

面对异质竞买者风投退出困境与量子博弈均衡^①

郑君君¹, 张平¹, 蒋伟良¹, 饶从军²

(1. 武汉大学经济与管理学院, 武汉 430072; 2. 华中科技大学系统工程研究所, 武汉 430074)

摘要: 风险投资市场中风险投资家与风险企业家对异质外部投资者的选择可能因存在分歧而形成退出困境。鉴于此, 运用量子博弈对两者的策略选择与纠缠度进行分析, 研究结果表明在量子博弈中存在着一个临界条件, 当两者选择相同策略的纠缠度从0逐渐增大时, 纳什均衡解将发生根本变化; 控制两者选择相同策略的纠缠度大于选择不同策略的纠缠度是实现风险投资顺利退出的条件, 而具体的均衡解则取决于初始密度矩阵中不同策略纠缠度的取值。

关键词: 风险投资退出; 策略选择; 量子博弈; 纳什均衡

中图分类号: F224.13 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2015)04-0062-10

0 引言

风险投资当中主要有三类行为主体: 风险企业家、风险投资家以及外部竞买者。其中, 风险投资退出阶段涉及到的直接行为主体一般只有风险投资家和竞买者, 两者之间存在着风险企业股权的交易关系, 风险投资家可以通过设计合理有效的市场交易机制来揭示竞买者的私人信息以及风险企业股权的真实市场价值^[1-2]。然而在现实的风险投资退出过程中, 风险投资家在选择竞买者时往往还受到其他条件的约束, 例如与风险企业家签订的契约、建立市场声誉的需求等。风险企业家可能为了自身的长远收益与风险企业的可持续发展, 希望在风险投资退出环节中引入市场声誉、社会资本等各方面能力都较强的竞买者^[3], 所以, 以下情况在现实情况中是存在的: 即在风险企业的融资阶段, 风险企业家在接受风险投资家的投资时, 就与其签订具有法律效力的契约或者合同, 其中相应的条款规定风险投资家只有在得到风险企业家的同意或者首肯的条件下, 才能够在风险投资退出阶段将风险企业股权出售给其选

定的竞买者, 也就是说只有当风险投资家和风险企业家对于竞买者的选择达成一致时才能实现风险投资的顺利退出。然而, 在现实的风险投资退出过程中, 风险企业家和风险投资家的主要目标往往并不一致^[4-5]。在面对异质竞买者时, 风险企业家一般希望能够引入更加优秀的竞买者, 为风险企业的进一步发展提供力量, 而较少考虑风险企业股权出售的价格; 风险投资家则希望通过风险投资退出实现投资利益最大化, 因此往往更加关注股权的出清价格而较少考虑竞买者的综合能力。在这种情况下, 风险投资家和风险企业家对竞买者的选择存在分歧, 使得两者对于竞买者的策略选择将有可能陷入博弈困境而使得风险投资不能顺利退出, 从而损害了风险投资家和风险企业家的利益。

国内外学者对风险投资退出阶段中的策略选择问题展开了大量的研究也取得了丰硕的研究成果。Cumming 和 MacIntosh^[6]通过对美国和加拿大 248 例风险投资家的部分退出案例进行分析, 发现合同中风险投资家和风险企业家的控制权分配、投入资金以及分红等条款对于风险投资家的

① 收稿日期: 2013-10-18; 修订日期: 2014-08-16.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71371147; 71071120).

作者简介: 郑君君(1966—), 女, 湖北松滋人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: 99zhengjunjun@163.com

退出方式、退出时机等策略选择均具有显著的影响; Cumming^[7]分析了合同中控制权的分配条件、风险投资家与风险企业家的冲突对风险投资退出方式的影响,研究表明当风险企业不具有明显的盈利优势或者风险投资家与风险企业家存在着较大的冲突时,风险投资家将要求得到更多的控制权以弥补其经济损失并将更可能选择兼并的退出方式,而风险企业家对风险投资退出方式的选择则更加受到风险企业的发展、其自身的经验、年龄、受教育程度等因素的影响,这与风险投资家的策略选择有所不同^[8]. 国内学者郑君君等^[9]针对IPO市场中的逆向选择问题建立了基于声誉激励效应与监督惩罚效应的演化博弈模型,并给出了竞买者引导不同类型风险投资家的政策建议;随后,运用随机微分方程刻画了风险投资退出过程中外部投资者的报价策略演进过程,并探讨了风险投资家的信息公布程度、竞买人易受影响程度等因素对股权拍卖结果的影响^[10]. 综上所述,国内外学者在对风险投资退出策略选择进行研究时,大多针对的是风险投资家的退出方式与退出时机、风险企业家的退出原因与方式,并且一般是将两者视为相互独立的市场主体,而已有的研究成果表明风险投资家与风险企业家之间的关系对其策略选择具有非常重要的影响^[11],并且在上文所述的研究背景之下,对异质竞买者的选择需要他们共同决策、动态博弈并最终达成博弈均衡.

纵观博弈论的研究成果,可以发现通过博弈分析所得到的纳什均衡解往往难以调和局中人的策略选择与所得收益的冲突,这也是目前进行博弈论研究所面临的一个重要难题. 运用博弈论刻画风险投资退出市场中行为主体的策略选择规律也一直是风险投资领域内的研究重点,然而正如上文所述,风险投资家与风险企业家由于利益诉求不同将可能在退出阶段陷入冲突的困境,对此,量子博弈(Quantum Game)充分结合了博弈论和量子理论的优势并为这个问题提供了一个有效的解决方案. 量子信息是一种全新的信息处理技术,此时信息都是编码在单个量子系统中来进行传递的,其传递过程也遵循量子力学中的纠缠、重叠等规律,因此和经典信息相比,量子信息具有一系列特殊的性质,信息在量子世界中的延伸为博弈论和量子理论的结合提供了一个完美的契合

点,并促进了量子博弈理论的诞生^[12]. 对量子博弈的研究起始于对经典博弈(下文将量子博弈以前的博弈论统称为经典博弈)的量子化研究,即以量子信息的产生、传递、接受为基础,将参与者的决策过程表示为对系统量子信息的操作过程,而博弈的结果由量子信息的最终状态决定. Meyer^[13]等人首次提出了对经典博弈过程的量子化分析,研究表明在“翻硬币”博弈中参与人采用量子策略将能够获得更优于采用经典策略的博弈结果,这首次显示了量子策略在对抗经典策略时的优越性; Eisert等^[14]和 Marinatto和 Weber^[15]等将参与人的决策过程量子化为施加在态矢量上的局域变换,这一思想构成了量子博弈理论的核心部分并进一步奠定了量子博弈理论的基础研究框架. 随后,在对“囚徒困境”、“性别战”等量子化博弈的研究中发现两人博弈和非合作博弈中的一些困境和悖论能够通过量子博弈得到解决,其中量子系统中的量子叠加、纠缠、干涉等信息处理机制是造成这一结果的根本原因^[16,17]. Jiangfeng等^[18,19]进一步拓展了参与人在 Eisert 量子囚徒困境中的 2×2 两参数策略子集,当允许参与人选取任意 2×2 策略时,将不存在纯量子 Nash 均衡策略,由此提出了混合量子策略的概念且给出了求解混合量子 Nash 均衡策略的方法,并于 2002 年首次利用核磁共振技术实现了该量子博弈的全过程,这一研究成果标志着量子博弈理论将不再仅仅是完美的抽象理论,而且是在现实世界中可以实现的先进理论.

比较经典博弈与量子博弈可以发现,建立在概率论基础上的经典博弈主要运用贝叶斯规则来解决组合概率问题,所以参与人的概率空间在实数域内,而量子博弈通过引入量子态的叠加原理从而将量子策略拓展到复空间,同时,量子信息处理中的量子纠缠使得纠缠态子系统之间具有非定域的、非经典的强关联,这构成了量子信息和经典信息的本质区别. 量子信息的构建与实现将极大地拓展博弈主体的策略选择空间,甚至在改善博弈环境、重新构造博弈规则等方面都具有不同于经典博弈的优势,这为解决传统博弈理论研究与实践诸如偏好难以协调、策略选择相互冲突等问题提供了一种新的途径与方法. 鉴于此,本文以风险投资退出市场为研究背景,探讨风险投资

家和风险企业家对异质竞买者的策略选择,分别从传统博弈视角和量子博弈视角对博弈过程与结果进行比较分析,以期给出协调两者策略选择的条件与方法,为实现风险投资的顺利退出提供一种研究思路.

1 研究背景及基本假设

可以合理的假设这样一种情况,在某一个风险投资退出过程中有两个异质竞买者 A 和 B 愿意购买风险投资家持有的风险企业股权,其中 A 竞买价格较低,但具有很强的综合能力,能够为风险企业的后续发展提供强大的助力; B 竞买价格较高,但是能力和资历一般,无力为风险企业的发展提供帮助. 此时,从风险投资收益的视角来看,显然风险投资家倾向于选择竞买者 B,而从风险企业的长远发展来看,风险企业家倾向于选择竞买者 A. 并且给出如下的假设条件:

假设 1 风险投资退出只有三类市场参与主体: 1 个风险企业家(E), 1 个风险投资家(C) 以及 2 个竞买者 A 和 B, 其中 A 具有较高的能力, B 具有较高的竞买价格.

此时记 s_i 为风险投资家和风险企业家的策略, S_i 为其所有可选的纯策略组合,可以得到 $s_i \in S_i = (A, B)$, 其中 $i = E, C$, 风险投资家和风险企业家的收益分别为 π_E 和 π_C .

假设 2 只有当风险投资家和风险企业家对于异质竞买者的选择统一时,才能够实现风险投资的顺利退出,当两者的选择不一致时,风险投资家不能退出风险企业.

假设 3 在各种选择条件下,风险企业家和风险投资家的收益矩阵如表 1 所示,其中 $\alpha > \beta > \gamma$.

当风险企业家和风险投资家均选择将风险企业股权出售给 A 时得到的收益分别为 α 和 β , 此时风险企业家通过博弈实现了最大利益; 当风险企业家和风险投资家均选择将风险企业股权出售给 B 时得到的收益分别为 β 和 α , 此时风险企业家通过博弈获得最优收益; 当风险企业家和风险投资家的选择不同时不能实现风险投资退出,双方两败俱伤获得的收益 γ 较低.

表 1 收益矩阵

Table 1 Gain matrix

收益		风险投资家	
		A	B
风险企业家	A	($\alpha \beta$)	($\gamma \gamma$)
	B	($\gamma \gamma$)	($\beta \alpha$)

2 经典博弈下的风险投资退出困境

对表 1 进行分析可以得到两个纯策略纳什均衡: (A, A), (B, B), 对应的收益分别为 ($\alpha \beta$) 和 ($\beta \alpha$). 当考虑混合策略均衡时, 设风险企业家选择竞买者 A 和竞买者 B 的概率分别为 p 和 $1 - p$, 对应的, 风险投资家选择竞买者 A 和竞买者 B 的概率分别为 q 和 $1 - q$, 则可以

$$\pi_E(p, q) = p[q\alpha + (1 - q)\gamma] + (1 - p)[q\gamma + (1 - q)\beta] \quad (1)$$

$$\pi_C(p, q) = q[p\alpha + (1 - p)\gamma] + (1 - q)[p\gamma + (1 - p)\beta] \quad (2)$$

式(1) 表示风险企业家的期望收益, 式(2) 表示风险投资家的期望收益, 两个式子均受到风险企业家和风险投资家的策略选择的共同影响. 若混合策略纳什均衡为 (p^*, q^*) 则可以

$$\pi_E(p^*, q^*) \geq \pi_E(p, q^*) \Rightarrow \frac{\partial \pi_E}{\partial p} = \quad (3)$$

$$q\alpha + (1 - q)\gamma - q\gamma - (1 - q)\beta = 0$$

$$\pi_C(p^*, q^*) \geq \pi_C(p^*, q) \Rightarrow \frac{\partial \pi_C}{\partial q} = \quad (4)$$

$$p\alpha + (1 - p)\gamma - p\gamma - (1 - p)\beta = 0$$

$$p^*, q^* \in [0, 1] \quad (5)$$

由式(3) 和式(4) 知

$$p^* = \frac{\alpha - \gamma}{\alpha + \beta - 2\gamma}, \quad q^* = \frac{\beta - \gamma}{\alpha + \beta - 2\gamma}.$$

综合以上分析, 可以得到如表 2 所示的纳什均衡策略, 此时风险投资家与风险企业家博弈的纳什均衡解 (A, A), (B, B) 不能同时满足双方的利益诉求, 混合纳什均衡解在现实操作中也是难以实现的, 因此, 经典博弈无法突破风险投资退出过程中策略选择相互冲突的难题, 本文接下来将运用量子博弈的研究思路来进行研究.

表 2 纳什均衡策略

Table 2 Nash equilibrium strategy

均衡点	(A, A)	(B, B)	$(\frac{\alpha-\gamma}{\alpha+\beta-2\gamma}A, \frac{\beta-\gamma}{\alpha+\beta-2\gamma}B)$	
收益	E	α	β	$\frac{\alpha\beta-\gamma^2}{\alpha+\beta-2\gamma}$
	C	β	α	$\frac{\alpha\beta-\gamma^2}{\alpha+\beta-2\gamma}$
比较	$\gamma < \frac{\alpha\beta-\gamma^2}{\alpha+\beta-2\gamma} < \beta < \alpha$			

3 量子博弈下的均衡策略

3.1 风险投资退出量子博弈收益

在量子博弈过程中,假设当风险企业家和风险投资家知晓双方的博弈收益矩阵,并据此不断对其初始量子策略进行调整时,量子博弈收益矩阵为双方量子策略的函数,随着博弈双方的策略

$$\rho_{ini} = (a|AA\rangle + b|AB\rangle + c|BA\rangle + d|BB\rangle)(a^*|AA\rangle + b^*|AB\rangle + c^*|BA\rangle + d^*|BB\rangle) \quad (7)$$

$$\Rightarrow \rho_{ini} = |a|^2|AA\rangle\langle AA| + ab^*|AA\rangle\langle BA| + ac^*|AA\rangle\langle AB| + ad^*|AA\rangle\langle BB| +$$

$$ba^*|AB\rangle\langle AA| + |b|^2|AB\rangle\langle BA| + bc^*|AB\rangle\langle AB| + bd^*|AB\rangle\langle BB| +$$

$$ca^*|BA\rangle\langle AA| + cb^*|BA\rangle\langle BA| + |c|^2|BA\rangle\langle AB| + cd^*|BA\rangle\langle BB| +$$

$$da^*|BB\rangle\langle AA| + db^*|BB\rangle\langle BA| + dc^*|BB\rangle\langle AB| + |d|^2|BB\rangle\langle BB| \quad (8)$$

其中 a^* 为 a 的共轭数.

定义 F 和 I 分别为比特反转算子和恒等算子,则可以得到

$$F|A\rangle = |B\rangle, F|B\rangle = |A\rangle, F = F^\dagger = F^{-1} \quad (9)$$

$$I|A\rangle = |A\rangle, I|B\rangle = |B\rangle, I = I^\dagger = I^{-1}$$

风险投资家和风险企业家可以通过 F 和 I 的

$$\rho_{fin} = pqI_A \otimes I_B \rho_{ini} I_A^\dagger \otimes I_B^\dagger + p(1-q)I_A \otimes F_B \rho_{ini} I_A^\dagger \otimes F_B^\dagger +$$

$$(1-p)qF_A \otimes I_B \rho_{ini} F_A^\dagger \otimes I_B^\dagger + (1-p)(1-q)F_A \otimes F_B \rho_{ini} F_A^\dagger \otimes F_B^\dagger \quad (10)$$

$$P_E = \alpha|AA\rangle\langle AA| + \beta|BB\rangle\langle BB| + \gamma(|AB\rangle\langle AB| + |BA\rangle\langle BA|) \quad (11)$$

$$P_C = \beta|AA\rangle\langle AA| + \alpha|BB\rangle\langle BB| + \gamma(|AB\rangle\langle AB| + |BA\rangle\langle BA|)$$

求解 P_E 和 P_C 的平均值,可得^[16]

$$\overline{P_E} = p[q(\alpha+\beta-2\gamma)(|a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2) - (\beta-\gamma)(|a|^2 - |c|^2) + (\alpha-\gamma)(|b|^2 - |d|^2)] +$$

$$q[(\alpha-\gamma)(|c|^2 - |d|^2) + (\beta-\gamma)(|b|^2 - |a|^2)] + \alpha|d|^2 + \beta|a|^2 + \gamma(|b|^2 + |c|^2)$$

$$\overline{P_C} = q[p(\alpha+\beta-2\gamma)(|a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2) - (\beta-\gamma)(|d|^2 - |c|^2) + (\alpha-\gamma)(|b|^2 - |a|^2)] +$$

$$p[(\alpha-\gamma)(|c|^2 - |a|^2) + (\beta-\gamma)(|b|^2 - |d|^2)] + \beta|d|^2 + \alpha|a|^2 + \gamma(|b|^2 + |c|^2) \quad (12)$$

命题 1 初始纠缠态即 $|a|^2, |b|^2, |c|^2$ 和 $|d|^2$ 的取值不同时量子纳什均衡解将发生变化

变动而变动. 当风险企业家和风险投资家的策略相互纠缠时,可以得到初始量子态

$$|\varphi_{ini}\rangle = a|AA\rangle + b|AB\rangle + c|BA\rangle + d|BB\rangle \quad (6)$$

其中 $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$, 右失符号 $|\rangle$ 中第一项和第二项分别为风险企业家和风险投资家的策略,故 a, d 可以用来衡量他们选择相同竞买人的纠缠度,相对的, b, c 为其选择不同竞买人的纠缠度. 由式(6)得到初始密度矩阵

$$\rho_{ini} = (a|AA\rangle + b|AB\rangle + c|BA\rangle + d|BB\rangle)(a^*|AA\rangle + b^*|AB\rangle + c^*|BA\rangle + d^*|BB\rangle) \quad (7)$$

$$\Rightarrow \rho_{ini} = |a|^2|AA\rangle\langle AA| + ab^*|AA\rangle\langle BA| + ac^*|AA\rangle\langle AB| + ad^*|AA\rangle\langle BB| +$$

$$ba^*|AB\rangle\langle AA| + |b|^2|AB\rangle\langle BA| + bc^*|AB\rangle\langle AB| + bd^*|AB\rangle\langle BB| +$$

$$ca^*|BA\rangle\langle AA| + cb^*|BA\rangle\langle BA| + |c|^2|BA\rangle\langle AB| + cd^*|BA\rangle\langle BB| +$$

$$da^*|BB\rangle\langle AA| + db^*|BB\rangle\langle BA| + dc^*|BB\rangle\langle AB| + |d|^2|BB\rangle\langle BB| \quad (8)$$

使用实现对量子策略的调整,那么他们的策略可以分别量子化为 $pI + (1-p)F, qI + (1-q)F$. 经典博弈中的 p 和 q 分别对应于量子博弈中选择恒等算子 I 的概率,则可以得到如式(10)所示的最终量子密度矩阵以及如式(11)所示的风险企业家和风险投资家的收益函数

$$\rho_{fin} = pqI_A \otimes I_B \rho_{ini} I_A^\dagger \otimes I_B^\dagger + p(1-q)I_A \otimes F_B \rho_{ini} I_A^\dagger \otimes F_B^\dagger +$$

$$(1-p)qF_A \otimes I_B \rho_{ini} F_A^\dagger \otimes I_B^\dagger + (1-p)(1-q)F_A \otimes F_B \rho_{ini} F_A^\dagger \otimes F_B^\dagger \quad (10)$$

$$P_E = \alpha|AA\rangle\langle AA| + \beta|BB\rangle\langle BB| + \gamma(|AB\rangle\langle AB| + |BA\rangle\langle BA|) \quad (11)$$

$$P_C = \beta|AA\rangle\langle AA| + \alpha|BB\rangle\langle BB| + \gamma(|AB\rangle\langle AB| + |BA\rangle\langle BA|)$$

证明 若 (p^*, q^*) 为此量子博弈的均衡解,则可知

$$\begin{cases} \overline{P_E}(p^*, q^*) \geq \overline{P_E}(p, q^*) \\ \overline{P_C}(p^*, q^*) \geq \overline{P_C}(p^*, q) \end{cases} \quad (13)$$

若 $p^* = q^* = 0$,即纳什均衡为 (B, B) ,则由式(13) 可得

$$\begin{cases} (\alpha - \gamma)(|d|^2 - |b|^2) + (\beta - \gamma)(|a|^2 - |c|^2) \geq 0 \\ (\alpha - \gamma)(|a|^2 - |b|^2) + (\beta - \gamma)(|d|^2 - |c|^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M_E + M_C = (\alpha - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|b|^2) + (\beta - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|c|^2) \geq 0 \quad (14)$$

若 $p^* = q^* = 1$,此时纳什均衡为 (A, A) ,可得

$$\begin{cases} (\alpha - \gamma)(|a|^2 - |c|^2) + (\beta - \gamma)(|d|^2 - |b|^2) \geq 0 \\ (\alpha - \gamma)(|d|^2 - |c|^2) + (\beta - \gamma)(|a|^2 - |b|^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|c|^2) + (\beta - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|b|^2) \geq 0 \quad (15)$$

若 $p^* = 0, q^* = 1$,此时纳什均衡 (B, A) ,可得

$$\begin{cases} (\alpha - \gamma)(|c|^2 - |a|^2) + (\beta - \gamma)(|b|^2 - |d|^2) \geq 0 \\ (\alpha - \gamma)(|b|^2 - |a|^2) + (\beta - \gamma)(|c|^2 - |d|^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|a|^2) + (\beta - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|d|^2) \geq 0 \quad (16)$$

$$\begin{cases} (\alpha - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|b|^2) + (\beta - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|c|^2) < 0 \\ (\alpha - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|a|^2) + (\beta - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|d|^2) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |a|^2 + |b|^2 > |c|^2 + |d|^2 \quad (18)$$

该条件为曲线 *ABCDE* 与虚线 *BD* 组合而成的图形(如图1所示) ,此时风险投资家与风险企业家在初始量子态中 $|AA\rangle$ 和 $|AB\rangle$ 的纠缠度较大.

$$\begin{cases} (\alpha - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|c|^2) + (\beta - \gamma)(|a|^2 + |d|^2 - 2|b|^2) < 0 \\ (\alpha - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|d|^2) + (\beta - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|a|^2) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |a|^2 + |b|^2 < |c|^2 + |d|^2 \quad (19)$$

对应的 ,该条件为曲线 *HGIJK* 与虚线 *GJ* 组合而成的图形(如图1所示) ,此时风险投资家与风险企业家在初始量子态中 $|BA\rangle$ 和 $|BB\rangle$ 的纠缠度较大.

若 $p^* = 1, q^* = 0$,此时纳什均衡为 (A, B) ,可得

$$\begin{cases} (\alpha - \gamma)(|b|^2 - |d|^2) + (\beta - \gamma)(|c|^2 - |a|^2) \geq 0 \\ (\alpha - \gamma)(|d|^2 - |c|^2) + (\beta - \gamma)(|b|^2 - |a|^2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|d|^2) + (\beta - \gamma)(|b|^2 + |c|^2 - 2|a|^2) \geq 0 \quad (17)$$

由上述分析可知 式(14) 、(15) 、(16) 和(17) 分别为点 (0, 0) 、(1, 1) 、(0, 1) 和(1, 0) 为纳什均衡点的必要条件 ,因此初始纠缠态即 $|a|^2$ 、 $|b|^2$ 、 $|c|^2$ 和 $|d|^2$ 的取值不同时量子纳什均衡解将发生变化 ,本文接下来将进一步展开讨论.

3.2 风险投资顺利退出的条件

命题2 对于风险投资家来说 ,其最优策略为外部投资者 A 时 , $|a|^2 + |b|^2$ 大于 $|c|^2 + |d|^2$ 的取值 ,其最优策略为外部投资者 B 时 , $|a|^2 + |b|^2$ 小于 $|c|^2 + |d|^2$ 的取值; 对于风险企业家来说 ,其最优策略为 A 时 , $|a|^2 + |c|^2$ 大于 $|b|^2 + |d|^2$ 的取值 ,对应的 ,当其最优策略为 B 时 , $|a|^2 + |c|^2$ 小于 $|b|^2 + |d|^2$ 的取值.

证明 当风险投资家的最优策略始终为外部投资者 A 时 ,此时 (B, B) 和 (B, A) 均不是纳什均衡解 ,则可知

当风险投资家的最优策略始终为外部投资者 B 时 ,此时 (A, A) 和 (A, B) 均不是纳什均衡解 ,则可知

同理 ,风险企业家的最优策略是外部投资者 A、B 的条件分别为如式(20) 、(21) 所示

$$|a|^2 + |c|^2 < |b|^2 + |d|^2 \quad (20)$$

$$|a|^2 + |c|^2 > |b|^2 + |d|^2 \quad (21)$$

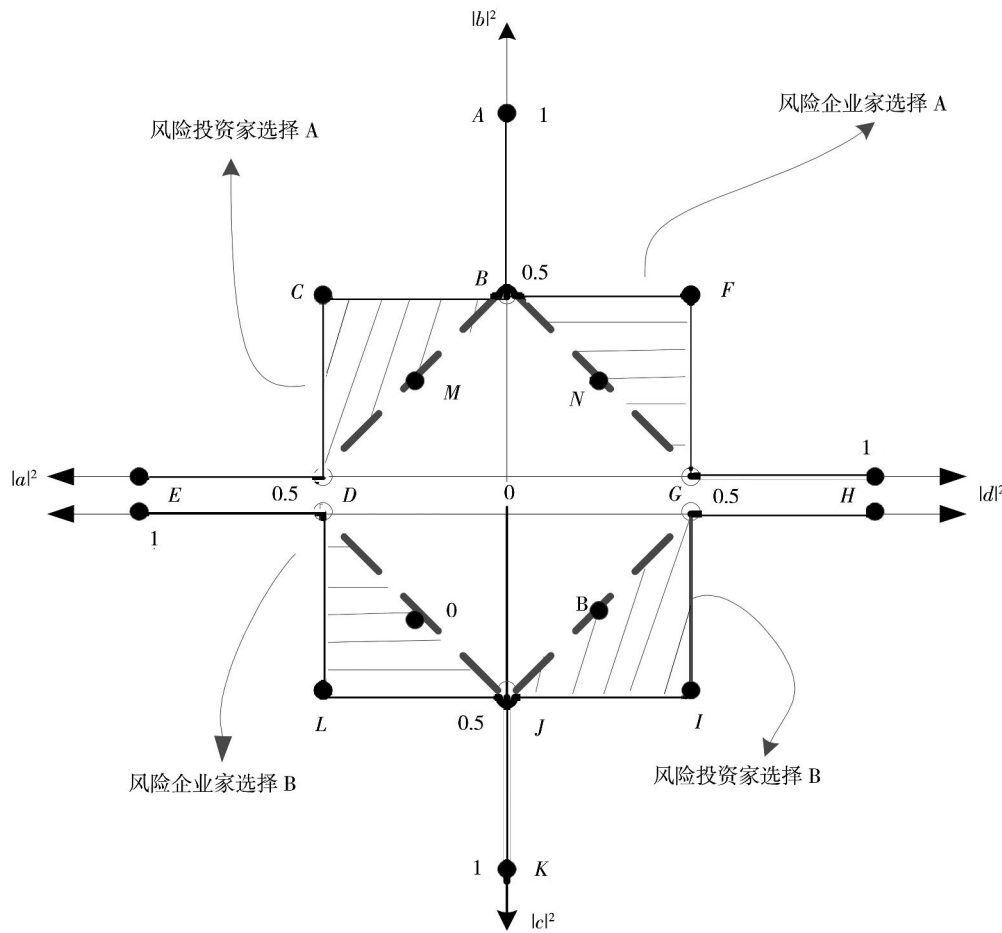


图 1 风险投资家与风险企业家的策略偏好

Fig. 1 Strategy preference of venture capitalist and venture entrepreneur

命题 3 $|a|^2 + |d|^2 = |b|^2 + |c|^2 = \frac{1}{2}$ 是量子博弈的一个临界条件, 当 $|a|^2 + |d|^2$ 的取值不小于 0.5 时, 能够实现风险投资的顺利退出.

$$\begin{cases} (\alpha - \gamma) (|b|^2 + |c|^2 - 2 |d|^2) + (\beta - \gamma) (|b|^2 + |c|^2 - 2 |a|^2) < 0 \\ (\alpha - \gamma) (|b|^2 + |c|^2 - 2 |d|^2) + (\beta - \gamma) (|b|^2 + |c|^2 - 2 |a|^2) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |a|^2 + |d|^2 > \frac{1}{2} > |b|^2 + |c|^2 \quad (22)$$

对实现风险投资顺利退出的条件进行分类讨论:

1) 当 $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2 = |d|^2 = \frac{1}{4}$ 时, 即为条件 (MNOP), 风险投资家与风险企业家对外部投资者没有任何偏好, 策略 A 与策略 B 完全无差异, 此时 (A, A)、(B, B)、(A, B)、(B, A) 均为其纳什均衡解;

2) 当 $|a|^2 = |d|^2 = \frac{1}{2}$ 时, 即为条件 (DG),

证明 当风险企业家和风险投资家对外部投资者的选择一致, 即纳什均衡解为 (A, A) 或 (B, B) 时, 此时式 (16) 和式 (17) 均不成立, 可得

风险投资家与风险企业家仅存在两种策略组合 (A, A) 与 (B, B) 并且对这两种策略组合的偏好无差异;

3) 当 $\frac{1}{2} < |a|^2 \leq 1$ 时, 即为图 2 中的 (1) 分图或 (3) 分图, 将其记为条件 $\{ ED \cup BFG \}$ 或 $\{ ED \cup GIJ \}$, 需要说明的是, 均不包括虚线部分, 并且由于 $|b|^2 + |c|^2 < \frac{1}{2}$ 故两个条件不能同时

成立,此时在初始量子态中 $|AA\rangle$ 的纠缠度较大,表明风险投资家与风险企业家均偏好外部投资者 A 的概率较大;

4) 当 $0 < |a|^2 \leq \frac{1}{2}$ 时,即为图 2 中的(2)分图或(4)分图,将其记为条件 $\{GH \cup BCD\}$ 或者 $\{GH \cup DLJ\}$,均不包括虚线部分,同样的,两个条件不能同时成立,此时在初始量子态中 $|BB\rangle$ 的纠缠度较大,表明风险投资及风险企业家均偏好

外部投资者 B 的概率较大.

综上所述,可以得到如图 2 所示的实现风险投资顺利退出的条件.在现实的风险投资退出过程中,风险投资家或者风险企业家可以通过相关信息的披露、设计相应的机制等方法来诱导对方,使得两者在量子博弈开始就对相同竞买者的偏好趋同,即两者选择相同竞买人(A,A)、(B,B)的概率不低于选择不同竞买人(A,B)、(B,A)的概率,从而实现风险投资的顺利退出.

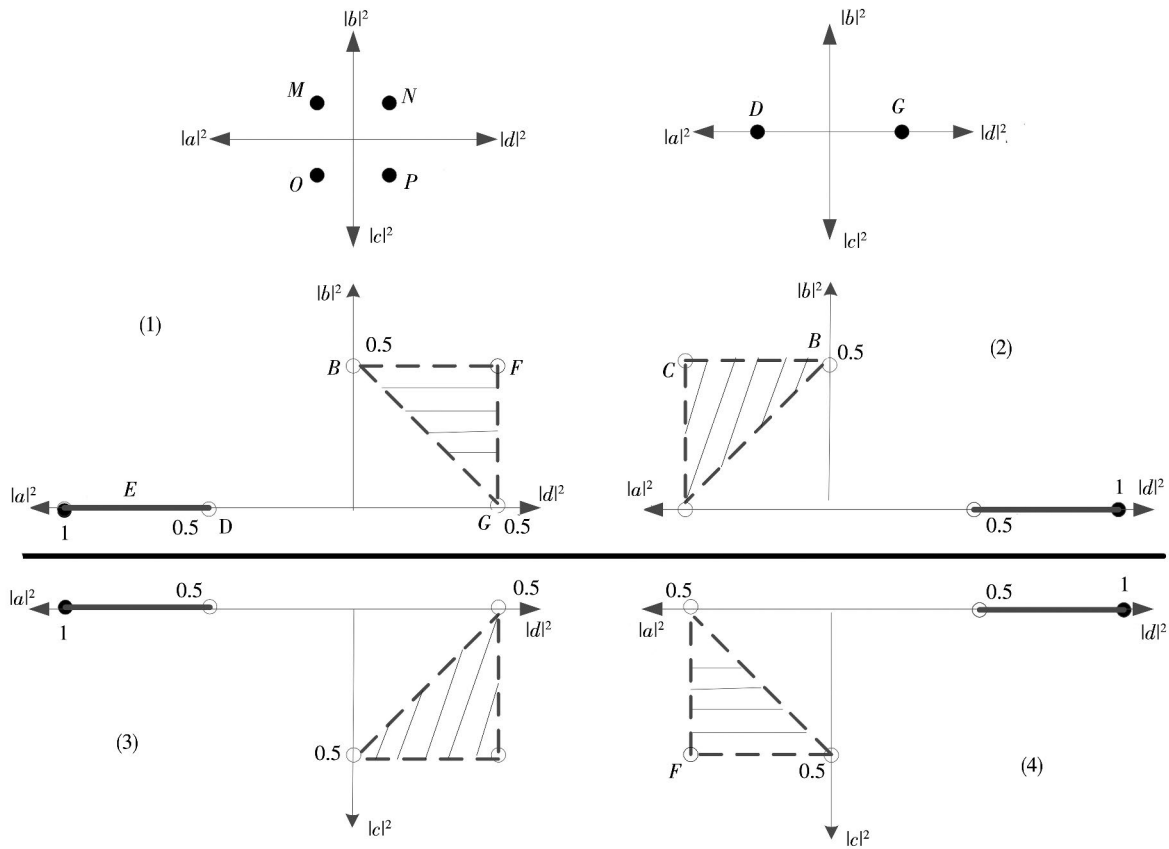


图 2 量子博弈中实现风险投资顺利退出的条件

Fig. 2 Conditions necessary for venture capital exit in quantum game

3.3 量子博弈均衡分析

本节接下来对 a, b, c, d 进行赋值,以考察风险投资退出量子博弈均衡解的变动

1) 令 $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2 = |d|^2 = \frac{1}{4}$,此时 $|a|^2 + |d|^2 = |b|^2 + |c|^2 = \frac{1}{2}$,由式(12)可以得到表 3.

2) 同理可以得到 $|a|^2 = \frac{3}{8}, |b|^2 = \frac{1}{4}, |c|^2 =$

$\frac{1}{8}, |d|^2 = \frac{1}{4}$ 的收益矩阵,此时 $|a|^2 + |d|^2 >$

$|b|^2 + |c|^2$ 纳什均衡为(A,A)和(B,B).

3) 当 $|a|^2 = \frac{1}{4}, |b|^2 = \frac{3}{8}, |c|^2 = \frac{1}{4}, |d|^2 =$

$\frac{1}{8}$ 时, $|a|^2 + |d|^2 < |b|^2 + |c|^2$ 纳什均衡为(A,

B) 和(B,A).

表 3 $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2 = |d|^2 = \frac{1}{4}$ 时的收益矩阵

Table 3 Gain matrix when $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2 = |d|^2 = \frac{1}{4}$

		风险投资家 C	
		$q = 1$	$q = 0$
风险企业家 E	$P = 1$	$\frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}, \frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}$	$\frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}, \frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}$
	$P = 0$	$\frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}, \frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}$	$\frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}, \frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{4}$
NE: (1, 1), (0, 0), (0, 1), (1, 0)			

表 4 $|a|^2 = \frac{3}{8}, |b|^2 = \frac{1}{4}, |c|^2 = \frac{1}{8}, |d|^2 = \frac{1}{4}$ 时的收益矩阵

Table 4 Gain matrix when $|a|^2 = \frac{3}{8}, |b|^2 = \frac{1}{4}, |c|^2 = \frac{1}{8}, |d|^2 = \frac{1}{4}$

		风险投资家 C	
		$q = 1$	$q = 0$
风险企业家 E	$P = 1$	$\frac{3\alpha + 2\beta + 3\gamma}{8}, \frac{2\alpha + 3\beta + 3\gamma}{8}$	$\frac{2\alpha + \beta + 5\gamma}{8}, \frac{\alpha + 2\beta + 5\gamma}{8}$
	$P = 0$	$\frac{\alpha + 2\beta + 5\gamma}{8}, \frac{2\alpha + \beta + 5\gamma}{8}$	$\frac{2\alpha + 3\beta + 3\gamma}{8}, \frac{3\alpha + 2\beta + 3\gamma}{8}$
$\frac{3\alpha + 2\beta + 3\gamma}{8} > \frac{2\alpha + 3\beta + 3\gamma}{8} > \frac{2\alpha + \beta + 5\gamma}{8} > \frac{\alpha + 2\beta + 5\gamma}{8}$ NE: (1, 1), (0, 0)			

表 5 $|a|^2 = \frac{1}{4}, |b|^2 = \frac{3}{8}, |c|^2 = \frac{1}{4}, |d|^2 = \frac{1}{8}$ 时的收益矩阵

Table 5 Gain matrix when $|a|^2 = \frac{1}{4}, |b|^2 = \frac{3}{8}, |c|^2 = \frac{1}{4}, |d|^2 = \frac{1}{8}$

		风险投资家 C	
		$q = 1$	$q = 0$
风险企业家 E	$P = 1$	$\frac{2\alpha + \beta + 5\gamma}{8}, \frac{\alpha + 2\beta + 5\gamma}{8}$	$\frac{3\alpha + 2\beta + 3\gamma}{8}, \frac{2\alpha + 3\beta + 3\gamma}{8}$
	$P = 0$	$\frac{2\alpha + 3\beta + 3\gamma}{8}, \frac{3\alpha + 2\beta + 3\gamma}{8}$	$\frac{\alpha + 2\beta + 5\gamma}{8}, \frac{2\alpha + \beta + 5\gamma}{8}$
$\frac{3\alpha + 2\beta + 3\gamma}{8} > \frac{2\alpha + 3\beta + 3\gamma}{8} > \frac{2\alpha + \beta + 5\gamma}{8} > \frac{\alpha + 2\beta + 5\gamma}{8}$ NE: (1, 0), (0, 1)			

由表 3、表 4 和表 5 可知在 $|a|^2 + |d|^2 = |b|^2 + |c|^2 = \frac{1}{2}$ 及其两侧量子博弈的纳什均衡策略发生了根本变化,故条件 $|a|^2 + |d|^2 = |b|^2 + |c|^2 = \frac{1}{2}$ 构成了量子博弈系统的临界条件之一。当控制量子初始态中 $|a|^2 + |d|^2$ 的取值在区间

$[\frac{1}{2}, 1]$ 时即控制风险投资家与风险企业家选择具有相同策略选择偏好的概率较大时,其量子博弈的最终策略选择为相同的竞买人,量子博弈纳什均衡解为(A, A) 和(B, B)。但是,纯量子均衡策略是不存在的,这是因为风险投资家与风险企业家总是能够通过控制反转算子与恒等算子的取

值实现纯量子策略(A,A)与(B,B)的转换,这一问题可以通过量子混合策略来进行进一步的研究,对此本文不再赘述。

4 算例

假设某高新技术项目成熟时,风险投资家C欲将手中持有的风险项目股权出售,现有竞买者A和竞买者B参与股权竞买,由于A的竞买价格更高,风险投资家欲将股权卖给A,但是竞买者B具有更雄厚的社会资本以及更高的管理能力,风险企业家E希望风险投资家将股权卖给B。与此同时,风险企业家E由于“金手铐”等原因对风险投资家形成了约束,只有当风险企业家和风险投资家对于竞买者的选择相同时才可以实现风险投资的顺利退出,若双方选择不一致,则无法实现风险投资的退出。

表6 风险投资家和风险企业家的收益矩阵

Table 6 Gain matrix of venture capitalist and venture entrepreneur

		风险投资家 C	
		A	B
风险企业家 E	A	(5, 3)	(1, 1)
	B	(1, 1)	(3, 5)

由经典博弈知有三个纳什均衡点,包括两个纯纳什均衡点(A,A)、(B,B)以及一个混合纳什均衡点,由于风险投资家和风险企业家的利益最大化目标并不一致,难以确定策略(A,A)和(B,B)孰优孰劣。

当采用量子博弈时,当 $|a|^2 + |d|^2 > |b|^2 + |c|^2$ 时,令 $|a|^2 = \frac{1}{2}, |b|^2 = \frac{1}{4}, |c|^2 = 0, |d|^2 = \frac{1}{4}$,可以得到如表7所示的收益矩阵:

比较表6和表7,可知通过控制量子初始态中纠缠度的取值可以缩小风险投资家与风险企业家对异质外部投资者的策略选择的差异,从而为实现风险投资的顺利退出创造了有利条件。特别地,当 $b = c = 0, a = d = \frac{1}{\sqrt{2}}$,可以得到新的收益矩阵(见表8):

此时风险投资家和风险企业家通过纯策略(A,A)和(B,B)所获得的收益相同,两者对异质外部投资者的选择可以实现完全统一,从而实现风险投资

的顺利退出。

表7 风险投资家和风险企业家的新收益矩阵

Table 7 The new gain matrix when

$$|a|^2 = \frac{1}{2}, |b|^2 = \frac{1}{4}, |c|^2 = 0, |d|^2 = \frac{1}{4}$$

		风险投资家 C	
		A	B
风险企业家 E	A	(3, 3.5)	(2, 1.5)
	B	(1.5, 2)	(3.5, 3)

表8 风险投资家和风险企业家的新收益矩阵

Table 8 The new matrix of venture capitalist and venture entrepreneur

		风险投资家 C	
		A	B
风险企业家 E	A	(4, 4)	(1, 1)
	B	(1, 1)	(4, 4)

5 结束语

本文以风险投资退出市场为研究背景,考虑了风险企业家和风险投资家两者对于选择竞买者的博弈分析。在经典博弈中,两者的博弈构成了一个性别战博弈,难以找到使博弈双方均满意的均衡解;在量子博弈中,两者的博弈经过纠缠以及量子信息的传递,得到异于经典博弈的收益矩阵,且最终的收益矩阵随着初始态的变化而不断变化,这一过程体现了博弈双方对于策略的偏好以及策略选择的相互影响。本文建立了普适性的量子博弈,研究表明当 $(|a|^2 + |d|^2)$ 的取值从0逐渐增大时,最终量子博弈的纳什均衡解将发生根本变化,表明量子初始态以及策略偏好对于最终的博弈结果影响显著。

在风险投资退出量子博弈中,量子初始态中的参数即纠缠度的大小是决定风险投资能否顺利退出的关键因素。实现风险投资顺利退出,需要控制风险投资家与风险企业家选择相同策略的纠缠度大于选择不同策略的纠缠度,而在现实情况中,风险企业家与风险投资家的初始策略偏好以及初始量子态也是相互影响的,因此在风险投资退出之初他们就可以通过相关信息的披露来诱导对方改变其策略偏好,实现初始策略偏好的趋同,并最终通过量子博弈实现风险投资的顺利退出。

参考文献:

- [1] George G T. Financial contract design in the world of venture capital[J]. The University of Chicago Law Review, 2001, 68(1): 305–322.
- [2] 郑君君, 张平, 饶从军, 等. 基于 Swarm 的股权拍卖机制设计与仿真研究[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 34(4): 883–891.
Zheng Junjun, Zhang Ping, Rao Congjun, et al. Research on mechanism design and simulation of equity auction based on Swarm[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2013, 34(4): 883–891. (in Chinese)
- [3] Gompers P P A, Lerner J. The Venture Capital Cycle[M]. Cambridge: MIT press, 2004.
- [4] 游家兴, 邱世远, 刘淳. 证券分析师预测“变脸”行为研究——基于分析师声誉的博弈模型与实证检验[J]. 管理科学学报, 2013, 16(6): 67–84.
You Jiaying, Qiu Shiyuan, Liu Chun. “Changed face” phenomena of security analysts’ forecasting behaviors: A reputation game model and evidences[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(6): 67–84. (in Chinese)
- [5] 吴斌, 徐小新, 何建敏. 双边道德风险与风险投资企业可转换债券设计[J]. 管理科学学报, 2012, 15(1): 11–21.
Wu Bin, Xu Xiaoxin, He Jianmin. Double-side moral hazard and convertible bond design in venture capital firms[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(1): 11–21. (in Chinese)
- [6] Cumming D, MacIntosh J. A cross-country comparison of full and partial venture capital exits[J]. Journal of Banking and Finance, 2003, 27(3): 511–548.
- [7] Cumming D. Contracts and exits in venture capital finance[J]. The Review of Financial Studies, 2008, 21(5): 1947–1982.
- [8] DeTienne D R, Cardon M S. Impact of founder experience on exit intentions[J]. Small Business Economics, 2012, 38(4): 351–374.
- [9] 郑君君, 韩笑, 邹祖旭, 等. IPO 市场中风险投资家策略的演化博弈分析[J]. 管理科学学报, 2012, 15(2): 72–82.
Zheng Junjun, Han Xiao, Zou Zuxu, et al. Analysis on venture capitalists’ strategies in IPO market based on evolutionary game[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(2): 72–82. (in Chinese)
- [10] 郑君君, 张平, 胡晓诗, 等. 基于随机微分方程的股权拍卖报价策略及模型研究[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(4): 893–900.
Zheng Junjun, Zhang Ping, Hu Xiaoshi, et al. Research on bidding strategy and modeling of equity auction based on stochastic differential equations[J]. Systems Engineering: Theory & Practice [J]. 2013, 33(4): 893–900. (in Chinese)
- [11] Lerner J. Boulevard of Broken Dreams: Why Public Efforts to Boost Entrepreneurship and Venture Capital Have Failed and What to Do About It? [M]. Princeton: Princeton University Press, 2009.
- [12] Kay-Yut C, Tad H. How well do people play a quantum prisoner’s dilemma? [J]. International Journal of Quantum Information, 2007, 5(5): 751–780.
- [13] Meyer D A. Quantum strategy[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(5): 1052–1055.
- [14] Eisert J, Wilkens M, Lewenstein M. Quantum games and quantum strategies[J]. Physical Review Letters, 1999, 83(15): 3077–3080.
- [15] Marinatto L, Weber T. A quantum approach to static games of complete information[J]. Physics Letters A, 2000, 272(5–6): 291–303.
- [16] Flitney A P, Abbott D. Advantage of a quantum player over a classical one in a 2×2 quantum games[J]. Royal Society of London Proceedings Series A, 2003, 459(2038): 2463–2474.
- [17] Nawaz A, Toor A H. Dilemma and quantum battle of sexes[J]. Journal of Physics A, Mathematical and General, 2004, 37(15): 4437–4443.
- [18] Jiangfeng Du, Xiaodong Xu, Hui Li, et al. Entanglement playing a dominating role in quantum games[J]. Physics Letters A, 2001, 289(1–2): 9–15.
- [19] Jiangfeng Du, Hui Li, Xiaodong Xu, et al. Experimental realization of the quantum games on a computer[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(13): 137902–137905.

Venture capital exit dilemma and quantum equilibrium in presence of heterogeneous bidders

ZHENG Jun-jun¹, ZHANG Ping¹, JIANG Wei-liang¹, RAO Cong-jun²

1. School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China;
 2. Institute of Systems Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract: The strategies of venture capitalist and entrepreneurs in the venture capital market may form an exit dilemma, therefore, the analysis of their strategy selection and entanglement using quantum game is given. The results show that there is a critical condition, and that the Nash equilibrium of the quantum game will be completely different when the entanglement that the two party select the same strategy varies. The condition of a successful exit is that the entanglement that they two select the same strategy is greater than that they select different strategies, and the specific equilibrium depends on the entanglement in the initial quantum state.

Key words: venture capital exit; strategy selection; quantum game; Nash equilibrium

(上接第17页)

图13、图14和图15分别表示习惯形成取不同值时参数 ω 、 b 、 s 与无风险利率之间的关系。这三幅图与表5的结果相对应。由图像可直观看出：(1) 无风险利率与参数 ω 、 b 、 s 之间存在

在单调递减的关系，即随着参数 ω 、 b 、 s 的增大，无风险利率逐渐减小；(2) 当参数 ω 、 b 、 s 取某一定值时，无风险利率与习惯形成不存在单调性关系。这由图4—图6也可以看出。

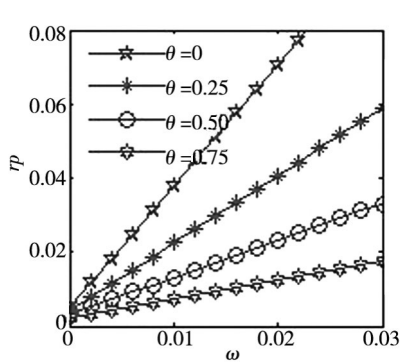


图16 参数 ω 与 rp 关系图
Fig. 16 Parameter ω and rp

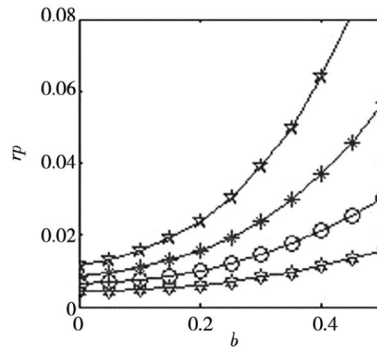


图17 参数 b 与 rp 关系图
Fig. 17 Parameter b and rp

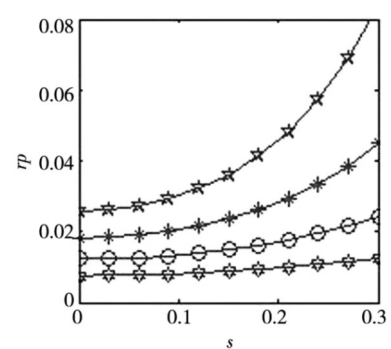


图18 参数 s 与 rp 关系图
Fig. 18 Parameter s and rp

图16、图17和图18分别表示习惯形成取不同值时参数 ω 、 b 、 s 与股权溢价之间的关系。这三幅图与表6的结果相对应。由图像可直观看出：(1) 股权溢价与参数 ω 、 b 、 s 之间

存在单调递增的关系，即随着参数 ω 、 b 、 s 的增大，股权溢价逐渐增大；(2) 当参数 ω 、 b 、 s 取某一定值时，股权溢价与习惯形成也存在单调递减关系。这由图7—图9也可以看出。

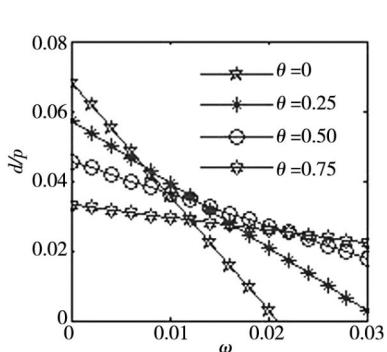


图19 参数 ω 与 d/p 关系图
Fig. 19 Parameter ω and d/p

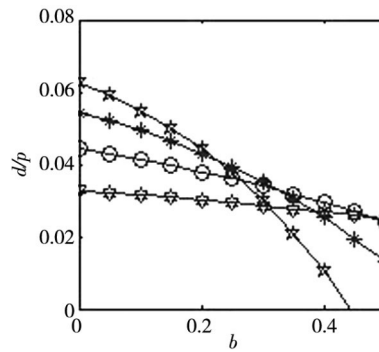


图20 参数 b 与 d/p 关系图
Fig. 20 Parameter b and d/p

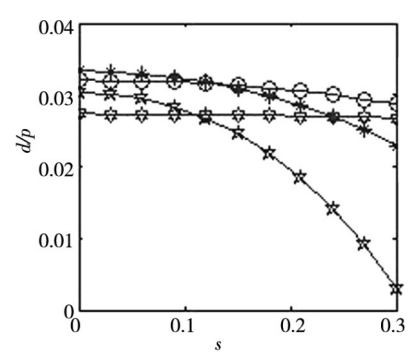


图21 参数 s 与 d/p 关系图
Fig. 21 Parameter s and d/p

图19、图20和图21分别表示习惯形成取不同值时参数 ω 、 b 、 s 与股利价格比之间的关系。这三幅图与表7的结果相对应。由图像可直观看出：(1) 股利价格比与参数 ω 、 b 、 s 之间存

在单调递减的关系，即随着参数 ω 、 b 、 s 的增大，股利价格比逐渐减小；(2) 当参数 ω 、 b 、 s 取某一定值时，股利价格比与习惯形成不存在单调性关系。这由图10—图12也可以看出。