决策, 2006, 21(11): 1253-1256.
Wang Jiangqiang. Multi-criteria interval intuitionistic fuzzy decision-making approach with incomplete certain information [J]. Control and Decision, 2006, 21(11): 1253-1256. (in Chinese)
- [2]Atanassov K T. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 61(2): 137-142.
- [3]Atanassov K, Gargov G. Interval valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.
- [4]海新, 雷英杰. 基于加权相似性测度的直觉模糊近似推理[J]. 计算机工程与设计, 2010, (21): 4678-4681.
Hai Xin, Lei Yingjie. Intuitionistic fuzzy approximate inference based on similarity measure with weight [J]. Computer Engineering and Design, 2010, (21): 4678-4681. (in Chinese)
- [5]Dengfeng L, Chuntian C. New similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and application to pattern recognitions[J]. Pattern Recognition Letters, 2002, 23(1-3): 221-225.
- [6]Szmidt E, Kacprzyk J. A new concept of a similarity measure for intuitionistic fuzzy sets and its use in group decision making

- [C]// Modeling Decisions for Artificial Intelligence, Springer, 2005: 272 – 282.
- [7]Szmidt E, Kacprzyk J. A similarity measure for intuitionistic fuzzy sets and its application in supporting medical diagnostic reasoning[C]// Artificial Intelligence and Soft Computing-ICAISC 2004, 2004: 388 – 393.
- [8]Liang Z, Shi P. Similarity measures on intuitionistic fuzzy sets [J]. Pattern Recognition Letters, 2003, 24(15): 2687 – 2693.
- [9]Ye J. Multicriteria fuzzy decision-making method based on a novel accuracy function under interval-valued intuitionistic fuzzy environment [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 6899 – 6902.
- [10]Xu Zeshui, Jian C. An approach to group decision making based on interval-valued intuitionistic judgment matrices [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2007, 27(4): 126 – 132.
- [11]Xu Zeshui. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making [J]. Control and Decision, 2007, (22): 215 – 219.
- [12]Xu Zeshui, Hua Z. A method for fuzzy multi-attribute decision making with preference information in the form of fuzzy reciprocal judgment matrix [J]. Fuzzy systems and mathematics, 2004, 18(4): 115 – 121.
- [13]Xu Zeshui, Yager R R. Dynamic intuitionistic fuzzy multi-attribute decision making [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2008, 48(1): 246 – 262.
- [14]Wei G W. Maximizing deviation method for multiple attribute decision making in intuitionistic fuzzy setting [J]. Knowledge-based Systems, 2008, 21(8): 833 – 836.
- [15]Xu Zeshui. Models for multiple attribute decision making with intuitionistic fuzzy information [J]. International Journal of Uncertainty Fuzziness and Knowledge Based Systems, 2007, 15(3): 285 – 297.
- [16]樊治平, 姜艳萍. 基于 OWG 算子的不同形式偏好信息的群决策方法 [J]. 管理科学学报, 2003, 6(1): 32 – 37.
Fan Zhiping, Jiang Yanping. Approach to group decision-making with different forms of preference information based on OWG operators [J]. Journal of Management Sciences in China, 2003, 6(1): 32 – 37. (in Chinese)
- [17]Wei G, Yi W. Method for intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making without weight information but with preference information on alternatives [C]// IEEE, 2008: 1970 – 1975.
- [18]Li D F. TOPSIS-based nonlinear-programming methodology for multiattribute decision making with interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 2010, 18(2): 299 – 311.
- [19]Chen T Y, Tsao C Y. The interval-valued fuzzy TOPSIS method and experimental analysis [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159(11): 1410 – 1428.
- [20]Wei G W. GRA method for multiple attribute decision making with incomplete weight information in intuitionistic fuzzy setting [J]. Knowledge-Based Systems, 2010, 23(3): 243 – 247.
- [21]Li D F, Wang Y C. Mathematical programming approach to multiattribute decision making under intuitionistic fuzzy environments [J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2008, 16(04): 557 – 577.
- [22]徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用 [J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215 – 219.
Xu Zeshui. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making [J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215 – 219. (in Chinese)
- [23]Ye J. Fuzzy decision-making method based on the weighted correlation coefficient under intuitionistic fuzzy environment [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 205(1): 202 – 204.
- [24]Bustince H, Burillo P. Correlation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 74(2): 237 – 244.
- [25]Park D G, Kwun Y C, Park J H, et al. Correlation coefficient of interval-valued intuitionistic fuzzy sets and its application to multiple attribute group decision making problems [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2009, 50(9/10): 1279 – 1293.
- [26]魏翠萍, 夏梅梅, 张玉忠. 基于区间直觉模糊集的多准则决策方法 [J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1230 – 1234.
Wei Cuiping, Xia Meimei, Zhang Yuzhong. Multi-criteria decision-making methods based on interval-valued intuitionistic fuzzy set [J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1230 – 1234. (in Chinese)
- [27]卫贵武. 权重信息不完全的区间直觉模糊数多属性决策方法 [J]. 管理学报, 2008, 5(002): 208 – 211.
Wei Guiwu. A method of interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attributes decision making with incomplete attribute

- weight information [J]. *Chinese Journal of Management*, 2008, 5(002): 208–211. (in Chinese)
- [28] Wang Z, Li K W, Wang W. An approach to multiattribute decision making with interval-valued intuitionistic fuzzy assessments and incomplete weights [J]. *Information Sciences*, 2009, 179(17): 3026–3040.
- [29] Xu Zeshui. A method based on distance measure for interval-valued intuitionistic fuzzy group decision making [J]. *Information Sciences*, 2010, 180(1): 181–190.
- [30] 廖貅武, 李 垣, 雷宏振. 确定多属性群决策协调权的模型和方法 [J]. *管理科学学报*, 2006, 9(4): 33–39.
Liao Xiuwu, Li Yuan, Lei Hongzhen. Model and approach for determining the compromise weight of multi-attribute group decision-making problem [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2006, 9(4): 33–39. (in Chinese)
- [31] Grzegorzewski P. Distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the Hausdorff metric [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, 148(2): 319–328.
- [32] Wei Guiwu. Gray relational analysis method for intuitionistic fuzzy multiple attribute decision making [J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(9): 11671–11677.
- [33] Szmidt E, Kacprzyk J. Distances between intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(3): 505–518.

Multi-criteria decision making model based on interval-valued intuitionistic fuzzy number correlation coefficient

YUAN Yu^{1 2}, GUAN Tao¹, YAN Xiang-bin¹, LI Yi-jun¹

1. School of Management, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. School of Management, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China

Abstract: A multi-criteria fuzzy decision-making method based on weighted interval-valued intuitionistic fuzzy number correlation coefficients is proposed for some situations where the information about criteria weights for alternatives is completely unknown. It hopes to supplement the insufficiency of the method based on distance measure of IVIFSs. Meanwhile this method reduces the loss of evaluation information by taking into account the influence of hesitancy degree. A non-linear programming model is established based on the maximization of the correlation coefficient between each alternative and the ideal (critical) alternative. The model can be used to get the criteria weights from a new perspective. Then, we proposed a relative closeness of the weighted correlation coefficients between an alternative and the ideal alternative in order to rank the alternatives. Finally, a comparative analysis demonstrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: interval-valued intuitionistic fuzzy number correlation coefficient; interval-valued intuitionistic fuzzy set; multi-criteria decision making; relative closeness