

基于过度外推的最优投资与消费策略^①

彭涓¹, 靳玉英¹, 杨金强^{2*}

(1. 上海财经大学国际工商管理学院, 上海 200433;

2. 上海财经大学金融学院及上海市金融信息技术研究重点实验室, 上海 200433)

摘要: 本文研究了在 Merton 最优投资消费问题中^[1] 行为金融学中的过度外推偏差如何影响投资者的决策和福利. 运用随机动态最优控制方法和 Kalman 滤波技术, 得到了 CRRA 效用函数下投资者的确定性等价财富的半闭式解, 以及相应的最优投资和消费策略. 通过对模型参数校准, 其数值分析发现, 过度外推行为会导致投资不足和消费过度, 并显著增加投资者的边际消费倾向. 数值结果表明, 10% 的外推性偏差会引致非理性投资者高达 30% 的福利损失.

关键词: 部分信息; 过度外推; 投资不足; 过度消费; 确定性等价财富

中图分类号: F830; C931 文献标识码: A 文章编号: 1007-9807(2017)03-0056-07

0 引言

最优投资与消费决策一直是金融研究中的核心和热门问题之一, 传统金融理论认为投资者都是理性的, 他们都依据效用最大化的原则进行投资和消费. 然而, 现代行为金融理论却认为投资者在个体决策过程中由于认知过程的偏差和情绪情感偏好等心理方面的原因, 在不确定性情况下的判断或决策往往并不像理性预期效用公理化假定中的那样“理性”^[2]. 其常见的心理偏差现象为: (1) 损失厌恶 (loss aversion)^[3]; (2) 模糊厌恶 (ambiguity aversion)^[4]; (3) 过度自信 (over-confidence)^[5]; (4) 保守主义 (conservation)^[6]; (5) 时间不一致性偏好 (time-inconsistent preference); (6) 过度外推 (over-extrapolation)^[7]. 尽管已有相当多文献从过度自信, 时间不一致偏好等行为金融学的角度来研究投资和消费这一金融学中的重要内容, 但是还没有相关学者对过度外推如何影响和扭曲投资和消费决策进行过探索和分析, 这也是本文所进行研究的一个基本动机和出发点.

过度外推是指投资者在预测风险资产收益率时, 对长期历史信息的使用不足, 而过度依赖短期信息, 因为过度外推的个体认为, 收益率的走势具有很强的惯性, 从而导致在对未来收益的预期时, 通常会在牛市时过度乐观, 在熊市时过度悲观. 大量文献表明, 外推性偏差在投资者和分析师中均广泛存在. 其中, De Bondt 的调查发现, 个体投资者的情绪与股票市场的表现呈现显著的正相关关系, 投资者利用股票的短期走势进行简单外推和预测^[7]. Vissing-Jorgensen 在对家庭问卷数据得到了类似结论^[8]. Lee 等则分别在投资者对公司业绩的评价上、分析师的预测行为上发现了显著的外推性偏差^[9].

由此可见, 现有文献主要采用实验和问卷调查等方法证实外推性偏差的存在性. 目前, 国内外关于通过过度外推来解释或解决现实中的经济和金融问题的理论研究并不多见, 相关的研究主要为: Barberis 等通过外推性偏差来解释股票市场中的过度反应现象^[10]; Fuster 等认为过度外推

① 收稿日期: 2015-03-12; 修订日期: 2016-05-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71522008; 71202007); 教育部“新世纪优秀人才支持计划”资助项目(NCET-13-0895); 霍英东教育基金会第十五届高等院校青年教师基金基础性研究课题资助项目(151086).

通讯作者: 杨金强(1983—), 河北枣强人, 博士, 教授, 博士生导师. Email: huda518@163.com

可以更好的理解宏观经济波动^[11]; Barberis 利用过度外推来解释 2008 年的信贷危机^[12]; Hirshleifer 等在动态随机一般均衡资产定价模型中通过引入过度外推来解释“股票溢价之谜”和“低无风险利率之谜”等问题^[13]; Alt 等过度外推可以有效的解释公司扭曲的投资行为和收益率异常等现象^[14]; Barberis 等通过基于过度外推的资本资产定价模型来解释资本市场的定价和收益特征^[15]; Ertan 等证明了个人投资者会对历史收益过度外推, 其研究发现, 以前季度的盈余公告收益与投资者对以后季度的盈余公告收益的信念之间的关系, 结果与过度外推模型一致^[16]. 国内学者近年来也越来越关注投资者非理性行为对投资策略和回报的影响, 如伍燕然等^[17] 刘维奇等^[18] 和俞红海等^[19] 从行为金融理论的角度, 深入探析了资本市场中投资者情绪对其收益的影响; 曹麒麟和王文轲^[20] 则从风险投资决策者的有限理性出发, 强调风险投资者的实际心理感受对风险投资决策的影响. 而国内对过度外推的相关研究几乎空白, 仅有刘波^[21] 在统一的框架下分析了外推性偏差与过度自信偏差对资产价格、市场流动性和波动性的影响机制. 但国内外学者目前还没有对过度外推这一重要的非理性行为对投资者的投资和消费决策影响进行过研究和分析, 对此, 本文试图在经典的 Merton 最优投资和消费模型中^[1], 引入外推偏差, 对非理性投资者的投资消费决策和福利损失进行定性和定量的分析. 本文的研究对投资不足和消费过度等经济现象, 从行为金融学中过度外推的角度提供了一个理论支撑和依据.

1 基本假设

假设投资者具有 Merton 类型的标准金融投资机会^[1], 即无风险资产和某种风险资产(或风险资产的投资组合). 其中, 无风险资产的收益率为常数 r , 风险资产的价格 S_t 服从几何布朗运动

$$\frac{dS_t}{S_t} = f_t dt + \sigma_s dZ_t^s \quad (1)$$

其中 σ_s 为波动率 Z^s 是标准布朗运动 f_t 是风险资产的收益率. 根据 Kim 等^[22] 假设 f_t 服从如下

的均值回复过程

$$df_t = \lambda(f^* - f_t) dt + \sigma_f dZ_t^f \quad (2)$$

λ 为均值回复速度 f^* 为风险资产期望收益率的长期均衡水平 σ_f 为其波动率是标准的布朗运动, 为方便研究, 假设 Z^f 和 Z^s 独立. 其中 λ 体现了收益率在偏离长期均衡水平 f^* 时的回到均衡水平的引力有多大, 不难理解, λ 越小, 收益率均值回复的引力越小, 其维持当前收益率状态的惯性越大, 在对未来收益率的估计时所用的短期信息越有效. 对此, 仿照 Alt 等^[14] 对过度外推的定义, 在本文中假设理性投资者对均值回复速度的认知为 λ , 过度外推投资者对均值回复速度的认知为 λ_B ($\lambda_B < \lambda$), 其中 $\lambda - \lambda_B$ 测度了过度外推偏差的程度. 同时, 假设过度外推的投资者只拥有部分信息(见文献[13, 14]), 即投资者都仅能观测风险的价格, 而不能观测到收益率的真实值, 记部分信息下的信息流为 $F_t = \sigma(S_u; 0 \leq u \leq t)$. 进一步假设具有风险厌恶偏好的投资者在无限期内通过消费获取效用, 其价值函数具有如下表达式

$$E \left[\int_0^{\infty} e^{-\beta t} U(C_t) dt \mid F_0 \right] \quad (3)$$

其中 β 表示投资者的主观贴现因子, C 是消费, $U(C)$ 为效用函数, 本文中采用经济学中常用的 CRRA(常相对风险厌恶系数)效用函数, 即

$$U(C) = \frac{C^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (4)$$

其中 γ 为投资者的相对风险厌恶系数. 定义 W_t 为投资者的总财富, 定义 Φ_t 为投资于风险资产的额度, 则过度外推投资者的最优化问题为: 通过动态估计风险资产收益率, 同时选取最优的投资策略 Φ_t 和消费策略 C_t 来最大化无限期内的消费总效用.

2 参数估计

部分信息下, 投资者根据掌握的风险资产价格 S_t 产生的信息流 $\{F_t\}_{0 \leq t < \infty}$, 利用卡尔曼滤波方法对风险资产收率进行参数估计, 理论上可证: 由连短期内的部分信息可以精确算出扩散过程的扩散系数(波动率), 但对收益率只能得到精度不高的估计. 在此利用 Liptser and Shiryaev^[23] 的结

论, 导出风险资产收益率 $\{f_t\}_{0 \leq t \leq \infty}$ 稳态分布下的 kalman 滤波估计. 记 $x_t \equiv E[f_t | F_t]$, $\delta_t \equiv E[(f_t - x_t)^2 | F_t]$. 可得

引理 1 假设式 (1) ~ 式 (2) 定义的随机过程 $\{f_t\}_{0 \leq t \leq \infty}$ 的稳态条件分布 $P(f_t \leq Y | F_t)$ 为正态分布 $N(x_t, \delta_B)$, 则有

$$dx_t = \lambda_B(f^* - x_t) dt + \frac{\delta_B}{\sigma_s} \frac{dS_t/S_t - x_t dt}{\sigma_s} \quad (5)$$

其中稳态方程满足 $\delta_B = \sigma_s(-\lambda_B\sigma_s + \sqrt{\sigma_s^2\lambda_B^2 + \sigma_f^2})$ (证明见文献 [23] 中的定理 12.1).

由上面的引理, 可定义一新的信息过程

$$\bar{Z}_t^s = \int_0^t \frac{dS_u/S_u - x_u du}{\sigma_s} \quad (6)$$

由滤波理论可知, 过程 $\{\bar{Z}_t^s\}_{0 \leq t \leq \infty}$ 关于概率 P 及信息流 F_t 为标准的布朗运动. 则可得在部分信息下, 过度外推投资者认为风险资产价格和风险资产收益率满足下面的动态过程

$$\frac{dS_t}{S_t} = x_t dt + \sigma_s d\bar{Z}_t^s \quad (7)$$

$$dx_t = \lambda_B(f^* - x_t) dt + \frac{\delta_B}{\sigma_s} d\bar{Z}_t^s \quad (8)$$

3 模型求解

部分信息下, 给定上面得到的参数估计过程, 过度外推投资者的财富动态为

$$dW_t = (rW_t + \Phi_t(x_t - r) - C_t) dt + \Phi_t \sigma_s d\bar{Z}_t^s \quad (9)$$

定义 J 为投资者的价值函数, 则其最优化问题可以重新定义为

$$J(W, x) = \max_{C, \Phi} E \left[\int_t^\infty e^{-\beta(u-t)} U(C_u) du \mid F_t \right] \quad (10)$$

利用标准的动态规划原理, 可得价值函数 J 满足下面的哈密尔顿 - 雅可比 - 贝尔曼方程 (HJB)

$$\begin{aligned} \beta J(W, x) = & \max_{C, \Phi} U(C) + (rW + \Phi(x-r) - C) \times \\ & J_W + \frac{(\Phi\sigma_s)^2}{2} J_{WW} + \lambda_B(f^* - x) J_x + \\ & \frac{\delta_B^2}{2\sigma_s^2} J_{xx} + \Phi\delta_B J_{Wx} \end{aligned} \quad (11)$$

根据决策变量的一阶条件, 可得如下的最优投资

和消费策略

$$\Phi = -\frac{x-r}{\sigma_s^2} \frac{J_W}{J_{WW}} - \frac{\delta_B}{\sigma_s^2} \frac{J_{Wx}}{J_{WW}}, C = J_W^{-\gamma^{-1}} \quad (12)$$

对于 CARA 效用函数, 通过猜测 - 验证的方法, 可得价值函数具有如下形式

$$J(W, x) = \frac{(p(x)W)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (13)$$

其中 $p(x)$ 可以理解为尺度化 (scaled) 的确定性等价财富. 然后把式 (13) 和最优投资消费决策代入 HJB 方程, 可得尺度化确定性等价财富 $p(x)$ 满足如下的微分方程

$$\begin{aligned} 0 = & \left(\frac{\gamma p(x)^{1-\gamma^{-1}} - \beta}{1-\gamma} + r \right) p(x) + \\ & \lambda_B(f^* - x) p'(x) + \frac{1}{2} \frac{\delta_B^2}{\sigma_s^2} \times \\ & \left(p''(x) - \frac{\gamma p'(x)^2}{p(x)} \right) + \frac{1}{2\gamma} \times \\ & \left[\frac{x-r}{\sigma_s} + \frac{(1-\gamma)\delta_B}{\sigma_s} \frac{p'(x)}{p(x)} \right]^2 p(x) \end{aligned} \quad (14)$$

并进一步可得投资 - 财富比和消费 - 财富比为

$$\begin{aligned} \phi(x) = \frac{\Phi}{W} = & \frac{x-r}{\gamma\sigma_s^2} + \frac{(1-\gamma)\delta_B}{\gamma\sigma_s^2} \frac{p'(x)}{p(x)}, \\ c(x) = \frac{C}{W} = & p(x)^{1-\gamma^{-1}} \end{aligned} \quad (15)$$

其中投资策略中的第一项反映了均值方差需求 (mean-variance), 第二项给出了套期保值动机. 此外, 他还意味着收益率的不确定性 (δ_B) 越大, 其对冲动机越强. 由式 (15) 中的消费策略可知, 投资者的风险厌恶系数越高, 其相对消费比例也越高. 然而, 过度外推不会对消费策略产生直接影响, 他只会通过影响价值函数间接扭曲消费策略.

为了方便分析和对比过度外推导致的投资者福利损失, 可定义 $g(x)$ 为理性投资者在采用过度外推下的投资和消费策略而得到的尺度化确定性等价财富, 可得 $g(x)$ 满足下面的微分方程

$$\begin{aligned} 0 = & \left(\frac{g(x)^{1-\gamma^{-1}} - \beta}{1-\gamma} + r + \phi(x)(x-r) - c(x) \right) \times \\ & g(x) + \lambda(f^* - x) g'(x) + \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{\sigma_s^2} \times \\ & \left(g''(x) - \frac{\gamma g'(x)^2}{g(x)} \right) - \frac{\gamma(\phi(x)\sigma_s)^2}{2} \times \\ & g(x) + (1-\gamma)\phi(x)\delta g'(x) \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\delta = \sigma_s(-\lambda\sigma_s + \sqrt{\sigma_s^2\lambda^2 + \sigma_f^2})$ 为理性投资者对收益率稳态条件下的估计值。

4 数值结果分析

4.1 参数校准

在本文的数值分析中,通过参考经典论文的

参数选择,令模型校准参数为: $b = r = 0.05$, $f^* = 0.11$, $S_s = 0.2$, $S_f = 0.6$, $I = 2$, $I_B = 1.8$, $g = 2$, 这些参数选取意味着在长期均衡水平 ($x = f^*$) 下风险资产的超额回报率为 6%, 市场夏普比为 30%, 投资者的过度外推偏差为 10% (见文献 [15]) ②。

4.2 数值结果分析

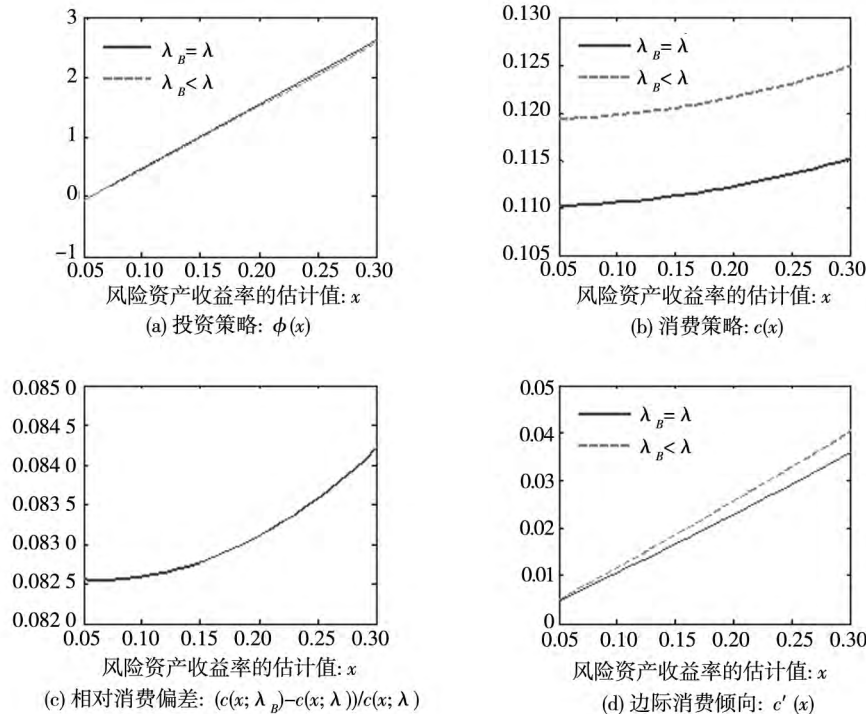


图 1 过度外推对投资和消费策略以及边际消费倾向的影响

Fig. 1 The effects of over-extrapolation on investment and consumption as well as MPC

图 1 中的子图 (a) 给出了过度外推对投资策略的影响,其中实线为理性投资者 ($\lambda_B = \lambda$) 的投资策略,虚线为过度外推投资者 ($\lambda_B < \lambda$) 的投资策略,不难发现,过度外推会导致投资不足,但从数量上来讲,过度外推对投资的影响并不显著,其 10% 的过度外推偏差引致的投资不足率仅为 4% 左右. 子图 (b) 和子图 (c) 反映了过度外推对投资者消费策略的影响,与对投资策略的影响相反,过度外推会导致投资者过度消费,且其影响非常显著,10% 的过度外推偏差造成的相对过度消费偏差超过 8%. 而且,数值结果还显示,在长期 ($x = f^*$) 均衡水平附近,过度外推引起的投资和

消费偏差达到最低值,这一点也比较直观,因为对收益率回复速度的认知偏差在均衡水平附近达到最小值,从而他对收益率的动态估计造成的影响也达到最低值(见式(2)). 从图 1 的子图 (d),可以发现,过度外推会增加非理性投资者的边际消费倾向,在风险资产收益率的长期均衡水平附近,每增加一单位的收益率,过度外推会引起 15% 的消费增加.

图 2 的子图 (a) 和子图 (b) 分别给出了过度外推对投资策略和消费策略长期稳态分布的影响. 由图 2 的子图 (a) 可知,过度外推会导致投资策略呈现出钝峰厚尾的现象,意味着长期的

② 在此,令主观贴现因子等于无风险利率,即 $b = r$. 实际上,这并不是一强制约束,即当 $b \neq r$ 时,本文中所有结果的规律仍然保持不变.

投资策略具有更大的波动性,但过度外推对投资策略的均值影响并不显著.通过观察图2的子图(b),不难发现,过度外推显著提高了消费

策略的均衡水平,并且导致长期消费策略的分布更加集中,这意味着过度外推下的投资者更偏好平滑消费.

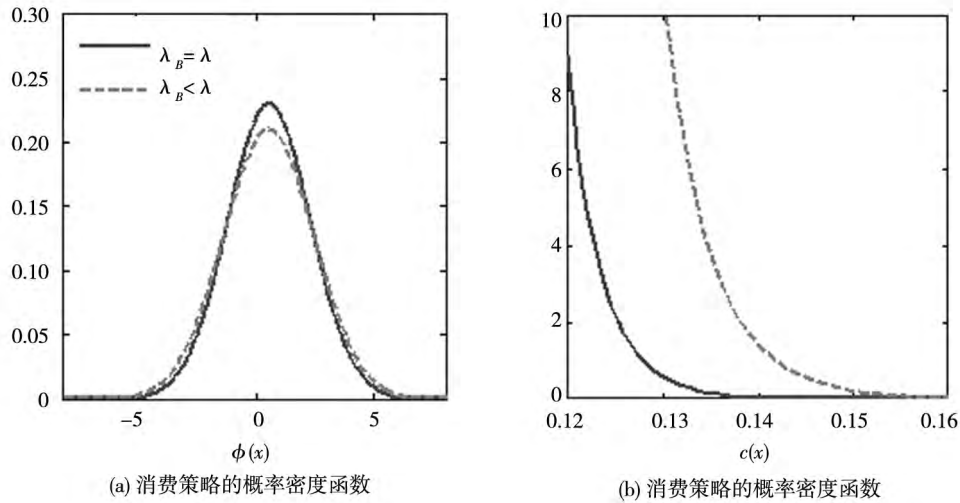


图2 过度外推对投资和消费策略稳态分布的影响

Fig. 2 The effects of over-extrapolation on the distribution of investment and consumption

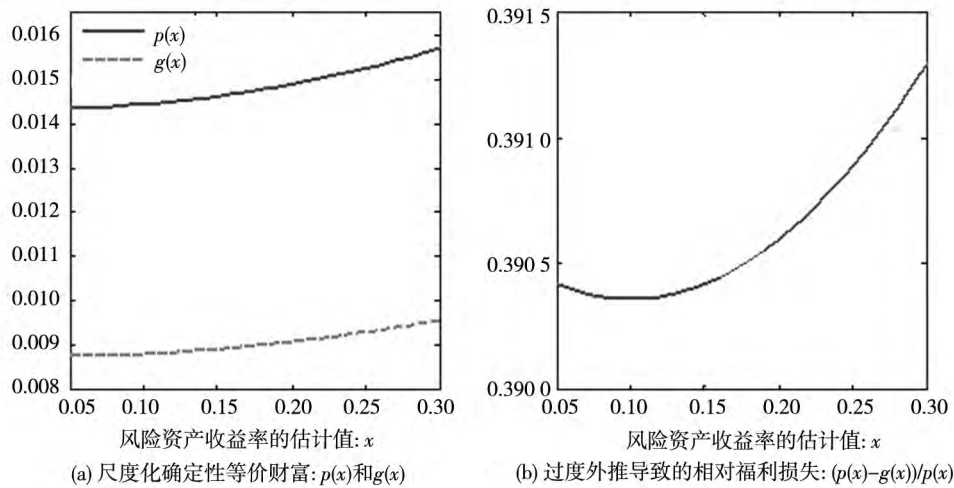


图3 过度外推对投资者福利的影响

Fig. 3 The effects of over-extrapolation on welfare of investor

图3给出了过度外推对投资者的确定性等价财富和福利损失的影响,其中子图(a)中的实线为投资者采用理性投资策略而得到的尺度化确定性等价财富,虚线为投资者在采用过度外推下的投资和消费策略而得到的尺度化确定性等价财富.不难发现,过度外推在全局范围内都会显著降低非理性投资者的确定性等价财富和造成巨大的相对福利损失(10%的过度外推偏差造成大约

30%左右的福利损失).由此可以逆推,非理性投资者的福利损失主要来自于过度外推导致的消费扭曲,因为在长期均衡收益率水平($x=f^*$)下的投资不足并不明显,而消费过度非常显著.

5 结束语

本文在经典的 Merton^[1] 最优投资和消费模型

中,引入了非理性投资者对部分信息下风险资产收益率估计时的认知偏差:过度外推。通过运用随机动态最优控制方法和 Kalman 滤波技术,得到了 CRRA 效用函数情形下确定性等价财富的半闭式解以及相应的投资和消费策略。

理论分析和参数校准后的数值结果表明:投资者的过度外推行为会导致他在风险资产的投资不足,但其从定量上来讲,其影响并不显著。过度投资行为会显著增加投资者的消费-财富比和边

际消费倾向,10%的外推性偏差至少会引起投资者8%以上的消费偏差和增加15%以上的边际消费倾向。此外,过度外推行为直接影响和扭曲消费决策会导致投资者损失30%左右的相对福利。

总体来说,与现有理论方法相比,本文考虑了外推性偏差如何影响非理性投资者的投资和消费决策行为,这对于丰富和完善行为金融学中的最优投资和消费理论具有重要的学术意义,并为政府制定宏观金融和消费政策提供理论依据。

参考文献:

- [1] Merton R C. Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model [J]. *Journal of Economic Theory*, 1971, 4: 373 - 414.
- [2] Kahneman D, Slovic P, Tversky A. *Judgement under Uvertainty: Heuristics and Biase* [M]. New York: Cambridge University Press, 1982.
- [3] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk [J]. *Econometrica*, 1979, 47: 263 - 291.
- [4] Daniel E. Risk, ambiguity and the savage axioms [J]. *Quarterly Journal of Economics*, 1961, 75: 643 - 669.
- [5] Weinstein N D. Unrealistic optimism about future life events [J]. *Journal of Personality and Social Psychology*, 1980, 37: 806 - 820.
- [6] Lord C, Ross L, Lepper M. Biased assimilation and attitude polarization: The effects of prior theories on subsequently considered evidence [J]. *Journal of Personality and Social Psychology*, 1979, 37: 2098 - 2109.
- [7] De Bondt W. Betting on trends: Intuitive forecasts of financial risk and return [J]. *International Journal of Forecasting*, 1993, 9: 355 - 371.
- [8] Vissing-Jørgensen A. Perspectives on behavioral finance: Does 'irrationality' disappear with wealth? Evidence from expectations and actions [J]. *NBER Macroeconomics Annual*, 2003, 18: 139 - 194.
- [9] Lee B, O'Brien J, Sivaramakrishnan K. An analysis of financial analysts' optimism in long-term growth forecasts [J]. *Journal of Behavioral Finance*, 2008, 9: 171 - 184.
- [10] Barberis N, Andrei S, Robert V. A model of investor sentiment [J]. *Journal of Financial Economics*, 1998, 49: 307 - 343.
- [11] Fuster A, Laibson D, Mendel B. Natural expectations and macroeconomic fluctuations [J]. *Journal of Economic Perspectives*, 2010, 24: 67 - 84.
- [12] Barberis N. Psychology and the financial crisis of 2007 - 2008 [J]. *Social Science Electronic Publishing*, 2011, 33(2): 4 - 22.
- [13] Hirshleifer D, Li J, Yu J. Asset pricing in production economies with extrapolative expectations [J]. *Journal of Monetary Economics*, 2015, 76: 87 - 106.
- [14] Alt A, Tetlock P C. Biased beliefs, asset prices, and investment: A structural approach [J]. *The Journal of Finance*, 2014, 69: 325 - 361.
- [15] Barberis N, Greenwood R, Jin L, et al. X-CAPM: An extrapolative capital asset pricing model [J]. *Journal of Financial Economics*, 2015, 115: 1 - 24.
- [16] Ertan A, Karolyi S A, Kelly P W, et al. Pre-Earnings Announcement Over-Extrapolation [R]. AFA Annual Meeting Working Paper, 2016, London: London Business School, Notre Dame: University of Notre Dame, Pittsburgh: Carnegie Mellon University, New Haven: Yale University.

- [17] 伍燕然, 潘可, 胡松明, 等. 行业分析师盈利预测偏差的新解释[J]. 经济研究, 2012, 4: 149 – 160.
Wu Yanran, Pan Ke, Hu Songming, et al. A new explanation of industry analyst earnings forecast bias[J]. Economic Research Journal, 2012, 4: 149 – 160. (in Chinese)
- [18] 刘维奇, 刘新新. 个人和机构投资者情绪与股票收益——基于上证 A 股市场的研究[J]. 管理科学学报, 2014, 17(3): 70 – 87.
Liu Weiqi, Liu Xinxin. Individual/institutional investor sentiment and stock returns: Study based on Shanghai A-share market[J]. Journal of Management Sciences in China, 2014, 17(3): 70 – 87. (in Chinese)
- [19] 俞红海, 李心丹, 耿子扬. 投资者情绪、意见分歧与中国股市 IPO 之谜[J]. 管理科学学报, 2015, 18(3): 78 – 89.
Yu Honghai, Li Xindan, Geng Ziyang. Investor sentiment, disagreement and IPO puzzle in China's stock market[J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(3): 78 – 89. (in Chinese)
- [20] 曹麒麟, 王文轲. 基于有限理性和技术战略的风险投资决策研究[J]. 管理科学学报, 2015, 18(11): 25 – 34.
Cao Qilin, Wang Wenke. Venture capital dynamic decision based on limited ratiion and different technology strategies[J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(11): 25 – 34. (in Chinese)
- [21] 刘波. 卖空约束、外推性偏差与过度自信[R]. 成都: 电子科技大学, 2013.
Liu Bo. Short Sale Constraints, Extrapolation Bias and Overconfidence[R]. Working Paper, Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2013. (in Chinese)
- [22] Kim T S, Omberg E. Dynamic nonmyopic portfolio behavior[J]. Review of Financial Studies, 1996, 9: 141 – 161.
- [23] Liptser R S, Shiriyayev A N. Statistics of Random Process[M]. New York: Springer-Verlag, 1977.

Optimal investment and consumption based on over-extrapolation

PENG Juan¹, JIN Yu-ying¹, YANG Jin-qiang^{2*}

1. School of International Business Administration, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China;
2. Shanghai Key Laboratory of Financial Information Technology, School of Finance, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China

Abstract: The paper extends the classical Merton model by incorporating the agent's over-extrapolation bias to investigate its effects on investment, consumption decisions and the corresponding welfare. By using the standard dynamic programming and controlling method, and Kalman filtering, the semi-closed form solutions are obtained for the scaled certainty equivalent wealth, the financial investment, and the consumption strategies based on the CRRA utility function. The numerical analysis with calibrated parameters shows that over-extrapolation will induce under-investment and over-consumption and increase the marginal propensity to consume significantly. Finally, the theoretical model predicts that 10% of the over-extrapolation bias will result in a 30% loss of welfare.

Key words: partial information; over-extrapolation; under-investment; over-consumption; certainty equivalent wealth