债券流动性与违约风险相关性溢价及实证研究①

艾春荣[1]，张 奕[2]，崔长峰[3]
(1. 上海财经大学数理经济学教育部重点实验室，上海 200433; 2. 中国工商银行上海市分行，上海 200120;
3. 平安资产管理有限责任公司，上海 201201)

摘要: 债券的流动性与违约风险都是影响债券溢价的重要因素，然而以往在违约风险最为突出的公司债券定价中却很少考虑两种风险相关性关系的影响，这与发达市场实证经验不符. 在已有研究的基础上同时引入两种风险相关性，通过对Copula函数刻画的不同相关性结构情况下公司债券的收益率和风险变化分析，以及对中国短、中、长期公司债券市场数据的实证检验均发现，流动性与违约风险的相关性之间存在显著的正相关性，且对债券利差具有显著的影响和交互作用.

关键词: 流动性风险; 违约风险; 相关性; 实证检验
中图分类号: F830.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007－9807(2015)05－0087－08

0 引 言

现代投资学理论研究表明，公司债券的收益率与对应无违约风险国债的收益率之差由公司债券投资人承担的风险以及税收差异所决定，这里，投资人承担的风险通常包括企业的违约风险、债券的流动性风险、债券市场价格的跳跃风险和利率风险. 研究这几类风险以及他们之间的相互作用对公司债券溢价的影响是现代资产定价领域中的前沿研究之一. 然而，现有文献大多研究单一风险对债券溢价的影响，如，Elton等[1]、Merton[2]、Jonathan和Ingersoll[3]、林鸿熙和林建伟[4]等只考虑违约风险对债券溢价的影响，Brennan和Subrahmanyam[5]、Huang[6]、Acharya和Pedersen[7]、Houweling等[8]、邹小芃等[9]等只研究流动性风险在溢价中的作用，Vasicek[10]等只研究利率风险对溢价的影响. 也有部分文献同时研究两类风险对债券溢价的作用，例如Ericsson和Renault[11]、Duffie和Singleton[12]、王安兴等[13]等同时研究违约风险和流动性风险对溢价的影响，Cooper和Mello[14]、Longstaff和Schwartz[15]同时研究违约风险和利率风险对溢价的影响，zhou[16]同时研究违约风险和跳跃风险在溢价中的作用. 但只有Ericsson和Renault[11]从理论上研究过两类风险对溢价的交互作用.

大量的实证研究表明，各类风险之间存在显著的相关性. 例如，Beber等[17]使用欧元区公司债券数据研究发现，在不同的时间里投资人对违约风险和流动性风险的关注程度有所不同，在经济和金融市场陷入危机的时候，投资人更加关心流动性风险，从而造成流动性风险与违约风险之间的正相关. Cornett等[18]使用美国的银行数据研究发现，当银行债券信用等级变差时，出于监管要求或降低风险资本的考虑，银行会减持债券从而对市场流动性造成冲击，导致两类风险的相关. 郑庆寰[19]同样发现商业银行在面临信贷损失时惜贷和收缩资产规模的行为都将对债券市场流动性产

① 收稿日期: 2012－09－14; 修订日期: 2013－04－22.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70971082; 71331006); 上海财经大学研究生创新基金资助项目(CXJJ－2011－338); 上海财经大学数理经济学教育部重点实验室、长江学者和创新团队发展计划资助项目(IRT13077).
作者简介: 艾春荣(1962—)，男，湖北浠水人，教授，博士生导师. Email: chunrongai@hotmail.com

生影响. 陈颖和纪晓峰[20]也发现在流动性脆弱的市场环境下,交易对手违约的风险都将大大增强. Cherubini 和 Lunga[21]构建了理论模型,推导出违约风险和流动性风险的相关性.

至于风险之间的相关性是否对债券溢价有额外的解释力是需要理论探讨和实证研究的问题. 基于这一考量,Ericsson 和 Renault 在 Fan 和 Sundaresan[22]的破产重组模型基础上,建立了违约风险的结构模型(ER 模型),并引入流动性风险. ER 假设违约风险受到公司资产价值和财务杠杆的影响,一旦公司陷入财务困境,公司就会进入到破产重组程序. 在此过程中,如果持有该公司债券的投资人受到流动性冲击,可能需要抛售债券以获取资金,在此假设下,ER 证明投资人的出售决策会影响到债券的收益率. 反过来,流动性冲击出现在公司资产价值持续低于违约门限,因此与公司的违约风险有关,并且在破产重组期间这种冲击会更高,从而得出违约风险和流动性风险正相关的结论. 通过使用美国数据以及俄罗斯债务危机期间数据,ER 的实证结果表明两种风险之间确实存在正相关关系,并且能够显著地影响公司债券利差.

ER 的结构模型的优点在于能够更好、更有效地解释个体和市场行为,缺点是太复杂、不易估计、太依赖于对行为的假设. 相反,简约模型简单、容易估计,且具有对行为假设的稳健性. 基于这一比较,本文在广受欢迎的 DS 简约模型的基础上进行拓展,同时引入违约风险和流动性风险,并进行理论分析,得出违约风险和流动性风险对债券溢价有交互作用的充分必要条件是两类风险不相互独立的结论. DS 在他们的简约模型里也提到了违约风险和流动性风险对溢价的影响,但他们并未考虑违约风险与流动性风险之间的交互作用.

本文的主要思路是将违约风险和流动性风险刻画为事件驱动型风险,借用崔长峰和刘海龙[23-24]等提出的债权终止风险的渠道,研究了两类风险对债券溢价的影响. 本文对 Copula 函数刻画的不同风险相关性情况下公司债券收益率的变化分析,以及对我国短、中、长期公司债券市场的实验检验,均证实了流动性风险与违约风险相关性于债券溢价的显著影响.

1 DS 模型和结果

假设 $\mathscr{A}$ 代表期限为 T、到期收益为 X 的公司债券,即投资债券 $\mathscr{A}$ 的投资人在 T 时刻获得收益 X,除此之外的其他时间不产生任何支付. 考虑连续时间情形,以 r_t 表示 t 时的无风险利率. 众所周知,在基准情形下,即 $\mathscr{A}$ 没有任何风险,$\mathscr{A}$ 在 t 时的价格 V_t 为债券到期收益以无风险利率贴现到 t 时刻的现值[25]

$$V_t = \exp\left(-\int_t^T r_t \mathrm{d}t\right) X \tag{1}$$

DS 将违约风险引入基准模型. 如果债券 $\mathscr{A}$ 存在违约风险,则投资债券 $\mathscr{A}$ 产生的收益可能有两种情况: 没有违约发生时,在到期时刻 T 投资人获得收益 X,其他时刻不产生任何支付; 如果公司在 T' 时刻($T' \leqslant T$)违约,投资人则获得收益 X',其他时刻同样不产生任何支付. 由于公司违约与否是不确定性事件,故(T',X')是随机的,记

$$\tau = \min(T, T'); \quad Z = X 1_{\{T < T'\}} + X' 1_{\{T \geqslant T'\}} \tag{2}$$

则 Z 为投资人获取的收益,获取的时刻为 τ. 显然,(τ,Z)亦是随机的.

记 $F(t)$ 为 T' 的概率分布函数,$f(t)$ 为 T' 的概率密度函数,$h(t) = \dfrac{f(t)}{1 - F(t)}$,$\Lambda_t = 1_{\{t \geqslant T'\}}$ 表示 t 时违约是否已发生.

假设 t 时刻发生违约时,其收益为接近 t 时刻时债券价值的未损失部分. 在此假设下,DS 推导出 $\mathscr{A}$ 的价值为

$$V_t = \mathrm{E}_t\left[\exp\left(-\int_t^T R_s \mathrm{d}s\right) X\right] \tag{3}$$

其中: $R_t = r_t + h_t L_t$ 为考虑违约风险后的贴现率; L_t 为 $\mathscr{A}$ 在 t 时违约时市场价值的损失率,E_t 为给定 t 时刻信息条件下的条件期望.

由此可见,确定性和违约风险两种情形下,债券市场价值的计算方式一致,都是将债券的到期收益贴现. 只不过在确定性情况下,贴现率为无风险利率; 在违约风险情况下,贴现率为考虑违约风险下的利率. 而且由于违约的不确定性,导致 R_t 的随机性,故在计算公司债券价值时,要计算期望值.

债券定价中需要考虑的风险除了违约风险外

还有流动性风险[7]. 流动性是能立即并且以接近无摩擦市场中的价值出售证券的能力，在此定义下，债券的流动性风险即是为立即出售债券而承受回报出现较大折价所造成的损失.

记 l 为持有可违约债券的持有损失率，DS 通过对贴现率增加一项的方式来考虑流动性风险，$R_t = r_t + h_t L_t + l_t$，此时债券价值 V_t 依然由式(3)确定. 因此，债券价值既受违约风险影响，又受流动性风险影响，但与两者的相关性无关. 这与实证研究的结果相违背[11,17-18]. 为此，文献[11]在违约风险结构化模型基础上引入了投资人的流动性冲击，该冲击会影响到投资人的出售决策，并进而影响债券溢价. 而本文同样试图在违约风险基础上通过出售事件引入流动性风险，不过运用的是简约模型.

2　DS 模型的拓展

2.1　研究两种风险的统一框架

DS 以及 ER 都是在违约风险模型的基础上再加入流动性风险，而本文将两种风险归于一类，在统一框架下研究. 事实上，违约风险和流动性风险都是由事件驱动的，前者由违约事件驱动，是当违约事件发生时，债券发行公司即使全部资产变现都无法偿还全部债务而造成投资人损失的风险; 后者由出售事件驱动，是当出售事件发生时，投资人无法获得接近无摩擦市场中的债券收益而造成投资人损失的风险. 定义债权终止事件为导致债券投资人所享有的债权地位被终止的事件，违约事件和出售事件均为债权终止事件; 债权终止风险为债券投资人因债权终止事件发生，能够回收的价值小于债权终止事件发生之前的价值而遭受潜在损失的风险，违约风险和流动性风险都是债权终止风险[23].

不同于 DS，本文中如果债券 $\mathscr{A}$ 存在违约风险，则投资债券 $\mathscr{A}$ 产生收益的可能情况如下: 没有违约发生时，在到期时刻 T 投资人获得收益 X，其他时刻不产生任何支付; 在 T' 时刻($T' \leqslant T$)发生债权终止事件，投资人获得收益 X'，其他时刻同样不产生任何支付. 对于后一种情况又分为两种可能，在 T'_{d} 时刻($T'_{\mathrm{d}} \leqslant T'_{\mathrm{s}}$)发生违约事件，投资人获得收益 X'_{d}，其他时刻不产生任何支付; 在 T'_{s} 时刻发生出售事件，投资人获得收益 X'_{s}，其他时刻同样不产生任何支付. 记

$$\tau = \min(T, T'_{\mathrm{d}}, T'_{\mathrm{s}});$$

$$Z = X 1_{\{T < T'_{\mathrm{d}} 和 T < T'_{\mathrm{s}}\}} + X'_{\mathrm{d}} 1_{\{T \geqslant T'_{\mathrm{d}} 和 T'_{\mathrm{d}} \leqslant T'_{\mathrm{s}}\}} + X'_{\mathrm{s}} 1_{\{T \geqslant T'_{\mathrm{s}} 和 T'_{\mathrm{s}} < T'_{\mathrm{d}}\}} \tag{4}$$

借用 DS 的思路，假设 X'、X'_{d} 和 X'_{s} 满足

$$X'_t = (1 - L_t) V_{t-},$$

$$X'_{\mathrm{d},t} = (1 - L_{\mathrm{d},t}) V_{t-},$$

$$X'_{\mathrm{s},t} = (1 - L_{\mathrm{s},t}) V_{t-}$$

其中; V 为债券价格，$V_{(t-)}$ 为 V_t 的左极限，L_t、$L_{\mathrm{d},t}$ 和 $L_{\mathrm{s},t}$ 分别为债权终止损失率、违约损失率和出售损失率. 如同文献[11]，本文的目的同样在于刻画投资人出售决策及其对流动性的影响，但是本文不同的是引入服从随机过程的流动性冲击. 本文的出售时间 X'_{s} 恰恰刻画了出售决策，出售损失率 $L_{\mathrm{s},t}$ 刻画了出售对流动性的影响，这样使得模型简化了许多，并且提高了模型的实用性.

以 $F_{\mathrm{d}}(t)$、$F_{\mathrm{s}}(t)$ 分别表示 T'_{d}、T'_{s} 的概率分布函数，$f_{\mathrm{d}}(t)$、$f_{\mathrm{s}}(t)$ 分别表示 T'_{d}、T'_{s} 的概率密度函数. 定义 $h_{\mathrm{d}}(t) = \dfrac{f_{\mathrm{d}}(t)}{1 - F_{\mathrm{d}}(t)}$、$h_{\mathrm{s}}(t) = \dfrac{f_{\mathrm{s}}(t)}{1 - F_{\mathrm{s}}(t)}$ 和 $\Gamma_\tau = \int_t^\tau h(t)\,\mathrm{d}t$. 以 $F_{\mathrm{j}}(x, y) = P(T'_{\mathrm{d}} \leqslant x, T'_{\mathrm{s}} \leqslant y)$ 表示 T'_{d} 与 T'_{s} 的联合分布函数，则经过 τ 时债券发生债权终止事件的概率为

$$\begin{aligned} F(\tau) &= P[T' \leqslant \tau] \\ &= 1 - P[\min(T'_{\mathrm{d}}, T'_{\mathrm{s}}) > \tau] \\ &= F_{\mathrm{d}}(\tau) + F_{\mathrm{s}}(\tau) - F_{\mathrm{j}}(\tau, \tau) \end{aligned} \tag{5}$$

2.2　包含流动性与违约相关性的公司债券定价模型

由式(5)，$F_{\mathrm{d}}(\tau)$、$F_{\mathrm{s}}(\tau)$ 以及 $F_{\mathrm{j}}(\tau, \tau)$ 共同影响债券终止概率 $F(\tau)$，其中 $F_{\mathrm{j}}(\tau, \tau)$ 中体现了违约终止与出售终止发生的相关性结构，表明债券风险不仅包括违约风险和流动性风险自身，还包括两种风险的相互作用. 因此，在对债券 $\mathscr{A}$ 进行定价时就需要同时考虑到这种相关结构的影响. 故满足以上定义的债券价值 V_{t} 为

$$V_t = \mathrm{E}_t\left[\mathrm{e}^{\left(-\int_t^T \left[r_t + h_t\left(\frac{h_{\mathrm{d}t}}{h_{\mathrm{d}t}+h_{\mathrm{s}t}} L_{\mathrm{d}t} + \frac{h_{\mathrm{s}t}}{h_{\mathrm{d}t}+h_{\mathrm{s}t}} L_{\mathrm{s}t}\right)\right]\mathrm{d}t\right)} X\right] \tag{6}$$

令

$$R_t = r_t + h_t\left(\frac{h_{dt}}{h_{dt} + h_{st}}L_{dt} + \frac{h_{st}}{h_{dt} + h_{st}}L_{st}\right) \quad (7)$$

即为包含违约风险与流动性风险的折现率.(证明见附录).

上述结果与 DS 的结果类似,同样是改变贴现率 R,只不过本文的 R 中包括违约风险和流动性风险的相关性,而不是两者的简单加总. 如果违约风险与流动性风险相互独立,那么 R_t 即为(证明见附录)

$$R_t = r_t + h_{dt}L_{dt} + h_{st}L_{st} \quad (8)$$

式(8)的结果表明,DS 考虑流动性与违约风险时的结果只有在两类风险相互独立的条件下才成立,这时,他们的 l_t 是对流动性风险的补偿,实际上就等同于式(8)中的 $h_{st}L_s$. 如果两类风险不独立时,DS 的结论是不成立的,这时两类风险必然对溢价有交互作用.

3 不同风险相关性结构对利差的影响

式(8)给出了违约风险与流动性风险相互独立时的公司债券价格,此时债券的收益率体现了对期望违约损失和期望出售损失的补偿,即 $h_{dt}L_{dt}$ 和 $h_{st}L_{st}$. 从式(8)和式(7)的对比中,可以得到债券定价中对两种风险相关性给出的收益率补偿为

$$R_{corr} = h_t\left(\frac{h_{dt}}{h_{dt} + h_{st}}L_{dt} + \frac{h_{st}}{h_{ds} + h_{st}}L_{st}\right) - (h_{dt}L_{dt} + h_{st}L_{st}) \quad (9)$$

定义违约终止与出售终止的 Pearson 相关系数为

$$\rho = \frac{F(t,t) - F_d(t)F_s(t)}{[F_d(t)F_s(t)G_d(t)G_s(t)]^{1/2}}$$

其中,$G_d(t) = 1 - F_d(t)$,$G_s(t) = 1 - F_s(t)$.

则当违约事件与出售事件相互独立时,有 $\rho = 0$ 且 $R_{corr}(\rho = 0) = 0$. 给定其他条件不变,如果 $\rho_1 < 0 < \rho_2$,那么 $R_{corr}(\rho_1) > 0 > R_{corr}(\rho_2)$(证明见附录).

给定违约风险和流动性风险的边际分布条件下,式(9)说明 R_{corr} 与 h_t 和 $h_{dt} + h_{st}$ 的差有关. 而 h_t 和 $h_{dt} + h_{st}$ 的差就体现了两种风险之间的相关性结构,并且式(8)表明当风险相关性结构体现为独立时,$h_t - h_{dt} + h_{st} = 0$. 可用 Pearson 相关系数表明两种风险的相关性结构:ρ 与 R_{corr} 负相关,也即当 $\rho < 0$ 时 $R_{corr} > 0$,当 $\rho > 0$ 时 $R_{corr} < 0$. 这说明如果违约风险与流动性风险相关性提高,则会降低公司债券溢价. 在债权终止风险的框架下这一现象可以很容易解释. 生存概率 $G(t) = 1 - F_d(\tau) - F_s(\tau) + F_j(\tau,\tau)$,在给定 $F_d(\tau)$ 和 $F_s(\tau)$ 时,ρ 上升则 $F_j(\tau,\tau)$ 上升,从而提高了生存概率 $G(t)$. 可见,风险相关性的上升降低了债券的整体风险,溢价自然应该下降.

风险的相关性结构尽管不容易直观地描述,但可以容易地通过 Copula 函数刻画. 假设 h_d 与 h_s 的联合分布服从 Gaussian Copula,图 1 和图 2 展示了在不同相关性结构的情况下公司债券的收益率和风险变化,3 种情景的参数设定见表 1. 由图 1 可以看出,Gaussian Copula 的相关性结构与 Pearson 相关系数变动方向一致,但 Pearson 相关系数反映的相关性存在不对称性,呈现较弱的负相关性和较强的正相关性. 图 2 对比了不同相关性结构下的风险相关性溢价及其生存概率. 图 2 显示,随着正相关性的增强,生存概率上升,而同时相关性溢价下降,并且相关性溢价的最大变动幅度可达 300 个基点. 可见,流动性与违约风险的相关性对公司债券的定价会产生显著的影响,而如果现实当中确实存在了这种风险相关结构,就必须在定价和收益率分析当中引起足够的重视.

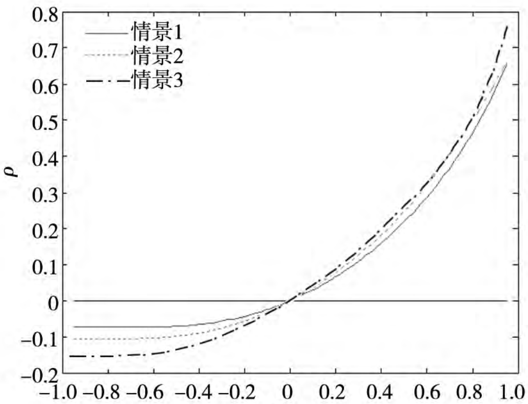

图 1 Pearson 相关系数随相关结构的变化

Fig. 1 Pearson correlation coefficient with different correlation structures

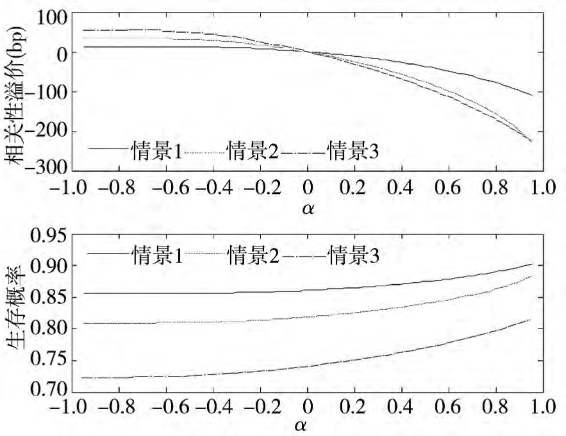

图2　相关性溢价和生存概率随相关结构的变化

Fig. 2 Relation spread and the survival probability with different correlation structures

表1　模拟的参数设置

Table 1 Initializations of the simulation parameters

情景	1	2	3
h_d	0.05	0.1	0.1
h_s	0.1	0.1	0.2
l_d	0.5	0.5	0.5
l_s	0.1	0.1	0.1
F	1	1	1
T	1	1	1
r	0.05	0.05	0.05

4　实证分析

第2部分的理论模型结果显示，流动性与违约风险以及他们之间的相关性对信用债券溢价可能产生重要影响. 在我国公司债券市场，这些风险是否具有理论模型所显示的作用是一实证研究问题. 下面本文基于理论结果建立计量经济模型，对中国公司债券市场的对风险相关性溢价进行实证研究.

记公司债券信用溢价为 y，由式(7)和式(8)可知，理论上 $y = \frac{h}{h_d + h_s}(h_d L_d + h_s L_s) = g$(违约风险，流动性风险)，是违约风险和流动性风险的非线性函数. 当两类风险相互独立时，该函数才具有可加的性质：g(违约风险，流动性风险) $= g_1$(违约风险) $+ g_2$(流动性风险). 对 $g(\cdot)$ 做如下的参数化假设：g(违约风险，流动性风险) $= \alpha_0 +$(违约风险)$\alpha +$(流动性风险)$\beta +$(违约风险)$\times$(流动性风险)$\gamma + \varepsilon$. 在此参数假设下，两类风险不对溢价产生交互作用的原假设是 $H_1: \gamma = 0$，违约风险不对溢价产生任何作用的原假设是 $H_2: \alpha = 0, \gamma = 0$，流动性风险不对溢价产生任何作用的原假设是 $H_3: \beta = 0, \gamma = 0$.

理论上度量违约风险的指标包括 h_d 和 L_d. 但由于数据的不可得性，故使用股票收益率 $stre$ 和波动率 $stvol$ 作为违约风险的度量指标. 另外流动性指标 $liq_t = -12\ln(1 - a_t) sp_t / v_t$，其中换手率 $a_t = vol_t / issue$，vol_t 为当月成交量，$issue$ 为债券总发行面值，将换手率视为出售频率，则可计算出该月出售强度 $h_{st} = -12\ln(1 - a_t)$. 出售损失率 $L_{st} = sp_t / v_t$，其中 sp_t 为月度平均交易价差，v_t 为债券价格.

实证样本选取交易所交易的发债主体为上市公司、且交易市场超过1年的公司债券2009-12～2013-03的月度数据. 所有数据中除债券交易价差来自于国泰安高频数据库，其他数据均来自Wind中国金融数据库. 将所有债券按照剩余期限分为3组：1-3年为短期、3-5年为中期、5年以上为长期. 数据为面板数据. 按不同期限计算债券 $stre$、$stvol$ 和 liq 的相关系数，发现各项系数中最大的为0.56，最小的为0.24，且都显著，显示流动性风险与违约风险存在正相关关系.

基于以上讨论，建立如下的面板数据模型

$$y_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 stre_{it} + \alpha_2 stvol_{it} + \beta_1 liq_{it} + \gamma_1 stre_{it} \times liq_{it} + \gamma_2 stvol_{it} \times liq_{it} + \eta_{it} \tag{10}$$

相关的原假设为

$H_1: \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0$，为两类风险不对溢价产生交互影响；

$H_2: \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0$，为违约风险不对溢价产生影响；

$H_3: \beta = 0, \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0$，为流动性风险不对溢价产生影响.

回归结果见表2.

表 2 模型(11)的回归结果

Table 2 Regression result of model(11)

债券组别	常数项	*stre*	*stvol*	*liq*	*Stre* × *liq*	*stvol* × *liq*	观测值	调整 R^2
短期债券	0.08*** (5.56)	3.33*** (10.89)	85.26** (2.10)	1.83** (1.98)	−0.70** (1.82)	6.29 (0.67)	335	0.55
中期债券	0.15*** (10.34)	4.12*** (13.49)	95.66*** (5.50)	6.22** (2.10)	−0.84** (2.13)	−4.91* (1.75)	622	0.67
长期债券	0.21*** (13.42)	4.74*** (20.79)	102.59*** (5.01)	7.41** (2.03)	−1.24** (2.11)	−6.28 (1.18)	498	0.61

注: 括号中为经异方差调整的稳健性 t 值.

从上表的回归结果并计算描述违约风险及流动性风险指标对债券溢价的平均边际影响可以得出,虽然股票收益率对公司债券溢价的平均影响为正,但不否认违约风险越大,溢价越高这一结论. 事实上,由于股票收益率对溢价有两方面作用,一是作为违约风险的度量,股票收益率越高,该公司债券违约风险越低,溢价越低,因此股票收益率对溢价影响的预期符号为负; 二是作为股票市场和债券市场间投资资金流向的度量,股票收益率越高,资金越多地流向股票市场,债券市场溢价越高,因此股票收益率对溢价影响的预期符号为正[11]. 这里股票收益率对溢价的平均影响为正,可能是其第 2 种作用大于第 1 种作用的结果. 另外,股价波动和流动性的增加,均对短期、中期、长期债券溢价的平均影响为正,说明违约风险和流动性风险的增加能显著增加债券溢价. 从交叉项总体上看,*Stre* × *liq* 都是显著的,而 *stvol* × *liq* 在短、长期债券中不显著,在中期债券中显著,并且乘积项的系数为负,表明两种风险的交互作用降低了债券的利差. 综上,结合中国信用债券的实证结果证实了原假设 H_1、H_2和 H_3均不成立,说明违约风险、流动性风险不仅对公司债券利差起作用,而且存在交互作用.

5 结束语

本文将违约风险和流动性风险进行统一描述,方便了在 DS 模型的基础上引入流动性风险及其与违约风险的相关性. 选取不同的情景,数值模拟算例表明如果流动性与违约风险之间存在相关性,那么对债券利差的影响是显著的. 基于中国公司债券市场数据的实证研究也表明,两种风险之间总体上存在显著的正相关,也即当债券的信用质量改善时流动性亦会改善,而违约风险增大时会伴随着流动性恶化,这与国外基于美国、欧元区和俄罗斯市场数据的研究结论相一致. 本文的研究在简约模型中引入了流动性与违约风险相关性的影响,并基于中国市场数据进行实证检验,研究结论对公司债券的投资和风险管理具有借鉴意义.

参 考 文 献:

[1] Elton E, Gruber M, Agrawal D, et al. Explaining the rate spread on corporate bonds [J]. Journal of Finance, 2001, 56(1): 247 – 277.

[2] Merton R. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates [J]. Journal of Finance, 1974, 29(2): 449 – 470.

[3] Jonathan E, Ingersoll Jr. A contingent-claims valuation of convertible securities [J]. Journal of Financial Economics, 1977, 4(3): 289 – 321.

[4] 林鸿熙, 林建伟. 考虑对手方违约风险首次违约互换合约的定价 [J]. 系统工程学报, 2011, (6): 785 – 791.

Lin Hongxi, Lin Jianwei. Pricing offirst-to-default swap contract with considering counterparty default risk [J]. Journal of Systems Engineering, 2011, (6): 785 – 791. (in Chinese)

[5] Brennan M, Subrahmanyam A. Market microstructure and asset pricing on the compensation for illiquidity in stock returns

[J]. Journal of Financial Economics, 1996, 41(3): 441 - 464.

[6] Huang M. Liquidity shocks and equilibrium liquidity premia [J]. Journal of Economic Theory, 2003, 109(1): 104 - 129.

[7] Acharya V, Pedersen L. Asset pricing with liquidity risk [J]. Journal of Financial Economics, 2005, 77(2): 375 - 410.

[8] Houweling P, Mentink A, Vorst T. Comparing possible proxies of corporate bond liquidity [J]. Journal of Banking & Finance, 2005, 29(6): 1331 - 1358.

[9] **邹小芃, 黄 峰, 杨朝军. 流动性风险、投资人流动性需求与资产定价 [J]. 管理科学学报**, 2009, 12(6): 139 - 149.

Zou Xiaopeng, Huang Feng, Yang Chaojun. Liquidity risk, liquidity demand of investors and asset pricing [J]. Journal of Management Sciences in China, 2009, 12(6): 139 - 149. (in Chinese)

[10] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure [J]. Journal of Financial Economics, 1997, 5(2): 177 - 188.

[11] Ericsson J, Renault O. Liquidity and credit risk [J]. Journal of Finance, 2006, 61(5): 2219 - 2250.

[12] Duffie D, Singleton K. Modeling term structures of default bonds [J]. Review of Financial Studies, 1999, 12(4): 687 - 720.

[13] **王安兴, 解文增, 余文龙. 中国公司债利差的构成及影响因素实证分析 [J]. 管理科学学报**, 2012, 15(5): 32 - 41.

Wang Anxing, Xie Wenzeng, Yu Wenlong. Empiricalresearch on China's corporate bond yield spread [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(5): 32 - 41. (in Chinese)

[14] Cooper I, Mello A. The default risk of swaps [J]. Journal of Finance, 1991, 46(2): 597 - 620.

[15] Longstaff F, Schwartz E. A simple approach to valuing risky fixed and floating rate debt [J]. Journal of Finance, 1995, 50(3): 789 - 819.

[16] Zhou C. The term structure of credit spreads with jump risk [J]. Journal of Banking & Finance, 2001, 25(11): 2015 - 2040.

[17] Beber A, Brandt M, Kavajecz K. Flight-to-quality or flight-to-liquidity? Evidence from the Euro-Area bond market [J]. Review of Financial Studies, 2009, 22(3): 925 - 957

[18] Cornett M, McNutt J, Strahan P, et al. Liquidity risk management and credit supply in the financial crisis [J]. Journal of Financial Economics, 2011, 101(2): 297 - 312.

[19] **郑庆寰. 跨市场金融风险的传递机制研究——基于美国次级贷款危机的分析 [J]. 南方金融**, 2008, (3): 5 - 9.

Zheng Qinghuan. Research on transmission mechanism of cross - Market financial risks—Based on the subprime loan crisis of the United States [J]. South China Finance, 2008, (3): 5 - 9. (in Chinese)

[20] **陈 颖, 纪晓峰. 重新审视危机后的信用风险和市场风险相关性 [J]. 金融研究**, 2009, (11): 185 - 193.

Chen Ying, Ji Xiaofeng. Review of the interaction of market risk and credit risk [J]. Journal of Financial Research, 2009, (11): 185 - 193. (in Chinese)

[21] Cherubini U, Lunga G. Liquidity and credit risk [J]. Applied Mathematical Finance, 2001, 8(2): 79 - 95.

[22] Fan H, Sundaresan S. Debt valuation, renegotiation and optimal dividend policy [J]. Review of Financial Studies, 2000, 13(4): 1057 - 1099.

[23] **崔长峰, 刘海龙. 基于债权终止的可违约债券定价 [J]. 中国管理科学**, 2012a, (8): 8 - 17.

Cui Changfeng, Liu Hailong. The pricing of defaultable bond based on claim termination [J]. Chinese Journal of Management Science, 2012a, (8): 8 - 17. (in Chinese)

[24] **崔长峰, 刘海龙. 信用债券市场流动性与投资人异质性研究 [J]. 投资研究**, 2012b, (3): 14 - 24.

Cui Changfeng, Liu Hailong. Study ondebenture bond market liquidity and investor heterogeneity [J]. Review of Investment Studies, 2012b, (3): 14 - 24. (in Chinese)

[25] Ross S, Westerfield W, Jaffe F. Corporate Finance [M]. (Sixth Edition), New York: McGraw-Hill Companies, Inc., 2002, 214 - 253.

Bond's liquidity and default risk correlation premium and empirical test

AI Chun-rong[1], *ZHANG Yi*[2], *CUI Chang-feng*[3]

1. Key Laboratory of Mathematical Economics (SUFE), Ministry of Education, Shanghai 200433, China;
2. Shanghai Municipal Branch, ICBC, Shanghai 200120, China;
3. Asset Management, PING AN Insurance(Group) Company of China, LTD., Shanghai 201201, China;

Abstract: Empirical researches have showed that the liquidity and default risk are correlated in financial markets. However, traditional corporate bond pricing seldom considers this risk correlation even when the market is affected by default significantly. In this paper, we introduce both liquidity and default risk into a unified framework. Based on this expression, we extend the reduced form model by considering the correlation between liquidity and default risk. Theoretical derivation, numerical results and the empirical results based on corporate bond data in Chinese market show that there is a positive correlation between liquidity and default risk, which has a quite important effect and interaction on the spread of corporate bonds.

Key words: liquidity risk; default risk; correlation premium; empirical test

附录:

令 $B_t = \exp\left(\int_0^t r_t \mathrm{d}t\right)$,则债券价格满足

$$V_t = B_t \mathrm{E}_t\left[B_T^{-1} \Lambda_T X_T + B_T^{-1}(1 - \Lambda_T) X_T'\right]$$

因此

$$\mathrm{E}_t\left[B_T^{-1} \Lambda_T X\right] = (1 - \Lambda_T)\,\mathrm{E}_t\left[\int_t^T B_\tau^{-1} \mathrm{e}^{\Gamma_t - \Gamma_\tau} X_\tau \mathrm{d}\Gamma_\tau\right]$$

$$\mathrm{E}_t\left[B_T^{-1}(1 - \Lambda_T) X_T'\right] = (1 - \Lambda_t)\,\mathrm{E}_t\left[B_T^{-1} \mathrm{e}^{\Gamma_t - \Gamma_T} X_T'\right]$$

由 L's Hospital 法则

$$P\left[T_\mathrm{d}' < T_\mathrm{s}' \mid T' < T\right]$$

$$= \lim_{t \to t} \frac{P\left[T_\mathrm{d}' \leqslant T_\mathrm{s}', T_\mathrm{d}' \leqslant t \mid T_\mathrm{d}' > t-, T_\mathrm{s}' > t-\right]}{P\left[T' \leqslant t \mid T_\mathrm{d}' > t-, T_\mathrm{s}' > t-\right]}$$

$$= \lim_{\Delta \to 0} \frac{P_{t-}\left[T_\mathrm{d}' \leqslant \Delta\right] - P_{t-}\left[T_\mathrm{s}' < T_\mathrm{d}' \leqslant \Delta\right]}{1 - P_{t-}\left[T_\mathrm{d}' \geqslant \Delta, T_\mathrm{s}' \geqslant \Delta\right]}$$

$$= \frac{h_{\mathrm{d}t}}{h_{\mathrm{d}t} + h_{\mathrm{s}t}}$$

同理

$$P\left[T_\mathrm{s}' < T_\mathrm{d}' \mid T' < T\right] = \frac{h_{\mathrm{s}t}}{h_{\mathrm{d}t} + h_{\mathrm{s}t}}$$

因此

$$V_t = \mathrm{E}_t\left[\mathrm{e}^{\left(-\int_t^T r_t + h_t\left(\frac{h_{\mathrm{d}t}}{h_{\mathrm{d}t}+h_{\mathrm{s}t}} L_{\mathrm{d}t} + \frac{h_{\mathrm{s}t}}{h_{\mathrm{d}t}+h_{\mathrm{s}t}} L_{\mathrm{s}t}\right)\mathrm{d}t\right)} X\right]$$

当违约风险与流动性风险相互独立时

$$F_j(t,t) = F_\mathrm{d}(t) F_\mathrm{s}(t)$$

由

$$h_\mathrm{d}(t) = \frac{f_\mathrm{d}(t)}{1 - F_\mathrm{d}(t)}$$

$$h_\mathrm{s}(t) = \frac{f_\mathrm{s}(t)}{1 - F_\mathrm{s}(t)}$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

$$= \frac{\left(F_\mathrm{d}(t) + F_\mathrm{s}(t) - F_\mathrm{d}(t) F_\mathrm{s}(t)\right)'}{1 - \left(F_\mathrm{d}(t) + F_\mathrm{s}(t) - F_\mathrm{d}(t) F_\mathrm{s}(t)\right)}$$

有 $h_t = h_{\mathrm{d}t} + h_{\mathrm{s}t}$ **成立. 将其代入式(8)即有**

$$R_t = h_{\mathrm{d}t} L_{\mathrm{d}t} + h_{\mathrm{s}t} L_{\mathrm{s}t}$$

在边际分布给定时,当 $\rho_1 < \rho_2$**,由式(5),有** $F_1(t,t) < F_2(t,t)$**,再由** $h(t)$ **的定义式可知,**$h_1(t) > h_2(t)$**,则** $R_\mathrm{corr}(\rho_1) > R_\mathrm{corr}(\rho_2)$ **必然成立. 再由式(8)与式(9)两式相减,有** $R_\mathrm{corr} = h_{\mathrm{d}t} L_{\mathrm{d}t} + h_{\mathrm{s}t} L_{\mathrm{s}t} - h_{\mathrm{d}t} L_{\mathrm{d}t} - h_{\mathrm{s}t} L_{\mathrm{s}t} = 0$