

考虑质量成本的再制造系统批量计划综合优化^①

陈伟达¹, 刘碧玉^{2*}

(1. 东南大学经济管理学院, 南京 211189; 2. 福州大学经济与管理学院, 福州 350116)

摘要: 研究需求和再制造率不确定下整个再制造系统的综合协调问题, 帮助再制造商制定各环节批量决策以实现整体最优. 首先, 考虑对应其拆卸后不同质量状况的差异再制造成本, 构建能反映质量成本的拆卸和再制造总成本模型; 接着, 考虑新零部件采购提前期, 利用两阶段利润函数的思想, 构建包括拆卸、再制造和重新装配 3 个子系统中所有成本因素、以利润最大化为目标的优化模型; 然后, 求解最优再制造/拆卸比率、拆卸批量、再制造/采购批量和重新装配批量; 最后, 通过算例验证并讨论平均再制造零部件获取成本对再制造批量、采购批量、拆卸和再制造总成本以及总利润的影响, 再制造/拆卸比率和单位拆卸成本的关系.

关键词: 再制造; 质量成本; 再制造/拆卸比率; 批量计划; 综合优化

中图分类号: F205; F224.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-9807(2015)12-0036-11

0 引言

再制造是指将废旧产品恢复到“如新品一样”状态的过程^[1], 这里的“再制造”是广义的概念, 一般包括拆卸、再制造和重新装配 3 个子系统, 它们是紧密衔接的. 首先, 进入拆卸子系统的废旧产品在质量、数量和到达时间上具有不确定性; 其次, 进入再制造子系统后, 由于再制造率的不确定性, 使得进入装配子系统的零部件数量具有很大的随机性; 第三, 当再制造零部件不能满足装配需求时, 装配子系统需要协调再制造零部件与外部采购零部件的数量关系. 因此, 再制造系统并不是拆卸、再制造和重新装配 3 个过程的简单组合, 这就要求再制造商在制定生产计划时, 必须要全面协调好这 3 个过程的关系, 才能避免过高的库存和不良的客户服务, 使整个再制造系统高效运作, 从而实现整体最优.

目前已有一些文献对再制造生产计划进行了研究. 一些学者分别从不同视角, 如顾客偏好^[2]、

回收价格^[3]、机器故障率/维修率^[4]以及新品/再制品成本和价格差异^[5-6]等方面对制造/再制造混合系统的产成品批量问题进行了研究, 他们把“再制品”看作一个整体, 考虑新品与再制品的成本节约, 重点优化新品与再制品的生产量, 没有涉及到其组成部分——零部件. 对于再制造系统来说, 与一般制造系统的主要区别之一在于零部件供应源不同. Mukhopadhyay 和 Ma^[7]虽然研究了装配过程中新零部件和再制造零部件之间的关系, 但它求解的是为满足需求的最终再制造生产批量, 并没有划分各个子系统及对子系统之间的协调问题进行研究. 而实际上, 子系统之间是紧密衔接的, 只有全面协调好它们的关系, 才能实现再制造系统的整体最优, 这也是再制造企业在实际运作过程中面临的主要困难. 万延花和陈伟达^[8]根据再制造率和顾客需求的不确定性, 利用利润的两阶段函数给出了再制造零部件和重新装配产品的最优批量, 针对产品的后两个子系统即再制造和重新装配过程中的批量计划进行了整体优

① 收稿日期: 2013-01-04; 修订日期: 2013-09-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71271054; 70971022; 71571042); 国家自然科学基金青年基金资助项目(71501046).

通信作者: 刘碧玉(1981—), 女, 湖南祁阳人, 博士, 讲师. Email: liubiyu2000@163.com

化; 黄伟鑫和陈伟达^[9]考虑回收、拆卸、再制造、重新装配的能力限制, 以总成本最小化为目标, 构建了模糊再制造系统混合整数规划模型. 文献 [8-9] 虽然分别研究了两个子系统或整个闭环供应链系统的协调问题, 但是建立的模型中使用的是固定的单位再制造成本, 没有考虑因零部件质量状况不同而引起的质量成本.

然而, 再制造过程中的最大挑战来自于所回收的废旧产品质量状况的差异较大, 这将不同程度地影响再制造成本. Teunter 和 Guide^[10]研究了手机再制造商的案例, 将回收产品分为 6 个等级, 从最高到最低等级, 再制造成本增加了 10 倍; Hülya 和 Aybek^[11]将回收产品按质量状况分为好、中、差 3 个等级, 假设分别对应不同的再制造成本, 分析了质量水平的不确定性对再制造系统的影响. 结果显示对回收产品进行质量等级分类可以比较显著地降低生产成本. 因而说明废旧产品间的质量差异较大, 有必要考虑由于质量差异而引起的不同的再制造成本. 近年来, 也有一些研究考虑到了供应质量的不确定对再制造系统的影响, Pokharel 和 Liang^[12]提出了解析模型, 用来评估依赖于回收产品质量的回收价格和再制造数量的决策; 谢家平等^[13]考虑了质量水平对返回废旧产品的降级率的影响, 研究了不同市场结构下制造商的最优制造/再制造决策; Galbreth 和 Blackburn^[14-15]分别从连续和离散的角度对回收产品质量水平进行分级, 研究了最优回收和再制造策略; 不同于文献 [14, 15], Ferguson 等^[16]用连续的模糊变量描述回收产品的质量等级, 研究了各生产周期各等级回收品的再制造数量问题; 继而, Teunter 和 Flapper^[17]将废旧产品根据质量状况分成有限个等级, 按从高到低的顺序进行再制造的原则, 对需求确定和不确定两种情况下的各等级回收产品的最优回收和再制造策略进行了研究. 虽然这些文献都考虑到了质量不确定性对再制造决策的影响, 但只是针对回收回来的整个回收产品的质量状况进行研究, 且研究的是最终产成品的批量决策. 实际上, 在再制造系统中, 最后构成再制品的是对回收产品进行拆卸后得到的零部件, 拆卸同一质量等级的废旧产品得到的同种零部件可能具有不同的质量水平, 因而按照文献 [14-17] 的分类原则得到的优化结果并不是最

符合实际的. Aybek 等^[18]虽然比较了再制造拆卸后零部件和生产新零部件对机器的生产数量和生产过程的影响, 但该文献将所有拆卸后零部件看作一个整体, 质量等级被视为同一级别, 只体现了与新零部件的质量差异.

综上所述, 现有文献主要集中在对制造/再制造混合系统产成品的批量决策进行研究; 关于子系统协调的研究没有考虑零部件质量成本, 均假设不同质量状况的零部件再制造成本相同且为某一固定值; 关于质量不确定的研究主要集中在对回收产品的质量不确定性进行研究, 决策变量主要是回收数和再制品数, 而没有考虑再制造各个子系统之间的数量决策问题; 对于拆卸后零部件的质量水平, 也仅仅被视为同一等级进行研究. 不同于现有研究, 本文根据再制造实际, 考虑拆卸后零部件的质量差异及由此导致的差异再制造成本, 研究再制造商从第 3 方回收商获取未经分类的废旧产品后, 拆卸-再制造/采购-重新装配整个再制造系统的批量决策问题. 通过该研究, 可以帮助企业制定更符合实际的再制造优化决策, 为企业生产运作管理提供有意义的理论指导.

1 问题描述及参数定义

1.1 问题描述

本文研究的再制造系统包括拆卸、再制造和重新装配 3 个子系统, 这三者是紧密衔接的, 其整个再制造过程如图 1 所示.

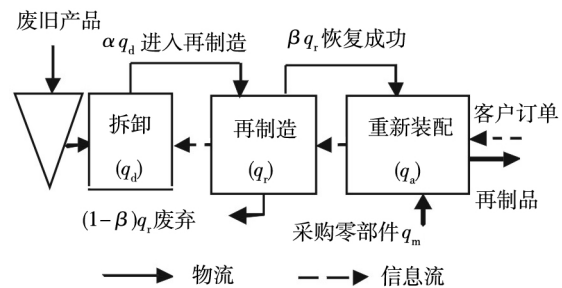


图 1 再制造子系统关系示意图

Fig. 1 Relationship among sub-systems in remanufacturing system

从图 1 可以看出, 废旧产品首先进入拆卸车间, 拆卸下来的零部件质量具有高度不确定性, 有些即使再制造也无法再使用, 有些虽然通过加工可以恢复使用, 但其再制造成本较高. 因而, 为了满足最后的装配需求, 一般来说, 拆卸数要大于实

际进入再制造车间的再制造数,拆卸数越多,可供选择的再制造零部件质量等级越高,从而可以降低再制造成本,但同时也增加了拆卸成本.为了准确描述拆卸、再制造过程中发生的成本,需要根据拆卸后零部件的质量状况,构建能反映不同质量状况零部件质量成本的拆卸和再制造总成本模型.为使整个再制造系统利润最大化,需要在该拆卸和再制造总成本模型基础上进一步考虑其后新零部件供应和重新装配过程;然后,选择好进行再制造的零部件进入再制造车间进行维修、恢复等处理.在这个过程中,存在一系列诸如机器故障,零部件质量状况不确定等因素使得零部件成功恢复率并不一定为 100%,本文称为再制造率,而由于再制造率的随机性,恢复成功的零部件数量并不是确定的,必要时需要从外部供应商购买新零部件来满足重新装配的需求.在新零部件采购提前期不确定情况下,再制造商需要充分协调好新件和再制品两个零部件供应系统,即确定再制造数和采购数;最后,来自两个供应系统的零部件进入重新装配车间,完成再制品组装工作以满足不确定的客户需求.

1.2 模型假设及参数定义

对考虑的再制造系统作如下假设:

- 1) 废旧产品市场结构为完全竞争市场,供应完全能满足需求;
- 2) 无能力约束,无固定成本;
- 3) 再制造商回收回来的废旧产品未按质量状况进行分级;
- 4) 拆卸成本与拆卸数量成线性关系,即单位拆卸成本 c_d 为某一固定值;
- 5) 拆卸后零部件质量状况通过再制造成本反映,且其质量状况在拆卸后准备再制造前可知;
- 6) 零部件的废弃处理成本为 0,且不存在残值;
- 7) 再制品由再制造零部件和外购零部件构成,且拆卸、再制造和重新装配均由同一家再制造企业完成.

除此以外,本文利用概率分布的方法模拟再制品需求和再制造率的不确定性,为简化算式表达的复杂度,假设再制造率 β 服从 $U(0, 1)$ 之间的均匀分布,客户需求 x 服从 $U(0, b)$ 之间的均匀分布.

对本文中涉及的参数定义如下:

- c_d : 单位拆卸成本;
 - c_m : 新零部件的单位采购成本;
 - c_p : 单位装配成本;
 - c_{h1} : 释放到重新装配车间进行组装之前零部件的单位库存持有成本;
 - c_{h2} : 满足顾客需求后剩余再制品的单位库存持有成本(不失一般性,假设 $c_{h1} > c_{h2}$);
 - c_s : 不能满足顾客需求的单位缺货成本;
 - $g(\cdot)$: 对应拆卸后零部件质量状况的再制造成本的概率密度函数;
 - $G(\cdot)$: 对应拆卸后零部件质量状况的再制造成本的概率分布函数;
 - t : 选择进入再制造的零部件的最大再制造成本(考虑再制造的经济性,假设 $t < c_m$),即指只选择再制造成本不超过 t 的拆卸零部件进入再制造;
 - c_R : q_r 个零部件的总再制造成本;
 - TC : 拆卸和再制造总成本;
 - R : 平均再制造零部件获取成本;
 - β : 再制造率,进入再制造车间的零部件恢复成功的概率; $\Phi(\beta)$ 为 β 的概率分布函数, $\varphi(\beta)$ 为 β 的概率密度函数;
 - p : 单位产品的市场价格(假设制造和再制造产品同质,价格无差异);
 - x : 客户需求,为随机变量; $f(x)$ 为其概率密度函数;
 - π : 总利润.
- 本文的决策变量为:
- q_d : 拆卸批量
 - q_r : 再制造批量
 - q_m : 外部采购批量
 - q_a : 装配批量
 - α : 拆卸后进入再制造车间进行再制造的零部件比率 $\alpha = q_r/q_d$.

2 模型分析

本文的研究思路为首先分析拆卸和再制造子系统的协调,构建拆卸和再制造成本模型,然后在此基础上综合考虑包括重新装配子系统在内的整

个再制造生产过程的成本因素,构建以利润最大化为目标的优化模型,确定最优拆卸批量、再制造/采购批量、重新装配批量和再制造/拆卸比率,实现 3 个子系统的全面有效协调。

2.1 考虑拆卸后零部件质量状况的拆卸和再制造成本模型

对于拆卸和再制造两个子系统来说,再制造商只需要平衡拆卸和再制造成本,确定合理的拆卸数量来最小化拆卸和再制造总成本,但对于包括重新装配子系统的整个再制造系统来说,再制造商不仅要平衡拆卸和再制造成本,同时也要考虑由此引起的新零部件采购总成本、库存持有成本或缺货成本的变化,因而仅仅使得拆卸和再制造成本最小的拆卸数量和再制造数量并不能保证整个再制造系统的利润最大化。因此,本部分主要构建能反映拆卸后零部件质量状况的拆卸和再制造总成本模型,并分析拆卸和再制造总成本最小时以及整个再制造系统利润最大化时的决策差异,从而为构建整个再制造系统的综合优化模型奠定基础。

基于文献 [14] 关于再制造成本与回收产品质量状况负相关的思想,考虑由于拆卸后零部件质量状况的好坏导致的差异再制造成本(假设为某一给定分布)。很显然,零部件质量状况越好,其再制造成本越低;零部件质量状况越差,其再制造成本越高。从经济性考虑,当拆卸后零部件的再制造成本超过 t 时则废弃处理,反之则再制造。因而当再制造数为 q_r 时总的再制造成本可以写成

$$c_R = q_r \frac{\int_0^t xg(x) dx}{\int_0^t g(x) dx} \quad (1)$$

这里的 t 与选择进行再制造的整体零部件质量水平存在着负相关关系,如前分析,整体的质量水平与可供选择进行再制造的零部件数量的多少有关。本文假设市场对再制品的需求随机,且再制造率为随机变量,再制造数量不是某一固定值,因而用制造和拆卸数量的比率即 $\alpha = q_r/q_d$ 来描述进入再制造的零部件的整体质量水平,其含义是 α 越大,拆卸的数量越接近再制造数,选择进行再制造的拆卸零部件的整体质量水平越低,对应的

再制造成本 t 的取值也越大。对于再制造商可以接受的最大再制造成本 t ,则存在 $G(t) = \alpha$ (或 $t = G^{-1}(\alpha)$)。据此,可将式(1)简化为

$$c_R = q_d \int_0^t xg(x) dx = q_d \int_0^{G^{-1}(q_r/q_d)} xg(x) dx \quad (2)$$

命题 1 对于给定的 q_r ,可以证明 c_R 关于 q_d 在 $[q_r, +\infty]$ 下凸且单调递减。

证明 首先将 c_R 对 q_d 进行求导,得到

$$\begin{aligned} \frac{dc_R}{dq_d} &= \int_0^{G^{-1}(q_r/q_d)} xg(x) dx - \frac{q_r}{q_d} G^{-1}\left(\frac{q_r}{q_d}\right) \\ &= \frac{q_r}{q_d} \left[\frac{\int_0^{G^{-1}(q_r/q_d)} xg(x) dx}{\int_0^{G^{-1}(q_r/q_d)} g(x) dx} - G^{-1}\left(\frac{q_r}{q_d}\right) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

因为 $\frac{\int_0^{G^{-1}(q_r/q_d)} xg(x) dx}{\int_0^{G^{-1}(q_r/q_d)} g(x) dx}$ 为 x 在 $(0, G^{-1}(q_r/q_d))$

的期望值,其上限总是小于 $G^{-1}(q_r/q_d)$,因而 dc_R/dq_d 总是小于 0。

再对 q_d 求二阶导数,即

$$\frac{d^2c_R}{dq_d^2} = \frac{q_r^2}{q_d^3 g(G^{-1}(q_r/q_d))} \quad (4)$$

由此可以看出二阶导数 $d^2c_R/d(q_d)^2$ 总是大于 0,从而得证。

当单位拆卸成本为某一固定值 c_d 时,拆卸和再制造总成本可表示为

$$TC = c_d q_d + c_R = c_d q_d + q_d \int_0^t xg(x) dx \quad (5)$$

由式(3)及 $\alpha = q_r/q_d$ 可得到 TC 对 q_d 的一阶导数

$$\frac{d(TC)}{dq_d} = c_d + \int_0^{G^{-1}(\alpha)} xg(x) dx - \alpha G^{-1}(\alpha) \quad (6)$$

由命题 1 可知 c_R 关于 q_d 在 $[q_r, +\infty]$ 单调递减,拆卸成本 $c_d q_d$ 是 q_d 的线性函数,为单调递增函数,令

$$U(\alpha) = \max \left[\alpha G^{-1}(\alpha) - \int_0^{G^{-1}(\alpha)} xg(x) dx \right]$$

结合式(6)可得到以下结论:

1) 当 $c_d > U(\alpha)$,即单位拆卸成本 c_d 较大时,

$d(TC)/dq_d$ 恒大于 0, TC 为关于 q_d 在 $[q_r, +\infty]$ 下凸且单调递增的函数, 此时, 再制造商选择的拆卸数量越接近需求的再制造数 (即 α 趋于 1), 拆卸和再制造总成本越小;

2) 当 $c_d < U(\alpha)$ 时 TC 为关于 q_d 在 $[q_r, +\infty]$ 先减后增的凸函数. 因而, 存在唯一最优值 q_d , 即 $d(TC)/dq_d = 0$ 时使得 TC 最小以满足给定的再制造数 q_r 的需求.

本文中的再制造数最终是为了满足重新装配的需求, 由满足市场需求的重新装配数确定. 根据上述推导, 如果不考虑整个再制造系统的利润最大化, 只考虑拆卸和再制造两个子系统亦存在对应的唯一最优值 α 使得 TC 最小以满足给定的再制造数 q_r 的需求. 鉴于模型求解的复杂性, 本文将在第 4 部分通过算例给出 α 的求解过程, 并分析 TC 最小时 α 和 c_d 的变化关系. 但本文的研究目的是对再制造系统进行整体优化, TC 取最小值时并不意味着此时的总利润最大, 原因是当 α 取不同值时 q_r, q_m 的取值会发生变化, 这将影响到新零部件采购总成本、库存持有成本或缺货成本, 从而影响总利润. 在第 4 部分算例中将分析 TC 与总利润的关系.

2.2 考虑采购提前期的再制造系统综合优化模型

利用两阶段利润函数的思想, 综合考虑销售收益、装配成本、拆卸和再制造成本、零部件库存持有成本、再制品库存持有成本和缺货成本, 构建以利润最大化为目标的优化模型, 首先确定最优装配批量, 然后确定再制造批量、采购批量及总利润最大化时最优的平均再制造零部件获取成本, 最优装配批量、再制造批量和采购批量 3 者之间满足 $q_a \leq \beta q_r + q_m$.

2.2.1 确定最优装配批量 q_a^*

构建第 2 阶段期望利润函数为

$$\begin{aligned} \text{Max}_{q_a} E_X(\pi_2 | q_r, \beta, q_m) = & \\ & -c_{h_1} [(\beta q_r + q_m) - q_a]^+ - q_a c_p + \\ & \int_{q_a}^{\infty} [p q_a - (x - q_a) c_s] f(x) dx + \\ & \int_0^{q_a} [p x - (q_a - x) c_{h_2}] f(x) dx \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $[(\beta q_r + q_m) - q_a]^+$ 表示当 $[(\beta q_r + q_m) - q_a] > 0$ 时, 取 $(\beta q_r + q_m) - q_a$, 反之, 取 0; $c_{h_1} [(\beta q_r + q_m) -$

$q_a]^+$ 表示当再制造和采购零部件数之和大于重新装配对零部件的需求数时, 会产生零部件库存持有成本; $q_a c_p$ 表示装配成本; 后两项分别表示装配后再制品数小于或大于市场需求时的缺货成本和库存持有成本.

由于

$$\frac{\partial^2 E_X[\pi_2 | q_r, \beta, q_m]}{\partial q_a^2} = 0$$

所以对任意给定的 β, q_r 和 q_m , 利润 π_2 是 q_a 的凹函数. 因此, 可以根据

$$\frac{\partial E_X[\pi_2 | q_r, \beta, q_m]}{\partial q_a} = 0$$

求得最优重新装配批量

$$q_a^* = \begin{cases} \tilde{q}_a, & \beta q_r + q_m \geq \tilde{q}_a \\ \beta q_r + q_m, & \beta q_r + q_m < \tilde{q}_a \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{q}_a &= F_X^{-1} \left[\frac{c_{h_1} - c_p + p + c_s}{p + c_s + c_{h_2}} \right] \\ &= \frac{c_{h_1} - c_p + p + c_s}{p + c_s + c_{h_2}} b \end{aligned}$$

由上式可知, 当再制造和外购零部件总数小于装配需求, 即 $\beta q_r + q_m < \tilde{q}_a$ 时, 再制造商将对所有这些零部件进行组装; 当再制造率较高或外购零部件数大于装配需求, 即 $\beta q_r + q_m \geq \tilde{q}_a$ 时, q_a^* 和再制造批量 q_r 、采购批量 q_m 及再制造率 β 没有关系, 再制造商将仅仅组装满足装配需求的零部件, 从而产生零部件库存, 原因是零部件库存持有成本比再制品库存持有成本低.

根据上述求得的最优装配数量 q_a^* , 得到第 2 阶段期望利润函数如下

$$\begin{aligned} E_X[\pi_2(q_a^* | \beta q_r + q_m \leq \tilde{q}_a)] = & -(\beta q_r + q_m) c_p + \\ & \int_{\beta q_r + q_m}^{\infty} [p(\beta q_r + q_m) - (x - \beta q_r - q_m) c_s] f(x) dx + \\ & \int_0^{\beta q_r + q_m} [p x - (\beta q_r + q_m - x) c_{h_2}] f(x) dx \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_X[\pi_2(q_a^* | \beta q_r + q_m \geq \tilde{q}_a)] = & -c_{h_1} [(\beta q_r + q_m) - \tilde{q}_a] - \\ & \tilde{q}_a c_p + \int_{\tilde{q}_a}^{\infty} [p \tilde{q}_a - (x - \tilde{q}_a) c_s] f(x) dx + \\ & \int_0^{\tilde{q}_a} [p x - (\tilde{q}_a - x) c_{h_2}] f(x) dx \end{aligned} \quad (10)$$

将 $\beta q_r + q_m = \tilde{q}_a$ 代入式(9) 和式(10) 中得到

$$E_X [\pi_2(q_a^* | \beta q_r + q_m \leq \tilde{q}_a)] |_{\beta q_r + q_m = \tilde{q}_a} = E_X [\pi_2(q_a^* | \beta q_r + q_m \geq \tilde{q}_a)] |_{\beta q_r + q_m = \tilde{q}_a} \quad (11)$$

因此 第 2 阶段期望利润 $E_X(\pi_2 | q_r, \beta, q_m)$ 关于 $\beta q_r + q_m$ 是连续的.

2.2.2 确定最优再制造批量 q_r 、采购批量 q_m

在第 2 阶段的基础上,考虑再制造零部件拆卸和再制造成本,得到第 1 阶段期望利润函数如下

$$\begin{aligned} \text{Max}_{q_r, q_m} \pi_1 = & -TC - c_m q_m + E_{\Gamma}[\pi_2] = -TC - c_m q_m + \\ & \int_0^{(\tilde{q}_a - q_m)/q_r} E_X[\pi_2(q_a^* | \beta q_r + q_m \leq \tilde{q}_a)] \varphi(\beta) d\beta + \\ & \int_{(\tilde{q}_a - q_m)/q_r}^1 E_X[\pi_2(q_a^* | \beta q_r + q_m \geq \tilde{q}_a)] \varphi(\beta) d\beta \end{aligned} \quad (12)$$

通过求得式(12) 的最大值,确定最优再制造批量 q_r 、采购批量 q_m . 其中

$$q_r^* = \frac{8b(c_m + c_{h1})^3}{9(p + c_s + c_{h2})(2R + c_{h1})^2}$$

$$q_m^* = \left[\frac{3b(p + c_s + c_{h1} - c_p)(2R + c_{h1}) - 4b(c_m + c_{h1})^2}{3(p + c_s + c_{h2})(2R + c_{h1})} \right]^+$$

$$\begin{aligned} \pi_1^* = & -Rq_r^* - q_m^*(c_m + c_{h1}) - \frac{(c_{h1}q_r^{*2} + bc_s q_r^*) + (p + c_s + c_{h1} - c_p)[(\tilde{q}_a - q_m^*)^2 - 2\tilde{q}_a q_r^*]}{2q_r^*} + \\ & \frac{(p + c_s + c_{h2})[(\tilde{q}_a - q_m^*)^2(2\tilde{q}_a + q_m^*) - 3\tilde{q}_a^2 q_r^*]}{6bq_r^*} \end{aligned}$$

2.3 确定最优拆卸批量

由式(15) 可得到 $\partial^2 \pi_1^* / \partial^2 R < 0$, 说明 π_1 关于 R 是凹的. 因而可以通过求解 $\partial \pi_1^* / \partial R = 0$ 得到 R^* 然后由式(14) 得到对应的最优再制造/拆卸比率 α^* , 再将 3.2 中求得的 q_r^* 代入式 $\alpha^* = q_r^* / q_d^*$ 求得最优拆卸批量 q_d^* .

3 算例分析

为说明模型的有效性,本文通过算例进行验证. 假设拆卸后零部件再制造成本(反映其质量状况)服从 Gamma 分布 $G(5, 2)$, 令 $c_m = 40$, $c_p =$

$$\begin{aligned} TC = & c_d q_d + q_d \int_0^t xg(x) dx \\ = & q_r \left[\frac{c_d}{\alpha} + \frac{\int_0^{G^{-1}(\alpha)} xg(x) dx}{\alpha} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

为简便起见,令

$$R = \frac{c_d}{\alpha} + \frac{\int_0^{G^{-1}(\alpha)} xg(x) dx}{\alpha} \quad (14)$$

对于再制造数 q_r 来说,本文定义 R 为平均再制造零部件获取成本. 由 3.1 可知,当 α 确定后 R 为某一确定值,又因为

$$\begin{aligned} & \int_0^{(\tilde{q}_a - q_m)/q_r} \beta^2 f(\beta q_r + q_m) \varphi(\beta) d\beta \times \\ & \int_0^{(\tilde{q}_a - q_m)/q_r} f(\beta q_r + q_m) \varphi(\beta) d\beta \geq \\ & \left[\int_0^{(\tilde{q}_a - q_m)/q_r} \beta f(\beta q_r + q_m) \varphi(\beta) d\beta \right]^2 \end{aligned}$$

可以证明 π_1 关于 q_r, q_m 是凹的,因而可以通过求解 $\partial \pi_1 / \partial q_r = 0$ 和 $\partial \pi_1 / \partial q_m = 0$ 得到

25, $c_{h1} = 8$, $c_{h2} = 10$, $c_s = 25$, $p = 120$, $b = 500$.

3.1 结果分析

根据本文所构建模型,按照以下步骤进行求解:

- 1) 求解总利润 π_1 最大时 R 的取值,任取一 c_d 值(在本算例中,取 $c_d = 2$),计算出 α^* ;
- 2) 求解最优装配批量 q_a^* ,再制造批量 q_r^* 和采购批量 q_m^* ;
- 3) 根据由 1) 得到的 α^* 和 2) 得到的再制造批量 q_r^* 求出最优拆卸批量 q_d^* .

依照上述求解步骤,得到的决策结果如表 1 所示.

表1 求解结果
Table 1 Solved results

变量	R	α	t	π_1^*	q_d^*	q_r^*	q_m^*	q_a	q_a^*
结果	5.52	0.82	13.85	7 690	1 067	875	0	413	875β , 当 $\beta \in (0, 0.47]$ 413 , 当 $\beta \in (0.47, 1]$

上述结果说明:

1) 当拆卸后零部件再制造成本超过 13.85 时即废弃处理, 即再制造 / 拆卸比率设为 0.82 是经济的, 此时 $TC = 4 830$ 并不是其最小值(如图 4 所示), 因此, 为获得利润最大化再制造商并不能通过判定 TC 是否为最小值来制定拆卸、再制造及采购批量决策.

2) 本算例中 $q_m^* = 0$, 即不需要外购新零部件, 装配批量完全由再制造零部件提供, 说明了再制造的经济性. 从表 1 看出, 在一定范围内最优装配批量会随着再制造率的变化而变化. 当再制造批量和采购批量之和不足以满足客户需求, 即 $\beta q_r + q_m < q_a$, 对应的再制造率 $\beta \in (0, 0.47]$ 时, 装配批量随着再制造率的增大而增加, 当再制造率增大到一定程度, 使得再制造批量和采购批量之和等于客户需求, 即 $\beta q_r + q_m = q_a$, 对应的再制造率 $\beta = 0.47$ 时, 最优装配批量等于 413, 而后趋于稳定. 这与文中证明的结果是一致的.

3.2 灵敏度分析

由于本文主要考虑拆卸后零部件质量状况不一致导致的不同再制造成本从而影响整个再制造系统利润的批量决策. 因而, 以下将分别分析再制造 / 拆卸比率 α 对拆卸和再制造总成本 TC 、再制造批量 q_r^* 、采购批量 q_m^* 及总利润 π_1 的影响.

3.2.1 拆卸和再制造总成本 TC 取最小值时, 最优再制造 / 拆卸比率 α^* 与单位拆卸成本 c_d 的关系

代入 $G(\cdot) = G(5, 2)$, 分别取不同单位拆卸成本 $c_d = 2, 5, 10, 15, 20$, 并在 $0 < \alpha < 1$ 范围内随机取 20 组数据, 绘制以 α 为横坐标、 $d(TC)/dq_d$ 为纵坐标的变化趋势图, 如图 2 所示.

分析图 2 可知:

1) 当 $c_d > \max \left[\alpha G^{-1}(\alpha) - \int_0^{G^{-1}(\alpha)} xg(x) dx \right]$ 时, 如图 2 中当 $c_d = 20$ 时, $d(TC)/dq_d$ 始终

大于 0, α 趋于 1 时 TC 取得最小值; 当 $c_d < \max \left[\alpha G^{-1}(\alpha) - \int_0^{G^{-1}(\alpha)} xg(x) dx \right]$ 时, 如图 2 中 $c_d = 2, 5, 10, 15$ 系列曲线显示, 总是存在一个 α 值使得 $d(TC)/dq_d = 0$, 即此时 TC 取得最小值. 这与 2.1 的证明结论是一致的;

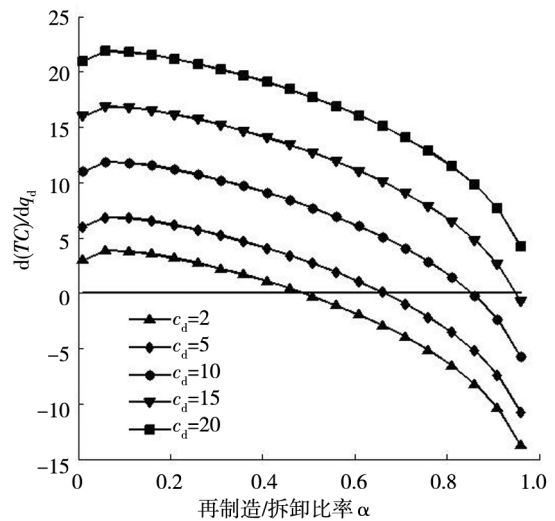


图 2 当 c_d 取不同值时最优再制造 / 拆卸比率 α^* 的变化趋势图
Fig. 2 Change trend of α^* over c_d

2) 观察 $c_d = 2, 5, 10, 15$ 时的系列曲线可以看出, 随着单位拆卸成本 c_d 的增大, $d(TC)/dq_d = 0$ 时 α 的取值越大. 说明当单位拆卸成本较大时, 选择拆卸的数量越大, 拆卸总成本增加越多, 因而, 出于经济性考虑, 再制造商所选择拆卸的数量将越接近所需要的再制造数, 即 α^* 越大; 反之, 所设置的 α^* 应越小. 这与再制造系统实际情况是相吻合的.

3.2.2 再制造 / 拆卸比率 α 对再制造批量 q_r 、采购批量 q_m 、拆卸和再制造总成本 TC 及总利润 π_1 的影响

依据前面对平均再制造零部件获取成本 R 的定义, R 是关于 α 的函数, 因此为简化模型的复杂度, 首先分析 R 对 q_r, q_m 及总利润 π_1 的影响, 然后分析使得总利润 π_1 最大时 R 的取值, 以及对应的

c_d 和 α 的变化情况, 分别如图 3、图 4 和图 5 所示。

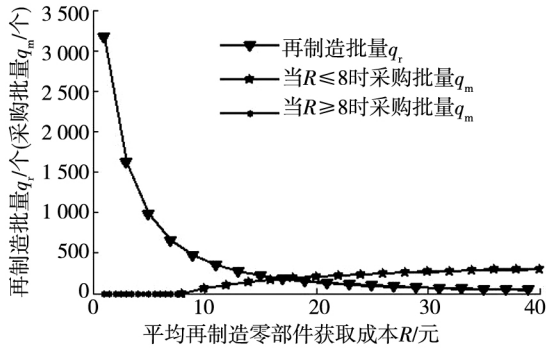


图 3 R 与再制造批量 q_r 、采购批量 q_m 的关系

Fig. 3 Relationship among R and q_r, q_m

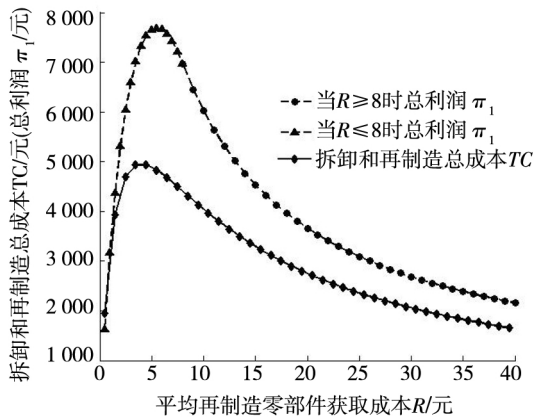


图 4 R 对拆卸和再制造总成本 TC 、总利润 π_1 的影响

Fig. 4 Effects on TC and π_1 caused by R

由图 3 可知, 当 $R \leq 8$ 时 $q_m = 0$, 当 $R > 8$ 时, q_m 随着 R 的增大而增大, 而 q_r 始终随着 R 的增大而减少, 说明当平均再制造零部件获取成本小于或等于 8 时, 再制造零部件能满足装配需求, 不需要外购新零部件; 当 R 不断增加时, 因为较高的再制造零部件获取成本, 再制造商会减少再制造零部件的数量, 而增加采购零部件, 这与实际的再制造情况是相吻合的。

由图 4 可知, 总利润 π_1 是 R 的凹函数, 存在唯一的 R 值(在本算例中 $R = 5.52$) 使得总利润 π_1 最大。而对于拆卸和再制造总成本 TC 也是关于 R 的凹函数, 但极值点(在本算例中 $R = 4$) 并不等于总利润最大时的极值点, 当 $R \leq 4$ 时, TC 随着 R 的增加而增加, 当 $R > 4$ 时, TC 随着 R 的增加而减少, 但这并不意味着总利润 π_1 会随着 TC 的减少而降低, 原因是当 R 增加, TC 减少时, 再制造数

q_r 减少, 有可能导致采购总成本或缺货成本的增加, 因而这也是符合实际的。当总利润 π_1 最大, 即 $R = 5.52$ 时, 根据式(14) 得到

$$c_d = 5.52\alpha - \int_0^{G^{-1}(\alpha)} xg(x) dx \quad (16)$$

为说明此时 c_d 和 α 的变化趋势, 绘制以 c_d 为横轴, α 为纵轴的变化趋势图, 如图 5 所示。

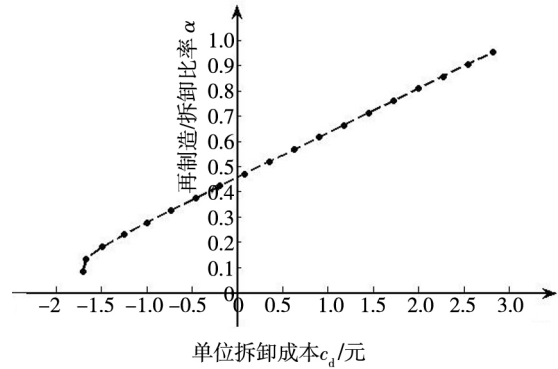


图 5 c_d 和 α 的变化趋势图

Fig. 5 Change trend of α over c_d

从图 5 可以看出, 当 $0 < \alpha \leq 0.45$ 时, c_d 为负值, 说明当再制造商选取较小的 α , 即选择足够多的拆卸数量时, 再制造是不经济的, 此时不可能获得最大的利润; 再制造商只有提高再制造 / 拆卸比率 α , 减少拆卸数量, 降低拆卸总成本, 从而提高整个再制造系统的总利润。且 α 随着 c_d 的增加而增大, 即单位拆卸成本越高, 再制造商应选择越少的拆卸数量, 这与 2.1 的证明和图 2 显示的结果是一致的, 也符合再制造企业的实际情况, 因而验证了文中模型的正确性和有效性。

4 结束语

本文针对拆卸后零部件质量状况不一致及新零部件采购提前期不确定的情况, 研究了整个再制造系统批量计划综合优化问题。首先分析了拆卸和再制造两个子系统的协调问题, 研究再制造商如何决策拆卸批量和再制造批量的关系以平衡拆卸和再制造成本, 在这个过程中, 不再假设再制造成本为某一固定值, 而是能反映拆卸后零部件质量状况好坏的差异再制造成本, 基于此建立拆卸和再制造成本模型; 然后在

该模型基础上考虑新零部件的采购提前期,分析需求和再制造率不确定下拆卸、再制造和重新装配子系统的综合协调问题,利用两阶段利润函数的思想,综合考虑拆卸、再制造、采购、重新装配成本、装配前零部件库存持有成本、装配后再制造成品库存持有成本以及缺货成本,构建以利润最大化为目标的优化模型,求解再制造零部件和重新装配产品的最优批量以实现整个再制造系统协同生产优化的效果,建模过程中考虑的成本因素不再局限于单一的子系统,而是包含了整个再制造生产过程的成本因素,最后通过算例验证了模型的正确性和有效性。

通过研究发现,为平衡拆卸和再制造成本,实现拆卸和再制造子系统的有效衔接,当单位拆卸成本一定且不超过某一值,在考虑零部件质量成本的情况下,存在唯一最优再制造/拆卸比率使得拆卸和再制造总成本最小,且单位拆卸成本越大,再制造/拆卸比率越高,这与实际的再制造过程是相吻合的;但是拆卸和再制造总成本最小并不能保证整个再制造系统的利润最大化,因为在此时的再制造/拆卸比率下得到的再制造数不一定恰好满足装配需求数,因而虽然满足了拆卸和再制造总成本的最小化,但同时也可能增加外购零部件总成本、库存成本或缺货成本,为全面平衡再制造系统所有成本,不能仅仅依据拆卸和再制造总成本最低来制定批量决策,需要构建整个再制造系统的综合优化模型;本文通过构建两阶段

优化模型求解得出了最优批量决策、单位再制造零部件获取成本、再制造/拆卸比率,在再制造率和市场需求不确定下,再制造批量随着单位再制造零部件获取成本的增加而增加,采购批量则刚好相反,最优装配批量会随着再制造率变化,当再制造数和采购数量之和不足以满足客户需求时,对再制造零部件的利用率提高,用于满足客户需求的装配批量也得到了提高,最优装配批量随着再制造率的提高而增大;当再制造率提高到一定程度,即再制造数量和采购数量之和刚好满足客户需求时,最优装配批量等于实际客户需求,且不再随着再制造率的提高而增大,原因是零部件的库存持有成本低于再制品的库存持有成本;再制造/拆卸比率随着单位拆卸成本的增加而变大,说明当单位拆卸成本较高时,再制造商选择的拆卸数应越接近于再制造数,反之,则可选择尽量多的拆卸数,以提高进入再制造车间零部件的整体质量水平,从而降低再制造成本,这与再制造实际情况是相吻合的。不同于以往文献研究中再制造成本为某一固定值的假设,本文考虑由于拆卸后零部件的不同质量状况导致的差异再制造成本更符合再制造实际,鉴于模型求解的复杂性,本文假设对应拆卸后零部件质量状况的再制造成本为某一具体分布,且优化目标主要是经济指标,考虑零部件质量状况不确定的情形,以及将环境方面的优化目标,如拆卸、再制造过程中的碳排放成本等考虑进来也值得进一步研究。

参考文献:

- [1]Lund R. Remanufacturing: United States Experience and Implications for Developing Nations[M]. Washington: The World Bank, 1983.
- [2]谢家平,王爽. 偏好市场下制造/再制造系统最优生产决策[J]. 管理科学学报, 2011, 14(3): 24-33.
Xie Jiaping, Wang Shuang. Optimal production decision model of the manufacturing/remanufacturing system in the heterogeneous market[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(3): 24-33. (in Chinese)
- [3]Shi J M, Zhang G Q, Sha J C. Optimal production planning for a multi-product closed loop system with uncertain demand and return[J]. Computers & Operations Research, 2011, 38(3): 641-650.
- [4]Wang J, Zhao J, Wang X. Optimum policy in hybrid manufacturing/remanufacturing system[J]. Computers and Industrial Engineering, 2011, 60(3): 411-419.
- [5]Kenné J P, Dejax P, Gharbi A. Production planning of a hybrid manufacturing-remanufacturing system under uncertainty

- within a closed-loop supply chain [J]. *International Journal of Production Economics*, 2012, 135(1): 81–93.
- [6] Kim E, Saghafian S, Van Oyen M P. Joint control of production, remanufacturing, and disposal activities in a hybrid manufacturing–remanufacturing system [J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 231(2): 337–348.
- [7] Mukhopadhyay S K, Ma H F. Joint procurement and production decisions in remanufacturing under quality and demand uncertainty [J]. *International Journal of Production Economics*, 2009, 120(1): 5–17.
- [8] 万延花, 陈伟达. 需求不确定的再制造批量决策 [J]. *系统管理学报*, 2012, 21(2): 270–274.
Wan Yanhua, Chen Weida. Lot sizing problem with remanufacturing under demand uncertainty [J]. *Journal of Systems & Management*, 2012, 21(2): 270–274. (in Chinese)
- [9] 黄伟鑫, 陈伟达. 基于可信性理论的模糊环境下再制造生产计划 [J]. *工业工程与管理*, 2012, 17(1): 12–18.
Huang Weixin, Chen Weida. Remanufacturing production planning based on credibility theory in fuzzy environments [J]. *Industrial Engineering and Management*, 2012, 17(1): 12–18. (in Chinese)
- [10] Teunter R H, Guide Jr V D R, van Wassenhove L N. Matching supply and demand to maximize profits from remanufacturing [J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2003, 5(4): 303–316.
- [11] Hülya B, Aybek K. Performance analysis of a hybrid system under quality impact of returns [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2009, 56(2): 507–520.
- [12] Pokharel S, Liang Y J. A model to evaluate acquisition price and quantity of used products for remanufacturing [J]. *International Journal of Production Economics*, 2012, 138(1): 170–176.
- [13] 谢家平, 迟琳娜, 梁玲. 基于产品质量内生的制造/再制造最优生产决策 [J]. *管理科学学报*, 2012, 15(8): 12–23.
Xie Jiaping, Chi Linna, Liang Ling. Optimal manufacturing/remanufacturing production decision based on endogenous product quality [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2012, 15(8): 12–23. (in Chinese)
- [14] Galbreth M R, Blackburn J D. Optimal acquisition and sorting policies for remanufacturing [J]. *Production and Operations Management*, 2006, 15(3): 384–392.
- [15] Galbreth M R, Blackburn J D. Optimal acquisition quantities in remanufacturing with condition uncertainty [J]. *Production and Operations Management*, 2010, 19(1): 61–69.
- [16] Ferguson M, Guide Jr V D R, Koca E, et al. The value of quality grading in remanufacturing [J]. *Production and Operations Management*, 2009, 18(3): 300–314.
- [17] Teunter R H, Flapper S D P. Optimal core acquisition and remanufacturing policies under uncertain core quality fractions [J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 210(2): 241–248.
- [18] Aybek K, Kemal D D, Tolga O, et al. On the quality variation impact of returns in remanufacturing [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 64(4): 929–936.

Integrated optimization on lot-sizing of remanufacturing system considering quality cost

CHEN Wei-da¹, LIU Bi-yu^{2*}

1. School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 211189, China;

2. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China

Abstract: In order to realize the overall optimum, the integrated optimization problem on Lot Sizing of the whole remanufacturing system with uncertain demand and reprocessing ratio is studied in this paper. First, a

model describing the total disassembling and reprocessing cost is presented based on the defined Ratio of Lot-sizing of reprocessing and disassembling and the variable reprocessing cost ,which corresponds to their different quality conditions ,of the disassembled parts. Second , an optimization model is proposed that considers all costs that occur during the remanufacturing process—including disassembling , reprocessing and reassembling sub-systems—and unknown procurement lead time , based on the principle of two-stage profit function to maximize the profit. Third , the optimal ratio of lot-sizing of disassembling and reprocessing , as well as lot-sizing of disassembling , of reprocessing/purchasing , and of reassembling , are determined through the optimization model. Finally , the effects of different unit acquisition cost of remanufactured parts on lot-sizing of reprocessing , lot-sizing of purchasing , cost of disassembling and reprocessing , and total profit of the whole remanufacturing; the relationship between the ratio of reprocessing and disassembling and unit disassembling are discussed by numerical examples.

Key words: remanufacturing; quality cost; the ratio of Lot-sizing of reprocessing and disassembling; lot-sizing; integrated optimization

(上接第 35 页)

且有平滑粘贴条件(smooth-condition) 为

$$W'(A_B) = 0 \tag{27}$$

则给定初始资产水平 $A_0 = x > A_B$ 股权价值为

$$\begin{aligned} W(x) &= x - E^Q\left(\int_0^{\tau_2} (1 - \tau) C_b L_b e^{-rt} dt + e^{-r\tau_2} A_B\right) \\ &= x - \frac{(1 - \tau) C_b L_b}{r} (1 - e^{-\psi(x-A_B)}) - A_B e^{-\psi(x-A_B)} \end{aligned} \tag{28}$$

通过验证式(25) 、式(26) 、式(27) 条件 ,可以计算出 A_B 满足式(6) . 类似文献 [17] 命题 11. 1 证明方法可以验证定义的 τ_2 是最优停时. 证毕.

附录 2

给定标准布朗运动 $\tilde{Z} = \{\tilde{Z}_t, \mathcal{F}_t; 0 \leq t < \infty\}$ 定义首达时 $T_b = \inf\{t \geq 0 \mid \tilde{Z}_t = b, b \neq 0\}$,则有

$$P(T_b \in dt) = \frac{|b|}{\sqrt{2\pi t^3}} e^{-\frac{b^2}{2t}} dt \tag{29}$$

由 $\tau(k)$ 定义知 $\tau(k) = \inf\left\{t \geq 0; \frac{m}{\sigma}t + \bar{Z}_t = \frac{r(k - A_0)}{\sigma}\right\}$ 其中 $\bar{Z}_t = \beta \hat{Z}_t^M + \sqrt{1 - \beta^2} Z_t$,且 \bar{Z}_t 为测度 Q 下的标准布朗运动.

令 $\frac{r(k - A_0)}{\sigma} = S, \frac{m}{\sigma} = U$ 利用文献 [21] 第三章式(5. 12) 得

$$P^Q(\tau(k) \in dt) = \frac{|S|}{\sqrt{2\pi t^3}} e^{-\frac{(S-Ut)^2}{2t}} dt \tag{30}$$

立即得式(20) 利用文献 [21] 第三章的式(5. 13) 得式(21) . 证毕.