

考虑竞拍者市场势力的可分物品拍卖机制设计^①

宫汝凯

(东华大学旭日工商管理学院, 上海 200051)

摘要: 将竞拍者的市场势力和拍卖博弈的多重均衡问题纳入一个统一的分析框架研究考虑竞拍者市场势力的可分物品拍卖机制设计和选择问题. 通过在竞拍者面临的剩余供给中引入不确定性来刻画竞拍者的市场势力, 对可分物品拍卖博弈潜在的多重均衡进行精炼, 得到统一价格、歧视性价格和 Vickrey 3 种拍卖机制下竞拍者唯一和对称的线性均衡报价函数, 并分别从卖方的期望收益、成交价格的波动性和激励潜在竞拍者进入等 3 个方面对拍卖机制进行比较. 结果表明, 在卖方的期望收益方面, 歧视性价格机制最高, Vickrey 机制次之, 统一价格机制最低; 在成交价格的波动性方面, 歧视性价格机制最低, Vickrey 机制次之, 统一价格机制最高; 在激励潜在竞拍者进入方面, 统一价格机制下竞拍者进入最多, Vickrey 机制次之, 歧视性价格机制最少. 最后, 进一步考察了市场规模、卖方的风险态度以及进入对拍卖机制设计的影响, 以期为拍卖组织者针对不同的目标进行拍卖机制设计和选择提供理论借鉴.

关键词: 可分物品; 拍卖机制设计; 市场势力; 线性均衡

中图分类号: F724.59 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2015)09-0046-15

0 引言

在现实的市场上, 可分物品的拍卖非常广泛, 例如, 国债和股票的发行、电力市场的定价和排放许可证的发放等均可视为可分物品拍卖的问题. 在实践中, 可分物品拍卖主要采用统一价格拍卖 (uniform price auction, UPA) 和歧视性价格拍卖 (discriminatory price auction, DPA) 两种机制. 两类拍卖机制已经成为金融市场上产品定价的标准化设计, 比如, 股票的首次公开发行 (IPO) 和回购^②、电力市场^③以及碳排放市场^④的交易机制等均需要考虑在两种拍卖机制中进行选择. 可见, 可分物品的拍卖机制设计和选择是市场设计中非常重要

的议题. 然而, 现有的理论和实践表明, 可分物品拍卖过程中存在着一个突出的问题: 大的竞拍者往往具有一定的市场势力 (market power), 会通过隐蔽需求 (demand reduction) 对成交价格施加影响^[1-3]. 从实践来看, 在美国的国债发行市场上, 几乎一半的发行量被前五大竞拍者购买^[4]; 在欧洲的电力市场上, 成交数量的集中度异常高, 这些都突显了大的竞拍者对市场的影响力. 无论对市场设计者, 还是对竞拍者而言, 如何抑制竞拍者潜在市场势力 (市场影响力) 对交易的影响均是拍卖机制设计中非常棘手的问题. 因此, 在竞拍者具有市场势力的经济环境下, 讨论拍卖机制的设计和选择具有重要的理论意义和实践价值.

① 收稿日期: 2012-12-18; 修订日期: 2014-12-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (71271129; 71503037); 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目 (14D110807); 东华大学文科预研究资助项目 (0108153).

作者简介: 宫汝凯 (1983—), 男, 山东临邑人, 博士, 讲师. Email: gongrukai@163.com

② 欧洲中央银行采用拍卖进行每周和每月的再融资操作, 自 2000 年 7 月开始采用歧视性价格拍卖机制.

③ 英国电力生产商通过日拍卖进行电力销售, 在 1990 年采用统一价格机制, 而到 2001 年转变为歧视性价格机制.

④ 在碳排放交易市场上, 欧洲各国均采用歧视性价格拍卖机制进行二氧化碳排放许可证的交易.

自从 Frideman^[5] 探讨国债发行定价机制的选择问题以来, 基于实践对拍卖设计理论的需求, 可分物品的拍卖机制设计和选择问题备受关注. 在理论方面, 主要涉及到对统一价格和歧视性价格两种拍卖机制市场表现的比较. 具有代表性的研究有, Wilson^[6] 以股票交易为分析背景, 研究非对称和共同价值情形下可分物品市场上竞拍者的报价行为, 认为卖方在统一价格机制下可能获取较低的收益; Back 和 Zender^[7] 基于完全共同价值情形的研究表明, 在统一价格机制下, 卖方的期望收益可能会低于其在歧视性价格机制下某些均衡的期望收益; Ausubel 和 Cramton^[8] 研究认为, 统一价格和歧视性价格两种拍卖机制在效率和期望收益方面的比较是不确定的, 拍卖机制的选择是个实证问题; Wang 和 Zender^[9] 在竞拍者具有策略行为的情形下, 研究表明, 拍卖博弈将会出现多重均衡, 拍卖机制在期望收益方面的比较不确定: 在对称信息的情形下, 统一价格拍卖机制的期望收益将低于歧视性价格拍卖机制; 当竞拍者是风险厌恶时, 则存在统一价格拍卖机制的期望收益高于歧视性价格机制的情况; Kremer 和 Nyborg^[10] 研究表明, 若竞拍者报告连续的需求函数时, 统一价格拍卖机制将会出现低收益的均衡; 而竞拍者报告离散的需求函数且配置规则满足大数性质时, 则低收益均衡将不会出现; Holmberg^[11] 以电力交易为分析背景, 研究了可分物品拍卖机制设计和选择问题, 表明, 相对于歧视性价格机制, 竞拍者更偏好于统一价格机制. 在经验研究方面, Bartolini 等^[12] 对 42 个国家国债市场的调查结果显示, 39 个国家采用歧视性价格机制, 2 个国家采用统一价格机制; Brenner 等^[13] 关于国债市场发行机制的跨国研究发现, 在调查的 48 个国家中, 24 个国家采用歧视性价格机制, 9 个国家使用统一价格机制, 9 个国家参照发行债券的具体类型来选择拍卖机制, 其他 6 个国家采用其他机制. 此外, 相关的实证研究也逐渐增多, 采用个体的交易行为数据, 设定结构方程和采用反事实的政策方法来比较拍卖机制的市场表现^[14-18]. 代表性的研究有, Hortaçsu's 和 McAdams^[19] 基于土耳其国债数据的实证发现, 从事后来看, 歧视性价格机制比

统一价格机制具有更高的收益, 而基于事前的期望收益等价亦然成立.

综上所述, 现有的研究对可分物品拍卖机制设计和选择的问题进行了有益的探讨并引向深入, 指出, 在理论上将拍卖机制进行比较是极其困难的^[3]. 其中, 主要的原因是, 当竞拍者的报价策略为连续的需求或供给函数时, 拍卖博弈往往会出现连续的多重均衡, 均衡集合中不同均衡点的市场表现可能不同, 从而很难对拍卖机制进行比较. 结合以上的分析可知, 在现实的可分物品拍卖机制设计过程中存在着拍卖博弈的多重均衡与竞拍者潜在市场势力两个主要问题. 在这种情形下, 如何设计和选择拍卖机制引起了许多学者的关注. 针对拍卖博弈潜在的多重均衡问题, 现有文献提出了两种分析思路: 一是, 考虑大市场经济环境的渐近分析. Swinkels^[20] 在竞拍者具有私有价值、非对称分布和多物品需求的大市场情形下刻画出卖方面临的期望收益和参与人的竞价行为, 表明, 统一价格和歧视性价格拍卖机制的均衡结果均是无效的, 但两者均是渐近有效的; Jackson 和 Kremer^[21] 分两种情形对完全竞争环境下拍卖机制的效率和期望收益进行比较, 表明, 在待售物品相对于竞拍者数量较少时, 两种拍卖机制的均衡结果均是渐近有效的, 并且卖方的期望收益渐近等价; 在待售物品与竞拍者的数量成比例时, 统一价格机制的均衡是有效的, 歧视性价格机制会出现无效率的均衡, 不能对期望收益进行确定性的比较. 二是, 考虑特定的经济环境实现对多重均衡的提炼 (refinement) 或选择 (selection). Klemperer 和 Meyer^[22] 提出, 在需求或供给函数中引入不确定性可以对多重均衡进行提炼, 并运用这一方法对寡头市场的产品进行定价, 表明, 通过在线性的需求函数中引入充分的不确定性可以将单一价格的多重均衡减少为唯一的竞争均衡; Wang 和 Zender^[9] 通过设定效用函数和评估价值分布函数的形式实现对拍卖博弈多重均衡的提炼, 并证明在竞拍者的边际价值是线性以及供给量服从无界定义域帕累托分布的情形下, 拍卖博弈存在唯一和对称的均衡报价函数; Federico 和 Rahman^[23] 以电力交易为分析背景, 在竞拍者的边际价值是

线性以及需求分布满足线性逆风险率 (inverse hazard rate) 的条件下对拍卖机制的多重均衡进行精炼; Holmberg^[11] 考虑需求量不确定的逆向采购拍卖过程 (procurement), 证明在需求分布的风险率 (hazard rate) 递减且边际成本非减的条件下, 拍卖博弈存在唯一和对称的均衡报价函数; Kastl^[18] 在多个竞拍者和私有价值的情形下, 刻画出竞拍者离散报价 (step bidding) 均衡, 证明随着离散程度的变大, 该均衡结果将会收敛到唯一和对称的线性均衡. 在国内的研究中, 周孝华等^[24] 基于统一价格份额拍卖 (share auction) 的分析框架, 研究机构投资者在 IPO 过程中的最优报价策略, 表明线性均衡报价策略严格占优于非线性均衡报价策略; 饶从军等^[25] 针对买者连续报价、买卖双方风险中立和卖者面临可变供给量的情形, 设计出基于可变供给量的可分物品统一价格拍卖机制, 指出卖者的最优供给策略以及买者的线性均衡报价策略.

综上所述, 现有关于可分物品拍卖机制设计的研究主要基于竞拍者趋于无限多 (大市场) 经济环境的渐近分析和考虑特定情形对多重均衡精炼两个方面来克服拍卖博弈中潜在的多重均衡问题, 而较少地涉及到现实中普遍存在的竞拍者市场势力的讨论, 忽略了竞拍者市场势力对拍卖机制设计的影响^⑤. 那么, 自然而现实的问题是, 在更为一般的情形——竞拍者具有市场势力的可分物品市场上, 面对潜在的多重均衡问题, 拍卖组织者将如何设计和选择恰当的拍卖机制呢? 这正是本文的关注点.

本文将竞拍者的市场势力与拍卖博弈的多重均衡精炼纳入统一的分析框架, 基于 Klemperer 和 Meyer^[22] (下称 K-M 模型) 的研究思路, 通过在竞拍者面临的剩余供给中引入不确定性来模型化其他竞拍者潜在的市场势力, 实现对拍卖博弈的多重均衡进行精炼, 为可分物品拍卖机制的比较提供条件. 主要在三个方面丰富了现有的研究文

献: 其一, 将 K-M 模型应用于可分物品的拍卖机制设计研究中, 通过在剩余供给函数中引入不确定性来模型化竞拍者的市场势力, 进而实现对多重均衡的精炼; 其二, 借鉴相关的实证研究结果^⑥, 证明在统一价格、歧视性价格和 Vickrey 3 种拍卖机制下竞拍者存在唯一和对称的线性均衡报价函数, 特别地, 提出歧视性价格拍卖机制存在线性均衡的充分必要条件; 其三, 分别从期望收益、成交价格的波动性和激励潜在竞拍者进入等 3 个实践标准对拍卖机制进行比较, 并考察市场规模、卖方的风险态度以及进入 (entry) 对拍卖机制设计的影响. 研究结果表明, 在期望收益方面, 歧视性价格拍卖机制最高, Vickrey 机制次之, 统一价格拍卖机制最低, 但三者都不能实现全部的市场剩余; 卖方在歧视性价格机制下的期望收益优势随着市场竞争性的增强而减弱; 在大市场的情形下, 风险中性的卖方在 3 种拍卖机制中实现期望收益等价; 在成交价格波动性方面, 歧视性价格机制最低, Vickrey 机制次之, 统一价格机制最高; 在激励潜在竞拍者进入方面, 统一价格机制下竞拍者最多, Vickrey 机制次之, 歧视性价格机制最少, 但从社会福利最大化角度来看, 3 种机制均出现超出帕累托有效进入数量的“过度进入”. 因此, 更加关注社会福利的拍卖组织者会偏好选择歧视性价格拍卖机制.

1 模型

1.1 模型设定

市场上有 $I \geq 2$ 个竞拍者, 卖方待售 Q 单位的完全可分物品, $\bar{Q} = \frac{Q}{I}$ 是人均可获取物品的数量. 竞拍者 i 具有拟线性的效用函数 $\mu(q_i) + m_i$, 其中 $\mu(\cdot)$ 为二次型, q_i 为竞拍者 i 获得物品的数量; m_i 为购买其他商品的货币支出. 物品对竞拍

⑤ 相关的研究有 Federico 和 Rahman^[23] 考虑在竞拍者具有市场势力的垄断市场结构下电力市场的拍卖机制设计过程, 通过设定特定的边际价值和分布参数, 实现对统一价格拍卖博弈多重均衡的精炼.

⑥ 线性贝叶斯纳什均衡已成为金融微观结构和产业组织文献中常见的模型形式^[26]. Hortocsu's 和 Puller^[17]、Hortocsu's 等^[18] 分别提供了电力和国债发行市场等现实市场上的证据.

者的边际价值 $v(q_i)$ 是 q_i 的线性函数, 即

$$v(q_i) \equiv \frac{\partial u(q_i)}{\partial q_i} = v - \rho q_i$$

这里 v 体现为竞拍者的共同价值信息 (common value information); ρ 表示效用函数的凸度^⑦, 刻画竞拍者的风险态度. 考虑如下信息结构: v 是竞拍者的私有信息, 卖方不知道; \bar{Q} 以及 v 和人均物品数量 \bar{Q} 的联合分布函数 $F(v, \bar{Q})$ 是所有参与者的共同知识; 考虑竞拍者具有市场势力情形, 竞拍者会实施需求隐蔽, 表现为其他竞拍者边际上面临着剩余供给量的不确定性, 它由 $F(v, \bar{Q})$ 来刻画. 基于潜在竞拍者 $I \geq 2$, 定义市场规模指数为 $\gamma = \frac{I-2}{I-1}$, 用来衡量市场的竞争程度, 即刻画竞拍者潜在的市场势力. 可知 $\gamma \in [0, 1]$ 是关于 I 的单调递增函数, γ 越接近于 1, 市场的竞争性越强^⑧.

1.2 拍卖机制

本节将讨论可分物品市场上的 3 种拍卖机制, 包括实践中常用的两种机制——统一价格机制 (UPA) 和歧视性价格机制 (DPA), 以及被视为理论基准的“Vickrey 类” (Vickrey-like) 机制 (VA)^⑨. 拍卖博弈的时序为如下: 首先, 拍卖组织者公布拍卖规则, 包括成交规则、配置规则和支付规则等; 在获悉拍卖规则之后, 竞拍者提交价格-数量组合的报价单, 即报价函数 $q_i(p): \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$; 最后, 拍卖组织者将报价函数汇总得到市场的总需求量, 并令其与供给量相等, 即

$$Q(\bar{p}) = \sum_{i=1}^I q_i(\bar{p})$$

得到均衡价格 \bar{p} , 实施配置和支付规则. 3 种拍卖机制具有相同的配置规则, 即报价超过均衡价格的竞拍者获胜, 获胜的竞拍者 i 获取均衡价格对应的数量, $\bar{q}_i = q_i(\bar{p})$, 而相应的支付不同, 具体如下图 1 所示. 在 UPA 机制下, 获胜者将以均衡

价格针对每一单位的物品进行支付, 总的支付为, $\bar{q}_i \times \bar{p}$; 在 DPA 机制下, 获胜者按照报价阶段提交的报价单分别对相应的物品进行支付 (pay-as-your-bid), 支付总额表示为均衡数量左侧和报价函数曲线以下围成区域的面积 $\int_{\bar{p}}^{p^{(0)}} q_i(p) dp + \bar{q}_i \bar{p}$, 其中 $p^{(0)}$ 为对应竞拍数量 $Q=0$ 的价格; 在 VA 机制下, 竞拍者将支付其参与给卖方带来的机会成本, 可表达为, 若竞拍者 i 不参加, 卖方将该单位物品配置给其他竞拍者而获取的价值, 相应的支付为竞拍者 i 面临的剩余供给曲线下方和均衡数量左侧所围成区域的面积.

1.3 线性均衡

考虑竞拍者的均衡报价函数是线性的情形, 即均衡报价 $b_i(q_i, p): \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$ 是需求量和价值的线性函数. 需要说明的是, 竞拍者的报价策略不一定是线性形式, 但在均衡状态下, 给定其他竞拍者采用线性报价策略, 竞拍者 i 采用线性报价是占优策略. 下文将证明, 在本文的经济环境下, 竞拍者在 3 种拍卖机制下均存在唯一和对称的线性均衡报价函数, 为拍卖机制的比较提供条件. 在经典的文献中, Klemperer 和 Meyer^[22] 在寡头厂商面临的剩余需求函数中引入不确定性, 采用竞拍者可以在任何价格水平下 (而不仅对均衡价格) 均采取最优报价来定义均衡集合, 实质上提出了对 UPA 机制多重均衡进行精炼的思路. 参考 K-M 模型思路, 在竞拍者面临的剩余供给函数中引入不确定性来刻画竞拍者的市场势力, 得到竞拍者的线性均衡报价函数. 值得说明的是, 线性均衡报价函数已经得到许多实证研究的支持. Cramton^[28] 认为, 线性均衡能够恰当地刻画金融、电力和频谱等可分物品拍卖市场上竞拍者的报价行为, 竞拍者可以通过基于价格-数量数据来估计其他竞拍者

⑦ 当所拍卖的物品是风险资产, 且其收益服从正态分布, 竞拍者具有 CARA 效用函数时, 则 ρ 为风险规避系数.

⑧ 在现有的研究文献中, 大市场 (large market) 是指竞拍者数量足够大 ($n \rightarrow \infty$) 的市场^[20-21]. 这里, 将 γ 趋近于 1 的市场定义为“大市场”, 此时, 竞拍者不存在任何的市场势力, 类似于完全竞争市场.

⑨ 这里, “Vickrey 类”机制是指与 Vickrey 机制具有相同的性质或可以复制 Vickrey 机制均衡结果的拍卖机制, 比如, Ausubel^[27] 提出的升价锁定 (ascending-bid clinched) 机制.

的市场影响力,进而推断估值信息; Hortocsu's 和 Puller^[17] 研究表明,线性报价函数能够很好地拟合美国 Texas 电力市场的实时拍卖数据; Hor-

tocsu's 和 McAdams^[18] 对土耳其国债拍卖市场的实证研究表明,线性报价函数为实际的报价数据特征提供了很好的解释.

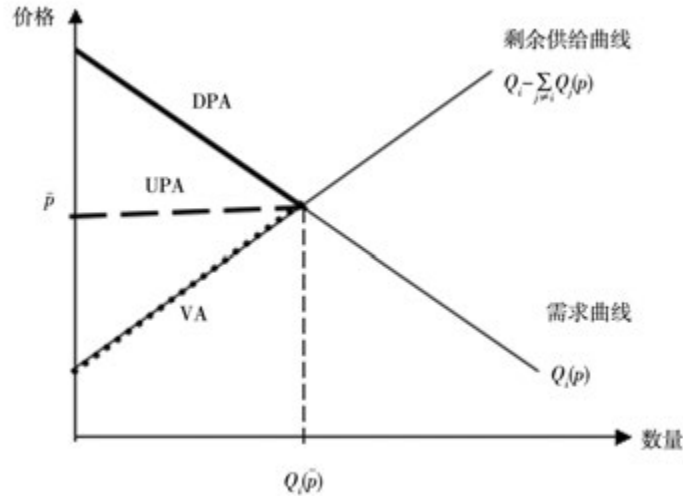


图1 3种拍卖机制的支付结构

Fig. 1 Payment structure of the three auction forms

根据以上分析,可将线性均衡进行如下刻画:从边际上来看,任何交易都可被视为竞拍者 i 与其面临的剩余供给曲线进行;给定一组包含线性均衡报价函数的集合,由市场出清条件得到竞拍者 i 面临的剩余供给函数为

$$q_i(v, \bar{Q}, p) = I\bar{Q} - \sum_{j \neq i} q_j(p) \triangleq x(v, \bar{Q}) + \mu_i p$$

其中 μ_i 是斜率,表示竞拍者的市场影响力; x 为截距项,是 v 和 \bar{Q} 的函数,其累积分布函数 $G_i(x)$ 可以从条件分布函数 $F(x | v)$ 中得到. 以下分三步求解拍卖博弈的线性均衡:首先,给定竞拍者的市场影响力参数 μ_i 、截距项的分布函数 $G_i(x)$ 以及其他竞拍者的策略,求解竞拍者 i 对剩余供给函数的最优反应函数;然后,由条件分布函数 $F(x | v)$ 推导出 $G_i(x)$,得到竞拍者 i 的均衡价格影响力 $\bar{\mu}_i$;最后,将最优反应函数和均衡的价格影响力参数联立得到竞拍者的均衡报价函数. 将剩余供给函数的每一次实现定义为一种状态,采用 \bar{y} 表示变量 y 的均衡状态.

2 竞价行为和均衡

本节将考察竞拍者在面临需求隐蔽(demand reduction, DR)情形下的均衡报价行为,刻画出竞拍者的线性均衡报价函数. 将“需求隐蔽”定义为竞拍者对物品的真实评价与其对物品的支付意愿(willingness to pay)之差,其中,采用边际价值表示竞拍者对物品的真实评价;用报价函数表示竞拍者的支付意愿,则将“需求隐蔽”表达为,边际价值 $v - pq$ 与报价 p 之差,即 $DR = v - pq - p$ ^⑩.

2.1 Vickrey 拍卖机制

Vickrey 拍卖机制的基本理念是竞拍者按照自身报价给卖方带来的机会成本进行支付(payment),依照自身对社会的边际贡献获取收益(payload),这使得 Vickrey 机制具有诚实报价(truth telling)的良好性质,即竞拍者的均衡报价策略为诚实报告其对物品的评估价值. 因此,竞拍者的市场影响力或剩余供给的不确定性均不会对

⑩ 将“需求隐蔽”解释为,在可分物品(或多物品)的拍卖中,竞拍者具有针对某些单位的商品报告出比真实价值更低的支付意愿的动机,从而实现比真实需求更低的需求量^[3, 8].

竞拍者的均衡报价产生影响. 对于任意 q_i , 报价 p 均与边际价值相等 $p = v - \rho q_i$, 进而得到均衡价格为 $\bar{p} = v - \rho \bar{Q}$.

2.2 统一价格拍卖机制

在 UPA 机制下, 竞拍者最优报价行为的一阶条件可由“需求隐蔽”进行刻画^①

$$DR = v - \rho q_i - p = \mu_i \times q_i \quad (1)$$

上式表明, 竞拍者可以通过报告较低的价格来隐蔽需求, 避免其报告高价带来的负外部性影响. 这里, 外部性体现在若在临界单位报出较高的价格将会抬高已获得物品的支付价格. 由证明过程可知, 报价的外部性影响是需求量 q 的线性和递增函数. 因此, 需求隐蔽也是需求量 q 的线性和递增的函数. 可见, 在 $q = 0$ 时, 不会出现需求隐蔽; 竞拍者在高需求情形下将更有激励去隐蔽需求. 进而得到竞拍者 i 的最优报价函数为

$$q_i(p) = \frac{v - p}{\mu_i + \rho} \quad (2)$$

报价函数式 (2) 是竞拍者 i 对其面临剩余供给量的最优反应函数. 可见, 只要市场影响力参数 μ_i 为正值, 报价函数总是比边际价值函数更陡.

接下来, 将市场影响力参数 μ_i 进行内生化处理, 分两步得到均衡的市场影响力 $\bar{\mu}_i$: 首先, 给定其他竞拍者的均衡价格影响力, 即其他竞拍者在均衡时都采用以上式 (2) 的最优报价策略, 将其代入剩余供给函数, 得到

$$p(q_i) = v + (1 - \gamma)\rho q_i - (2 - \gamma)\rho \bar{Q}$$

然后, 解得竞拍者 i 的均衡市场影响力为

$$\bar{\mu}_i = \left(\sum_{j \neq i} (\bar{\mu}_j + \rho)^{-1} \right)^{-1} \quad (3)$$

式 (3) 刻画了 UPA 机制下具有市场影响力的竞拍者之间的相互作用, 这种作用增强了市场的非竞争性. 可以证明, 在 $I \geq 2$ 的情形下, I 个式 (3) 组成的方程组存在唯一和对称的均衡解. 考虑到均衡解的对称性, 可将式 (3) 重新表达为

$$\bar{\mu}_i = (1 - \gamma)(\bar{\mu}_i + \rho)$$

得到竞拍者 i 的均衡市场影响力为

$$\bar{\mu}_i = \frac{\rho}{\gamma}(1 - \gamma) = \frac{\rho}{I - 2} \quad (4)$$

进一步将式 (4) 代入式 (2), 求解出竞拍者 i 的均

衡报价函数, 表达为命题 1.

命题 1(UPA 机制下的均衡报价函数) 在考虑竞拍者的市场势力, 即竞拍者面临的剩余供给函数具有不确定性的情形下, 竞拍者 i 在 UPA 机制下具有唯一和对称的贝叶斯-纳什线性均衡报价函数为

$$b_i(q_i, p) = v - \frac{\rho q_i}{\gamma}$$

其中 $\gamma \in [0, 1)$.

证明 首先, 推导出在 UPA 机制下竞拍者最优报价的一阶条件. 考虑某一个特定的报价单, 保持其他竞拍者均处于均衡状态, 对均衡状态 s 下的价格-数量对 (p, q) 进行微小的偏离, 使得均衡数量增加 dq , 相应的均衡价格增加 $dp = \mu_i dq$, 边际价值为 $dq \times \pi^{(s)}(v - \rho q)$, 其中 $\pi^{(s)}$ 为处于状态 s 的概率. 相应的支付变化体现在两个方面: 一是, 更多的物品将以价格 p 成交, 支付增加 $dq \times p$; 二是, 更加积极地报价会提高成交价格, 使得竞拍者的支付增加 $\mu_i dq \times q$. 竞拍者最优报价的条件为, 对于任何微小的偏离 Δx 带来的边际收益与边际成本均相等, 即

$$dq \times \pi^{(s)}(v - \rho q) = dq \times \pi^{(s)}(p + \mu_i q)$$

根据最大化定理, 当 $\Delta x \rightarrow 0$, 得到式 (4) $\bar{\mu}_i = \frac{\rho}{\gamma} \times (1 - \gamma)$. 然后, 将式 (2) 和式 (4) 联立得到 UPA 机制下的线性均衡报价函数为

$$q_i(p) = \frac{\gamma}{\rho}(v - p)$$

证毕.

命题 1 表明, 与 VA 机制不同, UPA 机制下竞拍者的均衡报价函数是市场规模 γ 的增函数. 在一个竞拍者数量足够大的市场上, UPA 机制下竞拍者的市场影响力会变小, 竞拍者的需求隐蔽动机将会减弱.

2.3 歧视性价格拍卖机制

由以上可知, 在 VA 和 UPA 机制下, 可以通过求解与剩余供给函数相互独立的最优化问题得到竞拍者的均衡报价函数. 不同的是, 在 DPA 机制下, 竞拍者在不同状态下的报价和支付相互影响,

① 具体的推导过程在命题 1 的证明中展示.

在本文的设定条件下,不同状态出现的概率取决于
剩余供给函数截距项的分布函数 $G_i(x)$.

2.3.1 最优报价条件

在 DPA 机制下,竞拍者的最优报价行为可由
以下欧拉方程来刻画

$$-\frac{\partial x(\cdot)}{\partial q}[v - \rho q - p] = \frac{1}{2} \left[\mu_i - \left(\frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p} \right)^{-1} \right] \frac{G_i(x)}{g_i(x)} \quad (5)$$

式(5)表明,在均衡状态下,竞拍者报价的微小变动带来的边际收益和边际成本相等.以报高价为例,报高价的边际收益为获取更多数量的物品带来的边际价值之和 $v - \rho q$;报高价的边际成本由两个部分构成:一是,获取更多物品相对应的支付增加量,二是,由积极地报价引致的竞拍者在更高需求时面临着更多的支付.由式(5)右侧括号内的 $\left[\mu_i - \left(\frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p} \right)^{-1} \right]$ 部分来刻画.对于任意的竞拍者 i ,由对称均衡 $q = \bar{Q}$ 可知, q 的分布函数与 \bar{Q} 的初始分布函数相同,因此,可将欧拉方程(5)表示为均衡数量 q 的函数形式.在均衡状态下,截距项 $x(q)$ 是 q 的递减仿射变换,可以将 q 的累积分布函数表达为

$$\bar{G}_i(q) = 1 - G_i(x(q))$$

相应的密度函数为

$$\bar{g}_i(q) = -g_i(x) \frac{\partial x(\cdot)}{\partial q}$$

定义均衡数量 q 的逆风险率函数(inverse hazard ratio function)为, $\lambda(q) \equiv \frac{1 - \bar{G}_i(q)}{\bar{g}_i(q)}$,进一步将

DPA 机制下竞拍者的最优报价条件重新表达为

$$DR \equiv v - \rho q - p = \lambda(q) \left[\mu_i - \left(\frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p} \right)^{-1} \right] \quad (6)$$

式(6)表明,在 DPA 机制下,竞拍者的市场影响力通过逆风险率函数对报价施加影响.对于任意的数量 q ,竞拍者的需求隐蔽来源于积极地报价所带来的高需求状态下支付的负外部性,这种外部性是市场影响力参数 μ_i 的函数.可以将 DR 分解成两个部分:竞拍者的市场影响力 μ_i 和报价函数的斜率 $\frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p}$;发生的概率为更高需求状态

与目前状态的相对概率所表示的逆风险率 $\lambda(q)$.

2.3.2 线性的逆风险率条件

由于边际价值和需求隐蔽函数均具有线性特征, DPA 机制下竞拍者的最优报价函数式(6)的形式主要取决于 $\lambda(q)$,即剩余供给函数截距项的分布函数形式.需要考虑的问题是,是否存在一种分布函数使得竞拍者具有线性的最优反应函数?由于市场影响力参数 μ_i 和需求函数的斜率 $\frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p}$ 均为常数,则欧拉方程(6)为线性的充要条件是逆风险率 $\lambda(q)$ 为 q 的线性函数,即 $\lambda(q) = \lambda_0 + \lambda_1 q$ 其中, $\lambda_0, \lambda_1 \in \mathbf{R}$ 称之为线性的逆风险率条件.以下引理 1 刻画了这一条件.

引理 1(线性逆风险率条件) 定义在凸集上的分布函数 $G_i(q)$ 满足线性逆风险率条件的充分必要条件为 q 服从广义的帕累托 - II 型分布,其累积分布函数为

$$G_i(q) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{q - \alpha}{\sigma} \right)^{-1/\xi} & \text{若 } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{q - \alpha}{\sigma} \right) & \text{若 } \xi = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\xi, \alpha \in \mathbf{R}$ 和 $\sigma \in \mathbf{R}_+$ 分别为刻画分布的形状、位置和规模的参数.

证明 ①充分性 由 q 的概率密度函数 $\bar{g}_i(q) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{q - \alpha}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)}$ 得到

$$\lambda(q) \equiv \frac{1 - \bar{G}_i(q)}{\bar{g}_i(q)} = \sigma - \xi\alpha + \xi q$$

将 $\lambda(q)$ 表达为 $\lambda(q) = \sigma - \xi\alpha + \xi q$,令 $\lambda_0 = \sigma - \xi\alpha$ 和 $\lambda_1 = \xi$,逆风险率的线性特征成立;

②必要性 假定 $\bar{G}_i(q)$ 在整个定义域上满足线性逆风险率条件(LIHR),以下将证明其服从广义帕累托分布. LIHR 意味着存在两个常数 $\lambda_0, \lambda_1 \in \mathbf{R}$,使得逆风险率可以表达为 $\lambda(q) = \lambda_0 + \lambda_1 q$. $\lambda(q)$ 是定义良好的,且在定义域上 $\bar{g}_i(q) > 0$,因此, $\bar{G}_i(q)$ 是严格递增的,存在唯一的 $q^* \in \mathbf{R}$ 使得 $\bar{G}_i(q^*) = 0.5$.对于任何 q 需要满足以下条件

$$\bar{g}_i(q) = \frac{1 - \bar{G}_i(q)}{\lambda_0 + \lambda_1 q} \quad (8)$$

当 $\lambda_0 + \lambda_1 q > 0$ 微分方程 (8) 定义域是凸的, 并且是内部连通的. 当 $\lambda_1 = 0$ 微分方程存在唯一解为指数分布; 当 $\lambda_1 \neq 0$ 时, 做出如下定义: $\xi \equiv \lambda_1 \cdot \sigma \equiv \frac{\lambda_0 + \lambda_1 q^*}{2^{\lambda_1}}$ 和 $\alpha \equiv \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{\lambda_0 + \lambda_1 q^*}{2^{\lambda_1}} - \lambda_0 \right)$. 注意到在中位数取值, $\lambda_0 + \lambda_1 q^* > 0$ 因此 $\sigma > 0$. 可采用参数 $\xi \in \mathbf{R}$ $\alpha \in \mathbf{R}_+$ 来定义广义的帕累托分布.

证毕.

引理 1 通过广义的帕累托分布函数刻画出线性的逆风险率, 即 $\lambda(q) = \sigma - \xi\alpha + \xi q$, 包括逆风险率 $\lambda(q)$ 为递减 ($\xi < 0$)、不变 ($\xi = 0$) 和递增 ($\xi > 0$) 3 种表达形式. 给定位置参数 α 广义帕累托分布函数的定义域存在下界 α ; 当形状参数 $\xi < 0$ 时, 广义帕累托分布的定义域存在上界 $\alpha - \frac{\sigma}{\xi}$. 对于定义在紧集上的帕累托分布函数, $\xi < -1$ 对应于高需求状态; $\xi = -1$ 对应于均匀分布; $-1 < \xi < 0$ 对应于低需求状态. 对于 $\xi = 0$ (对应于指数分布) 和 $\xi > 0$ (对应于帕累托分布) 相应分布函数的定义域则无界.

2.3.3 线性均衡

以下将刻画 DPA 机制下竞拍者的最优报价行为, 与式 (3) 相似, 可将竞拍者 i 的市场影响力 μ_i 表达为

$$\mu_i = \left[\sum_{j \neq i} \left(\frac{\xi \mu_j}{1 - \xi} + \frac{\rho}{1 - \xi} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (9)$$

式 (9) 揭示了 DPA 机制下竞拍者之间报价策略的关联性, 具体取决于形状参数 ξ 的符号. 在 $\xi < 0$ 的情形下, 竞拍者 i 的市场影响力 μ_i 和其他竞拍者的市场影响 μ_{-i} 呈负向关系, 即其他竞拍者的市场影响力越大则诱导竞拍者 i 的需求隐蔽程度越高, 使得竞拍者 i 的报价函数相对平坦, 从而减少市场影响力. 相似地, 在竞拍者市场影响力对称的情形下, 得到 DPA 机制下竞拍者 i 的均衡市场影响力为

$$\bar{\mu}_i = \frac{(1 - \gamma)\rho}{1 - (2 - \gamma)\xi} \quad (10)$$

由式 (10) 可知, 在存在大量竞拍者的大市场上, 竞拍者将失去市场影响力, 即当 $\gamma \rightarrow 1$, $\bar{\mu}_i \rightarrow 0$, 竞拍者不能实现需求隐蔽, 而成为均衡价格的接受者.

以下将推导出 DPA 机制下竞拍者的均衡报价函数. 在均衡状态下, 每一竞拍者均获取人均数量 $q = \bar{Q}$. 根据均衡数量 q 的分布函数 $\bar{G}_i(q) = F(q|v)$ 、引理 1 和欧拉方程 (6), DPA 机制下竞拍者的线性均衡报价函数可以通过 $F(q|v)$ 满足式 (7) 的线性逆风险率条件来实现. 在求解均衡报价函数时面临着一个问题是: 如何处理报价函数的平坦部分. 若将均衡数量定义在初始值为 0 的定义域上, 竞拍者的最优报价曲线将会在定义域的最低点出现弯折, 这与线性均衡报价函数的设定不一致. 为了保证在广义帕累托分布设定下能够得到包含定义域最低点为 0 的线性均衡, 做出以下假设.

假设 1 竞拍者面临的剩余供给量的条件分布函数 $F(q|v)$ 服从于 $\alpha = 0$ 的广义帕累托分布.

根据以上的分析, 得到 DPA 机制下竞拍者的线性均衡报价函数, 具体见命题 2.

命题 2 (DPA 机制下均衡报价函数) 在考虑竞拍者市场势力, 即竞拍者面临的剩余供给函数具有不确定性的情形下, 仅当 $\xi < \frac{1}{2 - \gamma}$, 竞拍者 i 在 DPA 机制下具有唯一和对称的线性贝叶斯—纳什均衡报价函数, 即

$$b_i(q_i, v) = v - \frac{\rho(q_i + (2 - \gamma)\sigma)}{1 - (2 - \gamma)\xi}$$

证明见附录 A.

需要指出的是, 命题 2 的成立需要帕累托分布函数的形状参数 ξ 不能太大, 满足条件 $\xi < \frac{1}{2 - \gamma}$, 进而使得均衡报价函数非负, $b_i(q_i, v) \geq 0$. 将最优报价函数 $b_i(q_i, v)$ 进行平均, 并结合市场出清条件, 得到 DPA 机制的均衡价格为

$$\bar{p} = v - \frac{\rho}{1 - (2 - \gamma)\xi} \bar{Q} - \frac{(2 - \gamma)\rho\sigma}{1 - (2 - \gamma)\xi}$$

3 拍卖机制的比较分析

本节将从期望收益、成交价格的波动性和激励潜在竞拍者进入等 3 个实践标准对 UPA、DPA

和 VA 3 种拍卖机制进行比较分析,同时,考察市场规模和卖方的风险态度对期望收益排序的影响. 为了保证竞拍者的报价函数是性状良好的,做出如下假设.

假设 2(非冗余性条件) 竞拍者的行为偏好满足 $v - \rho\bar{Q} \geq 0$.

假设 2 使得竞拍者的人均供给数量 \bar{Q} 不会与需求函数的缺乏弹性部分相交,保证了均衡报价的非负性. 同时,非冗余性的假设意味着 \bar{Q} 分布函数的定义域是有界的,即 $\xi < 0$.

3.1 期望收益

下面比较竞拍者具有市场势力 ($\gamma < 1$) 和边际价值递减 ($\rho > 0$) 的情形下 3 种拍卖机制下的期望收益(效用). 定理 1 给出 UPA、DPA 和 VA 3 种拍卖机制下卖方的期望收益以及与社会剩余之间的关系.

定理 1(期望收益的排序) 在 $\gamma < 1, \rho > 0$ 和 $\xi < 0$ 的情形下,在唯一和对称的线性均衡中,对于任意的共同价值 v ,有 $E(TS|v) > E(R^D|v) > E(R^V|v) > E(R^U|v)$.

证明 对于任何实现的 \bar{Q} 3 种拍卖机制下的人均收入分别为

$$R^U = v\bar{Q} - \frac{\rho}{\gamma} \bar{Q}^2 \tag{11}$$

$$R^D = \left(v - \frac{(2-\gamma)\rho\sigma}{1-(2-\gamma)\xi} \right) \bar{Q} - \frac{1}{2} \frac{\rho}{1-(2-\gamma)\xi} \bar{Q}^2 \tag{12}$$

$$R^V = v\bar{Q} - \frac{1}{2}\rho(3-\gamma) \bar{Q}^2 \tag{13}$$

将市场的总剩余定义为

$$TS = v\bar{Q} - \frac{\rho\bar{Q}^2}{2} \tag{14}$$

在线性均衡中,3 类机制下的收益函数均为 \bar{Q} 的二次型. 在 $\alpha = 0, \sigma > 0$ 和 $\xi < 1/2$ 的设定下,广义帕累托分布的一阶矩和二阶矩分别为

$$E(\bar{Q}) = \frac{\sigma}{1-\xi}$$

和

$$E(\bar{Q}^2) = \frac{2\sigma^2}{(1-\xi)(1-2\xi)}$$

进一步分别得到期望收益为

$$E(R^U|v) = \frac{\sigma}{1-\xi} \left[v - \frac{2}{\gamma} \frac{\rho\sigma}{\gamma(1-2\xi)} \right] \tag{15}$$

$$E(R^D|v) = \frac{\sigma}{1-\xi} \times \left[v - \frac{(2-\gamma)\rho\sigma}{1-(2-\gamma)\xi} - \frac{1}{1-(2-\gamma)\xi} \frac{\rho\sigma}{(1-2\xi)} \right] \tag{16}$$

$$E(R^V|v) = \frac{\sigma}{1-\xi} \left[v - (3-\gamma) \frac{\rho\sigma}{1-2\xi} \right] \tag{17}$$

$$E(TS|v) = \frac{\sigma}{1-\xi} \left[v - \frac{\rho\sigma}{1-2\xi} \right] \tag{18}$$

对于 $\gamma \in (0, 1), \rho > 0$ 和 $\xi < 0, E(TS|v) > E(R^D|v) > E(R^V|v) > E(R^U|v)$ 严格不等式成立. 对于任何已实现的 \bar{Q} 3 种拍卖机制中的已实现收入和期望收益均低于社会剩余. 证毕.

定理 1 表明,当竞拍者具有市场影响力时, DPA 机制下卖方的期望收益最高,VA 机制次之, UPA 机制最低,但 3 者均未达到全部的市场剩余.

推论 1(实现收益的比较) 在 $\gamma < 1, \rho > 0$ 和 $\xi < 0$ 的情形下,在唯一和对称的线性均衡中,对于任意的 v ,有 $TS > R^D$ s. o. s. d. $R^V \geq R^U$, 其中, s. o. s. d. 表示二阶随机占优.

推论 1 表明,在 3 种拍卖机制下,卖方事后的实现收益(ex post realized revenue)与事前的期望收益排序存在差异:在考虑竞拍者市场影响力的情形下,卖方在 DPA 机制下实现的收益二阶随机占优于 UPA 和 VA 机制,而其在 VA 机制下的实现收益将不低于 UPA 机制. 进一步地对不同拍卖机制下卖方的期望效用进行比较,得到以下命题 3.

命题 3(期望效用的排序) 在 $\gamma < 1$ 和 $\rho > 0$ 的情形下,卖方拥有严格递增的效用函数 $\bar{u}(\cdot)$, 在唯一和对称的线性均衡中,有 $E(\bar{u}(TS)|v) > E(\bar{u}(R^V)|v) > E(\bar{u}(R^U)|v)$.

命题 3 表明,在竞拍者具有市场影响力的情形下,对于事后的实现收益而言,VA 机制占优于

UPA 机制,即使两种机制面临着相同的均衡市场影响力,卖方在 VA 机制下也会比在 UPA 机制下获取更多的收益.在 VA 机制下,竞拍者并非支付同一价格,而是支付依购买数量变化的折扣价格,在第一单位出现最高的折扣 $\mu_i \bar{Q}$;而在 UPA 机制下,竞拍者通过隐蔽需求来降低报价,作为对市场影响力 μ_i 的反应,价格下降 $\mu_i \bar{Q}$,同时降低所有单位获胜物品的支付价格,这表明竞拍者在 UPA 机制下的支付价格可视为其在 VA 机制下支付价格的下界.另外,由于竞拍者之间市场影响力的相互作用,卖方在 UPA 机制下会受到更高均衡市场影响力的影响而获取低于 VA 机制的期望收益.

为了与现有研究进行比较,以下给出大市场条件下 3 种拍卖机制下卖方期望收益的排序以及与期望社会剩余的比较.

命题 4(大市场卖方期望收益排序) 在 $\rho > 0$ 的情形下,给定人均物品 \bar{Q} 的分布特征,在唯一和对称的线性均衡中,有 $E(TS | v) > \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(R^D | v) = \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(R^V | v) = \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(R^U | v)$.

证明 对于式(15)、式(16)和式(17)关于 $\gamma \rightarrow 1$ 取极限,3种拍卖机制的期望收益均相等

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(R^D | v) &= \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(R^V | v) \\ &= \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(R^U | v) \\ &= \frac{\sigma}{1 - \xi} \left(v - \frac{2\rho\sigma}{1 - 2\xi} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

人均期望收益为

$$E(R^{opt} | v) = \frac{\sigma}{1 - \xi} \left(v - \frac{\rho\sigma}{1 - 2\xi} \right) \quad (20)$$

可见,在大的市场上,拍卖机制下的期望收益将严格小于期望社会剩余,其中未被卖方获取的剩余部分为 $\frac{\rho\sigma}{v(1 - 2\xi) - \rho\sigma}$. 证毕.

在大市场的环境下,竞拍者面临的剩余供给曲线是完全弹性的,卖方在 3 种拍卖机制下具有相同的期望收益.同时表明,卖方在 DPA 机制下的期望收益优势随着市场规模的扩大而减弱.但是,竞拍者仍然会出现需求隐蔽,使得卖方不能获取全部的市场剩余,而竞拍者可以通过需求隐蔽

来获取消费者剩余,这与 Swinkels^[20] 的研究结论相一致^②.

需要说明的是,在可分物品的大市场上,卖方期望收益等价性的结论并非单物品需求(unit-demand)情形下期望收益等价定理的简单扩展.此时 3 种拍卖机制的配置均是有效的,而其极限($\gamma \rightarrow 1$)的期望收益会低于最优机制所带来的期望收益(全部市场剩余),其中,市场剩余中的 $\frac{\rho\sigma}{v(1 - 2\xi) - \rho\sigma}$ 部分为消费者剩余.

以下考察卖方风险厌恶态度对拍卖机制市场表现的影响,采用严格凹的效用函数来刻画风险厌恶,如下命题 5 给出了大市场情形下风险厌恶卖方的期望效用排序.

命题 5(风险厌恶卖方的期望效用排序) 在 $\rho > 0$ 的情形下,对于任何严格凹和递增的效用函数 $\bar{u}(\cdot)$,在唯一和对称的线性均衡中有

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(u(TS) | v) &> \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(\bar{u}(R^U) | v) = \\ \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(\bar{u}(R^V) | v) &> \lim_{\gamma \rightarrow 1} E(\bar{u}(R^D) | v) \end{aligned}$$

命题 5 表明,在大市场的经济环境下,卖方在 DPA 机制下的期望效用优势消失,风险厌恶的卖方更加倾向于选择 UPA 和 VA 两种拍卖机制.

以上分析是在竞拍者边际价值递减($\rho > 0$)的情形下进行的.接下来,考察边际价值不变($\rho \rightarrow 0$)的情形,此时,竞拍者的边际价值为共同价值 v ,将卖方的期望收益排序表达为命题 6.

命题 6(不变边际价值的期望收益等价性) 在 $\gamma < 1$ 和 $\xi < 0$ 的情形下,在唯一和对称的线性均衡中,对于任意的 v ,有

$$\begin{aligned} E(TS | v) &= \lim_{\rho \rightarrow 0} E(R^U | v) \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} E(R^V | v) \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} E(R^D | v) \end{aligned}$$

证明 式将(15)、式(16)和式(17)在 $\rho \rightarrow 0$ 的情形下取极限,3种拍卖机制下的期望收益是相等的,且均等于期望的社会剩余,即

^② 在大市场的研究中,Swinkels^[21] 发现,在独立私有价值的离散出价情形下,UPA 和 DPA 的期望收益等价.不同的是,本文的模型建立在完全信息的连续出价的环境下.

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} E(R^U | v) &= \lim_{\rho \rightarrow 0} E(R^V | v) \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} E(R^D | v) \\ &= \frac{\sigma v}{1 - \xi} \end{aligned}$$

证毕.

命题 6 表明,当竞拍者的边际价值为常数时,3 种拍卖机制下竞拍者潜在的市场影响力以及 DPA 机制下不同需求状态之间的外部性均消失,卖方具有相同的期望收益,并能够实现全部的市场剩余.由于常数边际价值独立于数量,在 3 种机制下竞拍者的报价行为在策略上与单物品需求情形下的第一价格拍卖等价,这与 Jackson 和 Kremen^[21]的研究结论相一致:在信息不对称的大市场情形下,给定人均数量 \bar{Q} ,卖方在 UPA 和 DPA 机制下会获取全部的市场剩余.

3.2 成交性价格的波动

在现实的拍卖市场上,交易条件与成交价格存在着紧密的联系,成交价格的波动性也往往是拍卖组织者需要关注的问题,被作为拍卖机制的选择标准之一.例如,中央银行通过国债市场上的债券交易来调整金融系统的头寸以熨平周期性或季节性的资金变动,而债券的交易量会直接影响到短期利率的水平.因此,国债发行拍卖机制的设计会在政策调控有效性方面发挥着重要的作用.在这样的情形下,政策当局会更加倾向于选择可以实现稳定成交价格的拍卖机制;另外,在电力市场上,电价的波动性对电力公司的计量设备提出很高的要求,同时可能会使得工业企业的运转失去秩序,甚至会引发消费者的不满情绪,因此,电力市场的设计者会倾向于选择能够形成较小成交价波动性的拍卖机制.下面采用成交价格的方差来刻画其波动性,定理 2 提出 3 种拍卖机制下均衡价格波动性的排序.

定理 2(成交价格波动性的比较) 在 $\rho > 0$ 和 $Cov(v, \bar{Q}) = 0$ 的情形下,3 种拍卖机制下均衡价格的波动性排序为

$$\text{Var}(\bar{p}^U) \geq \text{Var}(\bar{p}^V) > \text{Var}(\bar{p}^D)$$

证明 将 3 种拍卖机制下均衡价格的方差表达为

$$\text{Var}(\bar{p}^U) = \text{Var}(v) + \left(\frac{\rho}{\gamma}\right)^2 \text{Var}(\bar{Q}) \quad (21)$$

$$\text{Var}(\bar{p}^D) = \text{Var}(v) + \left(\frac{\rho}{1 - (2 - \gamma)\xi}\right)^2 \text{Var}(\bar{Q}) \quad (22)$$

$$\text{Var}(\bar{p}^V) = \text{Var}(v) + \rho^2 \text{Var}(\bar{Q}) \quad (23)$$

比较式 (21)、式 (22) 和式 (23),得到 $\text{Var}(\bar{p}^U) \geq \text{Var}(\bar{p}^V) > \text{Var}(\bar{p}^D)$,其中当 $\gamma \rightarrow 1$,等式成立. 证毕.

定理 2 表明,DPA 机制生成的成交价格的波动性最低,VA 机制次之,UPA 机制最高.倘若拍卖组织者偏好成交价格波动性较小的拍卖机制时则需要选择 DPA 机制,这可以为国债拍卖市场、英国电力市场和欧洲中央银行回购等金融市场中普遍选择 DPA 机制提供理论注解^[12-13].在竞拍者面临的剩余供给数量服从 $\xi < 0$ 的广义帕累托分布时,DPA 机制会生成最稳定的成交价格,而 UPA 机制下的成交价格具有较大的波动性.在 DPA 机制下,均衡价格的波动性与市场规模出现微弱的正向变动,在 UPA 机制下,均衡价格的波动性与市场规模反向变动,VA 机制下成交价格的波动性与市场规模无关.随着市场规模的扩大,竞拍者的报价函数会变得更加陡峭,潜在的市场影响力会减弱.因此,价格波动性的排序与竞拍者的市场影响力没有直接的关系.随着边际价值函数变得越平坦($\rho \rightarrow 0$),均衡价格的波动性单调递减.

3.3 激励潜在竞拍者进入

以上的分析都是在给定竞拍者数量的情形下展开的.在拍卖机制设计的过程中,重要的问题是激励潜在的竞拍者积极参与拍卖以保证市场的流动性.以下将通过对竞拍者的参与行为进行内生化处理来对 3 种拍卖机制下潜在竞拍者进入(entry)而形成的市场规模进行比较.可以明确的是在拍卖市场上,卖方总是偏好能够激励更多潜在竞拍者参与的拍卖机制^[29].随着竞拍者数量的增加,竞拍者会更加积极地报价,从而提高卖方的期望收益.为了便于分析,考虑如下例子:卖方将 2 单位的物品销售给 2 位潜在买者,买者的效用函数均为 $2q - 0.5q^2$,若仅有 1 位买者进入,获得

2 个物品,获得的效用和总剩余均为 2;若 2 位买者同时进入,买者各得 1 单位的物品,总效用和总剩余增加到 3,可见,鼓励潜在买者参与拍卖可提高卖方的收益.为了将潜在竞拍者的进入进行内生化处理,假定存在固定的进入费用(entry fee),记作 c ,定义 I^U 、 I^D 、 I^V 和 I^{PE} 分别为 UPA、DPA、VA 机制和帕累托有效的进入数量,即满足竞拍者的期望收益大于或等于 c 的进入数量 I 的最大整数.以下定理 3 给出了 3 种机制下内生的市场规模排序.

定理 3(市场规模的排序) 在 $\gamma < 1$ 和 $\rho > 0$ 的情形下,有 $I^U \geq I^V \geq I^D > I^{PE}$.

证明见附录 B.

定理 3 表明,在均衡状态下,UPA 机制能够激励更多的潜在竞拍者参与拍卖,VA 机制次之,而 DPA 机制激励竞拍者进入的数量最小.给定参与者的数量和竞拍者的对称性,3 种拍卖机制下的配置均是帕累托有效的.但是,3 种机制鼓励竞拍者进入的数量均大于帕累托有效的市场规模,这与单物品拍卖的研究结论相同^[30],这也可以作为国债发行等金融市场中普遍选择 DPA 机制的佐证^[12-13].DPA 机制下的市场规模更接近于帕累托有效状态.在 3 种拍卖机制中,出现“过度进入”的可能原因是竞拍者在做出报价策略时忽略了其参与给其他竞拍者带来负向的外部性.

4 结束语

在现实的拍卖市场上,可分物品作为拍卖对象颇为常见,比如国债、股票、电力和各类许可证等,可分物品拍卖机制的设计和选择极为重要.但是,竞拍者潜在的市场势力和拍卖博弈多重均衡是可分物品拍卖设计和选择时面临的两大问题.实践和经验研究表明,大的竞拍者会通过市场势力来隐蔽需求对市场价格施加影响.在理论上,可分物品拍卖博弈潜在的多重均衡使得对拍卖机制的比较是极其困难的.本文将上述两个方面的问题置入统一的分析框架来研究考虑竞拍者市场势

力的可分物品拍卖机制设计和选择问题.基于 Klemperer 和 Meyer^[22] 的研究思路,通过在竞拍者面临的剩余供给函数中引入不确定性来模型化市场影响力,实现对潜在的多重均衡进行精炼,得到统一价格、歧视性价格和 Vickrey 3 种拍卖机制下竞拍者唯一和对称的线性均衡报价函数,并分别从期望收益、成交价格的波动性和激励潜在竞拍者进入等 3 个实践标准对拍卖机制进行比较,主要结论如下:1) 在期望收益方面,歧视性价格机制最高,Vickrey 机制次之,统一价格机制最低,但 3 者都不能使得卖方获取全部的市场剩余.歧视性价格机制下卖方的期望收益优势会随着市场竞争性的增强而减弱;在大市场的环境中,风险中性的卖方在 3 种拍卖机制中获取相等的期望收益;2) 在成交价格波动性方面,歧视性价格机制最低,Vickrey 机制次之,统一价格机制最高;3) 在激励潜在竞拍者进入方面,统一价格机制下竞拍者进入最多,Vickrey 机制次之,歧视性价格机制最少,但是 3 者均超过帕累托有效的竞拍者数量.最后考察了市场规模和卖方的风险态度对拍卖机制设计的影响,以期本文的研究结论为拍卖组织者针对不同的目标进行拍卖机制的设计和选择提供理论借鉴.

本文在考虑竞拍者具有市场势力更为现实的经济环境下为可分物品拍卖博弈的多种均衡的提炼提供了分析思路,并从期望收益、成交价格波动性和激励潜在竞拍者进入等 3 种实践标准对拍卖机制进行比较,研究结论具有较强的理论意义和应用价值.不过,本文仍然存在以下局限:第一,对均衡报价函数的线性限定.由于线性均衡已经得到许多经验研究的支持,本文的结论仅适用于存在线性均衡报价函数的经济环境,而其他经济中的均衡报价行为以及机制选择则需要进一步研究;第二,效用函数的二次型假定,对于连续策略空间情形下效用函数的一般设定下的拍卖机制设计理论需要进一步探索;第三,本文提供的理论结果尚需要数据的验证,可以尝试通过实验室的实验和实时交易数据提供实证支持,这些都将作为后续的研究工作.

参考文献:

- [1]Kagel J H ,Levin D. Behavior in multi-unit demand auctions: Experiments with uniform price and dynamic Vickrey auctions [J]. *Econometrica* ,2001 ,69(2) : 413 – 454.
- [2]Engelbrecht-Wiggans R ,List J A ,Lucking-reiley D. Demand reduction in multi-unit auctions with varying numbers of bidders: Theory and field experiments [J]. *International Economic Review* ,2006 ,47(1) : 203 – 231.
- [3]Ausubel L M ,Cramton P ,Pycia M ,et al. Demand reduction and inefficiency in multi-unit auctions [J]. *Review of Economic Studies* ,2014 ,81(4) : 1366 – 1400.
- [4]U. S. Department of the Treasury ,Uniform-price auctions: update of the treasury experience [J/OL]. Office of Market Finance ,Washington D. C. ,1998.
- [5]Friedman M. A Program for Monetary Stability [M]. New York: Fordham University Press ,1960.
- [6]Wilson R. Auctions of shares [J]. *Quarterly Journal of Economics* ,1979 ,93(4) : 675 – 689.
- [7]Back K ,Zender J F. Auctions of divisible goods: On the rationale for the treasury experiment [J]. *Review of Financial Studies* ,1993 ,6(4) : 733 – 64.
- [8]Ausubel L M ,Cramton P. Demand Reduction and Inefficiency in Multi-Unit auctions [R]. University of Maryland ,2002.
- [9]Wang J J D ,Zender J F. Auctioning divisible goods [J]. *Economic Theory* ,2002 ,19(4) : 673 – 705.
- [10]Kremer I ,Nyborg K G. Divisible-good auctions: The role of allocation rules [J]. *Rand Journal of Economics* ,2004 ,35(1) : 147 – 159.
- [11]Holmberg P. Supply function equilibria of pay-as-bid auctions [J]. *Journal of Regulatory Economics* ,2009 ,36(2) : 154 – 177.
- [12]Bartolini L ,Cottarelli C. Designing effective auctions for treasury securities [J]. *Current Issues in Economics and Finance* ,1997 ,3(9) : 1 – 6.
- [13]Brenner M ,Galai D ,Sade O. Sovereign debt auctions: Uniform or discriminatory? [J]. *Journal of Monetary Economics* ,2009 ,56(2) : 267 – 274.
- [14]Armantier O ,Sbai E. Estimation and comparison of treasury auction format when bidders are asymmetric [J]. *Journal of Applied Econometrics* ,2006 ,21(6) : 745 – 779.
- [15]Wolak F. Quantifying the supply-side benefits from forward contracting in wholesale electricity markets [J]. *Journal of Applied Econometrics* ,2007 ,22(7) : 1179 – 1209.
- [16]Chapman J T E ,McAdams D ,Paarsch H J. Bounding revenue comparisons across multi-unit auction formats under best response [J]. *American Economic Review* ,2007 ,97(2) : 455 – 458.
- [17]Hortau's A ,Puller S. Understanding strategic models of bidding in deregulated electricity markets: A case study of ERCOT [J]. *RAND Journal of Economics* ,2008 ,39(1) : 86 – 114.
- [18]Kastl J. Discrete bids and empirical inference in divisible good auctions [J]. *Review of Economic Studies* ,2011 ,78(3) : 974 – 1014.
- [19]Hortoçsu A ,McAdams D. Mechanism choice and strategic bidding in divisible good auctions: An empirical analysis of the turkish treasury auction market [J]. *Journal of Political Economy* ,2010 ,118(5) : 833 – 865.
- [20]Swinkels J. Efficiency of large private value auctions [J]. *Econometrica* ,2001 ,69(1) : 37 – 68.
- [21]Jackson M O ,Kramer I. The relevance of a choice of auction format in a competitive environment [J]. *Review of Economic Studies* ,2006 ,73(4) : 941 – 960.
- [22]Klemperer P D ,Meyer M A. Supply function equilibria in oligopoly under uncertainty [J]. *Econometrica* ,1989 ,57(6) : 1243 – 1277.
- [23]Federico G ,Rahman D. Bidding in an electricity pay-as-bid auction [J]. *Journal of Regulatory Economics* ,2003 ,24(2) : 175 – 211.
- [24]周孝华 ,熊维勤 ,孟卫东. IPO 询价中的最优报价策略与净抑价 [J]. *管理科学学报* ,2009 ,12(4) : 129 – 134.
Zhou Xiaohua ,Xiong Weiqin ,Meng Weidong. Optimal auction strategy and net underpricing in IPO book-building system [J]. *Journal of Management Sciences in China* ,2009 ,12(4) : 129 – 134. (in Chinese)
- [25]饶从军 ,赵 勇 ,王 清. 基于可变供给量的可分离物品拍卖及其应用 [J]. *中国管理科学* ,2012 ,20(1) : 129 – 138.
Rao Congjun ,Zhao Yong ,Wang Qing ,Auction of divisible goods based on variable supply and its application [J]. *Chinese*

Journal of Management Science, 2012, 20(1): 129 – 138. (in Chinese)

[26] Kyle A S. Informed speculation with imperfect competition [J]. Review of Economic Studies, 1989, 56(3): 317 – 356.

[27] Ausubel L M. An efficient ascending-bid auction for multiple objects [J]. American Economic Review, 2004, 94(5): 1452 – 1475.

[28] Cramton P. Competitive Bidding behavior in Uniform Price Auction Markets [R]. Report before the Federal Energy Regulatory Commission, 2003.

[29] Bulow J I, Klemperer P D. Auctions vs. negotiations [J]. American Economic Review, 1996, 86(1): 180 – 194.

[30] Levin D, Smith J L. Equilibrium in auctions with entry [J]. American Economic Review, 1994, 84(3): 585 – 599.

Designing auctions for divisible goods with bidders' market power

GONG Ru-kai

Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai 200051, China

Abstract: Both bidders' potential market power and multiple equilibrium in auction games are important problems in designing auctions for divisible goods. This paper puts the two problems above into one uniform framework to investigate the auction design in divisible goods market. We capture the market power of the large bidder by introducing uncertainty in the residual supply of the buyers when bidding, refine the potential continuum multiple equilibrium, and then obtain the unique and symmetrical linear equilibrium bidding functions based on the uniform price, discriminatory price and Vickrey auction formats, respectively. We rank these three formats in terms of the criteria employed in the practical design of the markets for divisible goods, such as expected revenue, stabilizing prices, and encouraging bidder participation. The main conclusions are: First, the expected revenue under the discriminatory price auction is more than that under the Vickrey auction, which is more than that under the uniform price auction, but all three auctions would not obtain total market surplus; Second, the discriminatory price auction gives rise to the lowest stop-out price volatility, the equilibrium price based on the Vickrey auction has a higher volatility, and the price volatility under the uniform price auction is the highest among the three formats; Third, the uniform price auction would encourage more entries than other auctions, the Vickrey auction encourages less, and participation under the discriminatory price auction is the least, but all three formats would encourage more entries than Pareto efficient market size. Our model accommodates both small and large markets, as well as different risk preferences of the sellers. The results have important implications for the auctioneers designing the auction format according to different objectives.

Key words: divisible goods; auction design; market power; linear equilibria

附录 A:

命题 2 的证明

在均衡状态 s 下, 竞拍者积极报价的边际收益为 $dq \times \pi^s(v - \rho q)$; 相应的边际成本为 $dq \times \pi^s(p + \mu_i \Delta q) + dq(\Delta p + \mu_i \Delta q) \sum_{k>s} \pi^k$, 最优均衡要求边际收益与边际成本相等. 欧拉方程使得在状态 s 下的边际收益与在更高状态的支付负外部性相等, 即

$$\frac{\pi^s}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta q} (v - \rho q - p - \mu_i \Delta q) = \left(\frac{\Delta p}{\Delta q} + \mu_i \right) \sum_{k>s} \pi^k \quad (\text{A-1})$$

由于分布函数 $G_i(\cdot)$ 是平滑的, 得到

$$\frac{\pi^s}{\Delta x} = g_i(x) + o(1) \quad (\text{A-2})$$

根据最大化定理, 定义在紧集上的最优报价函数一致收敛到唯一的线性最优报价函数 $q_i(p)$. 因此, $\frac{\Delta q}{\Delta p}$ 将收敛到最优报价函数的斜率上

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p} + o(1) \quad (\text{A-3})$$

同时, $\frac{\Delta x}{\Delta q}$ 将收敛到仿射函数 $x(q)$ 的斜率上. $x(q)$ 将均衡数量映射到截距上

$$\frac{\Delta x}{\Delta q} = - \frac{\partial x(\cdot)}{\partial q} + o(1) \quad (\text{A-4})$$

将式(A-2)、式(A-3)和式(A-4)代入式(A-1)式,忽略o(1),最优报价的一阶条件变成

$$v - \rho q - p = (\sigma + \xi q)(\mu_i + \varphi_i) \tag{A-5}$$

其中, $\varphi_i \equiv - \left(\frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p} \right)^{-1}$,表示反报价函数斜率的绝对值,并且其在线性均衡为一常数.从而求解最优报价函数得到

$$q_i(p) = \frac{v - p - \sigma(\mu_i + \varphi_i)}{\xi(\mu_i + \varphi_i) + \rho} \tag{A-6}$$

其中

$$\varphi_i \equiv - \left(\frac{\partial q_i(\cdot)}{\partial p} \right)^{-1} = \xi(\mu_i + \varphi_i) + \rho \tag{A-7}$$

然后解得

$$\varphi_i = \frac{\xi\mu_i}{1 - \xi} + \frac{\rho}{1 - \xi} \tag{A-8}$$

由于剩余供给量为其他竞拍者的逆报价函数之和,因此,竞拍者*i*逆报价函数斜率等于其他竞拍者逆报价函数的平均斜率的 $\frac{1}{I-1} = 1 - \gamma$.在对称的均衡情形下,对任何竞拍者*i*,有

$$\mu_i = (1 - \gamma)\varphi_i = \frac{(1 - \gamma)\rho}{1 - (2 - \gamma)\xi} \tag{A-9}$$

由式(A-8)和式(A-9)可见

$$\mu_i + \varphi_i = \frac{(2 - \gamma)\rho}{1 - (2 - \gamma)\xi} \tag{A-10}$$

则欧拉方程(A-5)可表达为

$$q_i(p) = \frac{1 - (2 - \gamma)\xi}{\rho} (v - p) - (2 - \gamma)\sigma \tag{A-11}$$

即为均衡的报价函数,仅当 $\xi < \frac{1}{2 - \gamma}$.由市场出清条件 $q_i(\bar{p}) = \bar{Q}$ 得到均衡价格

$$\bar{p} = v - \frac{\rho}{1 - (2 - \gamma)\xi} \bar{Q} - \frac{1}{2} \frac{\rho}{1 - (2 - \gamma)\xi} \bar{Q}^2$$

证毕.

附录 B:

定理 3 的证明

为方便处理,不妨忽略“整数”问题,假定 $I \in \mathbf{R}_+$,对于 3 种拍卖机制,潜在竞拍者进入的最小数量由进入者获取的期望收益与进入成本相等来决定,即

$$U = vE(q) - \frac{1}{2}\rho E(q^2) - E(\text{payment}) = c \tag{B-1}$$

假定总供给量 Q 不变,在潜在竞拍者数量的内生情形下,将广义帕累托分布的参数表示为 $\sigma' > 0, \xi' \in \mathbf{R}$ 和 $\alpha' = 0$.对于 UPA 机制,使用式(11)给出的期望收益,式(B-1)变为

$$\frac{2 - \gamma}{2\gamma} \rho \frac{1}{I^2} E(Q^2) = c \tag{B-2}$$

将 γ 的定义式代入式(B-2)得

$$I^U(c) = 1 + \left(1 + \frac{\rho\sigma'^2}{c(1 - \xi')(1 - 2\xi')} \right)^{0.5} \tag{B-3}$$

其中, Q 的二阶矩来自于式(22),条件(B-2)决定了 UPA 机制下的进入数量,为 c 的函数.以下将推导出 DPA 机制

下的参与函数,因为人均供给 $\bar{Q} = \frac{Q}{I}$,在广义帕累托分布函数中,将参数定义为 $\sigma = \frac{\sigma'}{I} > 0, \xi = \xi' \in \mathbf{R}$ 和 $\alpha = 0$.对于 DPA 机制下,条件(23)变成

$$\frac{E(Q)}{I^2} \frac{(2 - \gamma)\rho\sigma'}{1 - (2 - \gamma)\xi'} + \frac{\rho E[Q^2]}{2I^2} \frac{(2 - \gamma)\xi'}{1 - (2 - \gamma)\xi'} = c \tag{B-4}$$

由 γ 的定义式(14)和式(22)得

$$(1 - \xi')cI^2 - cI - \frac{\rho\sigma'^2}{1 - 2\xi'} = 0 \tag{B-5}$$

得出

$$I^D(c) = \frac{1}{2(1 - \xi')} + \left(\frac{1}{4(1 - \xi')^2} + \frac{\rho\sigma'^2}{c(1 - \xi')(1 - 2\xi')} \right)^{0.5} \tag{B-6}$$

对于 VA 机制,条件(B-1)为

$$\frac{2 - \gamma}{2I^2} \rho E(Q^2) = c \tag{B-7}$$

由 γ 的定义式(14)和式(22)解得

$$I^V(c) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{\rho\sigma'^2}{c(1 - \xi')(1 - 2\xi')} \right)^{0.5} \tag{B-8}$$

由式(B-3)、式(B-6)和式(B-8)可知, $I^U(c) > I^D(c)$ 和 $I^U(c) > I^V(c)$.但 DPA 和 VA 机制之间的排序则取决于 ξ' 的符号,对于 $\xi' < 0$,有 $I^V(c) > I^D(c)$.在 3 种机制下,参与者数量分别为小于或等于 $I^U(c)$ 、 $I^D(c)$ 和 $I^V(c)$ 的最大整数.因此,潜在竞拍者进入数量的排序可表达为 $I^U(c) \geq I^V(c) \geq I^D(c)$.

将帕累托有效率进入量的问题表达为 $\text{Max} \left\{ vE(Q) - \frac{1}{2I}\rho E(Q^2) - cI \right\}$,通过求解一阶条件,得

到有效的进入量为, $I^{PE} = \left(\frac{\rho\sigma'^2}{c(1 - \xi')(1 - 2\xi')} \right)^{0.5}$ 将其通过与 3 种机制下的进入数量式(B-3)、式(B-6)和式(B-8)比较得到 $I^U \geq I^V \geq I^D > I^{PE}$. 证毕.