网络外部性下双零售商竞争的演化博弈分析①

易余胤，杨海深，张显玲
(暨南大学管理学院，广州 510632)

摘要: 运用演化博弈理论，分析了在网络外部性环境下，有限理性的零售商在长期的市场竞争演化中，会偏好选择利润最大化行为还是收入最大化行为的问题. 首先，在考虑网络外部性因素下，构建了不对称双零售商竞争的演化博弈动态系统. 其次，分析了该动态系统中零售商竞争的演化稳定策略，并研究了产品替代性、网络外部性强度和市场保留价格等因素对零售商演化稳定策略的影响. 再次，将模型扩展到混合策略情形，研究了零售商行为偏好的演化稳定性，并分析了市场保留价格对零售商行为偏好演化稳定性的影响. 最后，通过数值算例，进一步分析和验证了所取得的理论成果.

关键词: 网络外部性; 利润最大化; 收入最大化; 演化博弈
中图分类号: F224.32　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1007 -9807(2016)09 -0034 -15

0 引 言

众所周知，每个企业均有自己的经营目标. 对于不同的经营目标，往往有不同的企业行为. 追求利润最大化是常见的企业行为，主流经济学也通常假设企业有追求利润最大化的行为. 但在现实中，企业也同样重视其收入. 例如，企业经常最大化其收入，并且根据企业的年度收入来评价其经营绩效. 在广告和市场宣传中，企业也常通过其收入和收入增长情况来说明企业的能力和提高企业的声誉，从而为企业吸引更多的消费者，扩大其市场份额. 世界大型企业联合会对全球 658 位 CEO 进行调研发现，如何实现可持续和稳定的营业收入增长，被 37.5% 的人视为首要挑战，而在中国范围内看，这个比例上升到 53.8% [1]. 因此，在全球范围内看，追求收入最大化也是重要的企业行为之一. 那么，企业追求利润最大化的行为会获得更高利润，还是追求收入最大化的行为会获得更高的利润? 在企业发展的不同阶段，哪种行为对企业的市场竞争和成长更为有利? 显然，这是个难题，但解决该难题对企业的生存和发展是非常关键和有意义的.

目前，研究收入最大化的文献尚不多见. Baumol [2] 把在某种利润约束条件下追求销售收入最大化看作是寡头垄断者的典型目标，并指出企业之所以追求利润约束下的销售最大化，主要是因为销售量与经理人员的薪酬存在正相关关系. Bester 和 Güth [3] 研究利他行为是否会演化稳定的问题，根据他们的研究，利润最大化可能不是一个演化稳定策略. Güth 和 Peleg [4] 运用间接演化博弈方法研究了利润最大化策略何时会演化稳定的问题. Xiao 和 Yu [5] 探讨了当制造商提供差异化产品时零售商的策略(收入最大化和利润最大化)选择，并分析得出均衡点能否成为演化稳定策略取决于产品的类型、相对单位成本和市场规模等条件. Xiao 和 Yu [6] 建立了双群体演化博弈模型，研究了双寡头垄断的同质产品市场上，零售商的

① 收稿日期: 2014 -03 -31; 修订日期: 2015 -04 -15.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71571086); 广东省自然科学基金资助项目(2014A030313391); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(12JNQM002); 暨南大学管理学院重点学科建设育题基金资助项目(GY14005).
作者简介: 易余胤(1976—)，男，江西于都人，博士，教授，博士生导师. Email: yiyuyin2001@ sina. com

两种策略(收入最大化和利润最大化)的演化稳定策略. 同时,分析了需求和原材料供应突变两种情况下的零售商演化稳定策略. Yang 等[7] 研究了旅游供应链中的节点企业的收入最大化策略和利润最大化策略选择问题,分析发现选择收入最大化策略的企业获得了更高的市场份额和利润,同时作为供应链上游的主题公园也鼓励酒店和旅行社选择收入最大化策略. Opper 等[8] 发现中国上市国有企业 CEO 离职与核心业务的销售收入绩效,而不是利润,呈负相关关系,并且样本数据还支持国有股东在对 CEO 监管中相比较利润而言,更加重视销售收入增长的假设. 此外,近年来,Fanti 和 Meccheri[9] 在双寡头框架下考察了企业所有者的管理授权策略(提供收入和利润最大化的激励合约)、企业经理人的生产决策和工会结构之间的互动关系问题. Yang 等[10] 把同时实现利润和收入最大化目标的概率设定为零售商的经营目标,在此基础上研究了零售商价格竞争均衡问题. Nakamura[11] 研究了混合双寡头下使用新的授权管理策略(社会福利和消费者剩余与生产者剩余的差值之间的加权和)的国有企业与使用收入(销售量)最大化策略的私有企业之间的市场竞争均衡问题.

显然,以上研究已取得了一些重要的研究成果,但仍然存在不足,比如,现有研究都没有考虑网络外部性因素. 事实上,随着全球网络经济的发展,越来越多的产品表现出网络外部性(network externality)特征,该概念最早由 Katz 和 Srapiro[12] 提出,并定义为单个消费者的效用随着购买相同或兼容商品的总人数增加而提高,典型的商品有手机、电脑和传真设备等. 带有网络外部性的商品往往具有如下特点: 一是只有当网络规模达到一定临界值时,市场才能有效形成; 二是“赢家通吃”或“输家通盘”的现象加剧市场竞争,影响企业的决策. 随后,国内外学者对网络外部性开展了广泛的研究,主要集中在带有网络外部性的商品最优定价策略[13-15]、最优研发策略[16-17]、最优技术兼容性决策[18-20],最优销售渠道决策[21] 和竞争性产品扩散[22] 等几方面,但目前仍缺乏关于网络外部性对零售商利润最大化和收入最大化行为演化的影响研究. 事实上,如 Katz 和 Srapiro[12] 所述,网络外部性会通过影响消费者对市场的预期来影响其购买决策,而零售商也不得不考虑消费者预期所带来的市场需求的影响,并在此基础上调整其价格和数量决策. 因此,网络外部性的存在,将会极大地影响到零售商的决策,使得零售商的行为演化出现新的特点和规律.

鉴于以上不足之处,也考虑到现代产业中对于具有网络外部性的产品,拥有何种行为的企业在长期的市场竞争演化中能够保持竞争优势,是企业需要研究的重要问题. 本文将在现有文献研究的基础上,在网络外部性环境下,建立不对称双竞争零售商群体行为演化博弈模型,借鉴生物系统“自然选择”的思想,分析在产品替代性和网络外部性的影响下,零售商将会以何种企业行为(追求利润最大化和追求收入最大化)来进行市场竞争,以确保自身在长期的市场演化中能够生存和发展,并进一步给出了博弈的演化稳定策略及其影响因素.

1　模型的基本描述

本文考虑两条二级供应链,分别用 A、B 表示,每一条供应链上都有 1 个制造商和大量零售商. 设定两条供应链上的两个制造商垄断了整个市场的产品生产. 制造商 i ($i = A, B$) 表示在供应链 i 上生产产品 i 的制造商,并且按照生产成本 c_i 为各自所领导的供应链上的零售商提供产品. 假设 $c_B \leqslant c_A \leqslant 2c_B$,即制造商 A 的生产成本稍高于制造商 B 的生产成本,用于表示两种产品存在区别.

参考 Xiao 和 Yu[5,6] 的思路,假定整个市场包含很多个独立的小市场,零售商 i ($i = A, B$) 表示供应链 i 上的零售商,每一条供应链上的零售商群体在多个独立的小市场上以 p_i 的价格分别进行各自的产品销售. 在一个特定的小市场上,供应链 A 上的 1 个零售商随机地与供应链 B 上的 1 个零售商进行博弈,为方便理解,设定在每一个特定的市场上只有两个零售商,且分别来自两个不同的供应链.

假设每一个零售商都有两种企业行为(纯策略)可供选择——追求利润最大化,简记为 P 策略; 追求收入最大化,简记为 R 策略. 于是,零售

商 A 和 B 之间有 4 种策略组合，简记为 PP、PR、RP 和 RR.

假设市场存在网络外部性，参考 Katz 和 Srapiro[12]、Désiré 和 Caroline[16] 的研究，零售商 i 的逆需求函数可设计如下(类似的需求函数设计也可见于文献[13,23])

$$p_i = a - q_i - dq_j + f(q_i^{(e)}), i,j = \mathrm{A},\mathrm{B}, j \neq i$$

其中 a 为市场保留价格，$a \geqslant c_\mathrm{A}$；q_i 表示产品 i 的需求量；d 代表两个制造商生产的产品是替代品，$0 < d < 1$. $q_i^{(e)}$ 为消费者对产品 i 的预期市场规模，$f(q_i^{(e)})$ 表示消费者对产品的市场规模预期为 $q_i^{(e)}$ 时，由于网络外部性的存在所增加的使用该产品的效用，也表示消费者对该预期市场规模的支付愿意，它使消费者可以接受的市场保留价格增加. 上述需求函数抓住了这样一个事实：如果消费者相信产品的高销售量增加了他们的效用，那么，在每个给定的价格下，他们需要更多这样的产品.

为了方便分析，进一步假设 $f(q_i^{(e)}) = \mu q_i^{(e)}$，即网络外部性所增加的效用随着预期市场规模的增长而线性增长，斜率为 μ，它反映了网络外部性强度，称为网络外部性强度系数(文献[13,23]也采用了类似的简化). 假定消费者的预期市场规模 $q_i^{(e)}$ 对价格的影响程度小于实际的市场规模 q_i 对价格的影响程度，因此，$\mu \in (0,1)$. 于是，市场逆需求函数转变为

$$p_i = a - q_i - dq_j + \mu q_i^{(e)}$$

则零售商 i 利润函数和收入函数分别为

$$\pi_i(q_i,q_j) = (a - q_i - dq_j + \mu q_i^{(e)} - c_i)\, q_i \tag{1}$$

$$R_i(q_i,q_j) = (a - q_i - dq_j + \mu q_i^{(e)})\, q_i \tag{2}$$

为了保证本文的分析在经济学上有意义，或为了保证 PP、PR、RP 和 RR 4 种策略组合下零售商的均衡销量均为正值，首先给定技术性假设如下:

假设 1 市场保留价格满足 $a > \dfrac{2-\mu}{2-\mu-d} c_\mathrm{A} \triangleq a_0$. 在某一给定的市场上，若供应链 A 和 B 上的零售商都选择 P 策略，根据式(1)可以求得 PP 策略组合下零售商 A 和 B 的均衡销量应满足一阶条件

$$\begin{cases} a - c_\mathrm{A} - 2q_\mathrm{A}^* - dq_\mathrm{B}^* + \mu q_\mathrm{A}^{(e)} = 0 \\ a - c_\mathrm{B} - dq_\mathrm{A}^* - 2q_\mathrm{B}^* + \mu q_\mathrm{B}^{(e)} = 0 \end{cases}$$

参照 Katz 和 Srapiro[12] 关于实现预期均衡的分析，在实现预期均衡时，两种产品的预期市场规模与均衡市场规模相等，即 $q_i^{(e)} = q_i^*$，$i = \mathrm{A},\mathrm{B}$，由此可求出实现预期均衡时的零售商 A 和 B 的均衡销量为

$$q_\mathrm{A}^{\mathrm{PP}} = \frac{(2-\mu)(a-c_\mathrm{A}) - (a-c_\mathrm{B})d}{(2-\mu)^2 - d^2},$$

$$q_\mathrm{B}^{\mathrm{PP}} = \frac{(2-\mu)(a-c_\mathrm{B}) - (a-c_\mathrm{A})d}{(2-\mu)^2 - d^2}$$

当假设 1 的条件满足时，$q_\mathrm{A}^{\mathrm{PP}} > 0$，且 $q_\mathrm{B}^{\mathrm{PP}} > 0$，即均衡销量存在. 此时，零售商 A 和 B 的利润分别为

$$\pi_\mathrm{A}^{\mathrm{PP}} = \left[\frac{(2-\mu)(a-c_\mathrm{A}) - (a-c_\mathrm{B})d}{(2-\mu)^2 - d^2}\right]^2,$$

$$\pi_\mathrm{B}^{\mathrm{PP}} = \left[\frac{(2-\mu)(a-c_\mathrm{B}) - (a-c_\mathrm{A})d}{(2-\mu)^2 - d^2}\right]^2$$

若供应链 A 上的零售商 A 选择 P 策略，供应链 B 上零售商 B 选择 R 策略，与 PP 策略的求解思路一致，可求出零售商 A 和 B 的均衡销量利润分别为

$$q_\mathrm{A}^{\mathrm{PR}} = \frac{(2-\mu)(a-c_\mathrm{A}) - ad}{(2-\mu)^2 - d^2},$$

$$q_\mathrm{B}^{\mathrm{PR}} = \frac{a(2-\mu) - (a-c_\mathrm{A})d}{(2-\mu)^2 - d^2},$$

$$\pi_\mathrm{A}^{\mathrm{PR}} = \left[\frac{(2-\mu)(a-c_\mathrm{A}) - ad}{(2-\mu)^2 - d^2}\right]^2,$$

$$\pi_\mathrm{B}^{\mathrm{PR}} = \frac{[(2-\mu)(a-c_\mathrm{A}) - ad]\{a(2-\mu) - d(a-c_\mathrm{A}) - c_\mathrm{B}[(2-\mu)^2 - d^2]\}}{[(2-\mu)^2 - d^2]^2}$$

若供应链 A 上的零售商 A 选择 R 策略，供应链 B 上零售商 B 选择 P 策略，同样，可求出零售商 A 和 B 的均衡销量和利润分别为

$$q_\mathrm{A}^{\mathrm{RP}} = \frac{a(2-\mu) - (a-c_\mathrm{B})d}{(2-\mu)^2 - d^2},$$

$$q_B^{RP} = \frac{(2-\mu)(a-c_B) - ad}{(2-\mu)^2 - d^2},$$

$$\pi_A^{RP} = \frac{[a(2-\mu) - (a-c_B)d]\{a(2-\mu) - d(a-c_B) - c_A[(2-\mu)^2 - d^2]\}}{[(2-\mu)^2 - d^2]^2},$$

$$\pi_B^{RP} = \left[\frac{(2-\mu)(a-c_B) - ad}{(2-\mu)^2 - d^2}\right]^2$$

若供应链 A 和 B 上的零售商都选择 R 策略，则可求出零售商 A 和 B 的均衡销量和利润分别为

$$q_A^{RR} = \frac{a}{(2-\mu)+d},\ q_B^{RR} = \frac{a}{(2-\mu)+d},$$

$$\pi_A^{RR} = \frac{a\{a - [(2-\mu)+d]c_A\}}{[(2-\mu)+d]^2},$$

$$\pi_B^{RR} = \frac{a\{a - [(2-\mu)+d]c_B\}}{[(2-\mu)+d]^2}$$

因此,可构造如下零售商 A 和 B 的博弈支付矩阵(表 1) .

表 1　零售商 A 和 B 的博弈支付矩阵

Table 1 Payoff matrix of retailer A and B

A	B	
	P 策略	R 策略
P 策略	π_A^{PP},π_B^{PP}	π_A^{PR},π_B^{PR}
R 策略	π_A^{RP},π_B^{RP}	π_A^{RR},π_B^{RR}

假设供应链 A 上的零售商群体选择 P 策略的比例为 s_A,选择 R 策略的比例为 $1-s_A$; 供应链 B 上的零售商群体选择 P 策略的比例为 s_B,选择 R 策略的比例为 $1-s_B$. 根据复制者动态方程[5,6,24],零售商 A 选择策略 P 的数量的增长率 $\frac{\dot{s}_A}{s_A}$ 应等于其适应度 $\boldsymbol{e}_1 \cdot \boldsymbol{A}(s_B,1-s_B)^T$ 减去其平均适应度 $(s_A,1-s_A)\cdot\boldsymbol{A}(s_B,1-s_B)^T$,其中 $\boldsymbol{e}_1=(1,0)$,表示零售商 A 以 1 的概率选取策略 P,$\boldsymbol{A}$ 表示零售商 A 的支付矩阵 $\begin{bmatrix}\pi_A^{PP} & \pi_A^{PR}\\ \pi_A^{RP} & \pi_A^{RR}\end{bmatrix}$,故零售商群体 A 的复制者动态方程为

$$\dot{s}_A = s_A(\boldsymbol{e}_1 - (s_A,1-s_A))\boldsymbol{A}(s_B,1-s_B)^T$$

上式表示零售商会模仿成功者的行为去获得更高的收益. 若零售商 A 选择 P 策略获得的收益高于群体平均收益,则选择 P 策略的零售商 A 的比例增加,反之则减少.

将零售商 A 的支付矩阵代入复制者动态方程,整理得

$$\dot{s}_A = \frac{c_A s_A(1-s_A)\{(2-\mu)^2 c_A - [d^2+(2-\mu)\mu][a(2-d-\mu)+d c_B s_B]\}}{[(2-\mu)^2-d^2]^2} \quad (3)$$

同理,零售商 B 选取策略 P 的数量的增长率为

$$\frac{\dot{s}_B}{s_B} = (1-s_B,s_B-1)\boldsymbol{B}(s_A,1-s_A)^T$$

零售商 B 的支付矩阵 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix}\pi_B^{PP} & \pi_B^{RP}\\ \pi_B^{PR} & \pi_B^{RR}\end{bmatrix}$,于是零售商 B 的复制者动态方程为

$$\dot{s}_B = \frac{c_B s_B(1-s_B)\{(2-\mu)^2 c_B - [d^2+(2-\mu)\mu][a(2-d-\mu)+d c_A s_A]\}}{[(2-\mu)^2-d^2]^2} \quad (4)$$

2　博弈均衡分析

前面给出了复制者动态方程系统,该动态系统描述了零售商市场竞争中行为偏好的动态演化过程. 本节将对该动态系统进行均衡分析.

对比不同策略下零售商利润,可得到如下命题 1.

命题 1　当假设 1 的条件满足时,由零售商的博弈支付矩阵(见表 1) 可得:

1) 当零售商 B 选择策略 P 时,零售商 A 选择策略 P 和 R 的临界点为

$$a_1 = \frac{(2-\mu)^2 c_A - d[d^2+(2-\mu)\mu]c_B}{(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}$$

即: ⅰ) 当 $\mu < 1 - \frac{d\sqrt{dc_Ac_B+(1+d^2)c_B^2} - c_A}{c_A + dc_B}$

时，若 $a > a_1$，则 $\pi_A^{PP} < \pi_A^{RP}$；若 $a < a_1$，则 $\pi_A^{PP} > \pi_A^{RP}$. ⅱ）当 $1 - \frac{d\sqrt{dc_Ac_B + (1+d^2)c_B^2} - c_A}{c_A + dc_B} < \mu < 1$ 时，$\pi_A^{PP} < \pi_A^{RP}$.

2）当零售商 B 选择策略 R 时，零售商 A 选择策略 P 和 R 的临界点为

$$a_2 = \frac{(2-\mu)^2 c_A}{(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}$$

若 $a > a_2$，则 $\pi_A^{PR} < \pi_A^{RR}$ 若 $a < a_2$，则 $\pi_A^{PR} > \pi_A^{RR}$.

3）当零售商 A 选择策略 P 时，零售商 B 选择策略 P 和 R 的临界点为

$$a_3 = \frac{(2-\mu)^2 c_B - d[d^2+(2-\mu)\mu] c_A}{(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}$$

即：ⅰ）当 $\mu < 1 - \frac{d\sqrt{dc_Ac_B + (1+d^2)c_A^2} - c_B}{dc_A + c_B}$ 时，若 $a > a_3$，则 $\pi_B^{PP} < \pi_B^{PR}$；若 $a < a_3$，则 $\pi_B^{PP} > \pi_B^{PR}$. ⅱ）当 $1 - \frac{d\sqrt{dc_Ac_B + (1+d^2)c_A^2} - c_B}{dc_A + c_B} < \mu < 1$ 时，$\pi_B^{PP} < \pi_B^{PR}$.

4）当零售商 A 选择策略 R 时，零售商 B 选择策略 P 和 R 的临界点

$$a_4 = \frac{(2-\mu)^2 c_B}{(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}$$

若 $a > a_4$，则 $\pi_B^{RP} < \pi_B^{RR}$；若 $a < a_4$，则 $\pi_B^{RP} > \pi_B^{RR}$.（证明过程见附录 A）

命题 1 表明，在单次博弈中，若产品的网络外部性较小，则当一方零售商选定策略时，另一方零售商的最优策略选择依赖于市场保留价格的高低——存在一个临界值：当市场保留价格 a 低于该临界值时，另一方零售商选择策略 P 比 R 能获得更多的利润；当市场保留价格 a 高于该临界值时，另一方零售商选择策略 R 比 P 能获得更多的利润. 若产品的网络外部性较大，则零售商选择 R 策略总是优于 P 策略.

根据命题 1，容易判断 $a_1 < a_2$，$a_3 < a_4$. 又根据 $c_A \geq c_B$，可得 $a_1 \geq a_3$，$a_2 \geq a_4$. 故 4 个临界值的大小关系为 $a_3 \leq a_1 < a_2$，$a_3 < a_4 \leq a_2$. 由此，可得如下命题 2.

命题 2 当假设 1 的条件满足时，根据式（3）和式（4）给出的复制动态系统，可以得到：

1）(0,0)，(0,1)，(1,0)，(1,1) 是动态系统的均衡点；

2）若 $\mu < 1 - \frac{\sqrt{4(1+d^2)c_A^2 - 4c_Ac_B + c_B^2} - c_B}{2c_A}$，且制造商 A 和 B 的单位生产成本满足 $c_B \leq c_A \leq \min\left\{2c_B, \left[1 + \frac{d(d^2+2\mu-\mu^2)}{(2-\mu)^2}\right]c_B\right\} \triangleq c_{\min}$，当市场保留价格满足 $a_1 \leq a \leq a_4$ 时，(s_A^*，s_B^*) 是动态系统的混合均衡点. 若 $1 - \frac{\sqrt{4(1+d^2)c_A^2 - 4c_Ac_B + c_B^2} - c_B}{2c_A} < \mu < 1$ 时，动态系统不存在混合均衡点. 其中

$$s_A^* = \frac{(2-\mu)^2 c_B - a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}{d[d^2+(2-\mu)\mu] c_A},$$

$$s_B^* = \frac{(2-\mu)^2 c_A - a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}{d[d^2+(2-\mu)\mu] c_B}$$

（证明见附录 B）

根据命题 1 和命题 2，分析动态系统均衡点 (0,0)，(0,1)，(1,0) 和 (1,1) 的稳定性，便可以得到推论 1 和推论 2.

推论 1 当网络外部性满足

$$\mu < 1 - \frac{d\sqrt{dc_Ac_B + (1+d^2)c_A^2} - c_B}{dc_A + c_B}$$

且假设 1 成立时，可得：

1）若 $a < a_3$，则 (1,1) 是 ESS；

2）若 $a_3 < a < a_2$，则 (1,0) 是 ESS；

3）若 $a_1 < a < a_4$，则 (0,1) 和 (1,0) 是 ESS；

4）若 $a > a_2$，则 (0,0) 是 ESS.（证明见附录 C）

推论 2 当网络外部性满足

$$1 - \frac{d\sqrt{dc_Ac_B + (1+d^2)c_A^2} - c_B}{dc_A + c_B} < \mu < 1$$

且假设 1 成立时，可得：

1）若 $a < a_2$，则 (1,0) 是 ESS；

2）若 $a > a_2$，则 (0,0) 是 ESS.（证明见附录 D）

综合推论 1 和推论 2 可知，只要市场保留价格足够高，无论网络外部性强度大小，经过长期的市场竞争演化，收入最大化行为将在零售商群体中盛行. 然而，若市场保留价格不够高，则在不同的网络外部性环境下，零售商竞争有不同的行为演化.

根据 Weibull[24] 非对称情况下的混合均衡不是 ESS，但混合均衡值 s_A^*，s_B^* 的大小将会影响到系统演化的初始状态. 分析动态系统的混合均衡点（s_A^*，s_B^*），可得如下推论 3：

推论 3 若动态系统存在混合均衡（s_A^*，

s_B^*），则有：

1) $s_A^* \leqslant s_B^*$；

2) s_A^* 和s_B^* 都是 a 的严格减函数，即 s_A^* 和 s_B^* 随着市场保留价格的增高而减小，随着市场保留价格的降低而增大；

3) 若 $\mu < \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1+4d^2}$，$s_A^*$ 和 s_B^* 都是 μ 的严格减函数，即 s_A^*、s_B^* 随着网络外部性的增强而减小，随着网络外部性的减弱而增大；

4) 若 $\mu < 1 + d - \sqrt{1-2d+4d^2}$，$s_A^*$ 和 s_B^* 都是 d 的严格减函数，即 s_A^*、s_B^* 随着产品替代性的增强而减小，随着产品替代性的减弱而增大.（证明见附录 E）

推论 3 表明，若复制动态系统存在混合均衡，则有：1) 系统初始状态，相对于销售低成本产品的零售商群体，销售高成本产品的零售商群体选择 P 策略的比例更低；2) 根据命题 2，混合均衡存在需满足 $a_1 < a < a_4$. 然而，从推论 1 可知，若 $a_1 < a < a_4$，则(0,1) 和(1,0) 是 ESS. 此时，系统是向(0,1) 或(1,0) 演化取决于初始状态下(0,1) 或(1,0) 的吸引域大小. 推论 3 表明，市场保留价格/网络外部性强度/产品替代性都将对(0,1) 或(1,0) 的吸引域产生重要影响，并影响动态系统的演化趋势.

3　模型扩展

在前面的模型中，假设零售商只有利润最大化和收入最大化两种纯策略可以选择. 接下来，将模型进行扩展，讨论两种纯策略的混合策略：假定两个群体中的零售商都可以根据自身对两种纯策略的偏好，选择折中策略，即利润 – 收入最大化策略，进而来制定决策函数.

为了保证本拓展模型的分析在经济学上有意义，或为了保证拓展模型的均衡销量、最优偏好程度存在，本节首先给定如下技术性假设.

假设 2　网络外部性强度 μ 满足

$$\mu < \frac{6 - d - \sqrt{4+4d+9d^2}}{4}$$

且市场保留价格

$$a > \frac{(4-d^2-6\mu+2\mu^2)c_A - d(2-\mu)c_B}{4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2}$$

参考 Bester 和 Güth[3] 等的研究思路，设零售商 i 的效用函数为

$$\begin{aligned} U_i(q_i, q_j) &= \alpha_i \pi_i + (1-\alpha_i) R_i \\ &= (a - q_i - dq_j + \mu q_i^e) q_i - \alpha_i c_i q_i \end{aligned} \tag{5}$$

其中 α_i 为零售商 i 对利润最大化策略的偏好程度；$1-\alpha_i$ 为零售商 i 对收入最大化策略的偏好程度. 容易发现，当 $\alpha_i = 0$ 时，零售商 i 采用收入最大化策略；当 $\alpha_i = 1$ 时，零售商 i 采用利润最大化策略. 此时，拓展模型退化到原始模型，故设定 $0 < \alpha_i < 1$.

同前面模型的求解思路，可求出实现预期均衡时的均衡销量为

$$q_i^*(\alpha_i, \alpha_j) = \frac{a(2-d-\mu) - (2-\mu)c_i\alpha_i + dc_j\alpha_j}{(2-\mu)^2 - d^2} \tag{6}$$

将零售商 i 的均衡销量 $q_i^*(\alpha_i, \alpha_j)$ 代入利润函数(1) 中，即可求得 $\pi_i^*(\alpha_i, \alpha_j)$，对零售商 i 的利润函数关于 α_i 求一阶条件，可求得使零售商获得最优利润时的偏好程度为

$$\alpha_i^* = \frac{2(2-\mu)^2(2-d^2-3\mu+\mu^2)c_i - [d^2+(2-\mu)\mu][a(4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2)+d(2-\mu)c_j]}{[d^4-d^2(12-16\mu+5\mu^2)+4(2-3\mu+\mu^2)^2]c_i} \tag{7}$$

根据 Weibull[24]，上面求得的 α_i^* 是演化稳定的. 分析演化稳定策略(α_A^*，α_B^*)，可得如下命题 3：

命题 3　当假设 2 的条件满足时，有：

1) 若

$$a_5 \triangleq \frac{(4-d^2-6\mu+2\mu^2)c_A - d(2-\mu)c_B}{4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2} < a < \frac{(2-\mu)\{2(2-\mu)(2-d^2-3\mu+\mu^2)c_B - d[d^2+(2-\mu)\mu]c_A\}}{[d^2+(2-\mu)\mu](4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2)} \triangleq a_8$$

则演化稳定策略(α_A^*，α_B^*) 存在；

2) α_i^* 是市场保留价格的严格减函数.（证明见附录 F）

命题 3 说明，市场保留价格越高，零售商越倾向于收入最大化行为. 此外，当演化稳定策略(α_A^*，α_B^*) 存在时，该策略中的零售商的偏好程

度 α_A^* 和 α_B^* 还受到其他因素(如网络外部性、产品替代性)的影响,但因为其分析过程过于繁杂,难以进行理论分析,后面将通过数值算例进行说明.

4 数值算例

前文对网络外部性下零售商的利润最大化和收入最大化行为的演化稳定性做了理论上的分析,并得出了一系列结论.为了更好地说明这一问题,本节将用数值模拟的方法对前面的模型作进一步的探讨,并对所得到的理论成果进行验证.

根据复制动态系统方程(3)和方程(4),对 $\dot{s}_A$ 和 $\dot{s}_B$ 分别关于 s_A 和 s_B 求偏导数,便可得到动态系统的雅克比矩阵 $J = \begin{bmatrix} \partial \dot{s}_A/\partial s_A & \partial \dot{s}_A/\partial s_B \\ \partial \dot{s}_B/\partial s_A & \partial \dot{s}_B/\partial s_B \end{bmatrix}$. 可利用雅克比矩阵的行列式和迹对复动态系统的均衡点(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)和(s_A^*,s_B^*)的局部稳定性进行判断,判断标准为:当 $\det J > 0$ 且 $\mathrm{tr} J < 0$ 时,均衡点是动态系统的演化稳定点;当 $\det J < 0$ 时,均衡点是鞍点;否则,均衡点不稳定.

算例1 设 $c_A = 12$, $c_B = 10$, $d = 0.7$,当

$$\mu < 1 - \frac{d\sqrt{dc_Ac_B + (1+d^2)c_A^2} - c_B}{dc_A + c_B} (= 0.886)$$

时推论1成立,故可取 $\mu = 0.25$.在该数值算例下,为了确保4种策略组合下零售商的均衡销量都为正,则必须满足 $a > a_0(=20)$.根据命题1可求得4个临界点分别为 $a_1 = 31.1$, $a_2 = 37.7$, $a_3 = 23.4$, $a_4 = 31.5$.为了验证推论1,市场保留价格分别取值22,25,31.3和40.借助 Mathematica 软件计算,结果见表2.

表2 4个角点的局部稳定性判断

Table 2 Measuring local stability of four corner points

a	均衡点							
	(0,0)		(0,1)		(1,0)		(1,1)	
	det J	tr J	det J	tr J	det J	tr J	det J	tr J
22	386.30	48.16	−222.64	2.11	−59.15	−25.66	34.09	−18.14
25	213.36	31.98	−101.68	1.23	51.42	−24.78	−24.50	−8.43
31.3	2.45	11.58	0.09	−0.62	131.35	−22.92	4.71	11.96
40	50.33	−16.58	−198.52	−3.18	−97.40	−20.36	384.19	40.1314

根据表2的计算结果,得到该数值算例下各均衡点的局部稳定性结果(见表3).容易发现,表3的结果和推论1是一致的,具体分析如下.

当市场保留价格 $a = 22$ 时,$22 < a_3(=23.4)$,从表3可知均衡点(1,1)是动态复制系统惟一的演化稳定点,其他的均衡点都是不稳定的.此时,供应链A和B上的所有零售商都追求利润最大化.主要是因为当市场保留价格或消费者可接受的商品最高价格较低时,成本对于企业的经营决策来说相当重要,企业为了确保生存,零售商会更加注重产品的单位获利.因此,利润最大化行为比收入最大化行为能够让零售商获得更高的利润和市场适应度.此时,零售商将通过模仿成功零售商的行为,来改变自己的行为策略,从而导致利润最大化行为在群体中传播.

表3 均衡的局部稳定性

Table 3 Local stability of equilibrium

均衡点	a			
	22	25	31.3	40
(0,0)	不稳定	不稳定	不稳定	ESS
(0,1)	鞍点	鞍点	ESS	鞍点
(1,0)	鞍点	ESS	ESS	鞍点
(1,1)	ESS	鞍点	不稳定	不稳定
(0.043,0.995)			鞍点	

当市场保留价格 $a = 25$ 时,$a_3(=23.4) < 25 < a_2(=37.7)$,从表3可知均衡点(1,0)是动态复制系统惟一的演化稳定点.即当市场保留价格增高时,高成本零售商和低成本零售商不再像市场保留价格较低($a < a_3$)时那样只专注于利润最大化,此时,零售商的行为产生分化,高成本零售商将追求利润最大化,而低成本零售商将追求收入最大化.

当市场保留价格 $a = 31.3$ 时,$a_1(=31.1) < 31.3 < a_4(=31.5)$.此时,制造商A和B的成本关系为

$$c_A = 1.2\, c_B < \min\left\{2\, c_B, \left[1+\frac{d(d^2+2\mu-\mu^2)}{(2-\mu)^2}\right] c_B\right\} (=1.21\, c_B)$$

满足命题 2 动态系统混合均衡存在的条件，故系统存在混合均衡. 从表 3 知，系统的混合均衡点为 $(0.043, 0.995)$，并且满足 $s_A^* \leqslant s_B^*$. 另外，动态系统有两个演化稳定点，分别为 $(0,1)$ 和 $(1,0)$. 即随着市场保留价格进一步增高，高成本的零售商也不一定只专注于利润最大化. 若在系统初始状态，高成本零售商追求利润最大化的比例和低成本零售商追求利润最大化的比例满足一定的条件（如 $\{(s_A^*, s_B^*): s_A^* < 0.043, s_B^* > 0.995\}$），则系统将演化为 $(0,1)$，否则系统将演化为 $(1,0)$，即系统最终是向 $(0,1)$ 还是 $(1,0)$ 逐渐演化取决于其初始状态所在的位置.

当市场保留价格 $a=40$ 时，$40>a_2(=37.7)$，从表 3 可知均衡点 $(0,0)$ 是动态复制系统惟一的演化稳定点，此时，供应链 A 和 B 上的所有零售商都追求收入最大化. 这说明，当市场保留价格或消费者可接受的商品最高价格足够高时，成本对企业的经营决策影响变弱，企业追求收入最大化将获得比追求利润最大化更高的市场适应度. 在这种情况下，通过复制者动态系统，收入最大化行为将会更多的被复制繁殖，在零售商群体中蔓延.

算例 2　设 $c_A=19$，$c_B=10$，$d=0.8$，当 $1-\frac{d\sqrt{dc_Ac_B+(1+d^2)c_A^2}-c_B}{dc_A+c_B}(=0.53)<\mu<1$ 时推论 2 成立，故可取 $\mu=0.54$. 在该数值算例下，为了确保 4 种策略组合下零售商的均衡销量都为正，则市场保留价格必须满足 $a>\frac{(2-\mu)c_A}{(2-\mu)-d}(=42)$. 根据命题 1 可求得 4 个临界点分别为 $a_1=30.8$，$a_2=43$，$a_3=-0.42$，$a_4=22.6$. 为了验证推论 2，市场保留价格分别取值 42.5 和 50. 根据 Mathematica 软件计算，结果见表 4.

表 4　4 个角点的局部稳定性判断

Table 4 Measuring local stability of four corner points

a	均衡点							
	$(0,0)$		$(0,1)$		$(1,0)$		$(1,1)$	
	det $\boldsymbol{J}$	tr $\boldsymbol{J}$	det $\boldsymbol{J}$	tr $\boldsymbol{J}$	det $\boldsymbol{J}$	tr $\boldsymbol{J}$	det $\boldsymbol{J}$	tr $\boldsymbol{J}$
42.5	−312.20	−80.57	−7 912.11	−9.60	673.70	−185.57	17 073.70	275.75
50	6 577.78	−172.73	−17 903.40	−38.21	−12 108.70	−156.97	32 957.30	367.91

根据表 4 的计算结果，得到该数值算例下各均衡点的局部稳定性结果（见表 5）. 容易发现，表 5 的结果和推论 2 是一致的，具体分析如下.

当市场保留价格 $a=42.5$ 时，$42.5<a_2(=43)$，均衡点 $(1,0)$ 是动态复制系统惟一的演化稳定点. 即供应链 A 上的零售商均追求利润最大化，供应链 B 上的零售商追求收入最大化.

表 5　均衡的局部稳定性

Table 5 Local stability of equilibrium

均衡点	a	
	42.5	50
$(0,0)$	鞍点	ESS
$(0,1)$	鞍点	鞍点
$(1,0)$	ESS	鞍点
$(1,1)$	不稳定	不稳定

当市场保留价格 $a=50$ 时，$50>a_2(=43)$，均衡点 $(0,0)$ 是动态复制系统惟一的演化稳定点. 此时，供应链 A 和 B 上的所有零售商都追求收入最大化.

算例 3　为了分析动态系统混合均衡的存在性及市场保留价格 a、网络外部性 μ 及产品替代程度 d 3 个因素对混合均衡及 $(1,0)$ 的吸引域大小的影响，利用 Mathematic 软件，做如下数值算例.

设 $c_A=12$，$c_B=10$，$d=0.8$，取 $\mu=0.2(<1+d-\sqrt{1-2d+4d^2}=0.4)$ 时，制造商的成本满足 $c_A=1.2\,c_B<\min\left\{2\,c_B, \left[1+\frac{d(d^2+2\mu-\mu^2)}{(2-\mu)^2}\right]c_B\right\}=1.25\,c_B$，且假设 1 的市场保留价格为 $a>\frac{(2-\mu)c_A}{(2-\mu)-d}(=21.6)$. 此时，若市场保留价格 a 满足 $a_1(=30.88)<a<a_4(=32.4)$，动态系统存在混合均衡，不同市场保留价格取值对混合均衡的影响见表 6.

表 6 a 对混合均衡的影响

Table 6 Influence of a on hybrid equilibrium

a	s_A^*	s_B^*	(1,0) 的吸引域
31	0.145 8	0.985 0	0.919 6
31.2	0.125 0	0.960 0	0.917 5
31.4	0.104 2	0.935 0	0.915 4
31.6	0.083 3	0.910 0	0.913 3
31.8	0.062 5	0.885 0	0.911 3
32	0.041 7	0.860 0	0.909 2
32.2	0.020 8	0.835 0	0.907 1

根据表 6，当混合均衡(s_A^* ,s_B^*) 存在时，有: 1) s_A^* 和 s_B^* 都是市场保留价格 a 的严格减函数，即随着市场保留价格的增高，系统初始状态会有更多的零售商追求收入最大化; 2) 同一市场保留价格下，$s_A^* \leqslant s_B^*$; 3) 稳定点(1,0) 的吸引域大于稳定点(0,1) 的吸引域，然而，随着市场保留价格的增高，(1,0) 的吸引域变小，说明随着市场保留价格的增高，系统演化为(1,0) 的可能性降低.

设 $c_A = 12$，$c_B = 10$，$d = 0.8$，$\mu < \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 + 4d^2}$ ($= 0.557$)，$a = 26.5$. 此时，复制动态系统存在混合均衡点，不同网络外部性对混合均衡的影响见表 7.

表 7 μ 对混合均衡的影响

Table 7 Influence of μ on hybrid equilibrium

a	μ	$a > a_0$	$a > a_1$	$a < a_4$	s_A^*	s_B^*	(1,0) 的吸引域
26.5	0.27	22.32	26.28	29.07	0.248 8	0.974 4	0.862 8
26.5	0.28	22.43	25.71	28.67	0.208 0	0.909 0	0.850 5
26.5	0.29	22.55	25.16	28.29	0.169 5	0.847 0	0.838 7
26.5	0.30	22.67	24.62	27.92	0.133 4	0.788 3	0.827 5
26.5	0.31	22.79	24.10	27.57	0.099 4	0.732 7	0.816 7
26.5	0.32	22.91	23.59	27.24	0.067 4	0.680 1	0.806 3
26.5	0.33	23.03	23.10	26.91	0.037 4	0.630 3	0.796 4

从表 7 可知，当混合均衡(s_A^* ,s_B^*) 存在时，有: 1) s_A^* 和 s_B^* 都是网络外部性 μ 的严格减函数，即随着网络外部性的增强，系统初始状态会有更多的零售商追求收入最大化; 2) 稳定点(1,0) 的吸引域大于稳定点(0,1) 的吸引域，然而，随着网络外部性强度的增强，(1,0) 点的吸引域变小，即系统演化为(1,0) 的可能性降低.

设 $c_A = 12$，$c_B = 10$，$\mu = 0.2$，$\mu < 1 + d - \sqrt{1 - 2d + 4d^2}$，$a = 30$. 此时，复制动态系统存在混合均衡点，不同产品替代性对混合均衡的影响见表 8.

从表 8 可知，当混合均衡(s_A^* ,s_B^*) 存在时，则有: 1) s_A^* 和 s_B^* 都是产品替代性 d 的严格减函数，即随着产品替代性的增强，系统初始状态会有更多的零售商追求收入最大化; 2) 稳定点(1,0) 的吸引域大于稳定点(0,1) 的吸引域，然而，随着产品替代性增强，(1,0) 点的吸引域变小，系统演化为(1,0) 的可能性降低.

表 8 d 对混合均衡的影响

Table 8 Influence of d on hybrid equilibrium

a	d	$a > a_0$	$a > a_1$	$a < a_4$	s_A^*	s_B^*	(1,0) 的吸引域
30	0.85	22.74	28.86	31.51	0.140 3	0.872 6	0.866 2
30	0.86	22.98	28.47	31.35	0.122 6	0.832 4	0.854 9
30	0.87	23.23	28.08	31.19	0.106 2	0.794 3	0.844 1
30	0.88	23.48	27.69	31.05	0.091 0	0.758 4	0.833 7
30	0.89	23.74	27.30	30.90	0.077 0	0.724 4	0.823 7
30	0.90	24.00	26.92	30.77	0.064 1	0.692 3	0.814 1
30	0.91	24.27	26.54	30.64	0.052 2	0.662 0	0.804 9

算例 4(拓展模型的数值算例) 设 $c_A = 12$，$c_B = 10$. 为了分析演化稳定策略(α_A^* ,α_B^*) 的存在性及市场保留价格 a 、网络外部性 μ 及产品替代程度 d 等 3 个因素对演化稳定策略及零售商利

润的影响，利用 Mathematic 软件，做如下数值算例.

设 $d = 0.7$，$\mu(=0.3) < \frac{6-d-\sqrt{4+4d+9d^2}}{4}(=0.49)$ 时，根据命题 3，市场保留价格取 $a_5(=15.4) < a < a_8(=37.4)$ 时，混合策略的最优偏好程度存在.

计算结果分别见表 9、表 10 和表 11.

根据表 9 有：1）零售商对利润最大化行为的偏好程度与市场保留价格成递减关系，即随着市场保留价格的增高，零售商对利润最大化行为的偏好程度降低，对收入最大化行为的偏好程度增加；2）在同一市场保留价格下，$\alpha_A^* > \alpha_B^*$，即高成本零售商比低成本零售商对利润最大化行为的偏好程度更高；3）零售商的获利与市场保留价格成递增关系，即随着市场保留价格的增高，零售商的获利增加.

表 9　a 对最优偏好程度及零售商利润的影响

Table 9 Influence of a on optimal preference ratios and retailers' profits

市场保留价格 a	α_A^*	α_B^*	π_A	π_B
19	0.902 6	0.597 4	1.63	19.29
22	0.821 4	0.500 0	5.46	29.75
25	0.740 3	0.402 6	11.56	42.47
28	0.659 1	0.305 2	19.92	57.45
31	0.577 9	0.207 8	30.53	74.68
34	0.496 8	0.110 4	43.40	94.18
37	0.415 6	0.013 0	58.53	115.93

设 $d=0.7$，当 $\mu < \frac{6-d-\sqrt{4+4d+9d^2}}{4}(=0.49)$ 时，取 $a = 23$ 时，混合均衡最优偏好程度存在.

表 10　μ 对最优偏好程度及零售商利润的影响

Table 10 Influence of μ on optimal preference ratios and retailers' profits

a	μ	$a > a_5$	$a < a_8$	α_A^*	α_B^*	π_A	π_B
23	0.10	13.66	70.98	0.875 8	0.766 0	11.14	27.46
23	0.15	13.90	59.56	0.852 7	0.710 4	10.62	28.51
23	0.20	14.23	50.71	0.829 8	0.645 3	9.87	29.77
23	0.25	14.69	43.53	0.808 9	0.566 8	8.80	31.40
23	0.30	15.40	37.40	0.794 4	0.467 5	7.25	33.74
23	0.35	16.62	31.70	0.798 0	0.330 6	4.95	37.79
23	0.40	19.23	25.34	0.860 6	0.103 7	1.65	47.31

根据表 10 可知：1）零售商对利润最大化行为的偏好程度与网络外部性强度成递减关系，即随着网络外部性强度的增强，零售商对利润最大化行为的偏好程度降低，对收入最大化行为的偏好程度增加；2）π_A 与网络外部性强度成递减关系，而 π_B 与网络外部性强度成递增关系，即随着网络外部性强度的增强，零售商 A 的获利降低，零售商 B 的获利增加. 这说明，网络外部性会增强低成本零售商的市场竞争力，强者更强，弱者更弱.

设 $\mu = 0.1$，当 d 满足 $\mu(=0.1) < \frac{6-d-\sqrt{4+4d+9d^2}}{4}$ 时，取 $a = 30$，此时，混合均衡最优偏好程度存在.

表 11　d 对最优偏好程度及零售商利润的影响

Table 11 Influence of d on optimal preference ratios and retailers' profits

a	d	$a > a_5$	$a < a_8$	α_A^*	α_B^*	π_A	π_B
30	0.2	12.25	173.23	0.909 5	0.876 1	70.69	92.06
30	0.3	12.41	148.87	0.894 8	0.853 4	62.59	84.32
30	0.4	12.61	124.25	0.873 8	0.820 6	55.12	77.39
30	0.5	12.86	102.78	0.847 4	0.777 3	48.03	71.08
30	0.6	13.19	85.18	0.816 5	0.722 5	41.10	65.28
30	0.7	13.66	70.98	0.782 7	0.654 2	34.09	59.94
30	0.8	14.41	59.39	0.749 3	0.567 4	26.71	55.23

根据表 11 可知: 1) 零售商对利润最大化行为的偏好程度与产品替代程度成递减关系,即随着产品的替代性增强,零售商对利润最大化行为的偏好程度降低,对收入最大化行为的偏好程度增加; 2) 零售商的获利与产品替代性成递减关系,即随着产品的替代性增强,零售商的获利减少.

5 结束语

在网络外部性环境下,构建了不对称的双竞争零售商群体演化博弈模型,研究了网络外部性下零售商追求利润最大化和收入最大化行为的演化稳定性问题. 所得主要结论如下:

1) 若网络外部性强度较小,则 i) 当市场保留价格较低时,零售商注重产品的单位获利,通过确保产品的单位获利让自身在较小的市场保留价格下获得较大利润,此时博弈双方都会追求利润最大化. ii) 随着市场保留价格的增高,高成本零售商和低成本零售商都要经历从利润最大化行为到收入最大化行为的调整. 而低成本零售商先于高成本零售商进行行为调整,从利润最大化行为调整为收入最大化行为. iii) 当市场保留价格足够高时,零售商会通过追求销量占取市场份额,进而确保自身获利,此时博弈双方都会追求收入最大化.

若网络外部性强度较强,则随着市场保留价格的增高,只有高成本零售商要经历利润最大化行为到收入最大化行为的调整,低成本零售商只追求收入最大化.

2) 若混合均衡点(s_A^* , s_B^*) 存在,则有: i) s_i^* 是市场保留价格、网络外部性和产品替代性的严格减函数; ii) 相对于销售低成本产品的零售商群体,销售高成本产品的零售商群体选择利润最大化策略的比例更低,即 $s_A^* \leqslant s_B^*$; iii) 复制动态系统有两个演化稳定点(0,1) 和(1,0) ,且稳定点(0,1) 的吸引域小于稳定点(1,0) 的吸引域. 然而随着市场保留价格、网络外部性和产品替代性的增加,(1,0) 的吸引域变小,说明系统演化为(1,0) 的可能性降低.

3) 当市场保留价格较低时,演化稳定策略(α_A^* ,α_B^*) 存在; 而当市场保留价格足够高,演化稳定策略(α_A^* ,α_B^*) 不存在. 即当市场保留价格较低,且在一定范围时,零售商采取混合策略获利最大; 而当市场保留价格足够高时,收入最大化纯策略比混合策略能够让零售商获利更多,因此,零售商追求收入最大化.

4) 数值算例表明,若存在最优偏好程度,则有: i) 零售商对利润最大化行为的偏好程度与市场保留价格、网络外部性、产品替代程度成递减关系; ii) 高成本零售商的利润与市场保留价格成递增关系,与网络外部性和产品替代程度成递减关系; 低成本零售商的利润与市场保留价格、网络外部性成递增关系,与产品替代程度成递减关系. 说明网络外部性加大了市场竞争,导致强者更强,弱者更弱.

本文的结论还可进一步拓展,比如: 1) 可以考虑非线性需求函数下策略的演化,并与线性需求函数下的情形进行对比; 2) 可以考虑市场需求不确定的情形,探讨市场波动对策略演化的影响; 3) 也可考虑在零售商进行广告投资的情形下,策略会如何演化等,这些将在以后的工作中完成.

参 考 文 献:

[1] Rudis E V. CEO Challenge 2006: Perspectives and Analysis [M]. New York: Conference Board, 2007.
[2] Baumol W J. Business Behavior, Value and Growth [M]. New York: Harcourt, Brace & World, 1967.
[3] Bester H, Güth W. Is altruism evolutionarily stable? [J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 1998, 34(2): 193 - 209.
[4] Güth W, Peleg B. When will payoff maximization survive? An indirect evolutionary analysis [J]. Journal of Evolutionary Economics, 2001, 11(5): 479 - 499.
[5] Xiao T J, Yu G. Marketing objectives of retailers with differentiated goods: An evolutionary perspective [J]. Journal of Sys-

tems Science and Systems Engineering, 2006, 15(3): 359 - 374.

[6] Xiao T J, Yu G. Supply chain disruption management and evolutionarily stable strategies of retailers in the quantity-setting duopoly situation with homogeneous goods [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 173(2): 648 - 668.

[7] Yang S, Huang G Q, Song H, et al. A game-theoretic approach to choice of profit and revenue maximization strategies in tourism supply chains for package holidays [J]. Journal of China Tourism Research, 2008, 4(1): 45 - 60.

[8] Opper S, Wong S, Yang Y. Sales maximization or profit maximization? How state shareholders discipline their CEOs in China [J]. Asia-Pacific Journal of Financial Studies, 2012, 41(3): 347 - 375.

[9] Fanti L, Meccheri N. Managerial delegation under alternative unionization structures [J]. LABOUR, 2013, 27(1): 38 - 57.

[10] Yang S, Shi C, Zhang Y, et al. Price competition for retailers with profit and revenue targets [J]. International Journal of Production Economics, 2014, 154(8): 233 - 242.

[11] Nakamura Y. Endogenous choice of strategic incentives in a mixed duopoly with a new managerial delegation contract for the public firm [J]. International Review of Economics and Finance, 2015, 35(1): 262 - 277.

[12] Katz M L, Shapiro C. Network externalities, competition, and compatibility [J]. The American economic review, 1985, 75 (3): 424 - 440.

[13] **胥　莉, 陈宏民. 具有网络外部性特征的企业定价策略研究 [J]. 管理科学学报**, 2006, 9(6): 23 - 30.
Xu Li, Chen Hongmin. Study on pricing strategy choice of firms with network externality [J]. Journal of Management Sciences in China, 2006, 9(6): 23 - 30. (in Chinese)

[14] Hajji A, Pellerin R, Léger P, et al. Dynamic pricing models for ERP systems under network externality [J]. International Journal of Production Economics, 2012, 135(2): 708 - 715.

[15] Bayer R, Chan M. Network externalities, demand inertia and dynamic pricing in an experimental oligopoly market [J]. Economic Record, 2007, 83(263): 405 - 415.

[16] Désiré V, Caroline B. R&D in markets with network externalities [J]. Economics Bulletin, 2002, 12(9): 1 - 8.

[17] Molina-Castillo F-J, Munuera-Aleman J-L, Calantone R J. Product quality and new product performance: The role of network externalities and switching costs [J]. Journal of Product Innovation Management, 2011, 28(6): 915 - 929.

[18] Mak V, Zwick R. Investment decisions and coordination problems in a market with network externalities: An experimental study [J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2010, 76(3): 759 - 773.

[19] Chen H C, Chen C C. Compatibility under differentiated duopoly with network externalities [J]. Journal of Industry, Competition and Trade, 2011, 11(1): 43 - 55.

[20] Toshimitsu T. Compatibility under differentiated duopoly with network externalities: A comment [J]. Journal of Industry, Competition and Trade, 2014, 14(3): 331 - 335.

[21] Viswanathan S. Competing across technology-differentiated channels: The impact of network externalities and switching costs [J]. Management Science, 2005, 51(3): 483 - 496.

[22] **赵保国, 余宙婷. 基于网络效应的竞争性产品微观扩散研究 [J]. 管理科学学报**, 2013, 11(9): 33 - 43.
Zhao Baoguo, Yu Zhouting. Competitive production diffusion at the level of individuals based on network effect [J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 11(9): 33 - 43. (in Chinese)

[23] **潘小军, 陈宏民, 胥　莉. 基于网络外部性的固定与比例抽成技术许可 [J]. 管理科学学报**, 2008, 11(6): 11 - 17.
Pan Xiaojun, Chen Hongmin, Xu Li. Fee versus royalty technology licensing with network externality [J]. Journal of Management Sciences in China, 2008, 11(6): 11 - 17. (in Chinese)

[24] Weibull W. Evolutionary Game Theory [M]. Cambridge: MIT Press, 1995.

Evolutionary game analysis of duopoly retailers' competition under network externality

YI Yu-yin, YANG Hai-shen, ZHANG Xian-ling
School of Management, Jinan University, Guangzhou 510632, China

Abstract: The problem how retailers with bounded rationality, in the long-term evolution of market competition with network externalities, chooses between profit maximization and revenue maximization for their marketing strategies is investigated using evolutionary game theory. Firstly, considering network externality, this paper develops a dynamic evolutionary game of the asymmetric duopoly retailers' competition. Secondly, the paper discusses the evolutionary stable strategies (ESS) of the dynamic system that depend on product substitutability, the strength of network externality, and the market reservation price, and examines their effects on the ESS. Thirdly, it is extended to the case where retailers can choose a mixed strategy with any preference ratio, and the effect of the market reservation price on the evolutionary stability of retailers' preference ratio is explored. Lastly, numerical examples are given to verify the theoretical results.

Key word: network externality; profit maximization; revenue maximization; evolutionary game

附录 A:

命题 1 的证明 1) 当零售商 B 选择策略 P 时,零售商 A 选择策略 P 和 R 的利润分别为 π_A^{PP} 和 π_A^{RP},对二者做差,有 $\pi_A^{PP}-\pi_A^{RP}=\dfrac{c_A\{(2-\mu)^3c_A-[d^2+(2-\mu)\mu][a(2-d-\mu)+dc_B]\}}{[(2-\mu)^2-d^2]^2}$. 零售商 A 根据自身获利大小在两种策略中进行选择,其判断依据为:当 $\pi_A^{PP}>\pi_A^{RP}$ 时,零售商 A 选择 P 策略;当 $\pi_A^{PP}<\pi_A^{RP}$ 时,零售商 A 选择 R 策略. 令 $\pi_A^{PP}-\pi_A^{RP}=0$ 得到零售商 A 选择策略 P 和 R 的分界点 $a_1=\dfrac{(2-\mu)^2c_A-d[d^2+(2-\mu)\mu]c_B}{(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}$. 当假设 1 成立时,分如下两种情况讨论.

i) 当 $\mu<1-\dfrac{d\sqrt{dc_Ac_B+(1+d^2)c_B^2}-c_A}{c_A+dc_B}$ 时,$a_1>0$. 又因为 $\dfrac{\partial(\pi_A^{PP}-\pi_A^{RP})}{\partial a}=-\dfrac{c_A(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}{[(2-\mu)^2-d^2]^2}<0$,因此,当市场保留价格 $a>a_1$ 时,$\pi_A^{PP}-\pi_A^{RP}<0$,即零售商 A 选择 R 策略;当市场保留价格 $a<a_1$ 时,$\pi_A^{PP}-\pi_A^{RP}>0$,即零售商 A 选择 P 策略.

ii) 当 $1-\dfrac{d\sqrt{dc_Ac_B+(1+d^2)c_B^2}-c_A}{c_A+dc_B}<\mu<1$ 时,$a_1<0$. 因为市场保留价格 $a>0$,故 $a>a_1$ 恒成立. 此时,容易判断 $\pi_A^{PP}-\pi_A^{RP}<0$,即零售商 A 选择 R 策略.

2) 当零售商 B 选择策略 R 时,零售商 A 选择策略 P 和 R 的利润分别为 π_A^{PR} 和 π_A^{RR},二者之差 $\pi_A^{PR}-\pi_A^{RR}=\dfrac{c_A\{(2-\mu)^2c_A-a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]\}}{[(2-\mu)^2-d^2]^2}$. 令 $\pi_A^{PR}-\pi_A^{RR}=0$ 得到零售商 B 选择策略 R 时,零售商 A 选择策略 P 和 R 的临界点 $a_2=\dfrac{(2-\mu)^2c_A}{(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}$. 显然 $a_2>0$. 又因为 $\dfrac{\partial(\pi_A^{PR}-\pi_A^{RR})}{\partial a}=-\dfrac{c_A(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}{[(2-\mu)^2-d^2]^2}<0$,因此,当市场保留价格 $a>a_2$ 时,$\pi_A^{PR}-\pi_A^{RR}<0$,即零售商 A 选择 R 策略;当市场保留价格 $a<a_2$ 时,$\pi_A^{PR}-\pi_A^{RR}>0$,即零售商 A 选择 P 策略.

同理可证 3) 和 4).

附录 B:

命题 2 的证明 1) 根据 $\dot{s}_A=0$ 和 $\dot{s}_B=0$,容易证得 1) 成立.

2) 联立方程组

$$\begin{cases}(2-\mu)^2c_A-[d^2+(2-\mu)\mu][a(2-d-\mu)+dc_Bs_B]=0\\(2-\mu)^2c_B-[d^2+(2-\mu)\mu][a(2-d-\mu)+dc_As_A]=0\end{cases}$$

在 $(s_A,s_B)\in[0,1]\times[0,1]$ 区域内,可以求得该复制动态系统的混合均衡解为

$$s_A^*=\frac{a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]+(2-\mu)^2c_B}{d[d^2+(2-\mu)\mu]c_A},\quad s_B^*=\frac{a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]+(2-\mu)^2c_A}{d[d^2+(2-\mu)\mu]c_B}$$

要使该混合均衡存在,则必须满足 $s_A^*\geqslant 0, s_B^*\leqslant 1$. 当假设 1 成立时,根据 $0\leqslant s_A^*\leqslant 1$ 可得 $a_3\leqslant a\leqslant a_4$;根据 $0\leqslant s_B^*\leqslant 1$ 可得 $a_1\leqslant a\leqslant a_2$. 而 4 个临界值的大小关系为 $a_3\leqslant a_1<a_2$,$a_3<a_4\leqslant a_2$. 若要 s_A^*、s_B^* 同时存在,则必须存在 $a_1\leqslant a_4$,即得 $c_A\leqslant\left[1+\dfrac{d(d^2+2\mu-\mu^2)}{(2-\mu)^2}\right]c_B$. 又因为 $c_B\leqslant c_A<2c_B$,则制造商 A 和 B 的成本需满足 $c_B\leqslant c_A\leqslant\min\left\{2c_B,\left[1+\dfrac{d(d^2+2\mu-\mu^2)}{(2-\mu)^2}\right]c_B\right\}\triangleq c_{\min}$. 同时,混合均衡 (s_A^*,s_B^*) 要存在,a_4 必须满足假设 1,即 $a_4>a_0$(=

$\frac{2-\mu}{2-\mu-d}c_A$) 必须成立，两者做差，整理得 $\frac{(2-\mu)\{[d^2+(2-\mu)\mu]c_A-(2-\mu)c_B\}}{(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]}$. 分析发现，当 $\mu<1-\frac{\sqrt{4(1+d^2)c_A^2-4c_Ac_B+c_B^2}-c_B}{2c_A}$ 时，$a_4>a_0$；当 $1-\frac{\sqrt{4(1+d^2)c_A^2-4c_Ac_B+c_B^2}-c_B}{2c_A}<\mu<1$ 时，$a_4<a_0$，故2) 得证.

附录 C:

推论 1 的证明　根据命题 1，当 $\mu<1-\frac{d\sqrt{dc_Ac_B+(1+d^2)c_A^2}-c_B}{dc_A+c_B}$ 时，4 个临界值的大小关系为 $a_3\leqslant a_1<a_2$，$a_3<a_4\leqslant a_2$，且 $a_1,a_2,a_3,a_4>0$. 若市场保留价格满足假设 1 的条件，即 $a>a_0$ 时，4 种策略组合的均衡销量均为正. 分析发现，当以上条件都成立时，存在 $a_3>a_0$，即最小临界值大于市场保留价格的约束限制，因此，推论 1 中的所有情况都可能存在.

1) 根据命题 1，当市场保留价格 a 同时满足 $a<a_1$ 和 $a<a_3$ 时，PP 策略组合是博弈的严格纳什均衡. 又因为 $a_3<a_1$，于是，市场保留价格只需满足 $a<a_3$，PP 策略组合就是一个严格纳什均衡. 根据 Weibull[24]，博弈的严格纳什均衡就是 ESS. 因此，若市场保留价格 $a<a_3$，则(1,1) 点是动态复制系统的演化稳定点，故 1) 得证.

2) 根据命题 1，当市场保留价格 a 同时满足 $a<a_2$ 和 $a>a_3$ 时，PR 策略组合是博弈的严格纳什均衡. 结合 4 个临界值的大小，$a_3<a_2$，因此，根据 Weibull[24]，若市场保留价格满足 $a_3<a<a_2$，则(1,0) 点是动态复制系统的演化稳定点，故 2) 得证.

3) 根据命题 1，当市场保留价格 a 同时满足 $a>a_1$ 和 $a<a_4$ 时，RP 策略组合时博弈的严格纳什均衡. 结合 4 个临界值的大小关系发现，可能存在 $a_1<a_4$. 若市场保留价格满足 $a_1<a<a_4$，RP 策略组合是博弈的严格纳什均衡. 同时，根据 4 个临界值的大小关系发现，若市场保留价格满足 $a_1<a<a_4$，就必定同时满足 $a_3<a<a_2$. 也即，当市场保留价格满足 $a_1<a<a_4$ 时，RP 和 PR 策略组合都是博弈的严格纳什均衡. 因此，根据 Weibull[24]，若市场保留价格满足 $a_1<a<a_4$，(0,1) 和(1,0) 点都是动态系统的演化稳定点，故 3) 得证.

4) 根据命题 1，当市场保留价格 a 同时满足 $a>a_2$ 和 $a>a_4$，RR 策略组合是博弈的严格纳什均衡. 结合 4 个临界值的大小，$a_4\leqslant a_2$，因此，根据 Weibull[24]，若市场保留价格满足 $a>a_2$，则(0,0) 点是动态复制系统的演化稳定点，故 4) 得证.

附录 D:

推论 2 的证明　根据命题 1，当 $1-\frac{d\sqrt{dc_Ac_B+(1+d^2)c_A^2}-c_B}{dc_A+c_B}<\mu<1$ 时，4 个临界值的大小关系为 $a_3\leqslant a_1<a_2$，$a_3<a_4\leqslant a_2$，且 $a_3<0$，$a_1,a_2,a_4>0$. 当市场保留价格满足假设 1 的条件，即 $a>a_0$ 时，4 种策略组合的均衡销量都为正. 分析发现，当以上条件都成立时 $a_1,a_4<a_0$，但存在 $a_2>a_0$ 的情况，因此，推论 2 中的所有情况都可能存在.

1) 根据命题 1，当市场保留价格 a 同时满足 $a<a_2$ 和 $a>a_3$ 时，PR 策略组合是博弈的严格纳什均衡. 又因为 $a_3<a_2$，且 $a_3<0$，因此，根据 Weibull[24]，若市场保留价格满足 $a<a_2$，则(1,0) 点是动态复制系统的演化稳定点，故 1) 得证.

2) 同推论 1，4) 的证明过程，略.

附录 E:

推论 3 的证明　1) 当动态系统存在混合均衡 (s_A^*,s_B^*) 时，根据 $s_A^*,s_B^*\geqslant0$，容易得到 $a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]+(2-\mu)^2c_B\geqslant0$，且 $a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]+(2-\mu)^2c_A\geqslant0$. 根据设定 $c_A\geqslant c_B$，得到 $a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]+(2-\mu)^2c_B\leqslant a(2-d-\mu)[d^2+(2-\mu)\mu]+(2-\mu)^2c_A$，且 $d[d^2+(2-\mu)\mu]c_A\geqslant d[d^2+(2-\mu)\mu]c_B$，故 1) 得证.

2) 对 s_A^*,s_B^* 关于市场保留价格 a 求一阶偏导可得 $\frac{\partial s_A^*}{\partial a}=-\frac{2-\mu-d}{c_Ad}<0$，$\frac{\partial s_B^*}{\partial a}=-\frac{2-\mu-d}{c_Bd}<0$，故 2) 得证.

3) 对 s_A^*,s_B^* 关于网络外部性 μ 求一阶偏导可得 $\frac{\partial s_A^*}{\partial\mu}=\frac{a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-2(2+d^2-\mu)(2-\mu)c_B}{d[d^2+(2-\mu)\mu]^2c_A}$，$\frac{\partial s_B^*}{\partial\mu}=\frac{a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-2(2+d^2-\mu)(2-\mu)c_A}{d[d^2+(2-\mu)\mu]^2c_B}$. 根据命题 2 可知，市场保留价格满足 $a_1<a<a_4$，且在 $\mu<\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1+4d^2}$ 时，$a_4<\frac{2(2+d^2-\mu)(2-\mu)c_B}{[d^2+(2-\mu)\mu]^2}\leqslant\frac{2(2+d^2-\mu)(2-\mu)c_A}{[d^2+(2-\mu)\mu]^2}$. 因此，$\frac{\partial s_A^*}{\partial\mu}$ 与 $\frac{\partial s_B^*}{\partial\mu}$ 的分子 $a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-$

$2(2+d^2-\mu)(2-\mu)c_{\mathrm{B}}<0$ 和 $a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-2(2+d^2-\mu)(2-\mu)c_{\mathrm{A}}<0$. 于是,当混合均衡存在时,$\frac{\partial s_{\mathrm{A}}^*}{\partial\mu}$ 与 $\frac{\partial s_{\mathrm{B}}^*}{\partial\mu}$ 都小于 0,故 3) 得证.

4) 对 s_{A}^*,s_{B}^* 关于产品替代性 d 求一阶偏导数,可得 $\frac{\partial s_{\mathrm{A}}^*}{\partial d}=\frac{(2-\mu)\{a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-(2-\mu)[3d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{B}}\}}{d^2[d^2+(2-\mu)\mu]^2c_{\mathrm{A}}}$, $\frac{\partial s_{\mathrm{B}}^*}{\partial d}=\frac{(2-\mu)\{a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-(2-\mu)[3d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{A}}\}}{d^2[d^2+(2-\mu)\mu]^2c_{\mathrm{B}}}$. 根据命题 2 可知,市场保留价格满足 $a_1<a<a_4$,且当 $\mu<1+d-\sqrt{1-2d+4d^2}$ 时,$a_4<\frac{(2-\mu)[3d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{B}}}{[d^2+(2-\mu)\mu]^2}<\frac{(2-\mu)[3d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{A}}}{[d^2+(2-\mu)\mu]^2}$. 所以分子 $a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-(2-\mu)[3d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{B}}<0$,$a[d^2+(2-\mu)\mu]^2-(2-\mu)[3d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{A}}<0$. 于是,当混合均衡存在时,$\frac{\partial s_{\mathrm{A}}^*}{\partial d}$ 与 $\frac{\partial s_{\mathrm{B}}^*}{\partial d}$ 都小于 0,故 4) 得证.

附录 F:

命题 3 的证明 1) 根据式(7)可知零售商 A 和 B 的偏好程度分别为

$$\alpha_{\mathrm{A}}^*=\frac{2(2-\mu)^2(2-d^2-3\mu+\mu^2)c_{\mathrm{A}}-[d^2+(2-\mu)\mu][a(4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2)+d(2-\mu)c_{\mathrm{B}}]}{[d^4-d^2(12-16\mu+5\mu^2)+4(2-3\mu+\mu^2)^2]c_{\mathrm{A}}},$$

$$\alpha_{\mathrm{B}}^*=\frac{2(2-\mu)^2(2-d^2-3\mu+\mu^2)c_{\mathrm{B}}-[d^2+(2-\mu)\mu][a(4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2)+d(2-\mu)c_{\mathrm{A}}]}{[d^4-d^2(12-16\mu+5\mu^2)+4(2-3\mu+\mu^2)^2]c_{\mathrm{B}}}$$

演化稳定策略(α_{A}^*,α_{B}^*)存在,则必须满足 $0\leqslant\alpha_{\mathrm{A}}^*,\alpha_{\mathrm{B}}^*\leqslant1$. 根据 $0\leqslant\alpha_{\mathrm{A}}^*\leqslant1$,可得 $a_5\triangleq\frac{(4-d^2-6\mu+2\mu^2)c_{\mathrm{A}}-d(2-\mu)c_{\mathrm{B}}}{4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2}<a<\frac{(2-\mu)\{2(2-\mu)(2-d^2-3\mu+\mu^2)c_{\mathrm{A}}-d[d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{B}}\}}{[d^2+(2-\mu)\mu](4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2)}\triangleq a_6$. 根据 $0\leqslant\alpha_{\mathrm{B}}^*\leqslant1$,可得 $a_7\triangleq\frac{(4-d^2-6\mu+2\mu^2)c_{\mathrm{B}}-d(2-\mu)c_{\mathrm{A}}}{4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2}<a<\frac{(2-\mu)\{2(2-\mu)(2-d^2-3\mu+\mu^2)c_{\mathrm{B}}-d[d^2+(2-\mu)\mu]c_{\mathrm{A}}\}}{[d^2+(2-\mu)\mu](4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2)}\triangleq a_8$.

当假设 2 的条件满足时,容易得到 $a_5>a_7$,且 $a_6>a_8$. 因此,演化稳定策略(α_{A}^*,α_{B}^*)存在应满足的条件为 $a_5<a<a_8$,故 1) 得证.

2) 对零售商的偏好程度 α_i^* 关于市场保留价格求一阶偏导数,得 $\frac{\partial\alpha_i^*}{\partial a}=-\frac{d^2+(2-\mu)\mu}{(4-2d-d^2-6\mu+d\mu+2\mu^2)c_i}$,当假设 2 的条件满足时,容易得到 $\frac{\partial\alpha_i^*}{\partial a}<0$,故 2) 得证.