第 18 卷第 2 期
2015 年 2 月

管 理 科 学 学 报
JOURNAL OF MANAGEMENT SCIENCES IN CHINA

Vol. 18 No. 2
Feb. 2015

基于局部变权模型的企业质量信用评估①

余高锋[1,2]，刘文奇[1]，石梦婷[1]

(1. 昆明理工大学理学院，昆明 650093; 2. 三明学院信息工程学院，三明 365004)

摘要: 研究了局部变权向量. 首先定义了改进的局部变权向量,提出了与之对应的状态局部变权向量和局部均衡函数. 分别证明了它们的共轭向量(函数) 也具有相应的性质,然后定义了局部变权向量的变权综合度. 最后,利用局部变权向量建立企业质量信用评估模型. 通过实例说明了该理论是有效的和合理的.

关键词: 局部变权向量; 状态局部变权向量; 局部均衡函数; 变权综合度; 企业质量信用

中图分类号: F224.0　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1007 - 9807(2015) 02 - 0085 - 10

0 引 言

在社会生活中,多属性决策已经成为决策科学、系统工程、管理学等领域中的热点课题,目前在多属性决策中,主要是通过某种集结方法进行求解. 线性加权综合是常用的集结方法,称其为常权综合方法. 然而在实际应用中,这种方法具有一定的片面性,有时候会导致不科学的决策结果. 为了避免这个问题,我国学者汪培庄教授于 20 世纪 80 年代率先提出变权综合思想[1],文献[2 - 4]对变权的本质和原理进行了系统的研究,定义了变权向量、状态变权向量和均衡函数等一系列概念,提出了变权综合原理. 并且得到了变权向量构造方法. 文献[5 - 6]对状态变权向量和均衡函数的性质及其构造方法进行了研究. 文献[7 - 9]研究了变权向量效果和变权能力,提出了离散度、调节和调权水平等概念,为分析变权向量的变权效果提供了有力的工具. 文献[10]给出了利用语言变量词构造状态变权向量的方法. 文献[11]提出了基于可拓理论和变权理论的新方法——层次变权优度评价法,并且应用于供应链合作伙伴选择. 文献[12]提出了关于方案优先排序的变权 AHP 方法,并对该方法的变权机理及其相对传统 AHP 的优点给予了理论分析. 文献[13 - 14]对变权原理与效用函数的关系进行了深入研究,提出了一般变权模型. 文献[15]建立基于信息度量的企业组织系统协同性评价模型. 文献[16]建立基于社会福利的专利研发投资策略评价方法.

然而,目前关于变权的研究成果都不能合理体现决策者的心理状态和认知程度,并且具有一定的局限性. 因此,本文系统研究局部变权原理,结合决策者的偏好,提出改进的局部变权模型. 首先定义了改进的局部变权向量,提出了与之对应的状态局部变权向量和局部均衡函数,分别证明它们的共轭向量(函数) 也具有相应的性质; 然后定义局部变权向量的变权综合度,提出了惩罚型变权综合、激励型变权综合和临界型变权综合; 最后,利用局部变权向量建立企业质量信用评估模型,通过实例说明了该理论是有实际意义的.

① 收稿日期: 2012 - 07 - 15; 修订日期: 2013 - 05 - 27.
基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(71231003) ; 国家自然科学基金资助项目(11101193; 71171055; 70871117) ; 科技部科技型中小企业技术创新基金资助项目(11C26215305906) ; 福建省自然科学基金资助项目(2012J012802) ; 福建省大学生创新创业训练计划资助项目(201311311023) .
作者简介: 余高锋(1986—) ，男，福建寿宁人，硕士，助教. Email: yugaofeng666@ 163. com

1 局部变权向量

为简便记,在以后讨论中,设

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_m)^{\mathrm{T}}$$

表示因素状态向量,

$$\boldsymbol{I}_m = \{(x_1, x_1, x_2, \cdots, x_m)^{\mathrm{T}} \mid 0 \leqslant x_j \leqslant 1\}$$

表示 R^m 中的正方体,I_m^+ 表示 I_m 的内部. 记

$$\boldsymbol{0} = (0, 0, \cdots, 0)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{e} = (1, 1, \cdots, 1)^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, \cdots, p_m)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{q} = (q_1, q_2, \cdots, q_m)^{\mathrm{T}}$$

均为 m 维列向量;

$$\boldsymbol{w}(x) = (w_1(x), w_2(x), \cdots, w_m(x))^{\mathrm{T}}$$

为 m 维函数列向量. 向量 $\boldsymbol{a} \geqslant \boldsymbol{b}$ 是指 $\boldsymbol{a}$ 的各分量大于或等于 $\boldsymbol{b}$ 的对应分量,其它的也类似.

下面定义给出了改进的局部变权向量的概念和基本类型.

定义 1.1 设

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \boldsymbol{I}_m, \boldsymbol{w}(x) \in C^1(I_m^+)$$

其中 $\boldsymbol{p} \leqslant \boldsymbol{q}$ 若 $\boldsymbol{w}(x)$ 满足:

1) $\boldsymbol{w}(\mathrm{x}) \geqslant \boldsymbol{0}$;

2) $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}(x) = 1$;

3) 对任意 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$,有

$$\frac{\partial w_j}{\partial x_j} \begin{cases} \leqslant 0, & x_j \leqslant p_j \\ \geqslant 0, & x_j > q_j \end{cases}$$

4) 变权综合函数 $\boldsymbol{v}(x) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}(x)$ 单调递增.

则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 以 $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$ 为激励策略的局部变权向量,简称局部变权向量; 称 $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$ 为局部变权向量 $\boldsymbol{w}(x)$ 的激励策略.

若变权 $\boldsymbol{w}(x)$ 的激励策略 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{q} = \boldsymbol{e}$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为惩罚型变权向量; 若变权 $\boldsymbol{w}(x)$ 的激励策略 $\boldsymbol{0} < \boldsymbol{q} < \boldsymbol{e}$ 和 $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{e}$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为局部惩罚型变权向量; 若变权 $\boldsymbol{w}(x)$ 的激励策略 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{q} = \boldsymbol{0}$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为激励型变权向量; 若变权 $\boldsymbol{w}(x)$ 的激励策略 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}$ 和 $\boldsymbol{0} < \boldsymbol{q} < \boldsymbol{e}$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为局部激励型变权向量; 若变权 $\boldsymbol{w}(x)$ 的激励策略 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{q}$ 和 $\boldsymbol{0} < \boldsymbol{q} < \boldsymbol{e}$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为折衷型变权向量; 若变权 $\boldsymbol{w}(\mathrm{x})$ 的激励策略 $\boldsymbol{p} < \boldsymbol{q}$,并且 $\boldsymbol{0} < \boldsymbol{p} < \boldsymbol{e}$ 和 $\boldsymbol{0} < \boldsymbol{q} < \boldsymbol{e}$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为折衷型局部变权向量; 若 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{q} \in \{0, 1\}^m$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为混合型变权向量; 若变权 $\boldsymbol{w}(x)$ 的激励策略 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0}$ 和 $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{e}$,则称 $\boldsymbol{w}(x)$ 为常权向量.

定义 1.2 设

$$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \boldsymbol{I}_m, \boldsymbol{w}(x) \in C^1(I_m^+)$$

其中 $\boldsymbol{p} \leqslant \boldsymbol{q}$ 若 $\boldsymbol{s}(x)$ 满足:

1) $\boldsymbol{s}(x) \geqslant \boldsymbol{0}$;

2) $s_j(\delta_{ij}(x_1, x_2, \cdots, x_m)) = s_j(x_1, x_2, \cdots, x_m)$;

3) 对任意 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$,有

$$\frac{\partial s_j}{\partial x_j} \begin{cases} \leqslant 0, & x_j \leqslant p_j \\ \geqslant 0, & x_j > q_j. \end{cases}$$

4) 对于任意权向量 $w^0 = (w_1^0, w_2^0, \cdots, w_m^0)$ 有

$$w_j(x) = \frac{w_j^0 s_j(x)}{\sum_{i=1}^{m} w_i^0 s_i(x)}$$

5) 变权综合函数 $\boldsymbol{v}(x) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}(x)$ 单调递增;

记 $(s_1(x), s_2(x), \cdots, s_m(x))$ 为状态局部变权向量,称 $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$ 为状态局部变权向量 $\boldsymbol{s}(x)$ 的激励策略.

类似定义 2.1,状态局部变权向量也具有 6 种类型.

定理 1.1 若 $\boldsymbol{s}(x)$ 为以 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{q}$ 为激励策略的状态局部变权向量,则由 $s(x)$ 得到变权向量 $\boldsymbol{w}(x)$ 是以 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{q}$ 为激励策略的局部变权向量.

证明 $w(x)$ 的非负性 1),归一性 2) 和 4) 是显然的. 又因为

$$\frac{\partial w_j}{\partial x_j} = \frac{w_j^0 \dfrac{\partial s_j}{\partial x_j} \sum_{i=1}^{m} w_i^0 s_i(x) - w_j^0 s_j(x) w_j^0 \dfrac{\partial s_j}{\partial x_j}}{\left[\sum_{i=1}^{m} w_i^0 s_j(x)\right]^2}$$

$$= w_j^0 \frac{\partial s_j}{\partial x_j} \sum_{k \neq j}^{m} \frac{w_k^0 s_k(x)}{\left[\sum_{i=1}^{m} w_i^0 s_i(x)\right]^2} \begin{cases} \leqslant 0, & x_j \leqslant p_j \\ \geqslant 0, & x_j > q_j. \end{cases}$$

故 3) 成立. 因此 $\boldsymbol{s}(x)$ 得到变权向量 $\boldsymbol{w}(x)$ 是以 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{q}$ 为激励策略的局部变权向量. 证毕.

定理 1.2 若 $\boldsymbol{w}(x)$ 为以 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{q}$ 为激励策略的局部变权向量,则 $\bar{\boldsymbol{w}}(x) = \boldsymbol{w}(\boldsymbol{e} - x)$ 为以 $\boldsymbol{e} - \boldsymbol{q}$ 和 $\boldsymbol{e} - \boldsymbol{p}$ 为激励策略的局部变权向量,且 $\boldsymbol{w}(x) = \bar{\bar{\boldsymbol{w}}}(x)$.

证明 1) 由于 $\bar{\bar{\boldsymbol{w}}}(x) = \boldsymbol{w}(x)$,可知 $\bar{\boldsymbol{w}}(x) \geqslant 0$ 和 $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} \bar{\boldsymbol{w}}(x) = 1$,因此 $\bar{\boldsymbol{w}}(x)$ 满足变权定义 1.1 的 1) 和 2).

根据定义 1.1，$w(x)$ 以 p 和 q 为激励策略的局部变权向量，有

$$\frac{\partial w_j}{\partial x_j}\begin{cases}\leqslant 0, & x_j \leqslant p_j\\ \geqslant 0, & x_j > q_j.\end{cases}$$

设 $u_j = 1 - x_j$，则

$$\frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial w_j(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})}{\partial u_j}\frac{\mathrm{d}u_j}{\mathrm{d}x_j} = -\frac{\partial w_j(\boldsymbol{u})}{\partial u_j}\begin{cases}\geqslant 0, & u_j \leqslant p_j\\ \leqslant 0, & u_j > q_j\end{cases}$$

即

$$\frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x_j}\begin{cases}\leqslant 0, & x_j \leqslant 1-q_j\\ \geqslant 0, & x_j > 1-p_j\end{cases}$$

故 3) 成立. 又因为

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{v}}(x) &= \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})\\ &= 1-[\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})]\\ &= 1-(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})\\ &= 1-\boldsymbol{v}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{\boldsymbol{v}}(x)}{\partial x_j} &= \frac{\partial\{1-\boldsymbol{v}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})\}}{\partial x_j} = -\frac{\partial v(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})}{\partial x_j}\\ &= -\frac{\partial \boldsymbol{v}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})}{\partial u_j}\frac{\mathrm{d}u_j}{\mathrm{d}x_j} = \frac{\partial \boldsymbol{v}(\boldsymbol{u})}{\partial u_j} > 0\end{aligned}$$

故 4) 成立. 由定义 1.1 可知，$\bar{w}(x)$ 以 $\boldsymbol{e}-\boldsymbol{q}$，$\boldsymbol{e}-\boldsymbol{p}$ 为激励策略的局部变权向量.

2) 由于 $\bar{\boldsymbol{w}}(x) = \boldsymbol{w}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})$ 有

$$\begin{aligned}\bar{\bar{\boldsymbol{w}}}(x) &= (\boldsymbol{w}_1(\boldsymbol{e}-(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})),\cdots,\boldsymbol{w}_m(\boldsymbol{e}-(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})))\\ &= (w_1(x),w_2(x),\cdots,w_m(x)) = \boldsymbol{w}(x)\end{aligned}$$

因此 $\bar{\bar{\boldsymbol{w}}}(x) = \boldsymbol{w}(x)$　　证毕.

以后称 $\bar{\boldsymbol{w}}(x)$ 为 $w(x)$ 的共轭局部变权向量.

定理 1.3　若 $s(x)$ 为以 p 和 q 为激励策略的状态局部变权向量，则 $\bar{s}(x) = s(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})$ 为以 $\boldsymbol{e}-\boldsymbol{q}$ 和 $\boldsymbol{e}-\boldsymbol{p}$ 为激励策略的状态局部变权向量，且 $\bar{\bar{s}}(x) = s(x)$.

定理 1.3 的证明类似定理 1.2，此略.

以后称 $\bar{s}(x)$ 为 $s(x)$ 的共轭状态局部变权向量.

推论 1.1　若 $w(x)$ $s(x)$ 为惩罚型(状态)变权向量，则 $\bar{w}(x)$ 为激励型(状态)变权向量; 反之成立.

由推论 1.1 可知，要获得一激励型变权只须先获得一惩罚型变权然后取其共轭即可. 同理，对状态局部变权向量类似.

定理 1.4　若 $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(x)$ 为变权综合函数，$\bar{\boldsymbol{v}}(x) = \boldsymbol{v}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})$，则有

$\bar{\boldsymbol{v}}(x) = 1-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{w}}(x)$

且 $\bar{\bar{\boldsymbol{v}}}(x) = \boldsymbol{v}(x)$.

证明　1) 由于 $\sum_{i=1}^{m} w_i(x) = 1$，有

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{v}}(x) &= \boldsymbol{v}(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})\\ &= \sum_{i=1}^{m}(1-x_i)w_i(1-x)\\ &= 1-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{w}}(x)\end{aligned}$$

因此原式成立.

2) 类似定理 1.2 的 2) 的证明，可得 $\bar{\bar{\boldsymbol{v}}}(x) = \boldsymbol{v}(x)$.　　证毕.

定义 1.3　函数 $B:[0,1]^m \to R$ 称为局部均衡函数，是指它具有非负连续的偏导数 $s_j(x) = \dfrac{\partial B}{\partial x_j}$，并且它为状态局部变权向量，其中 $j = 1,2,\cdots,m$.

定理 1.5　若 $B(x)$ 为局部均衡函数并且有界，则 $\bar{B}(x) = -B(\boldsymbol{e}-x)$ 为局部均衡函数.

证明　令 $u_j = 1-x_j$，$s_j(x) = \dfrac{\partial B}{\partial x_j}$，因为

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{B}(x)}{\partial x_j} &= \frac{\partial\{-B(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{x})\}}{\partial x_j} = \frac{\partial\{-B(u)\}}{\partial u_j}\frac{\mathrm{d}u_j}{\mathrm{d}x_j}\\ &= \frac{\partial B(u)}{\partial u_j} = s(u)\end{aligned}$$

由于 $s(x)$ 为状态局部变权向量，因此可知，$s(u)$ 也是状态局部变权向量. 即 $\bar{B}(x)$ 也是局部均衡函数.　　证毕.

推论 1.2　若 $B(x)$ 为惩罚型均衡函数，则 $\bar{B}(x)$ 为激励型均衡函数; 反之成立.

将 $\bar{B}(x)$ 称为 $B(x)$ 的共轭函数. 由定理 1.5 和推论 1.2 可知，一个局部均衡函数且有界，取其共轭还是局部均衡函数，这为构造局部均衡函数

提出一种新方法.

2 局部变权向量的变权效果

定义 2.1 设 $w(x)$ 为局部变权向量, w^0 为常权向量,定义因素的状态组合 x 关于 $w(x)$ 与 w^0 的变权综合度为

$$\rho(x) = \frac{x^{\mathrm{T}} w(x)}{x^{\mathrm{T}} w^0}$$

若 $\rho(x) > 1$,则称 $v(x)$ 为激励型变权综合; 若 $\rho(x) < 1$,则称 $v(x)$ 为惩罚型变权综合; 若 $\rho(x) = 1$ 则称 $v(x)$ 为临界型变权综合.

定理 2.1 若 $w(x)$ 是激励型变权,则 $\rho(x) \geqslant 1$,反之不成立.

证明 1) 不妨设 $x_1 < x_2 < \cdots < x_m$, $w_j^0 \neq 0$,其中 $j = 1,2,\cdots,m$. 由于 $w(x)$ 是激励型变权,有

$$\frac{w_1(x)}{w_1^0} \leqslant \frac{w_2(x)}{w_2^0} \leqslant \cdots \leqslant \frac{w_m(x)}{w_m^0}$$

存在正整数 i_0,当 $i < i_0$ 时, $w_i(x) \leqslant w_i^0$; 当 $i \geqslant i_0$ 时, $w_i(x) \geqslant w_i^0$. 假设属性 $a_1, a_2, \cdots, a_{i_0}$ 的权重减少了,分别为 $\Delta_1, \Delta_2, \cdots, \Delta_{i_0}$; 属性 $a_{i_0+1}, a_{i_0+2}, \cdots, a_m$ 的权重增加了,分别为 $\Delta_{i_0+1}, \Delta_{i_0+2}, \cdots, \Delta_m$; 易知有

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \cdots + \Delta_{i_0} = \Delta_{i_0+1} + \Delta_{i_0+2} + \cdots + \Delta_m$$

则

$$\begin{aligned}
x^{\mathrm{T}} w(x) &= \sum_{i=1}^{m} w_i(x) x_i \\
&= \sum_{i=1}^{i_0} (w_i^0 - \Delta_i) x_i + \sum_{i=i_0+1}^{m} (w_i^0 + \Delta_i) x_i \\
&= \sum_{i=1}^{m} w_i^0 x_i - \sum_{i=1}^{i_0} \Delta_i x_i + \sum_{i=i_0+1}^{m} \Delta_i x_i \\
&\geqslant \sum_{i=1}^{m} w_i^0 x_i - \sum_{i=1}^{i_0} \Delta_i x_{i_0} + \sum_{i=i_0+1}^{m} \Delta_i x_{i_0} \\
&= \sum_{i=1}^{m} w_i^0 x_i = x^{\mathrm{T}} w^0
\end{aligned}$$

因此有 $\rho(x) \geqslant 1$. 证毕.

2) 令 $w(x) = w^0$,则有 $\rho(x) = 1$,因此反之不成立. 证毕.

定理 2.2 若 $w(x)$ 是惩罚型变权,则 $\rho(x) \leqslant 1$; 反之不成立.

定理 2.2 的证明与定理 2.1 类似,此略.

3 企业质量信用评估模型

长期以来,假冒伪劣产品屡禁不止,质量诈骗花样不断翻新,严重侵害了消费者的合法权益,扰乱了正常的市场经济秩序,败坏国家声誉. 企业质量信用评估是企业信用评估最重要的的组成部分之一,是企业生存发展的前提,是维护消费者健康安全、提高企业经济效益和增强企业的核心竞争力的重要基础. 质量信用问题已经成为了我国社会经济中十分突出的矛盾和问题,而质监部门承担的生产监督和行政执法的职能,在企业质量信用评估建设中起着相当重要的作用. 目前国内外就企业质量信用的评估没有统一的标准和规范,各质监部门的传统评估方法主观性强和可操作性差. 科学合理的企业质量信用评估体系有助于人们对企业质量的信用评估,有助于质监部门对企业许可证审批、质量监管和产品标准制定,有助于为银行信贷、司法部门、政府采购招标等提供权威信息,对质监部门加强检查监管、降低管理成本、提高产品的质量、增强企业竞争力等意义重大. 影响企业质量信用评估指标体系科学性和合理性的因素很多,企业质量信用评估体系的指标遗漏和信息间的重复都会影响评估结果的准确性和客观性,大多数的评估根据需要而主观确定标准,造成个人的主观性影响评估体系的有效性. 本文提出的基于改进的局部变权模型和粗糙集理论的评估方法,粗糙集理论处理离散数据信息功能强大,对样本分布的要求不高,同时挖掘指标之间的潜在关系利用粗糙集的属性约简筛选企业质量信用评估属性; 并且确定属性的权重,结合局部变权向量确定综合权重,对企业质量信用进行评估.

根据国家质量监督检验检疫总局关于加强企业质量信用监管工作的意见,结合昆明市质量技术监督局的《基于质量技术监督管理信息系统》的数据以及各种监管渠道获得的产品质量记录,确定以产品质量,违法记录等作为条件属性,评价等级为决策属性. 并且进行属性值语义鉴定.

各属性具体取值如下:

1) 产品质量(c_1): 3 年内质量检查合格,产品

质量稳定，产品出产合格率达到 100%，检验合格率为 100%，检验检疫机构检验合格达到 100%，属性值为 2; 产品检验合格，但相关材料有不齐全现象或存在产品标识不合格行为，属性值为 1; 因质量问题造成重大危害的，属性值设为 0.

2) 违法记录(c_2): 3 年内无违法违规记录的，属性值设为 2; 存在主观故意的轻微违法行为被责令改正的，属性值设为 1; 因违法经营受到行政部门行政处罚的，属性值设为 0.

3) 产品广告(c_3): 无产品虚假广告，无对外提供虚假数据和其他虚假宣传的，属性值设为 2; 存在产品虚假广告，对外提供虚假数据和其他虚假宣传，但未造成较大危害和较大损失的，属性值设为 1; 存在产品虚假广告，对外提供虚假数据和其他虚假宣传造成重大危害事故的，属性值设为 0.

4) 设备管理(c_4)(特种设备管理，计量管理): 定期检查合格，计量器具校准或检定标识齐全，属性值设为 1; 否则为 0.

5) 认证情况(c_5): 若获得 ISO9000 质量体系认证，产品质量认证，国家完善计量检测体系合格证书，ISO14000 环境管理体系认证，OHSA18000 职业安全健康体系认证等中的某些国际认证或专业认证，则属性值设为 1; 否则为 0.

6) 采标情况(c_6): 采用国际标准并经审查获得采标，属性设为 2; 采用国家标准并经审查获得采标，但没有采用国际标准，属性设为 1; 采用国家标准，但没有达到国家标准，属性值设为 0.

7) 资质情况(c_7): 按照国家规定已取得相应资质证书并在有效期内的属性值为 1; 否则为 0.

8) 售后服务(c_8): 按明示或承诺服务条款做好服务，属性值设为 1，严重违反明示或承诺服务条款，不能提供售后服务，属性值设为 0.

9) 事故处理(c_9): 当年无属于企业责任而引起的质量、计量投诉、索赔和退货、无因质量而导致的事故，属性值设为 2; 能及时解决因企业责任而引起的质量、计量投诉、索赔和退货，无因质量而导致的事故，属性值设为 1; 未能及时解决因企业责任而引起的质量、计量投诉、索赔和退货、发生过因质量不良而导致一般事故的，属性值设为 0.

10) 综合评价(c_{10}): 获得驰名商标，名牌或免检等商标的企业，属性值设为 1; 未获得任何商标的企业，属性值设为 0.

11) 企业质量信用等级(d): 企业质量信用等级分为守信，基本守信，失信，严重失信 4 级信用程度，属性值分别设为 A，B，C，D.

3.1 属性初始权重的确定

粗糙集理论[17-18] 通过不可分辨关系实现了已知的获取和不一致问题的处理. 在粗糙集中，设 $S = (U, A, V, f)$ 为信息系统，也称为知识表示系统. 其中，$U = \{U_1, \cdots, U_{|U|}\}$ 为有限非空集合，称为论域对象空间; $A = \{A_1, \cdots, A_{|A|}\}$ 为属性的有限非空集合. $V = \cup V_a$，其中，$a \in A$，V_a 为属性 a 的值域: $f: U \times A \to V$ 为信息函数，对于 $\forall a \in A$，$\forall x \in U$，$f(x, a) \in V_a$，它是指定 U 中每一个对象的属性值. 具有条件属性集 C 和决策属性集 $D(A = C \cup D, C \cup D = \varnothing)$ 的信息系统称为决策信息系统. 由条件属性集 C 和决策属性集 D 定义的不可分辨关系对 U 产生的划分，分别表示为

$$U/C = \{c_1, c_2, \cdots, c_m\}$$

$$U/D = \{d_1, d_2, \cdots, d_n\}$$

其中: $m = |U/C|$; $n = |U/G|$; $|\cdot|$表示集合的基数.

对 $P \in C$，D_j 的下近似和上近似分别定义为

$$\underline{P}X(d_j) = \{x \mid [x]_P \subseteq d_j\}$$

$$\bar{P}X(d_j) = \{x \mid [x]_P \cap d_j \neq \varnothing\}$$

粗糙集隶属度定义为

$$\mu_{d_j}(x) = \frac{|[X]_P \cap d_j|}{|[X]_P|}$$

式中 $j = 1, 2, \cdots, n$. 该函数可以理解为 x 属于 d_j 置信度，即可以记为 $P(d_j \mid [x]_P)$.

P 对于 D 的分类质量定义为

$$\gamma(P, D) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\underline{P}X(d_j)|}{|U|}$$

式中 $\gamma(P, D)$ 表示 P 相对于 D 的重要程度. 若 $\gamma(P, D) = 0$，则说明 P 对 D 不重要.

AHP 可以通过比较不同指标的重要性来确

定指标的权重，其关键是确定判断矩阵. $A = (a_{ij})$ 为判断矩阵，其中 $a_{ij}a_{ji} = 1$，$a_{ii} = 1$. 若矩阵 A 还满足 $a_{ij} = a_{ik}a_{kj}$，则称 A 为完全一致性矩阵，其中 $i, j, k = 1, 2, \cdots, n$.

本文基于粗糙集理论的分类质量提出一种判断矩阵构造的方法，通过比较各条件属性之间的相对重要度，可以建立相应的判断矩阵集合 B，$B = (b_{ij})$ 其中 b_{ij} 表示 c_i 相对于 c_j 的重要度，为

$$b_{ij} = \frac{\gamma(c_i, D)}{\gamma(c_j, D)} = \frac{\sum_{k=1}^{n} |\underline{c_i}X(d_k)|}{\sum_{k=1}^{n} |\underline{c_j}X(d_k)|}$$

显然 $b_{ij} = b_{ik}b_{kj}$，故 B 为完全一致性矩阵，对 B，由几何均值法，有

$$w_{c_i} = \left(\prod_{j=1}^{n} b_{ij}\right)^{1/n}, \quad w_c = \sum_{i=1}^{m} w_{c_i}$$

进行归一化处理，得到属性 c_i 的权重为

$$w_c^{c_i} = \frac{w_{c_i}}{w_c}$$

该权重为根据数据计算所得的客观权重，基于此，结合变权综合进行决策，利用常权进行决策能够基本上反映各属性在多属性决策时的相对重要性. 但常权对各因素间的均衡反映迟钝，对评价评估会产生一些不合理的现象. 因此根据决策偏好，给出局部变权向量的激励策略为 p 和 q，以进行综合.

3.2 企业质量信用评估步骤

依据上述理论分析和介绍，给出企业质量信用相应评估的步骤:

第 1 步 确定属性集，收集数据，对数据预处理，并且对属性集进行语义界定，构造决策表.

第 2 步 计算分类质量 $\gamma(P, D)$.

第 3 步 检验 $\gamma(P, D)$ 的值: 若 $\gamma(P, D) = 0$，返回第 2 步; 若 $\gamma(P, D) > 0$，继续下一步.

第 4 步 计算它们的重要度，并且建立判断矩阵，求出初始权重.

第 5 步 根据决策者的偏好，给出局部变权向量的激励策略为 p 和 q，计算属性的综合权重.

第 6 步 将属性约简决策表格量纲化为 1，计算企业质量信用综合值，给出相应的等级.

3.3 算例

以昆明市质量技术监督局的《基于质量技术监督管理信息系统》中的数据为样本，选择 10 家企业作为评估对象，这些企业都是具有一定规模的生产企业，属性值覆盖较宽，数据缺失少，使评价结果具有可比性，建立企业质量信用决策表如表 1.

表 1 企业质量信用评估决策表

Table 1 The attribute decision table of enterprise quality technology credit evaluation

属性	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	1
u_1	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	A
u_2	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	A
u_3	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	C
u_4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	D
u_5	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	B
u_6	1	0	0	1	1	2	1	1	1	1	C
u_7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	B
u_8	2	2	0	1	1	2	1	1	1	1	A
u_9	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1	A
u_{10}	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	B

第 1 步 按照不同属性集对对象空间进行划分

$U/(c_1) = \{\{u_1, u_2, u_8, u_9\}, \{u_3, u_5, u_6, u_7, u_{10}\}, \{u_4\}\}$,

$U/(c_2) = \{\{u_1, u_2, u_8\}, \{u_3, u_5, u_7, u_9, u_{10}\}, \{u_4, u_6\}\}$,

$U/(c_3) = \{\{u_1, u_2, u_9\}, \{u_3, u_5, u_6, u_7, u_8, u_{10}\}, \{u_4\}\}$,

$U/(c_4) = \{\{u_1, u_2, u_3, u_5, u_6, u_8, u_9, u_{10}\}, \{u_4, u_7\}\}$,

$U/(c_5) = \{\{u_1,u_2,u_3,u_5,u_6,u_7,u_8,u_9,u_{10}\},\{u_4\}\}$，

$U/(c_6) = \{\{u_1,u_2,u_8\},\{u_3,u_4,u_5,u_6,u_7,u_8,u_9,u_{10}\}\}$，

$U/(c_7) = \{\{u_1,u_2,u_3,u_5,u_6,u_7,u_8,u_9,u_{10}\},\{u_4\}\}$，

$U/(c_8) = \{\{u_1,u_2,u_3,u_5,u_6,u_7,u_8,u_9,u_{10}\},\{u_4\}\}$，

$U/(c_9) = \{\{u_1,u_2\},\{u_3,u_5,u_6,u_7,u_8,u_9,u_{10}\},\{u_4\}\}$，

$U/(c_{10}) = \{\{u_1,u_2,u_3,u_5,u_6,u_7,u_8,u_9,u_{10}\},\{u_4\}\}$，

$U/(d) = \{\{u_1,u_2,u_8,u_9\},\{u_5,u_7,u_8,u_{10}\},\{u_3,u_6\},\{u_4\}\}$.

第2步　计算分类质量 $\gamma(P,D)$

$\gamma(c_1,D) = 0.5$，$\gamma(c_2,D) = 0.3$，$\gamma(c_3,D) = 0.4$，$\gamma(c_4,D) = 0.0$，$\gamma(c_5,D) = 0.1$，$\gamma(c_6,D) = 0.3$，$\gamma(c_7,D) = 0.1$，$\gamma(c_8,D) = 0.1$，$\gamma(c_9,D) = 0.3$，$\gamma(c_{10},D) = 0.1$.

因此令条件属性 $\omega_{c_4} = 0$

第3步　计算它们的重要度，并且建立判断矩阵

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 5/3 & 5/4 & 5 & 5/3 & 5 & 5 & 5/3 & 5 \\ 3/5 & 1 & 3/4 & 3 & 1 & 3 & 3 & 1 & 3 \\ 4/5 & 3/4 & 1 & 1/4 & 3/4 & 1/4 & 1/4 & 3/4 & 1/4 \\ 1/5 & 1/3 & 1/4 & 1 & 1/3 & 1 & 1 & 1/3 & 1 \\ 3/5 & 1 & 3/4 & 3 & 1 & 3 & 3 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/3 & 1/4 & 1 & 1/3 & 1 & 1 & 1/3 & 1 \\ 1/5 & 1/3 & 1/4 & 1 & 1/3 & 1 & 1 & 1/3 & 1 \\ 3/5 & 1 & 3/4 & 3 & 1 & 3 & 3 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/3 & 1/4 & 1 & 1/3 & 1 & 1 & 1/3 & 1 \end{pmatrix}$$

经计算 B 的特征向量和归一化后，属性的初始权重为

$$\omega = (0.29,0.21,0.07,0.07,0.07,0.07,0.07,0.07,0.07).$$

第4步　根据决策者的偏好，给出局部变权向量的激励策略为 $\boldsymbol{p} = (0.4,0.4,0.4,0.4,0.4)$ 和 $\boldsymbol{q} = (0.8,0.8,0.8,0.8,0.8)$. 与其共轭的局部变权的激励策略为 $\bar{\boldsymbol{p}} = (0.6,0.6,0.6,0.6,0.6)$ 和 $\bar{\boldsymbol{q}} = (0.2,0.2,0.2,0.2,0.2)$. 根据激励策略值的构造状态局部变权向量及其共轭向量，如下

$$s_j(x) = \begin{cases} -2x_j + 1 & x \in [0,0.4) \\ 0.20 & x \in [0.4,0.8) \\ 2x_j - 1 & x \in [0.8,1] \end{cases}$$

$$\bar{s}_j(x) = \begin{cases} -2x_j + 1 & x \in [0,0.2) \\ 0.02 & x \in [0.2,0.6) \\ 2x_j - 1 & x \in [0.6,1] \end{cases}$$

第5步　利用常权综合和变权综合计算结果如表2.

表2　比较常权综合和变权综合

Table 2 Comparison between constant weight synthesis and variable weight synthesis

企业	x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	常权综合	变权综合	共轭变权综合
u_1	1	1	1	1	0.9	1	1	0.9	1	0.97(A)	0.99(A)	0.99(A)
u_2	1	1	1	1	0.6	1	1	0.9	1	0.95(A)	0.98(A)	0.98(A)
u_3	0.8	1	0.8	0.7	0.8	1	1	1	1	0.88(B)	0.92(A)	0.92(A)
u_4	0.5	0.8	1	1	1	1	0.8	0.8	0.6	0.75(B)	0.84(B)	0.84(B)
u_5	0.6	0.7	0.7	0.6	0.85	0.85	0.8	0.7	0.1	0.65(C)	0.62(C)	0.63(C)

注：以上数据为3年企业各属性综合得分，如 x_1 代表根据企业质量情况未出现不合格的频率或者合格率；分布在区间 [0.85,1]，[0.7,0.85)，[0.7,0.6)，以及0.6分以下的分别定为A,B,C,D级，分别代表守信，基本守信、失信、严重失信.

3.4 讨论分析

由表 2 可知 u_1，u_2，u_3 和 u_4 的局部变权综合值和其共轭变权综合值比常权综合值高，因为各属性值比较高，受到激励; u_5 的局部变权综合值和其共轭变权综合值比常权综合低，因为各属性值比较低，受到惩罚; 而变权综合与其共轭的变权综合评估结果也不一样，因为共轭变权综合的激励策略值 q 比较小，在共轭变权综合中，部分属性得到激励，故其共轭变权综合值比变权综合值大.

综上所述，企业质量信用评估是多因素的综合结果，有产品的品质，计量，生产过程的控制，使用过程中安全影响等，不同的产品质量评估时侧重的因素不同，但一旦超出一定范围的产品缺陷都会造成致命影响. 局部向量及其共轭变权向量对低于一定水平的属性值进行惩罚，对于高于一定水平的属性值进行激励，只要一个属性值太低，哪怕该属性在总体是最不重要，所有属性评估值也将减小. 对于属性值比较高，所有属性评估值也将增加，能合理说明上述现象. 而模糊综合评价、层次分析法、BP 神经网络、数据包络分析法等等评价方法都不具有这个效果，因此局部变权向量适用于企业质量信用评估.

4 结束语

变权综合是一种权重分析方法，是因素空间理论的重要内容之一，它在决策分析、知识表示等领域都具有广泛的应用. 本文在已有的文献基础上，进一步研究了变权原理，结合决策者的偏好，提出改进的局部变权模型. 改进后与现有的研究优越性体现在以下几方面:

1) 改进后模型对区间 [0,1] 进行讨论，推广了原有模型，除了文献 [9] 包含的折衷型局部变权向量和折衷型变权向量，还包含了激励型变权向量，局部激励型变权向量，惩罚型变权向量，局部惩罚型变权向量，混合型变权向量，常权向量等 6 种情况. 因此决策者可以根据心理状态和认知程度，选择激励策略值，进行评价，并且不同的激励策略值得到的评价值也不一样.

2) 改进后的模型中，增加了以往文献很少提及的满足单调递增的变权综合函数.

3) 在改进后的模型中，研究了每个局部变权向量必然有与之相伴而生的另外一个局部变权向量(共轭向量) ，这两个向量有着非常密切的关系，局部变权向量及其共轭变权向量的激励策略值不同，体现了决策者不同的偏好. 比如惩罚型变权向量对应保守型，而其共轭向量(激励型变权向量) 对应风险型. 给定局部变权向量，取其共轭，结果仍是局部变权向量，同理，对状态局部变权向量类似. 这为构造变权向量提出了一种新的方法. 利用局部变权向量及其共轭向量进行综合，得到的评价值虽不同，但存在一定关系.

4) 在改进后的模型中，研究了局部变权向量的变权综合度，提出了惩罚型变权综合、激励型变权综合和临界型变权综合，并且证明激励型变权综合度不小于 1.

5) 在改进的模型中，首次将变权应用于企业质量信用评价，较好地反映了企业质量信用风险覆盖需求，而模糊综合评价、层次分析法、*BP* 神经网络、数据包络分析法等等评价方法都不具有这个效果.

综上所述，改进后的模型比现有的模型更好地体现决策的心理状态和认知程度，并且系统研究了局部变权模型，且应用于企业质量信用评价. 随着经济管理系统复杂性和不确定性，未来将进一步研究如何把局部变权原理与粗糙集理论，二元语义信息，熵权理论，层次分析法等相结合用在模糊多属性决策，不确定语言多属性决策和直觉模糊多属性决策中.

参 考 文 献:

[1] 汪培庄. 模糊集与随机集落影 [M]. 北京: 北京师范大学出版社，1985: 47 – 59.
Wang Peizhuang. Shadow of Fuzzy Sets and Random Sets [M]. Beijing: Beijing Normal University Press，1985: 47 – 59. (in Chinese)

[2] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架(Ⅷ) [J]. 模糊系统与数学，1995，9(3) : 1 – 9.
Li Hongxing. Factor spaces and mathematical frame of knowledge represention (Ⅷ) [J]. Fuzzy Systems and Mathematical，

1995, 9(3): 1 -9. (in Chinese)

[3] 李洪兴. 因素空间理论与知识表示的数学框架(IX)[J]. 模糊系统与数学, 1996, 10(3): 12 -19.
Li Hongxing. Factor spaces and mathematical frame of knowledge represention (IX)[J]. Fuzzy Systems and Mathematical, 1996, 10(3): 12 -19. (in Chinese)

[4] 刘文奇. 均衡函数及其在变权综合中应用[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 17(4): 41 -47.
Liu Wenqi. Balanced function and its application for variable weighted synthesizing[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 1997, 17(4): 41 -47. (in Chinese)

[5] 李德清, 谷云东, 李洪兴. 关于状态变权向量公理化定义的若干结果[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(5): 97 -102.
Li Deqing, Gu Yundong, Li Hongxing. Results on axiomatic definition of state variable weight vector[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2004, 24(5): 97 -102. (in Chinese)

[6] 朱勇珍, 李洪兴. 状态变权的公理化体系和均衡函数的构造[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(7): 116 -118.
Zhu Yongzhen, Li Hongxing. Axiom system of state variable weights and construction of balanced function[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 1999, 19(7): 116 -118. (in Chinese)

[7] 李德清, 李洪兴. 变权决策中变权效果分析与状态变权向量的确定[J]. 控制与决策, 2004, 19(11): 1241 -1245.
Li Deqing, Li Hongxing. Analysis of variable weights effect and selection of appropriate state variable weights vector in decision making[J]. Control and Decision, 2004, 19(11): 1241 -1245. (in Chinese)

[8] 李德清, 郝飞龙. 状态变权向量的变权效果[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(6): 127 -131.
Li Deqing, Hao Feilong. Weighted transferring effect of state variable vector[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2009, 29(6): 127 -131. (in Chinese)

[9] 姚炳学, 李洪兴. 局部变权的公理体系[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(1): 105 -109.
Yao Bingxue, Li Hongxing. Axiomatic system of local variable weight[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2000, 20(1): 105 -109. (in Chinese)

[10] 李德清, 王加银. 基于语言量词的变权综合决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(11): 1998 -2002.
Li Deqing, Wang Jiayin. Variable weight average based on linguistic quantifier[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(11): 1998 -2002. (in Chinese)

[11] 聂茂林. 供应链合作伙伴选择的层次分析多因素决策[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(3): 25 -32.
Nie Maolin. Hierarchy variable weight decision making in the selection of supply chains cooperation[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2006, 26(3): 25 -32. (in Chinese)

[12] 李春好, 孙永河, 贾艳辉, 等. 变权层次分析法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(4): 724 -731.
Li Chunhao, Sun Yonghe, Jia Yanhui, et al. Analysis hierarchy prossbased variable weights[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(4): 724 -731. (in Chinese)

[13] 刘文奇. 一般变权原理与多目标决策[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(3): 1 -11.
Liu Wenqi. The ordinary variable weight principle and multiobjective decision-making[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2000, 20(3): 1 -11. (in Chinese)

[14] 刘文奇. 变权综合中的惩罚—激励效用[J]. 系统工程理论与实践, 1998, 18(4): 41 -47.
Liu Wenqi. The penalty Incentive utility invariable weight synthesizing[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 1998, 18(4): 41 -47. (in Chinese)

[15] 宋华岭, 温国锋, 李金克, 等. 基于信息度量的企业组织系统协同性评价[J]. 管理科学学报, 2009, 12(3): 22 -36.
Song Hualing, Wen Gaofeng, Li Jinke, et al. Based on information measurement, assessing the synergy for a enterprise organizational system[J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(3): 22 -36. (in Chinese)

[16] 蔡　强, 曾　勇, 夏　晖. 基于社会福利的专利研发投资策略评价[J]. 管理科学学报, 2012, 15(5): 1 -14.
Cai Qiang, Zeng Yong, Xia Hui. Evaluation on R&D investment strategy of patents based on social welfare[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(5): 1 -14. (in Chinese)

[17] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341 -356.

[18] Pawlak Z. Rough Set: Theoretical Aspects of Reasoning about Data[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991: 1 -35.

Credit evaluation of enterprise quality based on local variable weight model

YU Gao-feng[1,2], *LIU Wen-qi*[1], *SHI Meng-ting*[1]
1. School of Science Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China;
2. School of Information, Sanming University, Sanming 365004, China

Abstract: The local variable weight vector is studied. Firstly, the definition of the improvement to local variable weight vector is proposed; the state weight vector and local equilibrium function of this variable weight are also discussed. Secondly, it is proved that the conjugate vectors (functions) possess the corresponding properties, and then the degree of variable weight synthesis is defined. Finally, the local variable weight vector is applied to the credit evaluation model for enterprise quality, and the results show that the proposed theory is effective and reasonable.

Key words: local variable weight vector; state local variable weight vector; local balance function; the degree of variable weight synthesis; enterprise quality credit

(上接第 12 页)

留坏评,因此低质量卖家、高质量卖家和买家的均衡收益仍然是$(w_r - c_s, w_r - c_s, w_r - c_b)$,此时第 1 阶段的支付矩阵仍为图 5. 类似于上面的分析,第 1 阶段双方的均衡策略是$(s_0^1 = s_1^1 = W, b^1 = A)$. 这一均衡策略要求后验信念$\mu(W,A) = \mu$. 因此策略组合 2) 是模型的完美贝叶斯均衡.

如果$\mu(P) = 1$且$w_r/(w_a + r_s + c_s) < q < 1$,那么表 1 的第 4 行表明,当第 1 阶段卖家首先行动而买家跟随行动时,买卖双方的均衡策略是$(s_0^2 = s_1^2 = P, b^2(N) = N, b^2(P) = q)$. 根据买卖双方在历史$(W,A)$下的均衡收益以及在历史$(A,W)$下新的均衡收益,图 6 归纳了此时第一阶段的支付矩阵. 在第 1 阶段,$(s_0^1 = s_1^1 = W, b^1 = A)$仍然是均衡策略,这个均衡策略要求后验信念$\mu(W,A) = \mu$. 因此策略组合 3) 是模型的完美贝叶斯均衡. 另一方面,$w_r > c_s$表明$(w_a + r_s + c_s)q - c_s > 0$成立,因此$(s_0^1 = s_1^1 = A, b^1 = W)$是此时第 1 阶段的另一个均衡,但是这个均衡要求$\mu(P) = \mu < 1$,这与前提矛盾.

证毕.

卖家 买家

卖家		A	W
$HQ = 1$ (μ)	A	$((w_a + r_s + c_s)q/2 + (w_a + r_s - c_s)/2, r_b)$	$((w_a + r_s + c_s)q - c_s, 0)$
	W	$(r_s + w_a, r_b)$	$(0, 0)$

买家

		A	W
$HQ = 1$ $(1 - \mu)$	A	$((w_a + r_s + c_s)q/2 + (w_a + r_s - c_s)/2, r_b)$	$((w_a + r_s + c_s)q - c_s, 0)$
	W	$(r_s + w_a, r_b)$	$(0, 0)$

图 6 非同步评价过程中第一阶段的支付矩阵($\mu(P) = 1$且$w_r/(w_a + r_s + c_s) < q < 1$)

Fig. 6 First stage payoffmatrics in non-simultaneously-revealed rating process ($\mu(P) = 1$ and $w_r/(w_a + r_s + c_s) < q < 1$)

定理 3 的证明 $\mu = 1$ 部分的结论是显然的. 当$0 \leqslant \mu < 1$时,可以分类讨论买家的策略来找到模型的贝叶斯纳什均衡. 如果$b = P$,那么两种类型卖家的最优反应都是留好评,即$s_0 = s_1 = P$,但给定卖家的最优反应,由于低质量卖家出现的概率不为 0,因此卖家留坏评的收益要大于留好评的收益. 如果$b = S$,那么两种类型买家的最优反应都是留坏评,上面的分析表明此时买家的最优反应是留坏评而不是留好评. 如果$b = N$,那么两种类型买家的最优反应都是留坏评,即$s_0 = s_1 = N$. 给定卖家的最优反应,买家的最优反应同样是留坏评. 因此$(s_0 = s_1 = b = N)$是此时模型唯一的贝叶斯纳什均衡.

证毕.