

弹性需求下网络设计问题和电子路票问题研究^①

王广民¹, 高自友², 徐 猛³, 孙会君²

(1. 中国地质大学经济管理学院, 武汉 430074; 2. 北京交通大学交通运输学院系统科学所, 北京 100044; 3. 北京交通大学轨道交通控制与安全国家重点实验室, 北京 100044)

摘要: 应用双(二)层规划模型研究弹性需求下网络设计问题与电子路票收取问题, 其中只考虑在部分路段进行路段能力扩充和收取电子路票。上层决策者(网络规划者)选择路段能力增加和收取电子路票的数量来获得最优的社会总福利。下层决策者(网络用户)选择路径来最小化他们的出行成本(路径出行时间与所付出电子路票的价值的和)。应用下层规划问题的 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件, 将双层规划模型转化为单层规划模型。为了解决互补条件所造成的求解困难, 本文构造了松弛算法进行求解, 并用数值试验研究了模型和算法的可行性。数值结果表明, 本文的模型在缓解交通拥挤方面可以得到更好的效果, 而且只在部分路段进行路段能力扩充和收取电子路票更加方便实用。在可交易电子路票方案中, 更多出行的用户需要购买电子路票来为他们的额外出行付费, 而减少出行的用户则可以卖出多余电子路票得到补偿, 同时电子路票的交易价格是在完全竞争的市场上形成的, 因此本文中的可交易电子路票机制是收入中性的。

关键词: 双(二)层规划模型; 连续均衡网络设计; 可交易电子路票; 松弛算法

中图分类号: U121 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2015)04-0038-11

0 引 言

城市交通系统是城市繁荣、有序和高速发展的主要支撑条件之一。然而, 现代城市在快速发展过程中遇到了日益严重的交通问题, 严重影响着城市的经济建设和运转效率, 给人们的生活带来了种种不便与损害, 已经成为制约城市可持续发展的主要瓶颈。一般来说, 有两类缓解交通拥挤问题的方法, 一个是增加道路供给, 另一个是降低交通需求。

增加道路供给的方法主要有拓宽道路、新建路段、调整路口的交通信号、建设立交桥、新建改善停车场等。城市交通网络设计问题 (network

design problem, NDP) 的研究内容就是通过在现有交通网络中增加新的路段或更新、改善已有路段的能力从而达到使整个交通网络某种系统性能最优的目的。实质上是在一定约束条件下的最优投资决策问题。由于国家总体发展需要各行各业通盘规划、同步协调, 国民经济各个部门、各个单位、各种产业经济之间应当保持合理的发展比例, 因此任何国家或地区都不可能长期将建设投资过多的用于交通运输业。为了解决交通运输发展资金短缺的问题, 出现了 BOT (build-operate-transfer) 模式。更为重要的是, 增加道路供给又会诱导更多的交通需求, 因此单纯增加道路供给难以很好地缓解交通拥挤。于是出现了降低交通需求的

① 收稿日期: 2013-01-06; 修订日期: 2013-04-22.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划资助项目(2012CB725400); 国家自然科学基金资助项目(71201146; 71322102; 71361130016; 71471167); 教育部人文社科基金资助项目(10YJC630233).

作者简介: 王广民(1978—), 男, 河南鲁山人, 博士, 副教授. Email: wgm97@163.com

手段来缓解交通拥挤. 长期以来拥挤收费被认为是缓解交通拥挤的有效途径. 拥挤收费最直接的益处是在路网中减少高峰时段的交通拥挤和总的交通拥挤. 同时, 道路通行收费的相关收益可以用来改善交通网络基础设施和运营系统, 如扩展现有道路系统, 提供更好的设施维护, 并且(或者)改善公共交通^[1]. 然而, 拥挤收费也带来了一些质疑. 因为, 一旦对免费道路征收拥挤费, 大批的公众会认为城市道路收费是不公平的, 认为自己是受害者, 构成了执行拥挤定价政策的障碍^[2]. 因此, 学者们在研究缓解交通拥挤的措施时也考虑了社会公平, 目的是为了这些措施可以得到更多公众的支持. 例如, 在拥挤收费中考虑 Pareto 改进^[3]、拥挤定价收入再分配^[4]、带公平限制的拥挤定价^[5]等已经得到了广泛关注 and 深入研究. 尽管如此, 拥挤收费也只有在新加坡、皮尔根 (Bergen)、奥斯陆 (Oslo)、特隆赫姆 (Trondheim)、香港、伦敦等少数几个城市得以实施. 近年来, 可交易路权(电子路票)的方法也逐渐被用来研究缓解交通拥挤问题, 如可交易的私家车拥有权^[6]、可交易的道路使用权^[7]、可交易的停车权^[8]、道路交通管理^[9,10]及其相关的案例分析^[11].

本文研究了固定电子路票收取方案下的城市交通连续均衡网络设计问题. 在该模型中, 上层决策者在考虑下层网络用户路径选择行为的情况下通过优化路段的能力增加使得交通网络总出行时间最小^[12]. 因此, 在固定电子路票收取方案下本文找到了使得交通网络总出行时间最小的路段能力增加方案. 然而, 路段能力增加会改变网络用户的出行路径, 此时原来的电子路票收取方案可能不再是控制交通需求的最优方案. 简而言之, 路段能力增加和电子路票收取是相互影响的, 因此, 需同时从这两个方面考虑来减少交通拥挤. 因此, 本文研究了固定需求情况下路段电子路票收取与城市交通连续均衡网络设计问题的组合模型^[13]. 在该模型中, 上层决策者同时优化路段收取电子路票的数量和能力增加以最小化交通网络的总出行时间, 下层用户根据出行成本(包括出行时间和收取的电子路票的价值)来选择最优路径. 在此基础上, 本文在弹性需求下将路段能力

增加和电子路票收取结合起来研究, 从道路能力增加和交通需求控制两个方面出发, 探讨实现城市交通综合治理的有效对策. 目前也有国内外学者将 NDP 与交通信号优化设置、交通污染控制、拥挤道路收费和合理利用土地等问题结合起来, 研究更具有实际应用价值的综合交通网络设计问题. 缓解日益严重的交通拥堵问题, 并取得了一定进展. 赵彤和高自友^[14]等研究了土地利用与交通网络设计的组合问题. Gao 和 Song^[15]对 Wong 和 Yang^[16]关于信号控制网络中的备用能力的概念进行了扩展后, 采用双层规划模型来描述信号控制网络中的城市交通连续平衡网络设计与信号控制的组合问题, 并设计了基于灵敏度分析法的启发式求解算法. Cantarella 等^[17]将信号设置和网络拓扑(车道布局)组合起来研究网络设计问题. 最近, Yim 等^[18]研究了基于可靠性的土地利用和网络设计组合模型.

最优收费是考虑在交通网络的所有路段进行收费. 然而, 最优收费在实际中难以实施. 主要问题在于所有路段上收费的话会带来高额的运营成本, 并且会招致低收入群体的反对. 同样, 收取电子路票的成本会使得不对所有的路段收取电子路票, 而只是对主要的拥挤路段收取电子路票效果可能会更好. 这样也会更加的公平, 比如保护低收入者不用交纳电子路票, 或者提高公众对电子路票收取方案的支持度. 所以本文考虑基于路段的次优电子路票收取方案, 也就是只对交通网络的部分路段收取电子路票, 比如瓶颈处等. 那么确定在哪些路段收取电子路票, 即收取电子路票路段的定位问题, 也将是一个值得研究的问题^[19]. 本文暂不考虑收取电子路票的定位问题, 只研究路段电子路票收取的数量.

一般来说, 城市交通网络设计问题涉及到道路网络的长期投资问题, 必然影响到出行需求量, 而在城市交通网络设计问题中, 对 OD 需求量的预测都是在一个事先假定的服务水平条件下得出的. 因而, 用于预测 OD 需求量的服务水平是事先假定的, 就有可能与网络设计问题得出的结果不一致, 并且随着交通网络的改善, 相应的 OD 需求量也会发生变化, 而不是固定不变的. 因此将弹性需求条件与城市交通连续均衡网络设计问题

结合起来以便更加贴切的反映实际.

本文构造了双层规划模型研究弹性需求下城市交通连续均衡网络设计和电子路票收取问题. 上层决策者(网络规划者)的目标是选择电子路票收取方案和路段能力增加使得整个网络的社会福利最大化,并且为了使得电子路票收取方案更加公平、易于接受. 在该模型中本文考虑只对交通网络中的部分路段收取电子路票. 下层决策者(交通网络用户)选择路径来最小化他们的出行成本(路径出行时间与所付出电子路票的价值的和). 再将该双层规划模型转化为单层规划模型后,构造了松弛算法进行求解,并用数值试验研究了模型和算法的可行性.

1 问题描述

1.1 符号定义

符号定义如下:

$G = (N, A)$ 交通网络,其中 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 是节点(结点)的集合, A 是交通网络中路段的集合;

a 交通网络中的一个路段,因此 $a \in A$;

W 网络用户出行起讫点 OD 对的集合;

w 网络用户的一个 OD 对,因此有 $w \in W$;

R_w 连接 OD 对 w 的所有路径的集合, $w \in W$;

q_w 分配给 OD 对 w 上每个用户的电子路票的数量, $w \in W$;

y_a 路段 $a \in A$ 的能力增加, $Y = (\dots, y_a, \dots)^T$;

$\bar{y}_a, \underline{y}_a$ 路段 $a \in A$ 能力增加的上下限;

$g_a(y_a)$ 路段 a 能力增加 y_a 的投资函数, $a \in A$;

d_w 在所研究的时段内 OD 对 $w \in W$ 的均衡交通流量, $d = (\dots, d_w, \dots)^T$;

f_r^w OD 对 $w \in W$ 之间路径 $r \in R_w$ 上的交通流量, $f^w = (\dots, f_r^w, \dots)^T$;

v_a 路段 $a \in A$ 上的交通流量, $v = (\dots, v_a, \dots)^T$;

u_a 通过路段 $a \in A$ 时收取的电子路票数量, $u = (\dots, u_a, \dots)^T$;

δ_{ar} 如果路径 r 包括路段 a , 那么有 $\delta_{ar} =$

1, 否则 $\delta_{ar} = 0$;

$t_a(v_a, y_a)$ 路段 a 上的行驶时间, $a \in A$;

K 在 OD 需求 $d_w (w \in W)$ 下发行的电子路票总量;

B 路段能力增加时总投资额的预算值;

ϕ 金钱与时间的比例系数.

1.2 模型描述

考虑一个交通网络 $G = (N, A)$. 假设每个出行者是同质的, 他们有同一的时间价值(VOT).

这里, 给出一些假设条件^[20]:

1) 每条路段的行驶时间只是该路段自身流量的函数, 与路网上其它路段的流量无关. 也就是说路段之间的相互影响不做考虑. 另外, 由于拥挤效应, 在给定路段能力 y_a 时, 路段行驶时间函数 $t_a(v_a, y_a)$ 是路段流量 v_a 的单调递增连续函数, $a \in A$.

2) 路段行驶时间函数 $t_a(v_a, y_a)$ 和 $\partial t_a(v_a, y_a) / \partial y_a$ 都是关于 (v_a, y_a) 的连续函数, $a \in A$.

3) 路段能力增加的投资函数 $g_a(y_a)$ 是关于 y_a 连续可微的, $a \in A$.

令 $\bar{A} \subseteq A$ 是收取电子路票路段集合, $\hat{A} \subseteq A$ 是实施路段能力增加的路段集合. 本文考虑电子路票是免费分给所有的出行者, 同时电子路票分配是根据 OD 来分配的. 并且总的信用数量是确定的, 同时电子路票是按周期(例如月、周、日)分配的, 因此没有人能够通过库存电子路票来取得将来的收益. 同时, 政府财政收入为零(不收取或支付任何费用), 有助于明确其缓解拥堵和减少污染的决心, 减少公众对该项措施的质疑^[9]. 本文采用基于路段收取电子路票的方案^[9]. 现有的电子道路收费设施和 GPS 技术使得电子路票收取系统很容易实现. 为了表述方便, 本文也假设电子路票收取的量是非负的, 也就是不存在补贴的现象. 出行者的出发地、目的地和路径选择不一样, 因此他们对电子路票的需求也是不一样的. 本文假定有一个可以自由交易电子路票的市场, 在那里出行者可以根据他们的需要买卖电子路票. 政府只负责管理和监督这个系统. 本文还假定电子路票交易市场是竞争的, 也就是说电子路票的交易价格是由市场形成的. 同时先进的电子

设备使得电子路票的交易成本和系统的管理成本较小,因此可以忽略不计^[21]. 有关电子路票交易成本的讨论可参阅文献^[22]. 可交易电子路票方案还有助于收入再分配,优化资源配置(电子路票从低收入人群流向高收入人群的同时,货币反向从高收入人群流入低收入人群),因此具有收益中性的特征^[9, 23]. 更多有关可交易电子路票的讨论可参阅文献^[24, 25].

1.2.1 上层问题

路段能力增加可行方案的集合定义如下

$$S = \left\{ y \mid \sum_{a \in \hat{A}} g_a(y_a) \leq B, \underline{y}_a \leq y_a \leq \bar{y}_a, a \in \hat{A} \right\} \quad (1)$$

令 $U = \{ u \mid 0 \leq u_a \leq \bar{u}_a, \mu \in \bar{A} \}$ 表示可行的电子路票收取方案.

社会总福利可以定义为

$$TSB = \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} Q_w(\omega) d\omega - \sum_{a \in A} v_a t_a(v_a, y_a)$$

其中等式右端第一项是用户因为出行所获得的收益,后一项则是交通网络的系统总阻抗,是因为出行带来的成本. 这里 $Q_w(\cdot)$ 表示用户出行的收益函数,假定是单调递减的. 因此上层决策者的目标是

$$\min_{y \in S, \mu \in U} H(y, \mu, \nu, \rho) = \sum_{a \in A} v_a t_a(v_a, y_a) - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} Q_w(\omega) d\omega \quad (2)$$

1.2.2 下层问题

$\Omega_{(v, \rho)}$ 表示可行的 OD 需求和路段流量模式,该集合定义如下

$$\Omega_{(v, \rho)} = \left\{ (v, \rho) \mid v_a = \sum_{w \in W} \sum_{r \in R_w} f_r^w \delta_{a,r}, \sum_{r \in R_w} f_r^w = d_w, f_r^w \geq 0, d_w \geq 0, r \in R_w, w \in W, a \in A \right\} \quad (3)$$

令 $\bar{d}_w \geq 0$ 是 OD 对 $w \in W$ 间潜在的交通流量,是均衡交通需求 d_w 充分大的上界.

一般来说,在 NDP 问题中通常考虑确定性用户均衡(DUE)或随机用户均衡(SUE)^[26-28]. 本

文考虑确定性用户均衡,因此在给定电子路票收取方案和路段能力增加方案情况下,弹性需求下的 UE 条件可以由下面的凸规划描述

$$\min_{(v, \rho) \in \Omega_{(v, \rho)}} h(y, \mu, \nu, \rho) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\theta, y_a) d\theta - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} B_w(\omega) d\omega \quad (4)$$

s. t.

$$\sum_{a \in A} v_a u_a \leq K \quad (5)$$

$$d_w \leq \bar{d}_w, \mu \in W \quad (6)$$

1.2.3 二层规划模型

弹性需求条件下基于可交易电子路票机制的城市交通连续平衡网络设计问题有两类决策者,即网络用户和网络规划者,而它们具有不同目标函数,一方面从用户的角度考虑,使网络上的用户行为符合弹性需求条件下的广义出行成本(出行时间和电子路票的价值的和)最小;另一方面从系统的角度(也是从上层决策者的角度)考虑,在满足投资预算约束条件下使整个网络的社会福利最大. 这两个决策不仅有相互冲突的目标,而且决策具有主从递阶关系,因此可以采用双层规划模型来描述此类问题. 所以,弹性需求条件下的基于可交易电子路票机制的城市交通连续平衡网络设计问题的双层规划模型表示如下

$$(BLP) \min_{y \in S, \mu \in U, \nu, \rho} H(y, \mu, \nu, \rho) = \sum_{a \in A} v_a t_a(v_a, y_a) - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} Q_w(\omega) d\omega \quad (7)$$

其中 (v, ρ) 是下面问题的解

$$\min_{(v, \rho) \in \Omega_{(v, \rho)}} h(y, \mu, \nu, \rho) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\theta, y_a) d\theta - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} B_w(\omega) d\omega \quad (8)$$

s. t.

$$\sum_{a \in A} v_a u_a \leq K \quad (9)$$

$$d_w \leq \bar{d}_w, \mu \in W \quad (10)$$

在给定路段能力增加方案 $y \in S$ 和电子路票收取方案 $u \in U$ 后,下层规划问题是带有线性约

束的凸规划,因而线性无关约束规格成立,所以可以得到下层规划问题式(8)–(10)的 Karush-Kuhn-Tucker(简称 KKT) 条件^[29]

$$\left\{ \sum_{a \in A} (t_a(v_a, y_a) + \phi p u_a) \delta_{ar} - \mu_w \right\} f_r^w = 0, \quad r \in R_w, \mu_w \in W \quad (11)$$

$$\sum_{a \in A} (t_a(v_a, y_a) + \phi p u_a) \delta_{ar} - \mu_w \geq 0, \quad f_r^w \geq 0, \quad r \in R_w, \mu_w \in W \quad (12)$$

$$d_w [\mu_w + \rho_w - Q_w(d_w)] = 0, \quad \mu_w \in W \quad (13)$$

$$\mu_w + \rho_w - Q_w(d_w) \geq 0, \quad d_w \geq 0, \quad \mu_w \in W \quad (14)$$

$$\rho_w (\bar{d}_w - d_w) = 0, \quad \mu_w \in W \quad (15)$$

$$\rho_w \geq 0, \quad \bar{d}_w - d_w \geq 0, \quad \mu_w \in W \quad (16)$$

$$(K - \sum_{a \in A} v_a u_a) p = 0 \quad (17)$$

$$K - \sum_{a \in A} v_a u_a \geq 0, \quad p \geq 0 \quad (18)$$

其中 μ_w 表示 OD 对 $w (w \in W)$ 间的最小出行成本, p 表示在电子路票市场中电子路票的交易价格, ρ_w 是式(10)的对偶乘子.

由于下层规划问题式(8)–(10)是带有线性约束条件的凸规划问题,因此下层规划问题关于路段流量 v 是凸的,所以均衡的路段流量分配 v^* 是唯一的.但是,正如标准的 UE 模型,均衡路径流量分配 f^* 并不总是唯一的^[9].而市场均衡时的电子路票价格 p^* 的唯一性可以由下面的结论描述:

命题 1 在某一给定路段扩充方案 y^* 时,给定可交易电子路票方案的情况下,均衡的电子路票交易价格 p^* 唯一的条件是至少存在一个 OD 对,并且该 OD 对至少有两条具有不同电子路票收取方案的均衡路径.

证明 当约束条件式(9)不起作用时,即发行的电子路票过多了,此时,均衡电子路票价格等于零,因此它是唯一的.所以只需要考虑电子路票约束条件式(9)是紧的情况.假设路径 $r_1, r_2 \in R_w$ 在任何均衡流量分配和电子路票价格情况下都是 OD 对 $w \in W$ 之间的均衡路径,并且他们有不同的路径电子路票收取方式.也就是说

$$\begin{aligned} \mu_w &= \sum_{a \in A} [t_a(v_a^*, y_a^*) + \phi p^* u_a] \delta_{ar_1} \\ &= t_{r_1}^* + \phi p^* u_{r_1} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mu_w &= \sum_{a \in A} [t_a(v_a^*, y_a^*) + \phi p^* u_a] \delta_{ar_2} \\ &= t_{r_2}^* + \phi p^* u_{r_2} \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $t_{r, \mu}^* = \sum_{a \in A} t_a(v_a^*, y_a^*) \delta_{ar}$ 和 $u_{r, \mu} = \sum_{a \in A} u_a \delta_{ar}$ 分别是路径 $r = r_1, r_2$ 上的行驶时间和收取的电子路票,并且他们在 UE 均衡下是唯一的.因此,均衡的电子路票交易价格存在并且可以由下式表示

$$p^* = \frac{t_{r_1}^* - t_{r_2}^*}{\phi(u_{r_2, \mu} - u_{r_1, \mu})}, \quad u_{r_2, \mu} \neq u_{r_1, \mu} \quad (21)$$

所以,如果所有的均衡路径流量分配方式都至少有一个 OD 对至少包含两条具有不同电子路票收取方案的均衡路径的话,市场均衡下的电子路票交易价格是唯一的. 证毕.

因此,下层规划问题用其 KKT 条件代替,BLP 可以转化下面等价的单层规划问题

$$\begin{aligned} (\text{SLP}) \quad \min_{y, \mu, \rho, d, \mu, \rho, p} \quad & H(y, \mu, \rho) = \sum_{a \in A} v_a t_a(v_a, y_a) - \\ & \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} Q_w(\omega) d\omega \\ \text{s. t.} \quad & y \in S, \mu \in U, (v, \rho) \in \Omega_{(v, \rho)} \\ & \text{式(11) - 式(18)} \end{aligned} \quad (22)$$

2 求解算法

自从上个世纪 70 年代以来,由于现实中存在许多主从递阶决策问题,二(双)层规划问题已经受到学者的广泛关注和研究^[30].然而,即使最简单的二层线性规划也是一个非凸规划问题^[31],并且二层线性规划问题是 NP 难问题^[32].所以,二层规划问题由于其非凸性求解非常困难.本文中城市交通连续均衡网络设计模型可以等价地转化为一个单层的非线性数学规划问题.然而,该非线性数学规划由于存在互补条件,因而缺乏良好的数学性态.事实上,正是由于存在互补条件,该单层数学规划模型仍然是非凸的.更为困难的是在任意可行点处, Mangasarian Fromovitz 约束规格 (MFCQ) (及更强的 linear independency 约束规格) 不成立^[33, 34].因而,直

接求解该单层非线性规划问题一般来说是困难的. 为了克服这些问题, 大部分方法都是围绕如何处理这个难点而构造的^[35]. 本文也采用松弛算法来迭代求解这个非线性规划问题 (NLP). 该算法的主要思想是: 对每个互补条件引入一个辅助参数来定义松弛的互补条件, 换句话说, 每次迭代时互补约束条件式 (11)、(13)、(15) 和 (17) 分别由下面的式子代替

$$\left\{ \sum_{a \in A} (t_a(v_a, y_a) + \phi p u_a) \delta_{a,r} - \mu_w \right\} f_r^w \leq \theta^w \quad r \in R_w, \mu_w \in W \quad (23)$$

$$d_w [\mu_w + \rho_w - Q_w(d_w)] \leq \theta^d \quad \mu_w \in W \quad (24)$$

$$\rho_w (\bar{d}_w - d_w) \leq \theta^p \quad \mu_w \in W \quad (25)$$

和

$$(K - \sum_{a \in A} v_a u_a) p \leq \theta^p \quad (26)$$

通过用预先给定的因子不断减小 $\theta = (\theta^w, \theta^d, \theta^p) > 0$ 的值从而反复求解松弛的非线性规划问题. 显然, 尽管松弛的非线性规划问题仍然是非凸的, 但是 MFCQ 约束规格成立^[34]. 因此, 可以采用现有的非线性规划问题的求解算法来得到松弛的非线性规划问题的解. 本文采用 GAMS^[36] 中标准的非线性求解器来求解松弛的非线性规划问题. 该迭代算法的具体步骤如下:

步骤 1 初始化

辅助参数设置如下: $\theta^0 > 0, \varepsilon > 0$, 更新因子 $\lambda \in (0, 1)$, 迭代步数计数器 $k = 0$.

步骤 2 主要的迭代

为每个互补条件式 (11)、(13)、(15) 和 (17) 设置辅助参数 θ^k , 应用 GAMS 中标准的非线性求解器求解如下的松弛单层非线性规划问题

$$(RSLP) \quad \min_{y, \mu, p, \rho} F(y, \mu, p) = \sum_{a \in A} v_a t_a(v_a, y_a) \quad (27)$$

s. t.

$$\begin{aligned} & \text{式 (23), (12), (24), (14),} \\ & \text{(25), (16), (26) 和 (18)} \end{aligned}$$

得到最优解.

步骤 3 停止条件

如果 $\theta^k > \varepsilon$, 算法停止并转到步骤 4; 否则, 设置 $\theta^{k+1} = \lambda \theta^k$, 转到步骤 2.

步骤 4 输出结果

最优解是 $y^* = y^k$ 和 $u^* = u^k$ 可以由步骤 2 的最后一次迭代得到.

这里给出的松弛算法是非常容易实现的. 特别地, 当前许多已有的求解 NLP 的算法也可以用来处理步骤 2 中的 RSLP 问题. 本文松弛算法的基本思想与文献 [37] 一样, 就是用一系列参数化的 RSLP 问题代替 SLP 问题. 因而, 收敛性结果可以像文献 [37, 38] 一样类似得到.

3 数值试验

本文应用 Sioux Falls 网络作为测试网络 (见图 1). 在数值试验中, 所使用的个人电脑的配置如下: Intel Core 2 Duo 2.10 GHz CPU, 2 GB RAM, Windows XP 操作系统. 另外, 本文所使用 GAMS 的版本为 GAMS23.5.2, 用 CONOPT 求解器来求解松弛的非线性规划问题. Sioux Falls 网络选自文献 [20], 该网络有 24 个节点, 76 条路段和 552 个 OD 对, OD 交通需求和相关数据与文献 [20] 相同. 这里 $\bar{A} = \hat{A} = (16, 17, 19, 20, 25, 26, 29, 39, 48, 74)$, 即仅对这 10 条路段进行路段能力增加, 同时收取电子路票. 并且这些路段能力增加的上界是 25.0, 路段收取电子路票的上界是 20.

数值试验的参数设置如下:

$$\theta_0 = 0.1, \varepsilon = 1e-6, \lambda = 0.2, \phi = 0.2 \text{ 和 } B = 5500. \quad \bar{d}_w, \mu_w \in W \text{ 与文献 [21] 中的 OD 需求量相同. 逆需求函数取下面的形式 [39]: } Q_w(d_w) = -5 \ln\left(\frac{d_w}{220}\right).$$

首先, 弹性需求下交通分配模型 (TAP)^[40] 是在弹性 OD 交通需求情况下确定交通网络的均衡流量分配, 这里求解该模型是为了得到初始的交通拥挤状况. 其次, 求解次优收费问题 (SBTP)^[41] 可以得到收费后的结果. 第三, 求解弹性需求下交通网络设计问题 (CNDP)^[39] 得到路段增加能力方案在改善交通拥挤方面的效果. 最后, 给出本文模型的结果. 需要说明的是: 这里比较的是最优解和最优值. 而且为了统一起见, 不同的模型都用本文给出的松弛算法进行求解. 所得到的结果如表 1 所示.

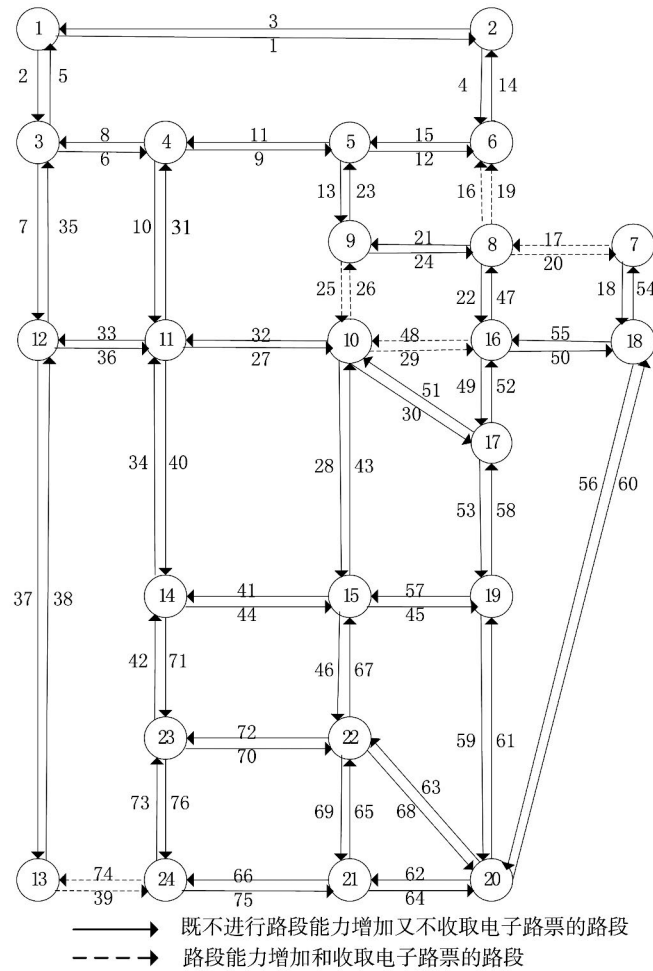


图1 Sioux Falls 网络

Fig. 1 Sioux Falls network

表1 不同模型结果的比较

Table 1 Comparison of the results by different models

路段	本文模型				收费模型			网络设计模型			配流模型	
	v_a	t_a	y_a	u_a	v_a	t_a	$toll_a$	v_a	t_a	y_a	v_a	t_a
16	3.154	2.032	0.628	10.597	1.730	2.005	24.418	11.726	11.850	0.000	11.511	11.147
17	1.188	3.000	0.000	12.397	1.684	3.001	17.885	11.261	4.168	1.030	11.333	4.963
19	6.507	2.120	3.289	5.080	2.954	2.040	15.425	12.804	6.760	1.517	11.511	11.147
20	5.402	3.065	0.907	6.070	5.388	3.100	8.651	12.220	5.149	0.425	11.333	4.963
25	0.627	3.000	0.000	16.253	0.961	3.000	25.000	21.996	4.098	3.684	21.006	5.336
26	6.345	3.018	0.288	10.443	2.049	3.000	21.707	25.211	4.847	3.797	21.006	5.336
29	13.616	5.552	9.569	4.624	5.168	5.770	15.515	10.590	18.583	0.000	10.493	18.092
39	2.663	4.033	0.418	14.746	2.523	4.036	25.000	9.963	12.800	0.000	9.999	12.927
48	7.100	5.274	3.996	9.034	5.406	5.923	15.485	19.915	7.483	9.631	10.493	18.092
74	2.696	4.034	0.437	14.704	2.523	4.036	25.000	11.993	7.461	2.647	9.999	12.927
H	4 285.677				4 302.882			5 694.890			5 836.666	
TC	4 600.352				4 605.878			6 065.071			6 200.450	
TD	314.675				302.996			370.181			363.784	

注: 电子路票的交易价格 $p = 5.607$; $toll_a$ 表示在路段 a 上的收费; $TC = \sum_{a \in A} v_a t_a$ $TD = \sum_{w \in W} d_w$.

从表1可以看出,通过求解弹性需求下的配流模型,可以得到模型的目标函数是5 836.666,其中系统总出行时间是6 200.450,此时均衡的总OD需求是363.784。在实施弹性需求下的网络设计后,可以看到系统总出行时间降低为6 065.071,下降了2.23%,并且大部分路段的出行时间有所改观。此时均衡的总OD需求量370.181表明通过网络设计可以使得网络的系统总阻抗下降。在所选取的10条路段上实施收费后,可以看到系统总出行时间大大下降到了4 605.878,较之前下降了高达34.62%,同时这10条路段上的出行时间大大改善。然而,收费对用户的出行有极大的抑制作用,此时均衡的总OD需求量仅为302.996。最后可以看到本文模型得到的系统总出行时间是4 600.352,与之前相比下降了34.78%,在改善系统的交通拥挤方面比收费的效果更好,同时除了路段16、19和26外,其他路段的出行时间都比收费时要低。而且此时均衡的总OD需求量为314.675。因此本文模型也通过降低OD交通需求来缓解交通拥挤。但是,与收费不同的是出行者可以将分配给他们的电子路票以市场均衡价格卖掉来补偿因为减少交通出行带来的不便。更为重要的是,因为电子路票是在所有的出行者之间进行交易的,所以这里的电子路票机制还是收益中性的。

4 结束语

本文首先建立了双层规划模型研究弹性OD需求情况下路段电子路票收取与城市交通连续均

衡网络设计问题的组合问题。在该模型中,上层决策者同时优化路段收取电子路票的数量和能力增加使得整个网络的社会福利最大化,下层用户根据出行成本(包括出行时间和收取的电子路票的价值的和)来选择最优路径。在给出松弛算法的基础上,用Sioux Falls网络进行了数值试验,结果表明,本文的模型可以比网络设计模型和收费模型在缓解交通拥挤方面取得更好的效果,并且所采取的可交易电子路票机制是收益中性的,而且对因为减少交通出行带来不便的出行者进行补偿,因而可以在实际中更好地实施。

同时,本文是关于路段电子路票收取与城市交通连续均衡网络设计问题的组合问题的一个尝试。还有一些工作值得继续深入讨论。

1) 在实际的交通网络中机动车出行方式中有多种车型,不同收入群体的时间价值也不一样,并且在不同时间段的交通行为也不一样,因此在以后的工作中研究多时段下多模式、多类用户的情形将更加符合实际情况。

2) 在拥挤道路收费中一般考虑两个问题:一是需要确定在哪里进行收费,即收费路段的定位问题;二是决定收费的多少以及收费的方式,即具体的收费策略。因此,在以后的工作中,研究电子路票收取路段的定位问题,并结合确定电子路票收取的数量的问题进行深入研究。

3) 双层规划是一个非凸的优化问题,求解非常困难,本文应用松弛算法借助GAMS软件求解所构造的数学模型。在以后的工作中还需要与其它已有算法进行比较,同时去解决更大规模的交通网络,从而检验本文的模型和算法。

参考文献:

- [1] 张小宁. 交通网络拥挤收费原理[M]. 合肥: 合肥工业大学出版社, 2009.
Zhang Xiaoning. Theories of Congestion Pricing in Transportation Networks [M]. Hefei: Hefei University of Technology Press, 2009. (in Chinese)
- [2] 黄海军. 拥挤道路使用收费的研究进展和实践难题[J]. 中国科学基金, 2003, (4): 198-203.
Huang Haijun. Research and practice progresses of congested road-use pricing [J]. Bulletin of National Science Foundation of China, 2003, (4): 198-203. (in Chinese)
- [3] Guo X L, Yang H. Pareto-improving congestion pricing and revenue refunding with multiple user classes [J]. Transportation Research Part B, 2010, 44 (8-9): 972-982.
- [4] 赵泽斌. 道路拥挤定价收入再分配建模与仿真研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2007.

- Zhao Zebin. Study on Road Congestion Pricing Revenue Redistribution Model and Simulation [D]. Harbin Institute of Technology, 2007. (in Chinese)
- [5] 刘南, 陈达强, 吴兆峰. 带公平限制的多时段次优拥挤定价模型 [J]. 管理科学学报, 2008, 11(5): 85–93.
Liu Nan, Chen Daqiang, Wu Zhaofeng. Second-best congestion pricing model on multiple time periods with equity constraints [J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(5): 85–93. (in Chinese)
- [6] Goddard H C. Using tradable permits to achieve sustainability in the world's large cities: Policy design issues and efficiency conditions for controlling vehicle emissions, congestion and urban decentralization with an application to Mexico city [J]. Environmental and Resource Economics, 1997, 10(1): 63–99.
- [7] Viegas J M. Making urban road pricing acceptable and effective: Searching for quality and equity in urban mobility [J]. Transport Policy, 2001, 8(4): 289–294.
- [8] Verhoef E T, Nijkam P, Rietveld P. The economics of regulatory parking policies: The (im-) possibilities of parking policies in traffic regulation [J]. Transportation Research Part A, 1995, 29: 141–156.
- [9] Yang H, Wang X L. Managing network mobility with tradable credits [J]. Transportation Research Part B, 2011, 45: 580–594.
- [10] Bao Y, Gao Z Y, Xu M, et al. Tradable credit scheme for mobility management considering travelers' loss aversion [J]. Transportation Research Part E, 2014, 68: 138–154.
- [11] Kockelman K M, Kalmanje S. Credit-based congestion pricing: A policy proposal and the public's response [J]. Transportation Research Part A, 2005, 39(7–9): 671–690.
- [12] Wang G M, Gao Z Y, Xu M, et al. Models and a relaxation algorithm for continuous network design problem with a tradable credit scheme and equity constraints [J]. Computers and Operations Research, 2014, 41: 252–261.
- [13] Wang G M, Gao Z Y, Xu M, et al. Joint link-based credit charging and road capacity improvement in continuous network design problem [J]. Transportation Research Part A, 2014, 67: 1–14.
- [14] 赵彤, 高自友. 交通离散网络设计与土地使用问题的组合模型及求解算法 [J]. 土木工程学报, 2003, 36(7): 33–38.
Zhao Tong, Gao Ziyou. A combined model and solution algorithm for transport discrete network design and land-use problem [J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(7): 33–38. (in Chinese)
- [15] Gao Z Y, Song Y F. A reserve capacity model of optimal signal control with user-equilibrium route choice [J]. Transportation Research Part B, 2002, 36: 313–323.
- [16] Wong S C, Yang H. Reserve capacity of a signal-controlled road network [J]. Transportation Research Part B, 1997, 31: 397–402.
- [17] Cantarella G E, Vitetta A. The multi-criteria road network design problem in an urban area [J]. Transportation, 2006, 33(6): 567–588.
- [18] Yim K K W, Wong S C, Chen A, et al. A reliability-based land use and transportation optimization model [J]. Transportation Research Part C, 2011, 19: 351–362.
- [19] 张华歆. 拥挤道路收费理论与方法 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2011.
Zhang Huaxin. Theories and Methods of Congested Road Pricing [M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2011. (in Chinese)
- [20] Suwansirikul C, Friesz T L, Tobin R L. Equilibrium decomposed optimization: A heuristic for the continuous equilibrium network design problem [J]. Transportation Science, 1987, 21: 254–263.
- [21] Robert N S. Transaction costs and tradable permits [J]. Journal of Environmental Economics and Management, 1995, 29(2): 133–148.
- [22] Nie Y. Transaction costs and tradable mobility credits [J]. Transportation Research Part B, 2012, 46(1): 189–203.
- [23] Wang X L, Yang H, Zhu D L, et al. Tradable travel credits for congestion management with heterogeneous users [J]. Transportation Research Part E, 2012, 48(2): 426–437.
- [24] Grant-Muller S M, Xu M. The role of tradable credits schemes in road traffic congestion management [J]. Transport Reviews, 2014, 34(2): 128–149.
- [25] Sovacool B K. The policy challenges of tradable credits: A critical review of eight markets [J]. Energy Policy, 2011, 39(2): 575–585.

- [26]邵 虎,林兴强,孟 强,等. 基于出行时间可靠性的交通配流问题[J]. 管理科学学报,2009,12(5): 27-35.
Shao Hu, Lin Xingqiang, Meng Qiang, et al. Travel time reliability-based traffic assignment problem[J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(5): 27-35. (in Chinese)
- [27]徐红利,周 晶,徐 薇. 基于累积前景理论的随机网络用户均衡模型[J]. 管理科学学报,2011,14(7): 1-8.
Xu Hongli, Zhou Jing, Xu Wei. Cumulative prospect theory-based user equilibrium model for stochastic network[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(7): 1-8. (in Chinese)
- [28]Sheffi Y. Urban Transportation Networks, Equilibrium Analysis with Mathematical Methods[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985.
- [29]Bazaraa M S, Sherali H D, Shetty C M. Nonlinear Programming—Theory and Algorithms[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, Hoboken, 2006.
- [30]王广民,万仲平,王先甲. 二层规划综述[J]. 数学进展,2007,36(5): 513-529.
Wang Guangmin, Wan Zhongping, Wang Xianjia. Bibliography on bilevel programming[J]. Advances in Mathematics, 2007, 36(5): 513-529. (in Chinese)
- [31]Bialas W F, Karwan M H. Two-level linear programming[J]. Management Science, 1984, 30(8): 1004-1020.
- [32]Bard J F. Some properties of the bilevel linear programming[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1991, 68: 371-378.
- [33]Chen Y, Florian M. The nonlinear bilevel programming problem: Formulations, regularity and optimality conditions[J]. Optimization, 1995, 32: 193-209.
- [34]Luo Z Q, Pang J S, Ralph D. Mathematical programs with equilibrium constraints[J]. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [35]Ban J X, Liu H X, Ferris M C, et al. A general MPCC model and its solution algorithm for continuous network design problem[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2006, 43(5-6): 493-505.
- [36]GAMS. GAMS-The Solver Manuals[Z]. Washington DC, USA: GAMS Development Corporation, 2009.
- [37]Scholtes S. Convergence properties of a regularization scheme for mathematical programs with complementarity constraints[J]. SIAM Journal on Optimization, 2001, 11(4): 918-936.
- [38]Hoheisel T, Kanzow C, Schwartz A. Theoretical and numerical comparison of relaxation methods for mathematical programs with complementarity constraints[J]. Mathematical Programming, 2013, 137(1-2): 257-288.
- [39]高自友,宋一凡,四兵峰. 城市交通连续平衡网络设计——理论与方法[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2000.
Gao Ziyou, Song Yifan, Si Bingfeng. Urban Transportation Continuous Equilibrium Network Design Problem: Theory and Method[M]. Beijing: China Railway Press, 2000. (in Chinese)
- [40]黄海军. 城市交通网络平衡分析——理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 1994.
Huang Haijun. Urban Transportation Network Equilibrium Analysis: Theory and Practice[M]. Beijing: China Communication Press, 1994. (in Chinese)
- [41]Lawphongpanich S, Hearn D W. An MPEC approach to second-best toll pricing[J]. Mathematical Programming, 2004, 101(1): 33-55.

The combined model and relaxation algorithm for continuous network design problem with the second-best credits charging under elastic demand

WANG Guang-min¹, GAO Zi-you², XU Meng³, SUN Hui-jun²

1. School of Economics and Management, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China;

2. Institute of System Science, School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

3. State Key Laboratory of Rail Traffic Control and Safety, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract: In this paper, the bi-level programming model is proposed to study the continuous network design

problem with the second-best credits charging under elastic demand. The upper level decision maker maximizes the total social benefits by choosing the link enhancement and link credit charging. The lower level decision makers (the users) choose their optimal paths to minimize their generalized travel costs including the travel time and the value of credit for using the credit-charging link. By replacing the lower level programming problem with its Karush-Kuhn-Tucker(KKT) conditions , the bi-level programming model can be transformed into a single level problem. To deal with the difficult slackness conditions in the above single level problem , we propose a relaxation algorithm to solve it. Numerical experiments demonstrate the feasibility of the proposed model and algorithm. The numerical results show that this proposed model can obtain better effects to alleviate the congestion. It will be convenient and feasible to implement if we improve the link enhancement and charge the credit only in the subset of the network. In this proposed model , the users who travel more should buy the credits from the market and pay money for those additional travel need. While the users who reduce their travel can sell their extra credits to compensate their inconvenience for reducing travel. Thus , this tradable credit scheme is revenue neutral.

Key words: bi-level programming; continuous network design problem; tradable credits; relaxation algorithm

~~~~~  
( 上接第 37 页)

## VAT reform , property characteristics and corporate labor demand

WANG Yue-tang<sup>1</sup> , NI Ting-ting<sup>2\*</sup>

1. School of Management , Nanjing University , Nanjing 210093 , China

2. School of Accounting , Nanjing University of Finance & Economics , Nanjing 210046 , China

**Abstract:** VAT reform across the country in 2009 provides us an opportunity to test whether firms with different property characteristics behave differently on labor demand. Our research finds that , generally , the capital-labor substitution effect is greater than the income effect , and there is an overall decline in corporate labor demand. Meanwhile , private enterprises experience a strong decline in labor demand while state-owned enterprises' labor demand has not been reduced due to the presence of soft budget constraints , therefore , state-owned enterprises are less sensitive to the reform than private enterprises and the difference is statistically significant. In addition , central SOEs significantly reduce labor demand , while the demand of the local SOEs have not been reduced due to the intervention of local governments , so local SOEs are less sensitive to the reform compared to central SOEs. Furthermore , since state-owned enterprises , especially local SOEs , satisfy more labor demand , they have received more government subsidies in return.

**Key words:** VAT reform; property characteristics; labor demand; soft budget constraint