

# 基于随机运输路径选择的物流中心选址模型<sup>①</sup>

叶一芄, 张小宁\*

(同济大学经济与管理学院, 上海 200092)

**摘要:** 旨在以物流系统总费用最小化为目标进行物流中心选址规划. 政府做出物流中心选址规划后, 客户会选择合适的供应商进行交易, 并根据已有物流中心与交通流分布进行货物运输路线决策, 使其总费用最少. 论文提出了物流中心选址双层规划模型, 考虑投资费用的约束, 保证用户平衡的同时使整个物流系统总费用最低. 其中上层规划目标是使物流系统总费用最小化, 下层规划建立了一个 Logit 随机用户均衡模型, 并构造了一个等价的凸规划问题. 最后针对模型提出了一个算法, 并通过算例说明其可行性.

**关键词:** 交通网络; 双层规划; Logit 模型; 随机用户平衡; 物流中心选址

**中图分类号:** U116    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007-9807(2017)01-0041-12

## 0 引言

在物流系统中, 物流中心起到了十分重要的作用. 其上游是生产企业与供应商, 下游则是采购方, 影响着整个物流系统的成本与对客户的服务水平. 较好的物流中心选址可以有效降低物流费用, 并提升物流效率. 而且一旦物流中心建成, 搬迁或者关闭物流中心需花费大量费用. 因此物流中心的合理选址变得十分重要.

现有的绝大多数选址模型都假定运输费用与运输距离线性相关, 或者任意两地之间的运输费用为固定值. 但这些假定忽视了路况与交通拥堵状况对运输费用的影响. 少数学者考虑了运输费用的变化性. Holmberg<sup>[1]</sup>考虑了非线性运输费用的选址问题, 采取分枝定界法对该问题求解. 货物的运输费用被设为关于货物流量的凸函数, 也即随着货物流量的上升, 单位货物运输费用也会提高. Sun 等<sup>[2]</sup>也做了考虑非线性运输费用的选址问题研究. Taniguchi 等<sup>[3]</sup>考虑交通拥堵对路段通行时间的影响, 司机根据路径通行时间做出货运

车辆的路径选择. Zhang 等<sup>[4]</sup>考虑运输路线选择的随机性与路段阻抗对运输费用的影响, 提出了一系列随机用户平衡条件, 并给出了一个基于连续平均法(MSA)的路径选择算法.

O' Kelly<sup>[5]</sup>在选址模型中引入建设枢纽的固定变量, 使目标由运输费用最小化变为运输费用与枢纽建设费用之和最小化. 针对枢纽中心的货物处理能力, Campbell<sup>[6]</sup>提出了枢纽中心容量有限的观点, 加入了货物流输入量与输出量之差不大于枢纽容量的约束条件. Sasaki 和 Fukushima<sup>[7]</sup>的研究进一步深化了这个观点, 提出了同时限制路段流量与枢纽的节点流量. Ernst 和 Krishnamoorthy<sup>[8]</sup>考虑枢纽的协调作用与规模经济效应, 将折扣系数计入通过枢纽中心的货物运输费用. Contreras 等<sup>[9]</sup>针对成本不确定、需求不确定和成本需求同时不确定三种情况下的一般枢纽选址优化问题进行了研究. Alumur 等<sup>[10]</sup>考虑到数据的不精确性, 认为应当以枢纽建设费用和需求不确定为前提考虑选址决策.

以上论文提出的选址模型考虑方面各有侧

① 收稿日期: 2015-01-21; 修订日期: 2015-07-27.

基金项目: 国家自然科学基金杰出青年科学基金项目(71125004).

通讯作者: 张小宁(1975—), 男, 安徽安庆人, 博士, 研究员, 博士生导师. Email: cexzhang@tongji.edu.cn

重,但我们认为有两个方面的研究尚有不足.首先是运输过程中费用的变化性与随机性.这个过程的费用不仅包括路段运输费用,还包括物流中心对货物进行打包转运的处理费用与进货费用. Holmberg<sup>[1]</sup>将运输费用视作关于运输量的凸函数,但是并未对此假设做出说明. Taniguchi等<sup>[3]</sup>将运输时间最小化设为运输路径选择的标准,然而物流中心处理货物需要一定费用.如果不同供应商进货价格不同,还应考虑进货费用.因此将运输费用最小化作为路径选择的标准不够全面. Zhang等<sup>[4]</sup>考虑到运输费用的变化性与路线选择的随机性,写出了一系列平衡条件,并提出了一个可行算法.但是未能证明满足平衡条件的解的唯一性,且未考虑物流中心处理货物产生的拥挤效应.本文将该随机用户平衡问题描述成数学规划问题作为下层规划,并证明了问题的等价性与解的唯一性.等价数学规划使算法的选择范围更广.除了连续平均法(MSA)可以求解该规划,还可采取常见的非线性规划算法求解该数学规划,有利于找到更高效的算法.

其次是物流中心的规模的确定.很多模型只确定候选点处是否建立物流中心,如果建立物流中心,则建立一个规模确定的物流中心.这样使物流中心选址问题转变为0-1整数规划.然而真正的选址不仅应当确定建立物流中心与否,还应确定物流中心的规模.物流中心规模对物流系统的影响十分广泛.首先物流中心规模影响处理货物的效率、费用等,其次还影响物流中心的建造与运营费用,进而影响物流系统的总费用.再次,物流中心使货物运输能够更有效地利用车辆资源,使货物运输费用获得一定补贴.本文尝试通过这些关系确定物流中心的规模,以期对物流中心选址做出更全面的辅助指导.

一般物流中心选址决策目标为系统总费用最低,约束条件为资源有限造成的约束.本文将决策者分为决定物流中心选址方案的上层决策者和物流中心建立后决定自己的货物运输策略的下层决策者.由于各自目标的不同,上层决策者和下层决策者的目标函数也不同.上层决策者可以通过自己的决策影响下层决策.因此最终的规划目标是使上层决策者找到一个方案,使下层决策者做出对上层目标最有利的反应.

## 1 模型设计

### 1.1 上层规划模型

整个物流系统包括供应商、物流中心、客户、运输路径、货物流五个部分,供应商与客户分布在规划区域各处.整个物流过程有两类,一是货物由供应商运输至客户,途经若干物流中心,二是直接从供应商运输至客户,不经过任何物流中心.运输路径选择自由.定义  $I = \{i: i \in I\}$  为供应商集,  $J = \{j: j \in J\}$  为客户集,  $K = \{k: k \in K\}$  为物流中心候选点集.

物流系统总费用包括三部分:所有路段的运输总费用、物流中心建设费用、物流中心运营费用.

定义整个规划区域的路段集为  $A$ ,路段  $a$  单位时间运送货物的流量为  $x_a$ ,因此单位路段运输费用可以看作路段流量的函数,可以定义路段  $a$  的单位路段运输费用为  $c_a = c_a(x_a)$ ,是  $x_a$  的增函数.由于通过物流中心的货物经过了打包转运,相比零散的个体运输方式能够更有效地利用车辆资源,比如更有效地利用货车车厢空间、避免货车空驶返回等.因此假定路段首端一旦存在物流中心,则该路段运输费用将获得补贴.若不存在物流中心则不获得补贴.设路段  $a$  运输费用折扣系数为  $\alpha(a)$ ,与路段  $a$  首端是否有物流中心有关.设

$$\alpha(a) = 1 - \sum_{k \in K} ((1 - a_0) \delta_a^k)$$

其中  $a_0 (0 < a_0 < 1)$  为路段首端建立物流中心,将对货物运输费用造成的折扣系数,为一常数.当物流中心候选点  $k$  在路段  $a$  首端,且候选点建立物流中心时,  $\delta_a^k = 1$ ,否则  $\delta_a^k = 0$ .由于路段首端至多存在一个物流中心,  $\delta_a^k (\forall k \in K)$  中至多有一个为1,因此路段费用折扣系数  $\alpha(a)$  为  $a_0$  或1.所有路段运输总费用为  $\sum_{a \in A} \alpha(a) c_a(x_a) x_a$ .

对于物流中心选址候选点  $k$ ,政府将做出是否新建物流中心的决策.假定  $k$  点决策后的物流中心规模为  $M_k$ .若  $M_k > 0$ ,说明  $k$  处新建了物流中心.若  $M_k = 0$ ,说明  $k$  处没有新建物流中心.假设  $k$  处单位建设费用与单位固定运营费用之和为  $c_k$ ,则  $k$  处物流中心建设费用与固定运营费用之

和为  $C_k = c_k M_k$ . 假设建立物流中心存在可以接受的最小规模, 设该规模为  $\eta$ . 所以  $M_k = 0$  或  $M_k \geq \eta$ .

假设物流中心候选点建立了物流中心, 设物流中心单位  $k$  货物的处理费用为  $t_k$ , 考虑物流中心规模的限制和货物流量产生的拥挤效应, 将货物处理费用设为处理货物流量  $q_k$  与物流中心规模  $M_k$  的二元函数, 即  $t_k = t_k(q_k, M_k)$ . 若考虑  $M_k = 0$  的情形, 此时  $t_k = 0$ . 因此扩充  $t_k(q_k, M_k)$  的定义域, 同时包括  $M_k > 0$  与  $M_k = 0$  两种情况. 此时  $t_k(q_k, M_k)$  是一个以  $M_k = 0$  为界的分段函数.

上层规划的目标是物流系统总费用最小化, 可以表述如下

$$\min_{M_k} Z(M_k, q) = \sum_{a \in A} \alpha(a) \cdot c_a(x_a) \cdot x_a + \sum_{k \in K} c_k M_k + \sum_{k \in K} (t_k(q_k, M_k) \cdot q_k) \tag{1}$$

目标函数中第一项为货物运输总费用, 第二项为物流中心建设费用与固定运营费用之和, 第三项为物流中心处理货物产生的费用.

假设  $C_T$  为投资费用上限, 存在投资约束

$$\sum_{k \in K} c_k M_k \leq C_T \tag{2}$$

物流中心建设规模  $M_k$  非负, 且一旦建立存在最小值约束  $\eta$

$$M_k = 0 \text{ 或 } M_k \geq \eta (\forall k \in K) \tag{3}$$

将式(1) ~ 式(3) 联立得到上层规划模型

$$\min_{M_k} Z(M_k, q) = \sum_{a \in A} \alpha(a) \cdot c_a(x_a) \cdot x_a + \sum_{k \in K} c_k M_k + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \cdot q_k$$

$$\begin{cases} \sum_{k \in K} c_k M_k \leq C_T \\ M_k = 0 \text{ 或 } M_k \geq \eta (\forall k \in K) \end{cases}$$

只考虑  $M_k > 0$  的情形时, 目标函数的第 1 项不受  $M_k$  的影响, 第 2 项、第四 4 均为关于  $M_k$  的线性函数. 第 3 项中  $t_k(q_k, M_k)$  为物流中心对货物的单位处理费用, 随物流中心规模增大而减小, 其递减幅度随  $M_k$  的增大而减小, 直至完全不考虑货物处理拥堵状况的费用. 由此可得  $\frac{\partial t_k(q_k, M_k)}{\partial M_k} < 0$ ,

$\frac{\partial^2 t_k(q_k, M_k)}{\partial M_k^2} > 0$ . 因此  $M_k > 0$  时, 上层规划的目

标函数为凸函数. 由于约束条件为线性约束, 故上层规划为一个凸规划. 显然  $M_k \geq \eta$  时, 上层规划也为一个凸规划.

### 1.2 下层规划模型

基于 Wardrop 平衡准则的确定性用户平衡满足两个假定条件: 一是用户能够完全掌握交通网络信息, 二是用户能够完全理性的做出正确的路径选择决策.<sup>[11]</sup> 然而在实际的运输过程中, 运输者对交通网络状况与供应商的进货价未必能完全了解. 即便完全掌握交通状况与进货价格, 也存在一些难以量化的因素, 比如天气、驾驶经验等. 面对已有信息, 用户也无法完全理性的做出正确的路径选择. 其次, 确定性模型对网络流量的微小变化具有强敏感性, 而这与实际情况有很大出入. 综上所述, 在这里采用弹性需求的随机网络配流模型.

离散选择模型一般选择 Logit 模型或者 Probit 模型. 由于 Probit 模型计算成本过高, 在这里离散选择模型选用 Logit 模型, 也即路径选择均由 Logit 模型确定<sup>[11]</sup>.

#### 1.2.1 随机用户平衡条件

根据 Logit 模型, 假设路径效用随机误差项  $\varepsilon$  服从参数为 (0, 1) 的二重指数分布<sup>[12]</sup>, 设  $R_w$  为 OD 对  $w$  的路径集合, 可知 OD 对  $w$  上路径  $r \in R_w$

有选择概率  $P_r^w = \frac{e^{V_r^w}}{\sum_r e^{V_r^w}} \forall w, r$ , 其中  $V_r^w$  指 OD 对

$w$  上路径  $r$  效用的固定项. 路径  $r$  的效用  $U_r^w = V_r^w + \varepsilon_r^w$ ,  $E(U_r^w) = V_r^w, \forall w, r, E(\varepsilon_r^w) = 0, \forall w, r$ .

定义满意函数  $S^w = E(\max_r(U_r^w))$ , 满意函数即指 OD 对  $w$  最大效用的期望. 根据 Sheffi 的结论<sup>[11]</sup>, 满意函数对路径观测效用的偏导数等于

该路径的选择概率, 因此  $\frac{\partial S^w}{\partial V_r^w} = P_r^w \forall w, r$ , 积分

$$\text{可得 } S^w = \ln \sum_r e^{V_r^w}.$$

令  $C_r^w$  表示 OD 对  $w$  上路径  $r$  的理解运输费用, 假设  $C_r^w = c_r^w + \xi_r^w$ , 其中  $c_r^w$  表示 OD 对  $w$  上路径  $r$  的可测交通费用,  $\xi_r^w$  为随机误差项. 假定每个可选路径的效用值为

$$U_r^w = -\theta C_r^w$$

故有  $E(U_r^w) = E(-\theta C_r^w) = -\theta E(C_r^w)$ , 得到  $V_r^w = -\theta c_r^w$ , 因此选择概率公式可以改写为

$$P_r^w = \frac{e^{-\theta c_r^w}}{\sum_k e^{-\theta c_k^w}} \forall w, r$$

用表示 OD 对  $w$  之间的最小理解运输费用期望,由上述结论可以推导出下式

$$\overline{S}_w(C_w) = E(\min\{C_r^w\}) = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_r e^{-\theta c_r^w}$$

假定客户既可以选择供应商将货物运输至物流中心,由物流中心处理货物再转运到客户的方式进货,也可以选择从供应商处直接进货.由于不同地区的市场行情不同,进货价存在差异.假设在  $i$  处供应商的单位平均进货价为  $c_i$ ,对于某个客户  $j$  而言,假如选择从  $i$  处进货,将面临两个选择.一是直接从  $i$  处进货,二是通过某些物流中心对货物进行处理转运的方式进货,在物流中心转运需要支付货物处理费用,但是接下来的路段将获得大规模运输货物产生的费用优惠.客户的运输决策目标是使总费用最小化,也即进货费用、物流中心处理费用与运费之和最小.

假定  $i, j$  之间存在若干路径.有的路径经过某些物流中心,有的路径不经过物流中心.下面分析  $j$  从  $i$  处的进货过程.该过程理解总费用包括从  $i$  处的单位进货理解费用  $C_i$ ,理解运输费用,可能存在的物流中心对单位货物的理解处理费用,理解总费用定义为  $C_r^{ij+}$ ,对于路径  $r, C_r^{ij+} = C_r^{ij} + \sum_{k \in K} C_r^k + C_i$  其中  $C_r^{ij}$  为理解运输费用,  $C_r^k$  为路径  $r$  在  $k$  处物流中心候选点可能的理解货物处理费用,  $C_i$  为  $i$  处的理解进货费用.该方式的总效用  $U_r^{ij+} = -\theta C_r^{ij+}$

设总费用期望为  $c_r^{ij+}$ , 则

$$c_r^{ij+} = \sum_{a \in A} [\alpha(a) \cdot t_a(x_a)] \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_r^k + c_i$$

当  $a$  在  $r$  上时,  $\delta_r^a = 1$ , 否则为 0. 当  $k$  在  $r$  上时,  $\delta_r^k = 1$ , 否则为 0. 当  $k$  在  $a$  首端时,且建立物流中心时,  $\delta_a^k = 1$ , 否则为 0. 第一项为路径运输费用期望,第二项为货物处理费用期望,第三项为进货费用期望.此时效用期望为

$$V_r^{ij+} = -\theta c_r^{ij+} = -\theta \left( \sum_{a \in A} \alpha(a) \cdot t_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_r^k + c_i \right)$$

设理解总费用的随机误差项为  $\varepsilon_r^{ij+} = C_r^{ij+} - c_r^{ij+}$ , 其期望  $E(\varepsilon_r^{ij+}) = 0$ . 在原 Logit 模型中,  $\theta$  可以视作交通信息质量参数. 在本研究中,  $\theta$  可以视作司机对物流网络的认知程度或者是物流网络信息系统提供的信息质量参数,  $\theta$  越大则路径选择的随机性越小.

一个简单的货物流向图如图 1 所示.

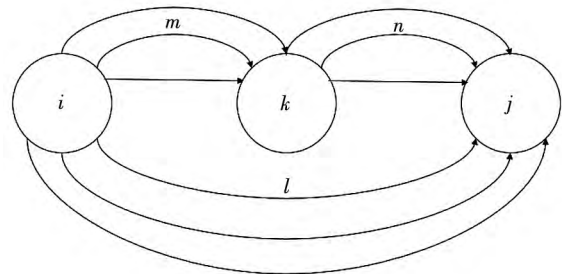


图 1 货物流向图

Fig. 1 Cargo-flow chart

对于某个客户  $j$  经过路径  $r$  从  $i$  进货的概率

$$p_r^{ij} = \frac{e^{V_r^{ij+}}}{\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{V_r^{ij+}}} = \frac{e^{-\theta [\sum_{a \in A} \alpha(a) \cdot t_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_r^k + c_i]}}{\sum_{i \in I} \sum_{r \in R} e^{-\theta [\sum_{a \in A} \alpha(a) \cdot t_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_r^k + c_i]}} \quad (\forall i \in I, \forall j \in J, \forall r \in R_{ij}) \quad (4)$$

对于某个客户  $j$ , 用  $\overline{S}_j(C_j^+)$  表示其最小进货总费用期望, 可以将  $j$  的进货量表示成  $\overline{S}_j(C_j^+)$  的函数. 用  $q_j$  表示  $j$  的需求量, 设  $q_j = Q_j(\overline{S}_j(C_j^+))$ , 为  $\overline{S}_j(C_j^+)$  的单调下降函数.

$$\begin{aligned} \overline{S}_j(C_j^+) &= E\{\min_{i, r} (C_r^{ij+})\} \\ &= -\frac{1}{\theta} \times \ln \left( \sum_{i \in I} \sum_{r \in R} e^{-\theta [\sum_{a \in A} \alpha(a) \cdot t_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_r^k + c_i]} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

平衡条件等价于下式.

$$q_r^{ij} = q_j p_r^{ij} \quad (6)$$

整个运输网络流可以由如下过程确定. 首先确定客户  $j$  的进货量  $q_j = Q_j(\overline{S}_j(C_j^+))$ , 再根据式(6)进行配流, 得到整个运输网络流分布.

### 1.2.2 等价数学规划及证明

现给出命题如下: 该随机用户平衡问题就是寻求路径流量  $q_r^{ij} \geq 0 (\forall i \in I, \forall j \in J, \forall r \in R_{ij})$  满足

下面的数学规划:

$$\min_q z(M_k, q) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} \alpha(a) \cdot c_a(x) dx + \sum_{k \in K} \int_0^{q_k} t_k(x, M_k) dx + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_i q_{ij} + \frac{1}{\theta} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} \cdot (\ln q_r^{ij} - 1) - \frac{1}{\theta} \sum_{j \in J} q_j \cdot (\ln q_j - 1) - \sum_{j \in J} \int_0^{q_j} Q_j^{-1}(x) dx$$

$$\begin{aligned} \sum_{a \in A} x_a \cdot \delta_a^k &= q_k, \forall k \in K \\ \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} &= q_{ij}, \forall i \in I, \forall j \in J \\ \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} &= q_j, \forall j \in J \\ x_a &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} \delta_r^a, \forall a \in A \\ q_r^{ij} &\geq 0, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall r \in R_{ij} \end{aligned}$$

其中  $\delta$  为路径与路段的关系变量. 若  $a$  在连接  $ij$  的路径  $r$  上,  $\delta_r^a = 1$ , 否则  $\delta_r^a = 0$ .

首先证明等价性.

构造上述数学规划的拉格朗日函数如下

$$\begin{aligned} L = z + \sum_{k \in K} \mu_k (q_k - \sum_{a \in A} x_a \delta_a^k) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \mu_{ij} (q_{ij} - \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij}) + \sum_{j \in J} \mu_j (q_j - \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij}) - \sum_{a \in A} \mu_a (x_a - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} \delta_r^a) - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{ij}} \mu_r q_r^{ij} \end{aligned}$$

其 KT 一阶条件如下

$$\frac{\partial L}{\partial q_r^{ij}} = \frac{1}{\theta} \ln q_r^{ij} - \mu_{ij} - \mu_j - \sum_{a \in A} \mu_a \delta_r^a - \mu_r = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = t_k(q_k, M_k) + \mu_k = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} = -\frac{1}{\theta} \ln q_j - Q_j^{-1}(q_j) + \mu_j = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{ij}} = c_i + \mu_{ij} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_a} = \alpha(a) c_a(x_a) - \sum_{k \in K} \mu_k \delta_a^k - \mu_a = 0 \quad (11)$$

$$\mu_r q_r^{ij} = 0 \quad (12)$$

$$\mu_r \geq 0 \quad (13)$$

$$q_r^{ij} \geq 0 \quad (14)$$

由式(7)可得

$$q_r^{ij} = e^{\theta \mu_{ij} + \theta \mu_j + \theta \sum_{a \in A} \mu_a \delta_r^a + \theta \mu_r} \quad (15)$$

将式(8)代入式(11)可得

$$\mu_a = \alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k \quad (16)$$

将式(10)、式(16)代入式(15)可得

$$q_r^{ij} = e^{-\theta c_i + \theta \mu_j + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a + \theta \mu_r} \quad (17)$$

将式(17)累加得

$$q_j = e^{\theta \mu_j} \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a + \theta \mu_r} \quad (18)$$

由式(9)可得

$$e^{\theta \mu_j} = q_j e^{\theta Q_j^{-1}(q_j)} \quad (19)$$

将式(19)代入式(18), 等式两边取对数得

$$\begin{aligned} Q_j^{-1}(q_j) &= -\frac{1}{\theta} \times \\ \ln \left( \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a + \theta \mu_r} \right) & \quad (20) \end{aligned}$$

消去式(17)中的  $\mu_j$ , 得到

$$\begin{aligned} q_r^{ij} &= e^{-\theta c_i + \theta \mu_j + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a + \theta \mu_r} \\ &= e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a + \theta \mu_r} \cdot q_j e^{\theta Q_j^{-1}(q_j)} \\ &= q_j \frac{e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a + \theta \mu_r}}{\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a + \theta \mu_r}} \quad (21) \end{aligned}$$

由式(21)可知  $q_r^{ij} > 0$  故  $\mu_r = 0$ . 将该结果代入式(20)与式(21)并化简得到

$$\begin{aligned} Q_j^{-1}(q_j) &= -\frac{1}{\theta} \ln \left( \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} [\alpha(a) c_a(x_a) + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k] \delta_r^a} \right) \\ &= -\frac{1}{\theta} \ln \left( \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} \alpha(a) c_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k \delta_r^a} \right) \\ &= -\frac{1}{\theta} \ln \left( \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} \alpha(a) c_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k} \right) \quad (22) \end{aligned}$$

$$q_r^{ij} = q_j \frac{e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} \alpha(a) c_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k}}{\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} e^{-\theta c_i + \theta \sum_{a \in A} \alpha(a) c_a(x_a) \delta_r^a + \sum_{k \in K} t_k(q_k, M_k) \delta_a^k}} \quad (23)$$

式(22)、式(23)即可说明该规划问题的解即为随机用户平衡分配问题的解.

下面对下层规划解的唯一性进行证明.

将  $z$  分解如下

$$\begin{aligned} \min z &= \min \{ z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 \} \\ z_1 &= \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} \alpha(a) \cdot c_a(x) dx \quad (24) \end{aligned}$$

$$z_2 = \sum_{k \in K} \int_0^{m_k} t_k(x, M_k) dx \quad (25)$$

$$z_3 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_i q_{ij} \quad (26)$$

$$z_4 = - \sum_{j \in J} \int_0^{q_j} Q_j^{-1}(x) dx \quad (27)$$

$$z_5 = \frac{1}{\theta} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} (\ln q_r^{ij} - 1) - \frac{1}{\theta} \sum_{j \in J} q_j (\ln q_j - 1) \quad (28)$$

由于  $\alpha(a) \cdot c_a(x)$  是增函数, 则  $\int_0^{x_a} \alpha(a) \cdot c_a(x) dx$  为严格凸函数. 由于  $z_1$  为严格凸函数之和, 故  $z_1$  也为严格凸函数. 类似方法可证  $z_2, z_4$  为严格凸函数. 因为  $z_3$  为线性函数, 所以  $z_3$  可以视为凸函数.

对  $z_5$  进行变形可得

$$z_5 = \frac{1}{\theta} \sum_{j \in J} \left( \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} \ln q_r^{ij} - q_j \ln q_j \right)$$

根据文献 [13] 中的结论: 对于任意  $x > 0$  函数  $F(x) = \sum_{i=1}^m x_i \ln x_i - \left( \sum_{i=1}^m x_i \right) \ln \left( \sum_{i=1}^m x_i \right)$  严格凸. 结合  $\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} = q_j$  可以得到  $\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{ij}} q_r^{ij} \ln q_r^{ij} - q_j \ln q_j$  严格凸,  $z_5$  为严格凸函数之和, 也为严格凸函数.

综上所述,  $z = z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5$  为定义在凸集上的严格凸函数. 由于其约束条件为线性约束, 故其最优解唯一. 下层规划解的唯一性说明一旦物流中心选址完毕, 将得到唯一平衡货物流.

## 2 求解算法

由于双层规划模型一般非凸, 因此很难找到全局最优解. 常见算法大多为元启发式算法, 比如遗传算法<sup>[14]</sup>、粒子群算法<sup>[15, 16]</sup>、禁忌算法<sup>[17]</sup>、人工蜂群算法<sup>[18]</sup>等. 有一些学者提出了非元启发式算法, 比如基于灵敏度分析的双层规划算法<sup>[19]</sup>、混合整数线性规划方法<sup>[20-22]</sup>、多方面局部优化方法<sup>[23]</sup>、增广拉格朗日方法<sup>[24]</sup>、松弛算法<sup>[25, 26]</sup>等.

作者尝试采取一种基于灵敏度分析的双层规划算法, 通过灵敏度分析方法处理下层规划的解, 并作为约束条件代入上层规划, 反复迭代进行求解. 但是该方法应用于本文提出的规划时发现解

出现了振荡现象, 无法收敛到一个近似最优解. 给每一步得到的解加入上下限约束后, 发现解逐渐可以收敛到区间大小为上下限之差的范围内. 若开始阶段上下限约束合适, 初始收敛速度可以接受. 因此我们采取改进后的基于灵敏度分析的双层规划算法(SAB). 具体算法如下所述.

步骤 1 初始化. 令  $n = 0, \varepsilon_1 = \varepsilon_1^0, \eta = \eta^0,$

$$\delta = \delta^0, \delta_a^k = \begin{cases} 1 & a \text{ 连接物流中心候选点 } k \\ 0 & a \text{ 未连接物流中心候选点 } k \end{cases}, \text{规模}$$

限制改为  $M_k \geq 0 (\forall k \in K)$ . 假设候选点全部修建物流中心, 并给定一个初始值  $M^{(n)}, Z^{(n)} = 0$ .

步骤 2 将  $M^{(n)}$  代入下层规划, 采取连续平均法(MSA)求解下层问题, 得到平衡状态下的唯一路段流量  $x^{(n)}$ .

步骤 3 用灵敏度分析方法求出  $\nabla_{M^{(n)}} x$  (过程见文献[19]). 将  $x = x^{(n)} + \nabla_{M^{(n)}} x \cdot (M^{(n+1)} - M^{(n)})$  与  $|M_k^{(n+1)} - M_k^{(n)}| < \varepsilon_1 (\forall k \in K)$  作为约束条件代入上层规划, 采取内点罚函数法求得  $M^{(n+1)}$ .

步骤 4 如果  $n \geq 2$  检验  $|M_k^{(n+1)} - M_k^{(n-1)}|$ . 若  $|M_k^{(n+1)} - M_k^{(n-1)}| < \varepsilon_1$  对所有  $k \in K$  成立, 令  $\varepsilon_1 = 0.5\varepsilon_1$ , 进入下一步. 若不成立, 直接进入下一步. 如果  $n < 2$ , 直接进入下一步.

步骤 5 检验  $M_k^{(n+1)} (\forall k \in K)$ . 若存在  $k \in K$  使  $M_k^{(n+1)} < \eta$  且  $M_k^{(n+1)} \neq 0$ , 令  $n = n + 1$ , 更新  $M_k^{(n)} = 0, \delta_a^k = 0 (\forall a \in A), \alpha(a) = 1 - \sum_{k \in K} [(1 - a_0) \delta_a^k], t_k = 0$ , 进入下一步. 若不存在, 直接进入下一步.

步骤 6 检验  $\varepsilon_1, \delta$  为确定的精度值. 若  $\varepsilon_1 < \delta$ , 停止迭代. 并检验  $M_k^{(n)} (\forall k \in K)$ . 若存在  $M_k^{(n)} < \eta$  且  $M_k^{(n)} \neq 0$ , 更新  $M_k^{(n)} = 0$ . 若  $\varepsilon_1 \geq \delta$ , 令  $n = n + 1$ , 回到第 2 步.

SAB 算法的步骤 2 中 MSA 算法具体过程如下

第 2.1 步 初始化. 根据潜在需求、进货价、自由流路段费用、自由流下的物流中心处理费用, 得到随机网络流  $x_a (a \in A)$ . 并设  $k = 1$ .

第 2.2 步 寻找方向. 更新路段费用  $t_a^{(k)} = t_a(x_a^{(k)})$ ,  $\forall a \in A$ 、物流中心处理费用, 并结合潜在需求(经历第 2.4 步后, 采取第 2.4 步中求出的客户需求)得到辅助网络流  $u_a^{(k)} a \in A$ .

第 2.3 步 移动. 找到新的流量分配模式

$x_a^{(k+1)} = x_a^{(k)} + \frac{1}{k}(u_a^{(k)} - x_a^{(k)}) \quad \mu \in A$  根据流量分配模式计算运费费用、货物处理费用, 并得到该费用下的客户需求.

第 2.4 步 检验. 如果达到收敛标准

$$\frac{\sqrt{\sum_{a \in A} (x_a^{(k+1)} - x_a^{(k)})^2}}{\sum_{a \in A} x_a^{(k)}} < 0.001, \text{ 停止循环, 进入}$$

步骤 3. 如果没有达到收敛标准, 令  $k = k + 1$ , 回到第 2.1 步.

下面通过一个算例验证算法的可行性.

假设由于城市规划等因素, 已确定物流中心候选点为 5、7、11, 折扣只发生在路段起点被选为物流中心时. 客户所在节点 3、4 均可任选 1、2 两

处供应商进货, 且路径选择自由. 整个物流系统网络如图 2 所示.

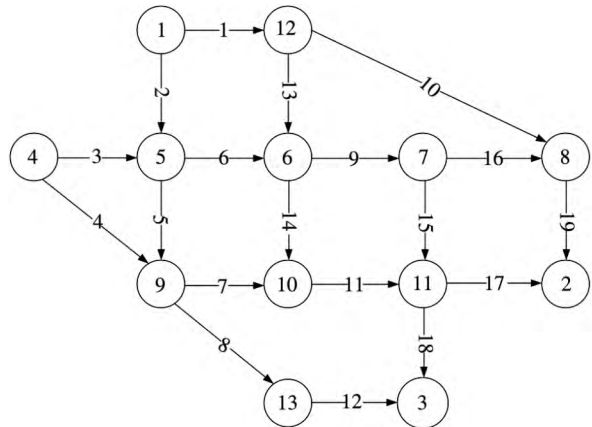


图 2 Nguyen-Dupuis 网络图  
Fig. 2 Nguyen-Dupuis network

网络具体参数如下

表 1 路段相关参数

Table 1 Parameters of links

路段	自由流费用	路段容量	路段	自由流费用	路段容量
1	12	800	11	7	300
2	14	700	12	14	600
3	15	600	13	8	800
4	10	900	14	7	800
5	6	500	15	8	900
6	6	800	16	11	400
7	8	800	17	10	600
8	13	500	18	8	600
9	8	600	19	7	300
10	13	300			

表 2 路段路径关系

Table 2 Relation between links and paths

OD 对	1-2	1-3	4-2	4-3
路径	1(1, 10, 19)	9(2, 5, 8, 12)	15(4, 7, 11, 17)	20(4, 8, 12)
	2(2, 6, 9, 16, 19)	10(2, 6, 9, 15, 18)	16(3, 6, 9, 16, 19)	21(4, 7, 11, 18)
	3(2, 6, 9, 15, 17)	11(2, 6, 14, 11, 18)	17(3, 6, 9, 15, 17)	22(3, 5, 8, 12)
	4(2, 6, 14, 11, 17)	12(2, 5, 7, 11, 18)	18(3, 6, 14, 11, 17)	23(3, 6, 9, 15, 18)
	5(2, 5, 7, 11, 17)	13(1, 13, 9, 15, 18)	19(3, 5, 7, 11, 17)	24(3, 6, 14, 11, 18)
	6(1, 13, 9, 16, 19)	14(1, 13, 14, 11, 18)		25(3, 5, 7, 11, 18)
	7(1, 13, 9, 15, 17)			
	8(1, 13, 14, 11, 17)			

路段费用公式采取如下形式

$$t_a(x_a) = t_a^0 \left( 1 + 0.15 \left( \frac{x_a}{c_a} \right)^4 \right) \quad \mu \in A$$

其中  $x_a$  为路段流量,  $t_a^0$  为自由流费用,  $c_a$  为路段容量.

常见的需求函数有线性需求函数、二次曲线

需求函数、指数需求函数、幂函数等形式. 在文献 [27] 中, 需求函数常采用如下指数需求函数形式

$$q_j = Q_j(\bar{S}_j) = \bar{q}_j e^{-b_j \bar{S}_j}$$

在本文中, 某个客户的需求量取决于得到货物所需的总费用, 也即需求量取决于最小进货总费用期望  $\bar{S}_j(C_j^+)$  的大小. 令  $a_j = \frac{1}{b_j}$ , 本文中需求函数初步决定采用如下指数函数形式.

$$q_j = \bar{q}_j e^{-\frac{1}{a_j}(\bar{S}_j C_j^+)}$$

其中  $\bar{q}_j$  为  $j$  处潜在的货物需求,  $a_j$  为一个大于 0 的参数. 由于这里假定是不分种类的货物运输, 如果有些商品可以被代替, 该类商品运输量可能为 0. 但是从整体来看, 各类商品量需求之和应该有一个满足当地人民的最低需求值, 设该值为  $\bar{q}_j^0$ .

将需求函数的指数形式改写如下

$$q_j = (\bar{q}_j - \bar{q}_j^0) e^{-\frac{1}{a_j}(\bar{S}_j C_j^+)} + \bar{q}_j^0$$

因此需求函数的反函数采用以下函数

$$Q_j^{-1}(x) = a_j \ln(\bar{q}_j - \bar{q}_j^0) - a_j \ln(x - \bar{q}_j^0)$$

其中设  $a_{j_1} = 100$   $a_{j_2} = 100$   $\bar{q}_{j_1} = 180$   $\bar{q}_{j_1}^0 = 80$ ,  $\bar{q}_{j_2} = 230$   $\bar{q}_{j_2}^0 = 90$

三个候选点处物流中心单位建设费用与运营

表3 算例结果

Table 3 Results of the numerical example

初始解	最终解	迭代次数	运算时间
(478 242 400)	(20.451 7, 19.319 2, 108.676 7)	73	54.68 s
(70 210 457)	(20.452 3, 19.318 9, 108.676 7)	79	58.59 s
(10 25 28)	(20.451 8, 19.319 5, 108.676 6)	92	68.21 s

结果初步说明本文提出的启发式算法的结果是稳定的. 以下对该结果进行检验. 任意固定两个物流中心的规模值, 改变第三个物流中心规模值, 可以得到系统总费用的变化趋势, 具体情形如下所示.

以上检验在一定程度上说明了本文算法得到的结果是满意的. 此外还发现随着物流中心规模的增大, 开始阶段系统总费用会急剧下降, 很快下降趋势会变得平缓, 直至最优解. 经历了最优解之后, 物流系统总费用与物流中心规模呈近似线性正相关关系.

费用之和分别为  $c_{k_1} = 1.62$   $c_{k_2} = 1.81$   $c_{k_3} = 1.26$ .

物流中心货物处理过程考虑物流中心规模的限制与货物流量造成的拥挤, 费用函数采取与路段运输费用函数类似的形式

$$t_k(M_k, A_k) = c_k^0 + \tau_{tot} t_k(0) \left(1 + \varphi \left(\frac{q_k}{M_k}\right)^\psi\right)$$

其中  $c_k^0$  指理想状况下且不计时间损失的货物处理费用, 与不同地区人工费用有关. 设  $c_{k_1}^0 = 0.03$ ,  $c_{k_2}^0 = 0.05$   $c_{k_3}^0 = 0.02$ .  $t_k(0)$  指不考虑物流中心规模限制与流量造成拥挤的理想状态下货物处理时间, 均设为 0.1.  $\tau_{tot}$  指时间价值系数, 设为 1.  $\varphi, \psi$  均为给定参数, 分别设为 0.2 与 3. 投资费用上限  $C_T = 2000$ . 信息质量参数  $\theta = 1$ . 初始限制区间大小  $\varepsilon_1^0 = 20$  物流中心规模最小值  $\eta^0 = 5$  精度值  $\delta^0 = 0.001$ . 供应商 1 处进货价为 100, 供应商 2 处进货价为 98.

### 3 算例结果

本文程序采取 MATLAB 编写, 并在 Intel Core i7 2.40GHz 计算机运行. 计算该算例时, 在可行域内随机选择三个初始解, 计算结果如下

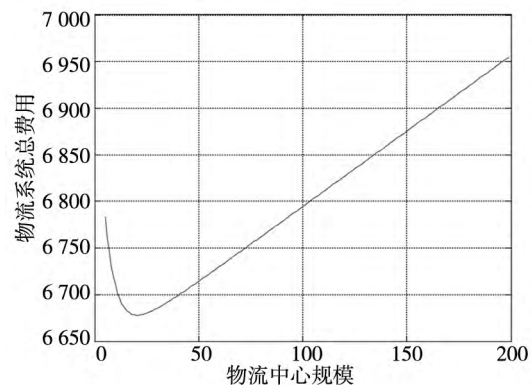


图3 物流系统总费用随物流中心 1 规模的变化  
Fig. 3 Variation of logistic system cost against the change of scale of distribution center 1



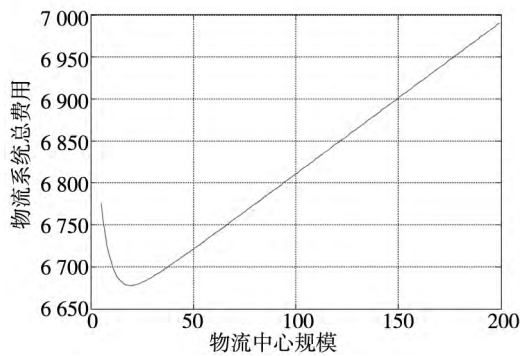


图 4 物流系统总费用随物流中心 2 规模的变化

Fig. 4 Variation of logistic system cost against the change of scale of distribution center 2

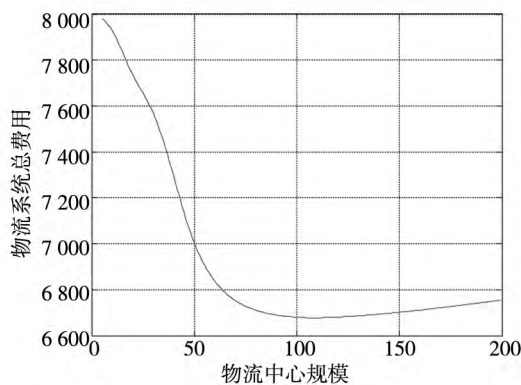


图 5 物流系统总费用随物流中心 3 规模的变化

Fig. 5 Variation of logistic system cost against the change of scale of distribution center 3

造成这种现象的原因是在物流中心规模较小时,货物处理费用对中心规模较敏感,因此物流系统总费用有可能随着中心规模上升急剧下降.随着物流中心规模继续上升,货物处理费用对其不再敏感,总费用中的固定运营费用与建设费用成为总费用上升的主要因素,且二者与物流中心规模呈线性正相关关系,因此后来物流系统总费用与物流中心规模呈近似线性正相关关系.在本文中,三个物流中心候选点均建立了物流中心.如果提高信息质量,会使路径选择随机性变小,有可能造成某些物流中心候选点的最优规模小于物流中心建设最小规模  $\eta^0$ ,从而放弃建设物流中心.从图 3 ~ 图 5 中还可以看出在最优点处增大物流中心规模比减少物流中心规模的损失更小,如果考虑到货物流量的不确定性,规模设计比理论最优情况稍大一些也是合理的.

在研究中还发现随着人们对物流系统认知程度的提升,系统总费用存在上升的可能.由图 6 可以看出在某些情况下系统总费用会随着认知程度

提升而上升,比如物流中心规模为 (100,100,100) 或 (1 000,1 000,1 000) 时,系统费用均有可能随着认知程度提升而上升.针对交通信息对系统效益产生的影响,张小宁<sup>[28]</sup>进行了深入详细的研究.

综合以上发现,可以认为单独依靠物流网络信息系统为司机提供路线指导可能导致整个系统的费用增高.因此,向驾驶员提供交通信息并非越多越好,而应该适度合理,否则有可能适得其反.有时可采取在某些未建造物流中心的节点实施拥挤收费的方式,配合信息系统来引导司机做出有利于降低系统费用的运输路线决策.在拥挤收费方面,国内外均有丰富的研究,比如唐毓敏和冯苏苇<sup>[29]</sup>、董岗和朱道立<sup>[30]</sup>、鲍月等<sup>[31]</sup>、Chen 和 Yang<sup>[32]</sup>、Zhang 等<sup>[33]</sup>.

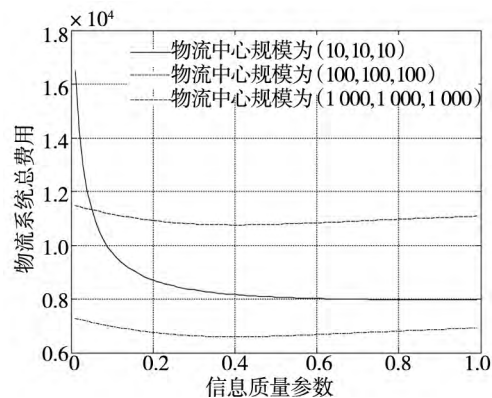


图 6 物流系统总费用随信息参数变化

Fig. 6 Variation of logistic system cost against Information parameter

## 4 结束语

本文将物流中心选址问题描述成了一个双层规划模型.在构建模型的过程中,充分考虑了影响物流系统运作的各种要素.由于物流系统中决策者的多样性,本文既考虑了物流系统费用最小化这一上层目标,也考虑了在物流中心建成后,运输路线安排达成随机平衡这一下层目标.最后我们提出一个可行的算法对文中给出的双层规划模型求解,并通过一个 Nguyen-Dupuis 网络上进行物流中心选址规划的算例验证了算法的可行性.在计算过程中可以发现随着运输者对物流系统信息了解程度的提升,系统总费用有可能上升.因此在物流中心建成之后,并不是给运输者提供物流

网络信息越多越好,而应该根据交通状态变化选择性地提供交通流信息.

本文模型中的假设也有一定局限性. 论文将物流中心看作一个节点,但物流中心还有仓库的作用,使整个物流系统更具弹性. 在考虑上

层目标时,我们的目标是使物流系统总费用最小化. 论文对于总费用的定义仅从经济性出发,而忽略了货物运输过程对环境产生的污染以及能源消耗等约束. 这些都有待在以后的工作中完成.

#### 参考文献:

- [1] Holmberg K. Exact solution methods for uncapacitated location problems with convex transportation costs [J]. *European Journal of Operational Research*, 1999, 114(1): 127–140.
- [2] Sun H, Gao Z, Wu J. A bi-level programming model and solution algorithm for the location of logistics distribution centers [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2008, 32(4): 610–616.
- [3] Taniguchi E, Noritake M, Yamada T, et al. Optimal size and location planning of public logistics terminals [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 1999, 35(3): 207–222.
- [4] Zhang D, Li S, Qin J. An optimal hierarchical decision model for a regional logistics network with environmental impact consideration [J]. *The Scientific World Journal*, 2014.
- [5] O'Kelly M E. Hub facility location with fixed costs [J]. *Papers in Regional Science*, 1992, 71(3): 293–306.
- [6] Campbell J F. Integer programming formulations of discrete hub location problems [J]. *European Journal of Operational Research*, 1994, 72(2): 387–405.
- [7] Sasaki M, Fukushima M. On the hub-and-spoke model with arc capacity constraints [J]. *Journal of the Operations Research Society of Japan-Keiei Kagaku*, 2003, 46(4): 409–428.
- [8] Ernst A T, Krishnamoorthy M. Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem [J]. *Location Science*, 1996, 4(3): 139–154.
- [9] Contreras I, Cordeau J F, Laporte G. Stochastic uncapacitated hub location [J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 212(3): 518–528.
- [10] Alumur S A, Nickel S, Saldanha-da-Gama F. Hub location under uncertainty [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2012, 46(4): 529–543.
- [11] Sheffi. *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Method* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1985: 19–20, 262–343.
- [12] 关宏志. 非集计模型: 交通行为分析的工具 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2004: 10–17.  
Guan Hongzhi. *Disaggregate Model: A Tool of Traffic Behavior Analysis* [M]. Beijing: China Communication Press, 2004: 10–17. (in Chinese)
- [13] 高自友, 宋一凡, 四兵锋, 等. 公交网络中基于弹性需求和能力限制条件下的 SUE 配流模型及算法 ( II) [J]. *北京交通大学学报*, 2000, 24(6): 8–1.  
Gao Ziyou, Song Yifan, Si Bingfeng, et al. A SUE assignment model and solution algorithm with elastic transit demand and bottlenecks for public transport networks ( II) [J]. *Journal of Beijing Jiaotong University*, 2000, 24(6): 8–1. (in Chinese)
- [14] 李双琳, 马祖军. 震后交通管制下多出救点应急物资调运问题 [J]. *管理科学学报*, 2014, 17(5): 1–13.  
Li Shuanglin, Ma Zujun. Post-earthquake multi-depot relief distribution under traffic control [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(5): 1–13. (in Chinese)
- [15] Sun H, Wu J, Wang W, et al. Reliability-based traffic network design with advanced traveler information systems [J]. *Information Sciences*, 2014, 287: 121–130.
- [16] 范成礼, 邢清华, 付强, 等. 求解非线性双层规划问题的混合变邻域粒子群算法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2015,

- 35(2): 473–480.
- Fan Chengli, Xing Qinghua, Fu Qiang, et al. A hybrid intelligent algorithm by combining particle swarm optimization with variable neighborhood search for solving nonlinear bilevel programming problems [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2015, 35(2): 473–480. (in Chinese)
- [17] 熊浩, 鄢慧丽. 需求可拆分车辆路径问题的三阶段禁忌算法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(5): 1230–1235.
- Xiong Hao, Yan Huili. A three-phase tabu search heuristic for the split delivery vehicle routing problem [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2015, 35(5): 1230–1235. (in Chinese)
- [18] Szeto W Y, Jiang Y. Transit route and frequency design: Bi-level modeling and hybrid artificial bee colony algorithm approach [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2014, 67: 235–263.
- [19] Gao Z, Sun H, Shan L L. A continuous equilibrium network design model and algorithm for transit systems [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2004, 38(3): 235–250.
- [20] Luathep P, Sumalee A, Lam W H K, et al. Global optimization method for mixed transportation network design problem: A mixed-integer linear programming approach [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2011, 45(5): 808–827.
- [21] Wang D Z W, Lo H K. Global optimum of the linearized network design problem with equilibrium flows [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2010, 44(4): 482–492.
- [22] Fontaine P, Minner S. Benders Decomposition for Discrete-Continuous Linear Bilevel Problems with application to traffic network design [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2014, 70: 163–172.
- [23] Lawphongpanich S, Yin Y. Solving the Pareto-improving toll problem via manifold suboptimization [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2010, 18(2): 234–246.
- [24] Meng Q, Yang H. Benefit distribution and equity in road network design [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2002, 36(1): 19–35.
- [25] Wang S, Meng Q, Yang H. Global optimization methods for the discrete network design problem [J]. *Transportation Research Part B Methodological*, 2013, 50(4): 42–60.
- [26] 王广民, 高自友, 徐猛, 等. 弹性需求下网络设计问题和电子路票问题研究 [J]. *管理科学学报*, 2015, 18(4): 38–48.
- Wang Guangmin, Gao Ziyu, Xu Meng, et al. The combined model and relaxation algorithm for continuous network design problem with the second-best credits charging under elastic demand [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(4): 38–48. (in Chinese)
- [27] Bell M G H, Iida Y. *Transportation Network Analysis* [M]. Hoboken: John Wiley Ed., 1997.
- [28] 张小宁. 实时交通信息诱导下的出行模式及效益评价 [J]. *管理科学学报*, 2011, 14(9): 13–20.
- Zhang Xiaoning. Traffic pattern under the guidance of real time traffic information and traffic information benefit evaluation [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(9): 13–20. (in Chinese)
- [29] 唐毓敏, 冯苏苇. 政策博弈下的道路交通拥挤定价 [J]. *管理科学学报*, 2008, 11(4): 76–82.
- Tang Yumin, Feng Suwei. Model of traffic behavior based on game theory under road-pricing regulation of government [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2008, 11(4): 76–82. (in Chinese)
- [30] 董岗, 朱道立. 港口集疏运通道投资与多车型拥挤收费均衡 [J]. *管理科学学报*, 2013, 16(5): 83–94.
- Dong Gang, Zhu Daoli. Research on equilibrium strategy of port collecting investment and multi-vehicle congestion pricing and distributing corridor [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2013, 16(5): 83–94. (in Chinese)
- [31] 鲍月, 徐猛, 高自友. 基于均值-超量系统总阻抗的随机拥挤收费模型 [J]. *管理科学学报*, 2015, 18(1): 32–40.
- Bao Yue, Xu Meng, Gao Zi-you. Stochastic model of congestion pricing based on mean-excess total travel time [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(1): 32–40. (in Chinese)

- [32]Chen L , Yang H. Managing congestion and emissions in road networks with tolls and rebates [J]. Transportation Research Part B: Methodological , 2012 , 46( 8) : 933 – 948.
- [33]Zhang X , Zhang H M , Huang H J , et al. Competitive , cooperative and Stackelberg congestion pricing for multiple regions in transportation networks [J]. Transportmetrica , 2011 , 7( 4) : 297 – 320.

## Distribution centers location model with stochastic traffic assignment

*YE Yi-peng , ZHANG Xiao-ning*

School of Economics and Management , Tongji University , Shanghai 200092 , China

**Abstract:** In the paper , distribution center location planning is studied , with the goal of minimizing the total cost of the logistics system. The government determines the distribution center location plan. The clients choose appropriate suppliers and travel routes to minimize the total cost , given the distribution center plan and traffic flow conditions. A bi-level programming model is proposed to minimize the total cost of the logistics system , considering user's equilibrium and investment constraints. The upper level program aims at minimizing the total cost of the logistics system , and the lower level program describes a Logit-based stochastic user equilibrium. The lower level problem is then transferred into an equivalent convex programming model. An algorithm is developed to solve the bi-level model , and is demonstrated by a numerical example.

**Key words:** transportation network; bi-level programming; logit-based model; stochastic user equilibrium; location planning of distribution center