

或有可转换债券的定价和公司资本结构^①

赵志明, 杨招军*

(1. 湖南大学工商管理学院, 长沙 410082; 2. 湘潭大学商学院, 湘潭 411105)

摘要: 假设公司收益流服从算术布朗运动, 考虑包含或有可转换债券(CCB)的公司资本结构问题, 计算公司证券均衡价格, 分析公司破产概率、公司收益风险与公司资本结构之间的数量关系. 结果表明: CCB 不但显著降低破产概率, 减小管理者“资产替代”动机, 而且吸收公司大部分风险, 大幅提升公司总价值; CCB 的收益率差价明显高于普通债券; 公司收益流与市场正(负)相关程度越高, 公司总价值越小(大).

关键词: 均衡定价; 或有可转换债券; 资本结构

中图分类号: F275; F830.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2015)12-0027-09

0 引言

为阻断 2008 年全球金融危机蔓延, 许多国家实施了规模空前的大救援行动. 救援的本质是用纳税人的资金为一些受困金融机构“买单”, 必然产生严重的道德风险问题. 为避免危机重演, 监管部门、学者与业内人士逐渐形成共识: 在银行资本结构中引入或有可转换债券(contingent convertible bonds, CCB)是出路所在. 瑞士于 2012 年以法律的形式采纳 CCB, 巴塞尔银行监管委员会、20 国集团和欧盟都提议引入 CCB 应对和预防金融危机.

CCB 兼具债权和股权特征, 有时又称为或有资本(contingent capital). 发行之初, CCB 表现为债券, 但在适当随机条件下(如公司资本大幅缩水)必须强制按一定的比例转换为股权, 从而达到救援的目的(因此有人将 CCB 译为应急资本). 与此相反, 普通的可转换债券的转换是非强制的, 与普通可转换债券相比, CCB 对公司生存起着保险作用, 如何设计支付条款以及特定条款下的 CCB 定价问题具有特别重要的现实意义.

由于上述原因, 自 2010 年以来, 关于 CCB 的设计与定价问题很快成为学术界的研究热点. CCB 的设计涉及到两个问题: 一是转化规则, 二是合理定价和资本结构. 对于前者, 转换规则包含两个关键细节: 转换触发水平和转换比例. 转换触发水平决定转换发生时间, 因此其设计必须考虑到公司的经营健康状况以及监管部门规定的最低资本比要求. 转换比例决定 CCB 投资者在转换发生时所获得股权比例. 在转换发生后, CCB 投资者成为公司新的股东, 和原始股东共同分享公司净利润(NP). 文献[1]考虑外生给定转换水平, 当公司总价值低于转换水平时, CCB 按确定比例转为普通股, 而文献[2]研究了当公司税后收益流不能满足支付其债息时, CCB 转换为股权并按预先确定比例获得公司净利润. 文献[3]考虑由监管部门规定的核心资本比, 一旦公司核心资本比不能满足监管最低比例要求, CCB 就按面值进行部分转换, 直至达到监管要求. 文献[4]假设宏观经济环境是一个两状态的马氏过程, 不同状态下外生规定转换触发水平不一样的转换规则. 文献[5]则以 Merton 模型为基础, 分别研究了固定

① 收稿日期: 2012-11-08; 修订日期: 2013-08-23.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71171078; 71371068; 71221001; 71431008); 湖南省科技创新资助项目(CX2014B165).

通信作者: 杨招军(1964—), 男, 湖南邵阳人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: zjyang@hnu.edu.cn

转换、市场转换和公平转换对 CCB 价值的影响。上述文献都只考虑单一触发水平,而文献[6]则考虑双触发水平,以公司股票市场价格和金融景气指数为触发指标,设计了一种双重转换触发标准的 CCB,研究了这种 CCB 的优势和不足。

对于合理定价和资本结构问题,现有文献大多假设投资者是风险中性的或市场是完备的^[1-3,7]。如文献[7]假定市场是完备的,公司的收益流服从几何布朗运动,考虑破产在内生和外生两种不同情况下,以公司价值最大化为目标求解最优资本结构,显式地给出了公司证券的风险中性价值。Himmelberg 等^[8]和 Pennacchi^[9]考虑市场是非完备的,引入跳扩散风险模型,得到了公司证券满足的偏微分方程,利用数值计算得出证券价值及债券的信用价差。

在资产均衡定价理论方面,文献[10]假定消费者具有同一投资偏好,研究了纯交换经济下证券的均衡价值。在文献[11]的基础上,Ingersoll 以投资者生命期望效用最大化获得了随机折扣因子,计算了资产的均衡价格^[12]。

本文贡献体现在以下三个方面:其一,已有文献大多是基于风险中性讨论 CCB 的定价和对应的资本结构选择问题。这样做的直接缺点是无法分析公司收益与市场相关性对公司证券定价和资本结构的影响。为此,本文引入市场对冲公司收益风险机制,运用均衡定价理论分析公司收益风险与公司证券价值和资本结构的数量关系。

其二,现有文献大都假定公司收益流服从几何布朗运动,这意味着公司纯收益总是正的(不会亏损)^[1-2,13]。但是,公司在宏观金融环境恶劣、经营困难时期可能出现负的收益流。作为理论扩展,本文假定公司收益流服从算术布朗运动。

其三,现有研究 CCB 的文献都未考虑银行破产概率和资本结构之间的数量关系^②,但这不仅在理论上而且在现实中都是一个非常有意思的问题。事实上最小化破产概率和最大化公司总价值一般是相互冲突的,为最小化公司破产风险必须降低公司的杠杆率,而为使公司价值最大必须考

虑公司资本的合理组成比例,以达到避税价值和降低破产成本的平衡^[14]。本文首次研究了 CCB 的发行公司在给定破产概率条件下的最优资本结构问题,显式地给出了二者的数量关系。

1 内生破产条件下的公司证券定价和资本结构

最简单的资产定价理论是风险中性定价,其本质是只在乎平均收益,风险大小不影响资产价格,尽管这不是一个严格的方法,但因其计算简单,仍然得到广泛使用。另一资产定价方法就是均衡定价,如文献[10-12]。这一方法将资产的收益风险分为系统风险和非系统风险,定价时对系统风险要求有风险补偿(风险溢价),而对非系统风险是风险中性的,或认为非系统风险可以完全分散从而对应一个完备市场^[15,16]。因为均衡定价方法兼具经济学的合理性和计算的简单性,这一方法得到广泛使用,这也是本文采用均衡定价方法的原因。

1.1 基本模型假设

给定带信息流的概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_t, P)$,假定公司的税后收益流 δ_t 服从如下随机微分方程

$$d\delta_t = \mu dt + \sigma(\rho dZ_t^M + \sqrt{1-\rho^2} dZ_t) \quad (1)$$

其中 Z^M 为测度 P 下相互独立的标准布朗运动,公司收益流与市场的相关系数为 ρ , Z^M 为可以对冲的系统风险, Z_t 为不可以对冲的非系统风险。

在等价鞅测度 Q ^③ 下,根据 Girsanov 测度变换,公司收益流可以表示成如下形式

$$d\delta_t = (\mu - \sigma\rho\eta) dt + \sigma(\rho d\hat{Z}_t^M + \sqrt{1-\rho^2} dZ_t) \quad (2)$$

其中 \hat{Z}^M 为测度 Q 下相互独立的标准布朗运动, η 为市场夏普比,且 $d\hat{Z}_t^M = \eta dt + dZ_t^M$ 。

记公司价值为 A ,若公司采取纯股权融资,可得 t 时刻公司价值为

② 尽管文献[7]考虑了给定 CCB 违约概率下的最优转换水平,但是,公司破产概率和最优资本结构的数量关系如何还没有专门研究。

③ 通过求解一个单一投资者的最优投资消费问题,得到随机折扣因子,进而得到对应的等价鞅测度。参考文献[15]。

$$A_t = E^Q \left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)} \delta_s ds \mid F_t \right]$$

$$= \frac{\delta_t}{r} + \frac{\mu - \sigma\rho\eta}{r^2} \quad (3)$$

对应随机微分方程

$$dA_t = \left(\frac{\mu - \sigma\rho\eta}{r} \right) dt + \frac{\sigma}{r} (\rho d\hat{Z}_t^M + \sqrt{1 - \rho^2} dZ_t) \quad (4)$$

定义停时 $\tau(k) \triangleq \inf\{t > 0 \mid A_t < k\}$, 则

$$E^Q [e^{-r\tau(k)}] = e^{-\psi(A_0 - k)} \quad (5)$$

其中 $\psi = r(m + \sqrt{m^2 + 2r\sigma^2}) / \sigma^2$, $m = \mu - \sigma\rho\eta$, 上式经济意义为公司价值集中 k 这一随机时刻的一单位资产在初始时刻的价值。

由于发行债券可以获得税收优势, 许多大公司会发行债券而不是纯股权融资。为此, 假设公司债券包括股权、CCB 和普通债券, CCB 和普通债券都是永久性的(即没有到期日)。公司初始价值为 A_0 , CCB 面值为 L_c , 普通债券面值为 L_b , CCB 和普通债券的券息率分别为 C_c 和 C_b , 税率为 τ , 破产成本占公司破产剩余价值比例为 θ 。假定监管部门规定的最低资本比率^④为 d_1 (如银行股权资本占比应大于等于 4%), 当公司的资本比率低于 d_1 时, CCB 必须一次性转化成普通股以满足最低资本比要求。CCB 转换为股权的时间是不确定的, 数学上是一个停时, 即 $\tau_1 = \inf\{t > 0 \mid (A_t - L) / A_t \leq d_1\}$, 其中 $L = L_b + L_c$ 表示债权融资数量^⑤。

公司破产按债权人是否受到保护分为有保护性破产和无保护性破产两种。本文采用无保护性破产, 也即内生性破产。假定破产由股权所有者控制, 通过极大化股权者利益获得最优破产边界^⑥。于是, 可得破产边界(参见附录 1)

$$A_B = \frac{(1 - \tau) C_b L_b}{r} - \frac{1}{\psi} \quad (6)$$

从上式可以看出破产边界只与普通债券有关, 因为破产发生在 CCB 转换之后, 转换后公司资本结构只含有股权和普通债权。于是, 公司破产时间为

停时 $\tau_2 \equiv \inf\{t > 0 \mid A_t \leq A_B\}$ 。

1.2 公司债券的定价

普通债券价值包含两部分: 在公司破产前, 普通债权人获得固定债息 $C_b L_b$; 在破产时刻, 普通债权人获得 $(1 - \theta) A_B$, 因此普通债券价值 U^B 为

$$U_0^B = E^Q \left[\int_0^{\tau_2} C_b L_b e^{-rt} dt + (1 - \theta) A_B e^{-r\tau_2} \right]$$

$$= \frac{C_b L_b}{r} (1 - e^{-\psi(A_0 - A_B)}) + (1 - \theta) A_B e^{-\psi(A_0 - A_B)} \quad (7)$$

CCB 按市场价值转为股权(参见文献[5]), 因此, CCB 的价值 U^C 包括两部分: 一部分为债息价值

$$E^Q \left[\int_0^{\tau_1} C_c L_c e^{-rt} dt \right] \quad (8)$$

另一部分为转换后股息价值, 转换后公司总股权的价值(即公司价值减去普通债券价值的差)用 E_{τ_1} 表示, 则

$$E_{\tau_1} = D_1 L - E^Q \left[\int_{\tau_1}^{\tau_2} (1 - \tau) C_b L_b e^{-r(s-\tau_1)} ds + A_B e^{-r(\tau_2 - \tau_1)} \mid F_{\tau_1} \right]$$

$$= D_1 L - \frac{(1 - \tau) C_b L_b}{r} (1 - e^{-\psi(D_1 L - A_B)}) - A_B e^{-\psi(D_1 L - A_B)} \quad (9)$$

其中 $D_1 = 1 / (1 - d_1)$ 。则 CCB 投资者获得股权价值为

$$\phi E_{\tau_1} E^Q [e^{-r\tau_1}] \quad (10)$$

其中 ϕ 为 CCB 在转换后占总股权的比例, 定义为 $\phi \equiv \min\{L_c / E_{\tau_1}, 1\}$ 。因此综合式(8)、(9)和式(10)可得 CCB 的价值为

$$U_0^C = \frac{C_c L_c}{r} (1 - e^{-\psi(A_0 - D_1 L)}) + \phi E_{\tau_1} e^{-\psi(A_0 - D_1 L)} \quad (11)$$

税收利益(tax benefit)用 TB 表示, 普通债券在公司破产前始终具有避税功能, 而 CCB 只在转换前具有避税功能, 因此税收利益由两部分构成

④ 资本比率定义为公司股权与公司价值之比。

⑤ 本文假定参数选取满足“CCB 转换早于公司破产”这一基本要求。

⑥ 这里股权者包含了原始股东和在转换发生后 CCB 持有者变成新的股东。参见文献[1]。

$$\begin{aligned}
TB_0 &= E^Q \left[\int_0^{\tau_2} \tau C_b L_b e^{-rt} dt + \int_0^{\tau_1} \tau C_c L_c e^{-rt} dt \right] \\
&= \frac{\tau C_b L_b}{r} (1 - e^{-\psi(A_0 - A_B)}) + \\
&\quad \frac{\tau C_c L_c}{r} (1 - e^{-\psi(A_0 - D_1 L)}) \quad (12)
\end{aligned}$$

破产成本(bankruptcy costs) 用 BC 表示, 在破产时公司的剩余价值为 A_B , 破产成本占公司剩余价值的比重为 θ , 因此有

$$BC_0 = \theta A_B e^{-\psi(A_0 - A_B)} \quad (13)$$

原始股东股权价值用 U^W 表示, 由会计恒等式: $A_t + TB_t = U_t^W + U_t^C + U_t^B + BC_t$, 以及式(7)、式(11)、式(12)、式(13)可得

$$\begin{aligned}
U_0^W &= A_0 + \frac{\tau - 1}{r} (C_b L_b + C_c L_c) - \\
&\quad \left(\frac{\tau - 1}{r} C_b L_b + A_B \right) e^{-\psi(A_0 - A_B)} - \\
&\quad \left(\frac{\tau - 1}{r} C_c L_c + \phi E_{\tau_1} \right) e^{-\psi(A_0 - D_1 L)} \quad (14)
\end{aligned}$$

1.3 最优资本结构

用 v 表示上述混合融资条件下的公司价值, 在给定债息率的条件下, 它是公司当前收益流水平(或纯股权公司价值^⑦)、CCB 面值及普通债券面值的函数. 若当前时刻为 0, 则公司价值为 $v(A_0, L_b, L_c) = A_0 + TB_0 - BC_0$. 在已知公司证券价值后, 确定最优资本结构, 即求 L_b, L_c 使得公司总价值 $v(A_0, L_b, L_c)$ 最大, 等价于求解如下静态优化问题^⑧

$$\begin{aligned}
\max_{L_b, L_c} E^Q \left\{ \frac{\tau C_c L_c}{r} (1 - e^{-\psi(A_0 - D_1 L)}) + \frac{\tau C_b L_b}{r} \times \right. \\
\left. (1 - e^{-\psi(A_0 - A_B)}) - \theta A_B e^{-\psi(A_0 - A_B)} \right\} \quad (15)
\end{aligned}$$

记最优的普通债券面值和 CCB 面值分别为 L_b^* 和 L_c^* . 通过对 L_b, L_c 求偏导, 并令其等于 0, 可得 L_b^*, L_c^* 满足以下方程组

$$\begin{cases} \frac{\tau}{r} (C_b - D_1 \psi C_c L_c^* e^{\psi(D_1(L_b^* + L_c^*) - A_0)}) - \\ \frac{C_b}{r} \left(\tau + \frac{\tau(1 - \tau) \psi C_b L_b^*}{r} + \right. \\ \left. \theta(1 - \tau)(1 + A_B \psi) \right) e^{\psi(A_B - A_0)} = 0 \\ \frac{\tau C_c}{r} (1 - e^{-\psi(A_0 - D_1(L_b^* + L_c^*))}) - \\ \frac{\tau C_c L_c^*}{r} D_1 \psi e^{-\psi(A_0 - D_1(L_b^* + L_c^*))} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

将方程组的第一式两边同时约去 $1/r$, 第二式两边同时约去 $\tau C_c/r$ 并化简, 得

$$L_c^* = \frac{1}{\psi D_1} (e^{\psi(A_0 - D_1(L_b^* + L_c^*))} - 1) \quad (17)$$

将此式代入方程组第一式, 得 L_b^*, L_c^* 满足如下方程组

$$\begin{cases} L_c^* = \frac{1}{\psi D_1} (e^{\psi(A_0 - D_1(L_b^* + L_c^*))} - 1) \\ \tau(C_c - C_b - C_c e^{\psi(D_1(L_b^* + L_c^*) - A_0)}) + \\ \left(\tau C_b + \frac{\psi C_b^2 (1 - \tau) \tau L_b^*}{r} + \right. \\ \left. \theta C_b (1 - \tau)(1 + A_B \psi) \right) e^{\psi(A_B - A_0)} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

这是一个二元超越方程组, 可以很容易地得到其数值解.

1.4 给定破产概率条件下最优资本结构

在企业经营管理中, 必须兼顾风险的可控性和盈利性. 只有在保证风险的可控性前提下追求最大限度的利润, 才能不断平稳发展. 现实中, 像商业银行、保险公司等金融机构作为国民经济中极其重要的部门(too big to fail), 政府需要保护存款者、投保人等利益不受损害, 故保证这些金融机构的风险可控性比获得最大盈利更为重要, 因此本节考虑给定破产概率下公司的资本结构问题.

为此, 首先计算破产随机时间的密度函数. 考虑到公司破产必然发生在 CCB 转换为普通股后, 而 CCB 转换后的公司资本只有普通债券和股权, 直接计算可以得到破产随机时间的密度函数为(参见附录 2)

$$P^Q(\tau_2 \in dt) = |S| \frac{e^{-\frac{(S-Ut)^2}{2t}}}{\sqrt{2\pi t^3}} dt \quad (19)$$

其中 $S = r(A_B - A_0)/\sigma, U = m/\sigma$. 记 $F(T)$ 为 $[0, T]$ 时间范围内累积破产概率, 于是有

$$F(T) = \int_0^T P^Q(\tau_2 \in dt) dt \quad (20)$$

令 $T \rightarrow \infty$, 立即得到

$$F(\infty) = e^{-\frac{2m(A_0 - A_B)}{\sigma^2}} \quad (21)$$

⑦ 因为收益流水平和纯股权公司价值是一一对应的.
 ⑧ 确定公司最优资本结构本质上是平衡税收价值和破产成本.

从式(21)知道破产概率是破产水平的增函数,即破产水平越高,公司破产概率越大.直观上这是显然的.

公司在给定破产概率 $F(\infty) = p_0$ ($0 < p_0 < 1$) 条件下极大化公司价值,数学上是如下有约束的非线性规划问题

$$\max_{L_c} E^Q\{A_0 + TB - BC \mid F(\infty) = p_0\} \quad (22)$$

容易得到最优的 CCB 面值 \hat{L}_c 满足如下方程

$$1 + D_1 \psi \hat{L}_c = e^{\psi(A_0 - D_1(\hat{L}_c + L_b))} \quad (23)$$

从式(21)、式(22)、式(23)可以知道,在给定公司的破产概率情况下,可以求出公司最优资本结构;反过来,给定公司资本结构同样可以确定公司的破产概率,即最优资本结构与破产概率是一一对应的.

2 数值分析

本节选取商业银行作为金融机构的代表,研究发行 CCB 的公司的证券价值和公司资本结构,对比分析公司资本含 CCB 情形与不含 CCB 情形的公司价值等经济指标的差异.为便于对比分析,本节参考了文献[1,18]在数值计算部分选取的参数,基本模型参数假设为 $\mu_M = 0.1$, $\sigma_M = 0.15$, $\mu = 0.6$, $\rho = 0.8$, $A_0 = 200$, $d_1 = 0.04$, $r = 0.04$, $C_c = 0.08$, $C_b = 0.06$, $\tau = 0.35$, $\theta = 0.5$.

2.1 波动率对财务杠杆率及破产成本的影响

从图1可以看出,随着公司收益风险(即公司收益流波动率)的增大,公司的最优财务杠杆率^⑨递减,即公司资本中债权比重减少,而公司股权(即自有资本)比重增加,由此可以看出:公司为抵御不断增加的下行风险,须不断减少债务负担.其次,含 CCB 公司的最优杠杆率比不含 CCB 公司(以下简称普通公司)高.这是因为公司发行 CCB 其资产的安全性比普通公司要高,可以承担更高风险.

从图2观察到,含 CCB 公司破产成本显著低于普通公司.正如文献[4,7],从公式(6)可以看出:公司的破产成本与 CCB 的规模没有直接关系,但它们之间存在间接关系.公司发行 CCB 可

以减少普通债券的发行量,因此含 CCB 公司破产边界低于普通公司,从而通过减少破产概率来降低破产成本.

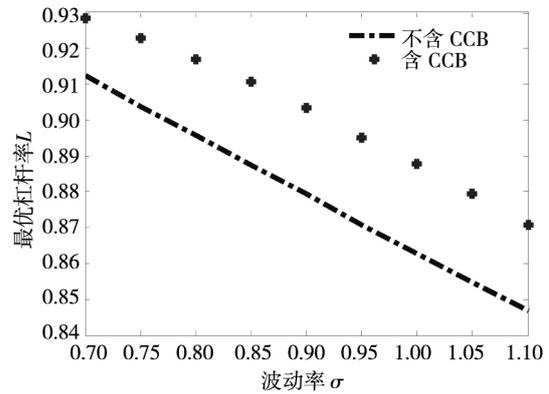


图1 杠杆率随波动率变化规律

Fig. 1 The effect of volatility on leverage rate

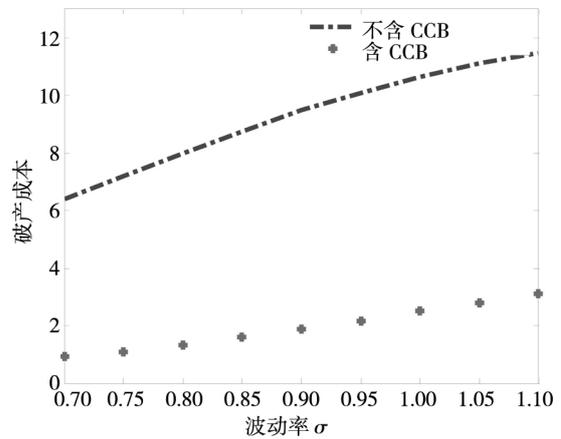


图2 破产成本随波动率变化规律

Fig. 2 The effect of volatility on bankruptcy costs

2.2 波动率对债券利息及其价值的影响

由图3和图4可知,随着公司风险增大,无论公司是否发行 CCB,最优普通债券利息都是递减的.即风险越大,普通债券的发行量越小.因为这样可以减少公司的负债,降低公司的破产概率.与之对应,正如图4所示,自然地有:风险越大,普通债券价值越小.

从图3还可以看到,CCB 利息是波动率的增函数.这是由 CCB 本身性质决定的.CCB 具有债权和股权双重属性,在转换之前,CCB 体现的是债权的性质,当公司资产价值触碰到转换点,CCB 被强制转换成公司股权.因此,随着公司风险增

⑨ 财务杠杆率定义为债权价值与公司价值之比.

大,CCB转换为公司普通股的可能性增大,转换后增加了公司自有资本并减少其负债,从而可以有效保证公司的平稳运行.所以,正如图3和图4表明的那样,在公司收益风险较大时,应该增加CCB的发行量.

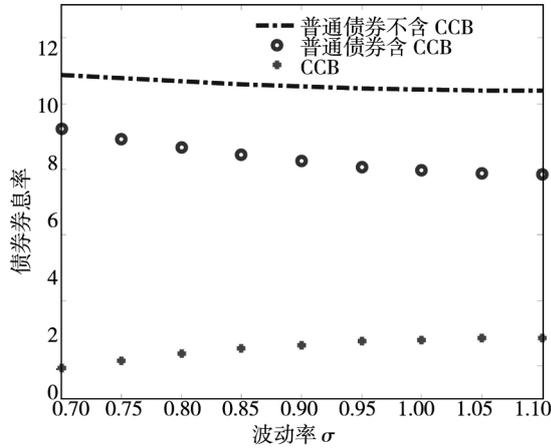


图3 债券券息随波动率变化规律

Fig. 3 The effect of volatility on the coupon rate

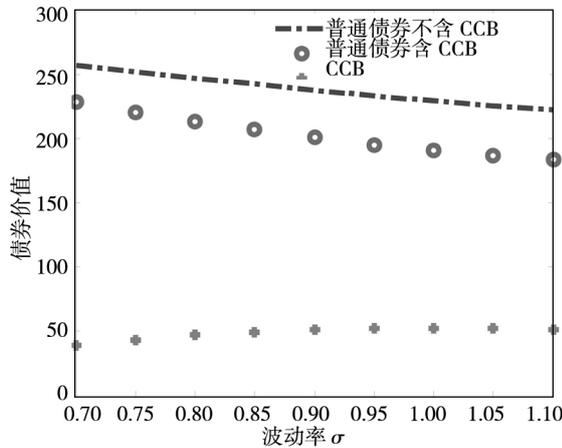


图4 债券价值随波动率变化规律

Fig. 4 The effect of volatility on the value of debt

2.3 波动率对债券收益率差价的影响

图5表明:首先,公司债券收益率差价(yield spread)都是波动率的增函数,原因是随着波动率增加,债权人需要获得更高的风险溢价;其次,含CCB公司的普通债券收益率差价比普通公司低,这是因为投资含CCB公司的普通债券投资者面临损失的概率远低于普通公司,自然地投资风险溢价也低;最后,CCB的收益率差价要远高于普通债券,因为CCB是逆周期的,在公司面临较大风险时,CCB吸收了公司大部分风险.从这里可以看出:CCB适合那些风险偏好的投

资者.

2.4 波动率对公司总价值的影响

从图6中,可以看出:随着公司波动率的增加,公司总价值减少.因为随着波动率增加,公司破产概率增大,公司总价值减少.同时发现:含CCB公司的总价值大于普通公司,因为CCB丰富了公司融资证券,并满足了不同投资者的投资需要,增加公司价值.

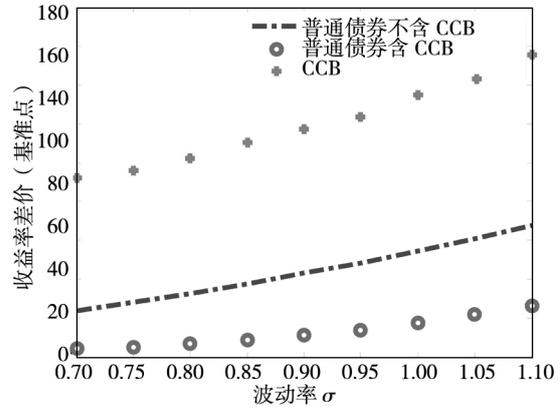


图5 债券收益率差价随波动率变化规律

Fig. 5 The effect of volatility on credit spreads

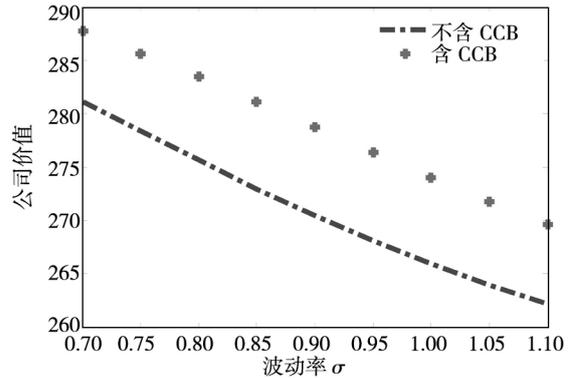


图6 公司价值随波动率变化规律

Fig. 6 The effect of volatility on firm value

2.5 波动率对公司破产概率的影响

从图7可以清楚看出:两种情形下公司破产概率都是公司波动率的凸函数,当波动率增加时,公司破产概率加速增加,同时可以看出含CCB公司破产概率要远低于普通公司.理由很明显:由式(6)和式(21),公司破产概率只与普通债券数量有关,发行CCB减少了普通债券的发行,同时显著降低了公司的破产水平.

2.6 相关系数对公司价值的影响

从图8看出,公司的价值是相关系数的减函

数. 表明公司收益流与市场相关性越小, 公司资产价值越大. 特别当相关系数为负数时, 公司证券在金融市场中相当于一个保险品, 其收益起着“雪中送炭”的作用. 同时从图 8 也得出公司收益风险越小, 公司价值越大.

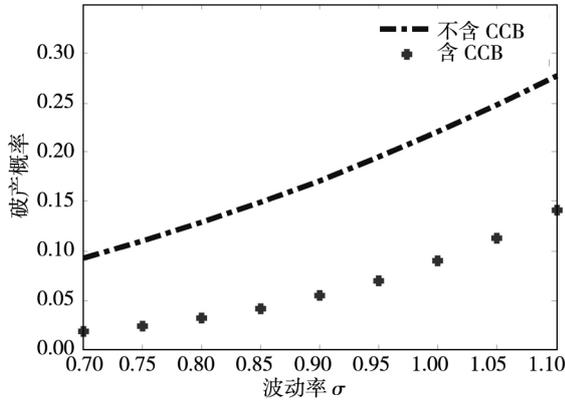


图 7 破产概率随波动率变化规律

Fig. 7 The effect of volatility on ruin probability

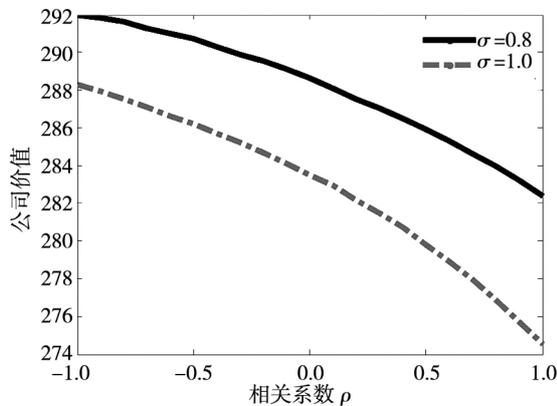


图 8 公司价值随相关系数变化规律

Fig. 8 The effect of correlation coefficient on firm value

2.7 破产概率对公司资本结构和公司总价值影响

图 9、图 10 为给定破产风险下的公司最优资本结构图. 假定 $\sigma = 1, T = 100$ ^⑩(即 100 年) 破产概率 $F(100)$ 在 0.1 和 0.3 之间变化^⑪. 从图 9 看出: 普通债券利息是破产概率的增函数, 由式 (12) 和式 (27) 可以得出. 为满足监管部门规定的最低资本比要求, CCB 的发行量随破产概率升高而降低. 图 10 曲线类似于 Markowitz 投资组合理论的有效前沿. 从图 10 可以清楚看到: 随着破产概率增加, 公司总价值先增后减. 降低破产风险和

增加公司总价值是公司管理者面临的两难选择, 二者需要适当的权衡, 最终决定于管理者的风险态度(效用函数).

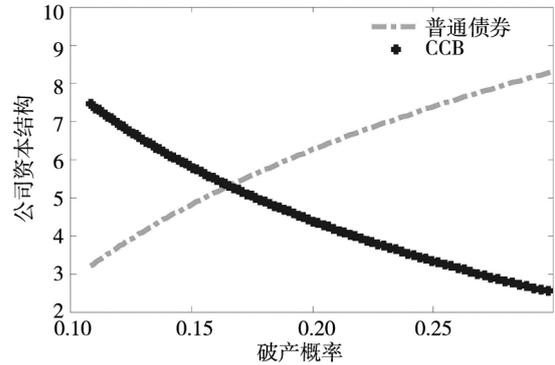


图 9 公司资本结构随破产概率变化规律

Fig. 9 The effect of ruin probability on firm capital structure

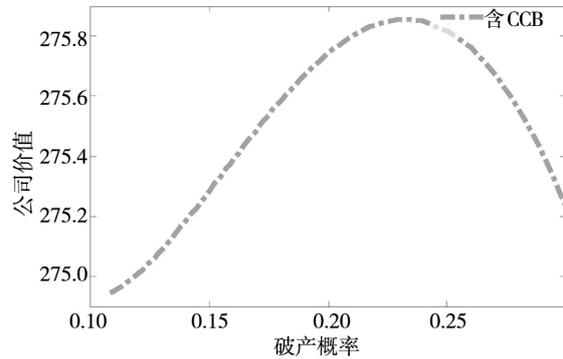


图 10 公司价值随破产概率变化规律

Fig. 10 The effect of ruin probability on firm value

3 结束语

据统计 2008 年的全球金融危机导致全球经济直接损失总额超过 30 万亿美元(同年美国 GDP 14 万亿, 中国 3.37 万亿). 为此, 积极预防金融危机、维护商业银行和保险公司等金融机构的平稳运行日益受到政府管理部门的重视. 在众多的新举措当中, 由于 CCB 是一种逆周期金融工具(即当公司陷入困境时能够自动为困境公司提供“雪中送炭”的资本)而被认为是预防金融危机的“秘密武器”. 但是, 在 2010 年以前, 对其数量研究还是一片空白, 参见文献 [1]. 本文在这一重

⑩ 如金融危机等多是数十年一遇, 甚至百年一遇, 故本文选取 $T = 100$. 事实上 T 取任何正值均可得到类似结论.

⑪ 由模型假设限制了普通债券发行规模, 因此公司破产概率在某一区间内.

要的前沿研究领域做出了进一步的有益探索。

本文应用均衡定价理论研究发行 CCB 的条件下公司证券定价和资本结构问题。在均衡等价鞅测度下,市场上所有证券的价值都等于其收益流以无风险利率贴现的和在等价鞅测度下的平均值,并以公司价值最大化为目标求解其最优资本结构。

本文假设公司破产内生确定,即破产由股权所有者决定,计算了公司证券价值及最优资本结构,并获得公司破产概率和最优资本结构的数量关系。通过数值分析表明:发行 CCB 可以吸收公司的大部分风险,其收益率差价远高于普通债券,普通债券在含 CCB 公司是非常安全的,它的收益率接近无风险利率;发行 CCB 可以降低公司普通

债券的发行量,增强公司资产的安全性;发行 CCB 可以显著增加公司的总价值且明显降低公司的破产概率。而从公司收益流与市场相关性来看:正(负)相关性越大,公司总价值越小(大);公司总价值并不是破产概率的增函数,公司管理者需要权衡两者之间关系。总之,CCB 在降低公司破产概率、维护公司平稳运行方面的优势突出。

最后指出,随机利率、跳扩散过程更适合描述市场资产的价格变化^⑫,CCB 按公平价格^⑬转换更有利于激励公司发行 CCB 和保护 CCB 投资者利益。因此,研究随机利率、跳扩散过程及 CCB 按公平价格转换情形下的公司证券定价和资本结构问题,是该领域内一个有意义的新课题。

参 考 文 献:

- [1] Albul B, Jaffee M D, Tchistiyi A. Contingent Convertible Bonds and Capital Structure Decisions [R]. Berkeley: UC Berkeley, 2010.
- [2] Koziol C, Lawrenz J. Contingent convertibles: Solving or seeding the next banking crisis? [J]. Journal of Banking & Finance, 2012, 36(1): 90 - 104.
- [3] Glasserman P, Behzad N. Contingent capital with a capital-ratio trigger [J]. Management Science, 2012, 58(10): 1816 - 1833.
- [4] Barucci E, Del Viva L. Dynamic capital structure and the contingent capital option [J]. Annals of Finance, 2013, 9(3): 337 - 364.
- [5] Metzler A, Reesor R M. Valuation of contingent capital bonds in Merton-Type structural models [R]. University of Western Ontario, 2011.
- [6] McDonald R L. Contingent capital with a dual price trigger [J]. Journal of Financial Stability, 2013, 9(2): 230 - 241.
- [7] Barucci E. Countercyclical contingent capital [J]. Journal of Banking & Finance, 2012, 36(6): 1688 - 1709.
- [8] Himmelberg C P, Tsyplakov S. Pricing Contingent Capital Bonds: Incentive Matter [R]. University of South Carolina, 2012.
- [9] Peenacchi G. A Structural Model of Contingent Bank Capital [R]. Social Science Research Network, 2011.
- [10] Lucas R E J R. Asset prices in exchange economy [J]. Econometrica, 1978, 46(6): 1429 - 1445.
- [11] Merton R C. Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous-time case [J]. The Review of Economics and Statistics, 1969, 51(3): 247 - 257.
- [12] Ingersoll J E Jr. The subjective and objective evaluation of incentive stock options [J]. Journal of Business, 2006, 79(2): 453 - 486.
- [13] 袁 宁, 施嘉岳. 异质性时间偏好与资产定价 [J]. 管理科学学报, 2012, 15(8): 50 - 59.
Yuan Ning, Shi Jiayue. Heterogeneous time preference and asset pricing [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(8): 50 - 59. (in Chinese)
- [14] 罗 琰, 杨招军. 最小化破产概率的最优投资 [J]. 管理科学学报, 2011, 14(5): 77 - 86.
Luo Yan, Yang Zhaojun. Optimal investment form minimizing the probability of bankruptcy [J]. Journal of Management

^⑫ 参见文献[19]和文献[20]说明。

^⑬ 参见文献[5]说明。

- Sciences in China, 2011, 14(5): 77–86. (in Chinese)
- [15] Miao Jianjun, Wang Neng. Investment, consumption and hedging under incomplete markets [J]. Journal of Financial Economics, 2007, 86(3): 608–642.
- [16] Chen Hui, Miao Jianjun, Wang Neng. Entrepreneurial finance and nondiversifiable risk [J]. Review of Financial Studies, 2010, 23(12): 4348–4388.
- [17] Duffie D. Dynamic Asset Pricing Theory [M]. New Jersey: Princeton University Press, 2001.
- [18] Leland H. Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure [J]. Journal of Finance, 1994, 49: 1213–1252.
- [19] 孔文涛, 张卫国. 带跳市场中随机利率下的美式—亚式期权定价 [J]. 系统工程学报, 2012, 27(3): 338–343.
Kong Wentao, Zhang Weigu. American-style Asian option pricing with jumps under stochastic interest rate [J]. Journal of Systems Engineering, 2012, 27(3): 338–343. (in Chinese)
- [20] 程 棵, 魏先华, 杨海珍, 等. 金融危机对金融机构的冲击及政府救助分析 [J]. 管理科学学报, 2012, 15(3): 1–15.
Cheng Ke, Wei Xianhua, Yang Haizhen et al. Simulation analysis for impact of financial crisis on financial institutions and government bailout effect [J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(3): 1–15. (in Chinese)
- [21] Loannis K, Steven E S. Brownian Motion and Stochastic Calculus [M]. Second Edition. Berlin: Springer, 2000.

Pricing of contingent convertible bonds and capital structure

ZHAO Zhi-ming^{1 2}, YANG Zhao-jun^{1*}

1. School of Business Administration, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. Business School, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China

Abstract: This paper assumes the cash flow follows an arithmetic Brownian motion and discusses the capital structure that includes contingent convertible bonds (CCB). We provide equilibrium prices of corporate securities and show the relationship among ruin probability, business risk and optimal capital structure. We find that CCB not only lowers ruin probability, but also decreases the risk-shifting incentive of managers and has most of the risk faced by the firm. In this way, CCB significantly increases the firm's value and has higher yield spreads than straight bond. If a firm earns more/less whenever the market is in recession/boom, the value of the firm gets lower/higher.

Key words: equilibrium pricing; contingent convertible bonds; capital structure

附录 1

CCB 转换为普通股后, 其持有者成为新的股东. 股权价值用 W 表示, 则股东目标函数为

$$W(A_0) = \sup_{\tau_2 \in \Gamma} E^Q \left[\int_0^{\tau_2} e^{-nt} (\delta_t - (1-\tau) C_b L_b) dt \right] \quad (24)$$

其中 Γ 为破产停时集.

最大化问题式(24)的解具有形式 $\tau_2 = \inf\{t > 0 | A_t \leq A_B\}$, 其中 A_B 为待定的破产水平.

由 Bellman 原理, 可以得到常微分方程

$$\frac{m}{r} W'(x) + \frac{1}{2} \frac{\mu^2}{r^2} W''(x) + rx - \frac{m}{r} - (1-\tau) C_b L_b = 0 \quad x > A_B \quad (25)$$

当公司价值低于 A_B 时, 公司破产清算, 此时股权人的价值为零, 因此有

$$W(x) = 0 \quad x \leq A_B \quad (26)$$

(下转第 46 页)

model describing the total disassembling and reprocessing cost is presented based on the defined Ratio of Lot-sizing of reprocessing and disassembling and the variable reprocessing cost ,which corresponds to their different quality conditions ,of the disassembled parts. Second , an optimization model is proposed that considers all costs that occur during the remanufacturing process—including disassembling , reprocessing and reassembling sub-systems—and unknown procurement lead time , based on the principle of two-stage profit function to maximize the profit. Third , the optimal ratio of lot-sizing of disassembling and reprocessing , as well as lot-sizing of disassembling , of reprocessing/purchasing , and of reassembling , are determined through the optimization model. Finally , the effects of different unit acquisition cost of remanufactured parts on lot-sizing of reprocessing , lot-sizing of purchasing , cost of disassembling and reprocessing , and total profit of the whole remanufacturing; the relationship between the ratio of reprocessing and disassembling and unit disassembling are discussed by numerical examples.

Key words: remanufacturing; quality cost; the ratio of Lot-sizing of reprocessing and disassembling; lot-sizing; integrated optimization

(上接第 35 页)

且有平滑粘贴条件(smooth-condition) 为

$$W'(A_B) = 0 \tag{27}$$

则给定初始资产水平 $A_0 = x > A_B$ 股权价值为

$$\begin{aligned} W(x) &= x - E^Q\left(\int_0^{\tau_2} (1 - \tau) C_b L_b e^{-rt} dt + e^{-r\tau_2} A_B\right) \\ &= x - \frac{(1 - \tau) C_b L_b}{r} (1 - e^{-\psi(x-A_B)}) - A_B e^{-\psi(x-A_B)} \end{aligned} \tag{28}$$

通过验证式(25) 、式(26) 、式(27) 条件 ,可以计算出 A_B 满足式(6) . 类似文献 [17] 命题 11. 1 证明方法可以验证定义的 τ_2 是最优停时. 证毕.

附录 2

给定标准布朗运动 $\tilde{Z} = \{\tilde{Z}_t, \mathcal{F}_t; 0 \leq t < \infty\}$ 定义首达时 $T_b = \inf\{t \geq 0 \mid \tilde{Z}_t = b, b \neq 0\}$,则有

$$P(T_b \in dt) = \frac{|b|}{\sqrt{2\pi t^3}} e^{-\frac{b^2}{2t}} dt \tag{29}$$

由 $\tau(k)$ 定义知 $\tau(k) = \inf\left\{t \geq 0; \frac{m}{\sigma}t + \bar{Z}_t = \frac{r(k - A_0)}{\sigma}\right\}$ 其中 $\bar{Z}_t = \beta \hat{Z}_t^M + \sqrt{1 - \beta^2} Z_t$,且 \bar{Z}_t 为测度 Q 下的标准布朗运动.

令 $\frac{r(k - A_0)}{\sigma} = S, \frac{m}{\sigma} = U$ 利用文献 [21] 第三章式(5. 12) 得

$$P^Q(\tau(k) \in dt) = \frac{|S|}{\sqrt{2\pi t^3}} e^{-\frac{(S-Ut)^2}{2t}} dt \tag{30}$$

立即得式(20) 利用文献 [21] 第三章的式(5. 13) 得式(21) . 证毕.