基于共单调的财产保险公司承保风险度量研究①

王正文，田 玲
(武汉大学经济与管理学院，武汉 430072)

摘要： 考虑到财产保险公司承保风险数据不是高频数据和承保业务线通常都大于两条的特点，在市场风险度量中被广泛用于构建不同风险的联合分布的 Copula 方法并不完全适用于承保风险度量，因此本文通过构建共单调模型探讨了财产保险公司承保风险经济资本度量方法，并以一个真实保险公司为例阐明承保风险经济资本评估过程. 在实证中，进一步将共单调模型同 Copula 模型度量结果进行了比较，发现无论是共单调模型还是 Copula 模型均能较好的度量不同承保风险之间的风险分散化效应，但是共单调模型能够得到比 Copula 模型更精确的度量结果.

关键词： 承保风险；经济资本；共单调
中图分类号： F840.65 **文献标识码：** A **文章编号：** 1007-9807(2014)06-0075-09

0 引 言

近年来，随着我国经济的持续快速发展和宏观经济政策的日趋向好，国内财产保险业迎来发展的黄金期，从 2005 年至 2010 年我国财产保险业保费分别增长了 15.05%、23.13%、32.3%、17.5%、23.1% 和 33.6%②. 然而，随着保险业竞争的不断加剧，每万元风险单位对应的保费收入从 2005 年的 16.78 元逐年下降至 2010 年的 10.26 元，这表明财产保险公司面临的承保风险呈现逐年上升的趋势③. 因此，对承保风险的控制与管理成为财产保险业关注的热点问题.

为了对财产保险公司承保风险状况有一个清晰的了解，需要对承保风险进行度量. 目前，承保风险度量的方法主要借鉴了市场风险度量的方法[1,2]. 在早期市场风险度量中，由于受到主流金融理论假设的影响，均认为金融资产的收益率分布服从正态分布. 然而，20 世纪 70 年代以来，随着金融市场大量实证数据的可获得性、计算机处理数据能力的不断提高以及金融复杂性研究的迅猛发展，在实—研究中涌现了大量与主流金融理论相悖的典型案例[1]. 随后，在理论界和实务界被广泛接受的观点是，传统的正态分布(normal distribution)假设已不再适用，包括 t 分布、极值分布和 GARCH 类模型等在内的分布函数相继被引入到市场风险度量中[3-8]，这极大促进了风险度量技术的发展，但也使得构建不同风险之间的联合分布变得愈加困难. Embrechts 等[9]首次将 Copula 理论引入到金融定量分析中，希望借助 Copula 函数的良好特性解决构建风险之间联合分布的难题. 目前，Copula 模型已经广泛应用于市场风险度量，并涌现出大量研究成果[9-11]. Huang Jen-Jsung 等和张金泉、李徐等进一步使用后验分析和 Kolmogorov-Smirnov 检验、Anderson-Darling 检验等统计检验方法对 Copula 模型度量市场风

① 收稿日期：2012-03-14；修订日期：2012-11-14.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(710730112)；国家社科基金重大招标项目(11&ZD053)；中国博士后科学基金项目(2013M531724).
通讯作者：田 玲(1969—)，女，山东文登人，博士，教授，博士生导师. Email：ltian@whu.edu.cn
② 数据来源为：2006 年至 2011 年的《中国保险年鉴》.
③ 由 2006 年至 2011 年的《中国保险年鉴》整理得到.

险的精确度进行度量，完善了运用 Copula 理论度量市场风险的理论体系[10,13].

在市场风险度量中被广泛使用的 Copula 模型也逐渐应用于财产保险公司承保风险度量[13,14]. 但是，承保风险与市场风险之间存在着本质的不同: 首先、承保风险数据不是高频数据，不利于保险公司使用后验分析和统计方法检验 Copula 度量方法的精确度; 其次、保险公司的承保业务线通常都大于两条，Copula 模型对于构建两风险的联合分布比较适用，对于多风险情形多局限于椭圆类 Copula 函数的范畴，适用性有待商榷. 近些年来，精算学者在研究止损保费(stop-loss premiums) 过程中发现，满足共单调(comonotonicity) 条件的随机向量很容易得到随机变量和的联合分布以及分布函数的逆函数表达式[15-19]. 然而，Kaas，Dhaene 和 Goovaerts 指出大多数多元分布并不满足共单调条件，因此在实践中需要寻找满足凸序条件的随机变量作为随机变量和的近似，进而得到随机变量和的联合分布以及分布函数的逆函数的近似值，并具体研究了当边缘分布均服从对数正态分布时，相依随机变量和的上界和下界[20]. 当边缘分布均服从对数正态分布时，为了得到更加精确的估计值，不同学者提出了不同的方法，例如 Kaas 等[20] 提出的基于 Taylor 指数方法(Taylor-based，TB) ，Nielsen 和 Sandmann[17] 提出的几何平均法(geometric average，GA) ，Vanduffel 等[21] 提出的最大化方差方法(maximal variance，MV) 、最大化 CTE 和最小化 CLTE 方法(maximal CTE and minimal CLTE，MCTE) .

基于以上认识，本文借助共单调方法构建了财产保险公司承保风险度量模型，并以某代表性财产保险公司的机动车辆险、企业财产险、货物运输险和责任险等四条业务线为例详细说明了运用共单调模型度量承保风险的具体方法. 另外，为了说明在承保风险度量中，共单调模型较 Copula 模型更优，进一步在实证中选取了椭圆类 Copula 函数族中的 Gauss-Copula 函数和 t-Copula 函数进行实证，并将共单调模型和 Copula 模型的度量结果进行了比较.

1 基于共单调方法的财产保险公司承保风险度量模型

首先对共单调的概念和性质进行回顾，并进一步从理论上运用共单调理论构建财产保险公司承保风险度量模型.

1.1 共单调的概念和性质

定义 1[18] 设$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$为随机向量，其边缘分布函数分别记为 $F_{Y_i} = P[Y_i \leqslant x]$，如果存在服从 $[0,1]$ 均匀分布的随机变量 U，使得随机向量$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$与随机向量$(F_{Y_1}^{-1}(U), F_{Y_2}^{-1}(U), \cdots, F_{Y_n}^{-1}(U))$有相同的分布函数，即

$$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n) \stackrel{d}{=} (F_{Y_1}^{-1}(U), F_{Y_2}^{-1}(U), \cdots, F_{Y_n}^{-1}(U)) \tag{1}$$

则称$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$为共单调随机向量.

考虑随机向量$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$，其共单调随机向量为$(Y_1^c, Y_2^c, \cdots, Y_n^c)$，由定义 1 可得

$$(Y_1^c, Y_2^c, \cdots, Y_n^c) \stackrel{d}{=} (F_{Y_1}^{-1}(U), F_{Y_2}^{-1}(U), \cdots, F_{Y_n}^{-1}(U)) \tag{2}$$

记共单调随机向量$(Y_1^c, Y_2^c, \cdots, Y_n^c)$的和为

$$S^c = (Y_1^c, Y_2^c, \cdots, Y_n^c) \tag{3}$$

当给定 $F_{Y_i} = P[Y_i \leqslant x]$ 时，根据共单调的定义，很容易得到分布函数 $F_{S^c}(x)$ 的表达式

$$F_{S^c}(x) = \sup\{p \in [0,1] \mid \sum_{i=1}^{n} F_{Y_i}^{-1}(p) \leqslant x\} \tag{4}$$

进一步，令 $F_Y^{-1(\alpha)}(p) = \alpha \inf\{x \in R \mid F_Y(x) \geqslant p\} + (1-\alpha)\sup\{x \in R \mid F_Y(x) \leqslant p\}$，其中 $\alpha \in [0,1]$，则称 $F_Y^{-1(\alpha)}(p)$ 为 α - 逆分布函数. 不难看出，若 $F_Y(x)$ 为严格单调递增函数，则 α - 逆分布函数 $F_Y^{-1(\alpha)}(p)$ 就是普通的逆分布函数. 由于$(F_{Y_1}^{-1}(U), F_{Y_2}^{-1}(U), \cdots, F_{Y_n}^{-1}(U))$与$(F_{Y_1}^{-1(\alpha)}(U), F_{Y_2}^{-1(\alpha)}(U), \cdots, F_{Y_n}^{-1(\alpha)}(U))$依概率相等，因此有

$$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n) \stackrel{d}{=} (F_{Y_1}^{-1(\alpha)}(U), F_{Y_2}^{-1(\alpha)}(U), \cdots, F_{Y_n}^{-1(\alpha)}(U)) \tag{5}$$

由 Kaas 等[20] 可知，共单调随机向量$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$的和可以表示为

$$F_{(Y_1+Y_2+\cdots+Y_n)}^{-1(\alpha)}(p) = \sum_{i=1}^{n} F_{Y_i}^{-1(\alpha)}(p), p \in (0,1) \tag{6}$$

事实上,除了极少数多元随机变量满足共单调的性质[18,19],对于绝大多数多元随机变量而言,并不能直接使用共单调模型得到式(6)的表达式,但是可以根据下面的定理 1 得到式(6)的近似值.

定理 1[18] **定义**$S^l = E[S \mid Z] = \sum_{i=1}^{n} E(Y_i \mid Z)$,**其中** Z **为随机变量,令** $S = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$,**则有下式成立**

$$S^l \leqslant_{cx} S \leqslant_{cx} S^c \tag{7}$$

不难看出,对于任意的随机向量而言,均可以找到随机变量 S^l **作为满足凸序条件的近似,随机变量** Z **的选取关系到最终近似结果的优劣.在选取随机变量** Z **的过程中,并不要求随机向量** $(E(Y_1 \mid \Lambda), E(Y_2 \mid \Lambda), \cdots, E(Y_n \mid \Lambda))$ **为共单调随机向量,因此,也不要求** S^l **为共单调随机变量的和.为了使** S^l **为共单调随机向量,就必须选择适当的** Λ **满足 Deelstra 等**[22] **中性质 1 的条件.**

1.2 基于共单调的财产保险公司风险度量模型

假设财产保险公司共经营着 n **条不同的承保业务线,每条承保业务线发生的损失用随机变量** $Y_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ **表示,则保险公司面临的总损失随机变量** Z **为**

$$Z = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n \tag{8}$$

假设置信区间为 $p, p \in (0,1)$,**随机变量** Z **的在险价值 VaR 和经济资本 EC 可以表示为**

$$VaR_{1-p}(Z) = \inf(z \mid F_Z(z) \geqslant 1-p) = F_Z^{-1(\alpha)}(1-p) \tag{9}$$

$$EC = VaR_p(Z) - E(Z) = F_Z^{-1(\alpha)}(1-p) - \mu_Z \tag{10}$$

其中 $F_Z(\cdot)$ **和** $F_Z^{-1(\alpha)}(\cdot)$ **分别表示随机变量** Z **的分布函数和** α **- 逆分布函数,**μ_Z **表示随机变量** Z **的均值.若随机向量** $Y = (Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$ **为共单调随机向量,**$F_{Y_i}(\cdot)$ **和** $F_{Y_i}^{-1(\alpha)}(\cdot)$, $i = 1, 2, \cdots, n$ **分别表示随机变量** Y_i **的分布函数和** α **- 逆分布函数,**μ_{Y_i} **表示随机变量** Y_i **的均值.由式(6),随机变量** Z **的在险价值 VaR 和经济资本 EC 可以进一步表示为**

$$VaR_{1-p}(Z) = \inf(z \mid F_Z(z) \geqslant 1-p) = F_Z^{-1(\alpha)}(1-p) = \sum_{i=1}^{n} F_{Y_i}^{-1(\alpha)}(1-p) \tag{11}$$

$$EC = VaR_{1-p}(Z) - E(Z) = F_Z^{-1(\alpha)}(1-p) - \mu_Z = \sum_{i=1}^{n} (F_{Y_i}^{-1(\alpha)}(1-p) - \mu_{Y_i}) \tag{12}$$

对于大多数多元随机变量而言,它们并不满足共单调性质,此时需要应用定理 1 得出在险价值 VaR 和经济资本 EC 的近似值.通过对财产保险公司承保业务线历史损失数据的模拟,大量研究表明对数正态分布能够很好的拟合不同业务线的分布特征[16-21].**假设**$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$ **均服从对数正态分布,即,假设** $Y_i = e^{(Z_i - u_i)/\sigma_i}, Z_i \sim N(0,1), n = 1, 2, \cdots, n$.**显然随机向量**$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_n)$ **不是共单调随机向量,但是可以根据定理 1 得到满足凸序条件的上界和下界.**

令 $v = c, l$,**则** Y_i^v **仍然为服从对数正态分布的随机变量.由于分布函数** $F_{Y_i^v}$ **为严格单调递增的函数,因此其** α **- 逆分布函数就是一般逆分布函数.当** $x \in [0, \infty]$ **时,分布函数** $F_{Y_i^v}$ **可以表示为**

$$F_{Y_i^v}(x) = \begin{cases} F_{Y_i}, v = l \\ F_{E[Y_i \mid \Lambda]}, v = c \end{cases} \tag{13}$$

对于服从参数为 u_i, σ_i **的对数正态分布的随机变量** Y_i,**容易得到** Y_i **的逆分布函数为**

$$F_{Y_i}^{-1}(1-p) = \exp\{u_i + \sigma_i \Phi^{-1}(1-p)\}, \quad p \in [0,1] \tag{14}$$

其中 $\Phi(\cdot)$ **为标准正态分布的分布函数.**

根据 Dhaene 等[18] **中引理 1 可知,当** $g_i(\lambda) \equiv E[Y_i \mid \Lambda = \lambda]$ **是非减连续函数时**

$$F_{E[Y_i \mid \Lambda]}^{-1}(1-p) = E[Y_i \mid \Lambda = F_\Lambda^{-1}(1-p)], \quad p \in (0,1) \tag{15}$$

当 $g_i(\lambda) \equiv E[Y_i \mid \Lambda = \lambda]$ **是非增连续函数时**

$$F_{E[Y_i \mid \Lambda]}^{-1}(1-p) = E[Y_i \mid \Lambda = F_\Lambda^{-1}(1-p)], \quad p \in (0,1) \tag{16}$$

假设条件随机变量 Λ **为正态随机变量,其均值为** u_Λ,**方差为** σ_Λ^2,**使得二维随机变量**(Y_i, Λ) **为二维正态随机变量.令** $F_\Lambda^{-1}(1-p) = u_\Lambda + \sigma_\Lambda \Phi^{-1}(1-p)$,$r_i$ **为** $\ln(Y_i)$ **与** Λ **的相关系数.根据 Kaas 等**[20] **可知,当** r_i **全为正数时,**$Y^l = \sum_{i=1}^{n} a_i Y_i^l$ **为共单调随机变量的和.因此** $E[Y_i \mid \Lambda = \lambda]$ **仍然为对数正态随机变量,其条件期望可以表示为**

$$E[Y_i \mid \Lambda = F_\Lambda^{-1}(1-p)] = \exp\{u_i + r_i \sigma_i \Phi^{-1}(1-p) +$$

$$\frac{1}{2}(1-r_i^2)\sigma_i^2\},p\in(0,1) \tag{17}$$

类似的，当 r_i 小于 0 时，根据 $\Phi^{-1}(1-p)=-\Phi^{-1}(p)$，有

$$E[Y_i \mid \Lambda=F_\Lambda^{-1}(1-p)]=\exp\{u_i+|r_i|\sigma_i\Phi^{-1}(p)+\frac{1}{2}(1-r_i^2)\sigma_i^2\},p\in(0,1) \tag{18}$$

接下来需要确定 r_i 的值. 定义 $\Lambda=\sum_{i=1}^{n}\gamma_i\sigma_i Z_i$，不难看出 Λ 仍然服从正态分布，则有

$$\begin{aligned} r_i &= corr(\ln(Y_i),\Lambda) \\ &= corr(\ln(Y_i),\sum_{i=1}^{n}\gamma_i\sigma_i Z_i) \\ &= \frac{\sum_{j=1}^{n}\gamma_j\sigma_j\rho_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\gamma_i\gamma_j\sigma_i\sigma_j\rho_{ij}}} \end{aligned} \tag{19}$$

其中 ρ_{ij} 为 $\ln(Y_i)$ 与 $\ln(Y_j)$ 的相关系数. 通过选取不同的 γ_i，可以得到不同的 Λ，进而得到不同的 r_i，对于 γ_i 的选取有多种方法，主要包括以下三种方法:

1) Kaas 等[20] 提出的 TB 方法

$$\gamma_i=a_i e^{u_i} \tag{20}$$

2) Nielsen，Sandmann[17] 提出的 GA 方法

$$\gamma_i=\frac{a_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_i a_j\sigma_i\sigma_j\rho_{ij}}} \tag{21}$$

3) Vanduffel 等[21] 提出的 MV 方法

$$\gamma_i=a_i\exp\{u_i+\frac{1}{2}\sigma_i^2\} \tag{22}$$

不难看出，当损失随机向量 $Y=(Y_1,Y_2,\cdots,Y_n)$ 为共单调随机向量时，运用共单调方法得到在险价值和经济资本的值均为精确值; 当损失随机向量 $Y=(Y_1,Y_2,\cdots,Y_n)$ 不满足共单调性质时，运用共单调方法得到在险价值和经济资本在凸序意义下的近似值.

目前，当承保业务线边缘分布不服从传统正态分布时，在处理财产保险公司承保风险度量问题时使用最广泛的方法是借鉴市场风险度量中的 Copula 方法，希望借助 Copula 理论的良好性质，构建不同边缘分布的联合分布[1,14]. 但是运用 Copula 方法度量财产保险公司承保风险存在着以下两个问题: 第一、通常 Copula 函数有很多种，不同的构造方式能够得到不同的 Copula 函数，对风险的模拟结果也有着很大的差别. 对于高频市场风险数据而言，可以借助后验分析和统计方法检验不同 Copula 度量方法的精确度. 但是对于非高频的承保风险数据而言，很难应用借助后验分析和统计方法检验不同 Copula 度量方法的精确度. 第二、保险公司的承保业务线通常都大于两条，Copula 模型对于构建两风险的联合分布比较适用，对于多风险情形多局限于椭圆类 Copula 函数的范畴，适用性有待商榷.

共单调方法在处理联合分布时，并未区分两风险和多风险，在处理方法上具有很强的统一性，从而有效避免了 Copula 方法在由两条业务线推广到多条业务线时的适用性难题. 另外，当随机向量满足共单调性质时，运用共单调方法得到的风险度量值是精确值; 当随机向量不满足共单调性质时，运用共单调方法得到的风险度量值是近似值. 比起需要运用 Monte Carlo 模拟的 Copula 方法，共单调方法得到的结果都更加的精确和稳定.

2 实证分析

2.1 数据的选取

实证选取 2002 年至 2010 年某代表性财产保险公司(简称为 A 财产保险公司) 的承保业务中机动车辆险、企业财产保险、货物运输险和责任险的组合作为研究样本组合④. 一般而言，财产保险公司的赔付额有很强的时间趋势，随着时间的推移赔付额有显著的增长趋势，这种趋势是很容易被预测并通过增加保费的方式抵消. 因此，这种因为增长性因素导致的保费和赔付增加就不是不可预测的，在评估经济资本时需要剔除增长性因素的影响. 一般而言，赔付率指标可以降低增长性因素的影响，因此，在实证过程中，放弃直接使用保费收入或赔付支出指标，而是采用赔付率指标. 赔付率可以定义为净赔付支出与净保费收入的比值.

④ 数据来源为 A 财产保险公司 2002 年至 2010 年年报.

表1 为各业务线的描述性统计量. 由表1 可以看出，从四条业务线赔付率序列的均值看，机动车辆险、企业财产险、货物运输线和责任险的均值均大于零; 从标准差看，企业财产险的标准差最大，其次是责任险，机动车辆险的标准差最小，说明对该保险公司而言，企业财产险业务的风险最大，责任险业务的风险次之，机动车辆险业务的风险最小. 从偏度看，货物运输险是左偏的，机动车辆险、企业财产险和责任险均是右偏的; 从峰度看，峰度均不等于 3，说明四个赔付率序列均是尖峰厚尾的. 进一步结合 JB 统计量可以看出，四个统计量的分布均不服从正态分布.

表 1　A 保险公司四条业务线赔付率描述性统计量

Table 1 Descriptive statistics for the four business lines' loss ratios of the insurance A

统计量	机动车辆险	企业财产险	货物运输险	责任险
均值	0.742 273	0.691 476	0.449 348	0.653 681
中值	0.729 965	0.660 328	0.447 380	0.651 877
最大值	0.857 857	0.922 342	0.540 139	0.768 299
最小值	0.681 077	0.510 331	0.335 034	0.519 907
标准差	0.060 582	0.113 943	0.067 593	0.078 954
偏度	0.738 804	0.567 038	−0.475 481	0.021 589
峰度	2.372 910	3.323 452	2.213 381	2.404 014
JB 统计量	0.966 2	0.521 5	0.571 2	0.133 9

2.2　边缘分布函数的选取及相关参数的估计

假设每条业务线赔付率事先设定服从某一分布，考虑到样本数据较少的问题，分布函数的选择分为两步完成: 第 1 步、在查阅大量资料的基础上发现对数正态分布能够较好的拟合财产保险公司业务线数据[15-20]; 第 2 步、使用统计方法中的 Kolmogorov-Smirnov 检验(简称为 K-S 检验) 和 Anderson-Darling 检验(简称为 A-D 检验) 方法辅助判断备选分布的合适性. 表2 中的 p-值是根据估计得到的序列的条件边缘分布，对原序列做概率积分变换，再使用 K-S 检验和 A-D 检验方法，检验概率变换后的序列是否服从(0，1) 均匀分布得到的. 由表2 中的 p-值可以看出，四个业务线赔付率序列均没有充分的理由拒绝零假设 "概率变换后的序列服从(0，1) 均匀分布". 结合第 1 步和第 2 步的分析，可以判定对数正态分布能够很好的拟合各业务线赔付率序列的分布特征.

表 2　四条业务线赔付率拟合优度检验的 p 值

Table 2 p value of the goodness of fit tests for the four business lines' loss ratios

拟合优度检验	机动车辆险	企业财产险	货物运输险	责任险
K − S 检验的 p 值	0.950 7	0.936 3	0.716 7	0.972 0
A-D 检验的 p 值	0.923 4	0.952 4	0.868 6	0.964 6

当四条业务线赔付率均服从对数正态分布时，设 μ 和 σ 分别为对数赔付率的均值的标准差. 由极大似然估计法可以得到各业务线参数估计结果，见表 3.

表 3　业务线赔付率拟合分布的参数估计

Table 3 Parameter estimation for the loss ratios' distribution functions

参数估计		机动车辆险	企业财产险	货物运输险	责任险
对数正态分布	μ	−0.300 9	−0.380 7	−0.810 7	−0.431 7
	σ	0.079 7	0.162 6	0.158 4	0.122 2

在获得各业务线分布的参数后，可以计算得到各业务所需的置信区间为5% 时的经济资本量，计算结果如表 4 所示. 根据表 4 可以看出，四条业务线经济资本占该业务保费收入的比例介于 10.16% 到 20.15% 之间，加权平均值为 10.97%. 其中，企业财产险业务经济资本占该业务保费收入的比例最高，为20.15%，说明保险公司每收取100 元钱的保费，就需要提取20.15 元的经济资本; 机动车辆险业务经济

资本占该业务保费收入的比例为 10.16%，说明保险公司每收取 100 元钱的保费，只需要提取 10.16 元的经济资本. 较少的经济资本量，使得保险公司可以开展更多的承保业务，为企业创造更高的收益.

表 4 四条业务线所需经济资本的测算

Table 4 Calculation of the economic capital requirements for the four business lines

单位：百万元

指标	机动车辆险	企业财产险	货物运输险	责任险	加权平均值
VaR	82 716	6 104	1 511	3 278	93 609
均值	72 757	4 727	1 178	2 699	81 361
经济资本	9 959	1 377	333	579	12 249

2.3 总体经济资本的估算

在估计了各种分布假设的参数后，可以根据相关参数计算得到 A 财产保险公司总体所需的经济资本量. 当边缘分布均服从对数正态分布时，要计算总体的经济资本，首先需要计算 r_i 的值，估计方法分别选取了 TB 方法、GA 方法和 MV 方法. 由式(20) – 式(22)，得到 r_i 的计算结果，见表 5.

表 5 TB、GA 和 MV 方法中 r_i 参数的估计

Table 5 Estimation of the parameter r_i by TB，GA and MV methods

参数	TB	GA	MV
r_1	0.946 9	0.928 5	0.945 8
r_2	–0.173 8	–0.142 2	–0.170 7
r_3	–0.404 9	–0.352 2	–0.430 9
r_4	0.236 1	0.291 2	0.237 8

在获得参数 r_i 的值后，可以得到置信区间为 5% 时的总体所需经济资本量，结果见表 6. 为了进一步比较共单调模型与 Copula 模型的在度量财产保险公司承保风险时的异同，本文同样选取了不同的 Copula 函数，并运用 Copula 模型度量财产保险公司承保风险. 基于以下两方面的原因，将备选 Copula 函数局限于椭圆类 Copula 函数族中的 Gauss-Copula 函数和 t-Copula 函数：第一、椭圆类 Copula 函数在构造多风险联合分布方面获得了广泛应用[8,12,13]；第二、包括 Archimedean Copula 在内的其它 Copula 函数在构造多风险联合分布方面还存在着很大的局限性，难以获得广泛应用[22,23]. 在 t-Copula 函数自由度的选择中分别选取的自由度为 3 和 11. 理论上，自由度越低，t-Copula 函数的尾部也就越厚，得出的经济资本要求也就越高；反之，自由度越高，t-Copula 函数的尾部也就越薄，得出的经济资本就越接近 Gauss-Copula 函数度量的结果[8]. 运用 Copula 理论度量风险的方法可以参看文献[7 – 13]. 在 Copula 模型中需要使用到 Monte Carlo 仿真技术，在仿真中模拟产生的组合损失率序列数为100 000 组，为了增加可比性，置信区间同样设为 5%，具体计算结果同样见表 6.

表 6 共单调模型和 Copula 模型对经济资本估计

Table 6 Estimation of the economic capital by comonotonicity model and Copula model

单位：百万元

度量方法		VaR	均值	经济资本	DB
共单调模型	TB	90 564	81 361	9 203	24.87%
	GA	90 556	81 361	9 205	24.85%
	MV	90 565	81 361	9 204	24.86%
Copula 模型	Gauss-Copula	90 766	81 361	9 405	23.22%
	t(3)-Copula	90 978	81 361	9 617	21.49%
	t(10)-Copula	90 565	81 361	9 204	24.86%

通过比较表 6 中运用共单调模型和 Copula 模型对财产保险公司承保风险经济资本估计结果，可以发现：

1) 由共单调模型和 Copula 模型估计结果得出，A 财产保险公司 2010 年所需经济资本量介于 9 203 百万元到 9 617 百万元之间. 根据 2010 年该保险公司总保费收入为 111 602 百万元，可以得出经济资本占总保费收入的比例介于 8.25% 至 8.62% 之间，平均值为 8.34%. 换句话说，为了确保在 95% 的置信水平下不会出现偿付能力不足

的问题,A 财产保险公司必须提取总保费收入 8.34% 的资本作为风险储备资本. 这一结论可以应用于该保险公司日常内部管理中,如果经评估后的实际偿付能力小于总保费收入的 8.34%,说明其偿付能力不能够维持现有的风险水平. 因此,保险公司必须寻找造成过度承担风险的原因,调整承保风险结构,确保公司经营的安全.

2) 同表4 中运用加权平均方法计算的经济资本相比,无论是共单调模型还是 Copula 模型,所得的经济资本量均显著小于直接加权平均后的结果,表明两种方法均能很好的度量不同承保风险之间的分散化效应. 为了比较不同风险度量方法的分散化效应的大小,Tang 等[14] 引入了分散化效应收益(diversification benefits, DB) 的概念⑤. 显然,两种方法均产生了正的DB,且DB 的大小介于21.49% 至24.87% 之间. 正的DB 意味着对于相同的风险,与加权平均方法相比,运用共单调方法和 Copula 方法可以降低风险储备资本的规模. 而资本的获取是需要成本的,更少的风险储备资本意味着更低的资本成本.

3) 比较共单调模型和Copula 模型不难发现,共单调模型能够得到比 Copula 模型更精确的度量结果. 在共单调模型中,运用 TB, GA 和 MV 三种方法度量得到的经济资本在数值上非常接近,然而使用不同 Copula 模型得到的度量结果却有较大的差别,例如当 Copula 函数选择为 t(3) -Copula 函数时,得到的经济资本就比 t(10) -Copula 函数时高了 4.49%. 影响 Copula 模型度量结果原因主要包括: 第一、尾部风险特征是选择 Copula 函数的重要标准,不同 Copula 函数刻画了不同的尾部风险结构,例如 t(3) -Copula 函数就比 t(10) -Copula 函数具有更厚的尾部,自然需要的经济资本就更多,但是在度量过程中,受到承保风险统计数据的制约,难以引入后验分析检验和统计检验方法辅助判断是否选择了合适的 Copula 函数; 第二、在多风险情形中,具有有效解的 Copula 函数还比较少,导致备选 Copula 函数不足. 基于以上两点原因,在实践中很难选择正确的 Copula 函数,所以使用 Copula 模型只能获得大致的估计结果,如果需要更加精确的度量结果,在方法上可以选择共单调模型.

3 结束语

财产保险公司的承保风险通常具有以下两个特点: 第一、财产保险公司为了分散风险和降低营业收入的波动性,会同时经营多条不同的承保业务线; 第二、频繁收集承保风险损失数据的成本通常是高昂的,因此承保风险损失数据与市场风险等高频损失数据有着很大的区别. 针对财产保险公司承保风险的上述特点,本文引入了共单调模型度量财产保险公司的承保风险,并将共单调模型同 Copula 模型进行了比较. 通过实证发现,共单调模型和 Copula 模型均能很好的刻画不同承保业务线之间的风险分散化效应,但是共单调模型比 Copula 模型得到的结果更加精确. 可见,同 Copula 模型相比较,共单调模型更适合于度量财产保险公司承保风险.

参考文献:

[1] 杨 旭. 保险企业集团经济资本总合与分配的实证分析[J]. 保险研究, 2008, (6): 63 -66.
Yang Xu. Study on the economic capital aggregation and allocation for insurance enterprises[J]. Insurance Studies, 2008, (6): 63 -66. (in Chinese)

[2] 陈迪红, 林晓亮. 我国财险公司产品业务线经济资本配置的实证研究[J]. 财经理论与实践, 2008, (6): 31 -35.
Chen Dihong, Lin Xiaoliang. The empirical analysis on the economic capital of the business lines in the Chinese property insurance company[J]. The Theory and Practice of Finance and Econormics, 2008, (6): 31 -35. (in Chinese)

[3] Cont R. Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues[J]. Quantitative Finance, 2001, 1: 223 -236.

[4] Christofferson P. Elements of Financial Risk Management[M]. San Diego: Academic Press, 2003: 65 -69.

⑤ 分散化效应收益是指通过引入一种新的风险度量方法得到的经济资本比运用加权平均方法计算得到的经济资本减少的幅度.

[5] Mantegna R, Stanley H. An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000: 121 – 134.

[6] 林 宇, 黄登仕, 魏 宇. 肥尾分布及长记忆下的动态 EVT-VaR 测度研究 [J]. 管理科学学报, 2011, 14(7): 72 – 82.

Lin Yu, Huang Dengsi, Wei Yu. Study on financial markets dynamic EVT-VaR measuring based on fated-tail distribution and long memory volatility [J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(7): 72 – 82. (in Chinese)

[7] 余素红, 张世英, 宋 军. 基于 GARCH 模型和 SV 模型的 VaR 比较 [J]. 管理科学学报, 2004, 7(5): 61 – 66.

Yu Suhong, Zhang Shiying, Song Jun. Comparison of VaR based on GARCH and SV models [J]. Journal of Management Sciences in China, 2004, 7(5): 61 – 66. (in Chinese)

[8] 徐 炜, 黄炎龙. GARCH 模型与 VaR 的度量研究 [J]. 数量经济技术经济研究, 2008, (1): 120 – 132.

Xu Wei, Huang Yanlong. Empirical analysis on GARCH type models and VaR [J]. The Journal of Quantitative & Technical Economics, 2008, (1): 120 – 132. (in Chinese)

[9] Embrechts P, Mcneil A, Straumann D. Correlation and dependence in risk management: Properties and pitfalls [M]. Dempster M. Risk Management: Value at Risk and Beyond. Cambridge: Cambridge University Press, 1999: 176 – 223.

[10] Huang Jen-Jsung, Lee Kuo-Jung, Liang Hueimei, et al. Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method [J]. Insurance: Mathematics & Economics, 2009, (3): 315 – 324.

[11] 吴振翔, 陈 敏, 叶五一, 等. 基于 Copula-GARCH 的投资组合风险分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2006, (3): 45 – 52.

Wu Zhenxiang, Chen Min, Ye Wuyi, et al. Risk analysis of portfolio by Copula-GARCH [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2006, (3): 45 – 52. (in Chinese)

[12] 陈 辉, 陈建成. 我国保险投资组合的模拟和金融风险测量研究 [J]. 统计研究, 2008, (11): 64 – 71.

Chen Hui, Chen Jiancheng. Modeling and financial risk measure for the China’s insurance investment portfolio [J]. Statistical Research, 2008, (11): 64 – 71. (in Chinese)

[13] 张金泉, 李 徐. 资产组合的集成风险度量及其应用——基于最优拟合 Copula 函数的 VaR 方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, (6): 14 – 21.

Zhang Jinquan, Li Xu. Portfolio integrated risk measurement and its application: VaR method based on goodness-of-fit copula function [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2008, (6): 14 – 21. (in Chinese)

[14] Tang A, Valdez E. Economic capital and the aggregation of risks using copulas [J]. 28th International Congress of the Actuaries, 2009.

[15] Dhaene J, Wang S, Young V, et al. Comonotonicity and maximal stop-loss premiums [J]. Bulletin of the Swiss Association of Acturies, 2000, 2: 99 – 113.

[16] Wang S, Dhaene J. Comonotonicity, correlation order and stop-loss premiums [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1998, 22(3): 235 – 243.

[17] Nielsen J, Sandmann K. Pricing bounds on Asian options [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2003, 38 (2): 449 – 2002.

[18] Dhaene J, Denuit M, Goovaerts M, et al. The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: Theory [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2002, 31(1): 3 – 33.

[19] Dhaene J, Denuit M, Goovaerts M, et al. The concept of comonotonicity in actuarial science and finance: Application [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2002, 31(2): 133 – 161.

[20] Kaas R, Dhaene J, Goovaerts M. Upper and lower bounds for sums of random variables [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2000, 27(2): 151 – 168.

[21] Vanduffel S, Hoedemakers T, Dhaene J. Comparing approximations for risk measures of sums of non-independent lognormal random variables [J]. North American Actuarial Journal, 2005, 9 (4): 71 – 82.

[22] Deelstra G, Vanmaele M, Vyncke D. Minimizing the risk of a financial product using a put option [J]. The Journal Risk and Insurance, 2010, 77(4): 767 – 800.

[23] 张明恒. 多金融资产风险价值的 Copula 计量方法研究 [J]. 数量经济技术经济研究, 2004, (4): 67 – 71.

Zhang Mingheng. Study on the multi-financial assets’ VaR using copula methods [J]. The Journal of Quantitative and

Technical Economics, 2004, (4): 67 – 71. (in Chinese)
[24] Eling M, Toplek D. Modeling and management of nonlinear dependencies: Copulas in dynamic financial analysis [J]. The Journal Risk and Insurance, 2009, 76(3): 651 – 681.
[25] 魏　宇. 股票市场的极值风险测度及后验分析研究 [J]. 管理科学学报, 2008, 11(1): 78 – 88.
Wei Yu. EVT Risk measurement and its back testing in stock markets [J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(1): 78 – 88. (in Chinese)
[26] 周春阳, 吴冲锋. 基于目标的风险测度方法 [J]. 管理科学学报, 2009, 12(6): 84 – 89.
Zhou Chunyang, Wu Chongfeng. Target-based risk measuring method [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(6): 84 – 89. (in Chinese)

Underwriting risk measurement for China' property insurance using comonotonicity methods

WANG Zheng-wen, TIAN Ling
School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China

Abstract: Considering the facts that the data are not high frequent ones and the business lines are more than two, the copula models used to construct the joint distributions in market risk measurement are not completely applied to the underwriting risks measurement, this paper constructs a comonotonicity model to tentatively discuss how to measure the economic capital for underwriting risks combined with the characteristics of the underwriting risks. The paper uses a real property insurance to show the process of the assessment process of the underwriting risks. In the empirical analysis, the paper also compares the comonotonicity model and the copula model. Empirical results show that both the comonotonicity model and the copula model can measure the diversification of the business lines. However, the comonotonicity model can get more accurate results than the copula model.

Key words: underwriting risk; economic capital; comonotonicity