

# 基于 ART 及多风险规避的交通网络均衡模型<sup>①</sup>

袁鹏程<sup>1</sup>, 隗志才<sup>2</sup>

(1. 上海理工大学管理学院, 上海 200093; 2. 上海交通大学安泰经济与管理学院, 上海 200052)

**摘要:** 随着对交通系统不确定性认识的深入, 以绝对理性为基础的“期望效用理论”在风险环境下的路径选择分析中显示出局限性, 而“预期后悔理论”则为之提供了新的分析思路. 将预期后悔理论应用到风险环境下的路径选择分析中, 将出行者一致风险规避的假设扩展到多风险规避, 建立了基于后悔理论及多风险规避出行特征的交通网络随机用户均衡变分不等式模型, 并给出了求解算法. 通过算例分析发现, 后悔心理对出行者的路径选择并不总是显著的. 在非风险环境及极端风险环境中, 后悔心理对出行者的路径选择影响是微弱的, 但是当环境处于极端风险与非风险之间时, 后悔心理对出行者路径选择有着较为显著的影响.

**关键词:** 预期后悔; 多风险规避; 期望效用; 风险决策; 路径选择

**中图分类号:** U491.13      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1007-9807(2017)04-0101-12

## 0 引言

出行者路径选择行为对城市交通网络流量的时空分布有着重要影响, 对出行者路径选择行为进行研究分析是制定城市交通规划及相关交通政策的基础和依据. 出行者路径选择过程实际上是种决策过程, 按照决策对象的特征可将决策具体分为确定型决策与风险决策. 确定型决策的前提是决策者对事件发生的结果是预知的, 而在风险型决策中决策者对事件发生的结果是不确定的, 仅能在概率层面预知事件发生的结果. 如今, 学者们已经从不同角度提出了多种风险决策理论, 其中应用最广泛的便是期望效用理论.

然而, “期望效用最大”是建立在决策者“绝对理性”的基础上的, 大量的行为学研究结果显示由于受到认知水平、专业技能等方面的限制, 决策者并不能真正做到“绝对理性”, 其决策结果也通常不是以效用最大为唯一准则<sup>[1-3]</sup>. 因此, 基于非期望效用理论的“有限理性”理论便引起学

者们的重视<sup>[4-7]</sup>. Avineri<sup>[8]</sup>较早将基于“有限理性”的前景理论应用于风险条件下的路径选择行为决策的研究中, 给出了“损失规避和风险取向”的非对称参照点, 建立了基于前景理论的随机交通网络均衡模型, 分析了参照点的选取对网络均衡的影响. 徐红利等<sup>[9]</sup>通过问卷调查和实证分析, 得到一组符合出行路径选择样本数据的参数值, 提出了一种确定参考点取值的方法, 构建了基于前景理论的网络均衡分析模型, 并进一步分析了信息诱导下考虑出行者有限理性的交通网络流量演化过程<sup>[10]</sup>. 前景理论一定程度上弥补了传统的期望效用理论的不足, 但也有一定的争议, 特别是其参考点的选取缺乏充分的理论支持<sup>[11]</sup>. 因此在前景理论发展的同时, 另一种非期望效用的风险决策理论——预期后悔理论(anticipated regret theory, ART)也逐渐受到关注<sup>[12-15]</sup>. ART最早由 Loomes 和 Sugden<sup>[16]</sup>提出, 其核心思想为人们进行选择时总是尽量避免所选方案劣于未被选择的方案(期望后悔程度最小). Chorus<sup>[11]</sup>较早将 ART

① 收稿日期: 2013-01-15; 修订日期: 2016-07-07.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51478266); 上海市自然科学基金资助项目(15ZR1429200); 上海理工大学博士启动基金资助项目(BSQD201407).

作者简介: 袁鹏程(1982—), 男, 山西阳城人, 博士, 讲师. Email: danis\_cx@126.com

应用于风险环境下的路径选择分析中,构造了后悔度函数,将其嵌入一般的期望效用模型中,对传统期望效用模型进行了修正.在此基础上 Yuan 和 Juan<sup>[17]</sup>进一步将 ART 应用于交通网络的均衡分析中,构建了基于 ART 的交通网络均衡模型,并应用实际数据进行了实证对比.近两年来,将后悔理论用于出行决策的分析也越来越多,但研究更多地倾向于后悔心理在现实出行行为决策中的可解释性.如 van Cranenburgh 等<sup>[18]</sup>在 Chorus 所提的 RRM (random regret minimization) 模型的基础上进一步提出了  $\mu$ RRM 和纯 RRM (Pure-RRM),实证表明  $\mu$ RRM 在一定程度上的拟合结果优于 RUM (random utility maximization) 及经典 RRM. Boeri 等<sup>[19]</sup>将出行个体依据随机效用最大及后悔效用最小进行划分,提出混合的随机离散选择模型.通过一个静态描述性的出行方案实验,发现对出行方案熟悉的调查者更趋向于用 RUM 模型来解释,而对出行方案不熟悉的调查者而言,利用 RRM 模型进行解释则更为合适.

以往的研究大多假设出行者具有同质性,也就是说认为出行者面对客观环境是具有一致的行为反应,例如出行者都会选择出行时间最短的路径、都会选择最出行费用最少的路径等. Nagurney<sup>[20]</sup>的研究最早打破了这个假设,不再将出行者假设为具有同质性.根据出行者对待出行时间和出行费用的不同,将出行者分成多种类型,并建立了多类型用户多准则交通网络的均衡的分析模型; Huang 和 Li<sup>[21]</sup>考虑到 ATIS 的影响,将出行者细分为装备有 ATIS (advanced traveler information system) 和未装备 ATIS 的两种类型,建立了基于 logit 的多类型用户多准则交通网络均衡模型; 田丽君等<sup>[22]</sup>在假设出行者的参考点是异质性的条件下,基于前景理论建立了具有异质参考点的多用户网络均衡模型; 吴文祥和黄海军<sup>[23]</sup>根据出行者对时间价值感知的不同,将出行者分成多种类型,建立了统一的系统最优模型; 陈星光<sup>[24]</sup>则进一步将多群体多准则的出行研究推广到了动态.受到以上研究的启发,本文认为同一风险环境条件下出行者在进行路径选择决策时也具有异质性.由于出行者的认知心理等方面的影响,出行者面对风险环境时的反应实际上也是不一样的,以往将出行者对待风险具有一致性的假设也存在一

定的局限性.因此,本文拟放开出行者一致风险规避的假设,将出行者对待风险规避进一步拓展到风险趋向、风险中立及风险规避等多种情形,建立基于 ART 及多风险规避出行特征的交通网络均衡模型,并探讨不同后悔度对出行者决策及网络均衡流量的影响.

## 1 预期后悔理论及后悔度函数

在期望效用理论中要将决策者的“偏好”定量地描述出来,方法之一是寻找决策者的效用函数.在决策问题中,效用值能表示决策者对某种可能情况的偏好程度.因此,决策者可以按效用值或其均值排列的优先次序,用效用函数定量地表示出来.以  $R$  表示所有可能结果的集合,对于每个决策行动,它的结果常常是不确定的,是在  $R$  上的一个概率分布.假设能在  $R$  上能找到实值函数  $u(x)$ ,反映  $x$  对决策者的价值,则其期望  $E[u(x)]$  是在该概率分布下的期望效用.在期望效用理论中,期望效用反映了决策者对这一决策的偏好程度.期望效用理论要求满足完备性、传递性、连续性和独立性公理.根据期望效用公理, Levy<sup>[25]</sup>以行程时间  $t$  为决策变量,从实证角度给出了两种风险路径效用函数形式,即相对风险规避 (constant relative risk aversion, CRRA) 效用函数及绝对风险规避 (constant absolute risk aversion, CARA) 效用函数.两种效用函数形式如下

$$u_{\text{CRRA}} = -t^{1+\theta}/(1+\theta) \quad (1)$$

$$u_{\text{CARA}} = [1 - \exp(-\theta t)]/\theta$$

其中  $t$  为出行时间;  $\theta$  表示风险规避的程度.

期望效用以完全理性假设为前提,但是行为学家经过大量精心设计的社会学、心理学实验研究发现人们的行为、态度、偏好等并非完全理性的,其风险态度和行为经常违背效用理论的公理化体系,特别是期望效用中的替代性公理受到质疑(参考文献).鉴于此,部分学者指出单因素的效用函数不能很好解释人们的非理性决策行为,进而将后悔-欣喜因素纳入效用函数,提出了风险环境下非理性决策理论——预期后悔理论<sup>[26]</sup>.预期后悔是基于认知的消极情感,主要发生在个体意识到或者想象出如果先前采取其他的行为将产生更好或更差的结果时.其核心思想为:决策者

会对自己所处的显示状况与本可能处于的状况进行比较,如果决策者发现自己选择其它被择对象可以获得更好的结果,那么内心会感到后悔;反之则会感到欣喜. Loomes 和 Sugden<sup>[16]</sup> 较早地在逐对选择情形下构建了基于后悔理论的效用函数修正表达式

$$u_{kj} = u_k + R(u_k - u_j) \quad (2)$$

其中  $u_{kj}$  表示选择方案  $k$  同时放弃选择方案  $j$  时的感觉效用;  $u_k, u_j$  分别表示选择方案  $k, j$  时的无选择效用(也就是一般的期望效用).  $R(\cdot)$  为后悔-欣喜度函数,表示因选择方案  $k$  而放弃方案  $j$  时产生的附加效用. 这个效用可能为正也可能为负,当所选方案优于未选方案时,此附加效用  $R$  为正,当所选方案与未选方案无差异时,附加效用  $R$  为 0,否则  $R$  为负. 修正后的效用函数同时还要求满足以下条件

$$\frac{\partial u_{kj}}{\partial u_k} > 0, \frac{\partial u_{kj}}{\partial u_j} \leq 0, R(\cdot) > 0, R''(\cdot) < 0, R'''(\cdot) > 0 \quad (3)$$

根据以上条件, Chorus<sup>[11]</sup> 提出了基于具有两条备择路径方案情形下的后悔-欣喜效用函数,如下式所示,并将其应用于路径选择行为分析中

$$R(u_k - u_j) = 1 - \exp(-\delta(u_k - u_j)) \quad (4)$$

其中  $\delta \in [0, +\infty]$  表示后悔度参数,  $\delta$  越大表明后悔意愿越强烈,否则表示欣喜的意愿越强烈.

以上修正后的效用函数以及 Chorus<sup>[11]</sup> 提出的后悔-欣喜度函数都是建立在只有两个备择方案的基础上,不适合用于多个备择方案的情形. 因此 Yuan 和 Juan<sup>[17]</sup> 又进一步将只具有两个备择方案的情形拓展为多备择方案,即

$$u_{k, H-k} = u_k + R(u_k - u_{H-k}) = u_k + R(u_k - \max(u_j)), j \in \{H-k\} \quad (5)$$

$$E mu(T_{kS}^{(w)}) = \sum_{i=1}^n p_i \times mu(t_{ks_i}^{(w)}) = \sum_{i=1}^n p_i \left\{ u(t_{ks_i}^{(w)}) + R \left[ u(t_{ks_i}^{(w)}) - \max(t_{js_i}^{(w)}) \right] \right\} \quad (9)$$

$i = 1, 2, \dots, n; k, j \in K, k \neq j$

风险环境  $S$  下基于 ART 的 CRRA 和 CARA 的期望效用分别为

$$E mu(T_{kS}^{(w)})_{CRRA} = \sum_{i=1}^n p_i \left\{ \frac{-t_{ks_i}^{(w) 1+\theta}}{1+\theta} + \left[ 1 - \exp \left( -\delta \left( \frac{-t_{ks_i}^{(w) 1+\theta}}{1+\theta} - \max \left( \frac{-t_{js_i}^{(w) 1+\theta}}{1+\theta} \right) \right) \right) \right] \right\} \quad (10a)$$

$$E mu(T_{kS}^{(w)})_{CARA} = \sum_{i=1}^n p_i \left\{ \frac{1 - \exp(\theta t_{ks_i}^{(w)})}{\theta} + \left[ 1 - \exp \left( -\delta \left( \frac{1 - \exp(\theta t_{ks_i}^{(w)})}{\theta} - \max \left( \frac{1 - \exp(\theta t_{js_i}^{(w)})}{\theta} \right) \right) \right] \right\} \quad (10b)$$

## 2 基于 ART 的风险路径选择

### 2.1 基于 ART 的路径效用

假设出行者面临的风险出行环境状态为集合  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ , 各状态概率为  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , 则出行者所面临的出行环境可记为  $\{S, P\} = \{s_1, p_1; s_2, p_2; \dots, s_n, p_n\}$ . 则根据式(5) 在环境状态  $s_i$  下出行者具有选择性的实际感觉效用为

$$mu(t_{ks_i}^{(w)}) = u(t_{ks_i}^{(w)}) + R(u(t_{ks_i}^{(w)}) - \max(t_{js_i}^{(w)})), \quad i = 1, 2, \dots, n; k, j \in K, k \neq j, w \in W \quad (6)$$

其中  $mu(\cdot)$  表示考虑到后悔-欣喜因素后的修正效用函数;  $u(\cdot)$  表示一般的无选择效用函数;  $R(\cdot)$  为后悔-欣喜函数;  $K$  为出行起讫点对  $w$  之间的备选路径集合;  $W$  为所有出行起讫点对集合;  $t_{ks_i}^{(w)}, t_{js_i}^{(w)}$  表示环境状态  $s_i$  下起讫点对  $w$  之间路径  $k, j$  的行程时间,可以表达为

$$t_{ks_i}^{(w)} = \sum_{a \in k} t_{as_i} \sigma_{ak}^{(w)}, a \in A \quad (7)$$

其中  $t_{as_i}$  表示在风险状态  $s_i$  下路段  $a$  的行程时间;  $A$  是网络中所有路段的集合,采用式(8)所示 BPR 函数形式;  $\sigma_{ak}^{(w)}$  是关联变量,  $\sigma_{ak}^{(w)} = 1$  表示路段  $a$  在路径  $k$  上,否则  $\sigma_{ak}^{(w)} = 0$

$$t_{as_i} = t_{as_i}(0) \left( 1 + \alpha \left( \frac{v_a}{c} \right)^\beta \right) \quad (8)$$

其中  $t_{as_i}(0)$  为路段  $a$  在风险状态  $s_i$  下的自由行程时间;  $\alpha, \beta$  为需标定的参数;  $v_a$  为路段流量;  $c$  为路段通行能力. 当出行起讫点间仅有两条路径时,模型(6)便退化为式(2)所构造模型. 由于风险环境下路径的行程时间是与风险状态  $s_i$  有关的随机变量,因此用  $T_{kS}^{(w)}$  表示风险环境下起讫点  $w$  间路径  $k$  的行程时间. 根据期望效用理论,可得风险环境下基于 ART 的期望效用为

当  $\delta = 0$  时,式(10)就退化成一般的 CRRA 和 CRAR 期望效用函数.

### 2.2 随机路径选择

随机交通均衡流量分配问题实际上是出行者如何选择出行路径的离散选择问题.在实际中,出行者只能得到有限的出行信息,依据路径期望出行效用的估计值选择其理解的期望出行效用最小的路径.如果将路径视为方案,路径的出行效用看作方案的具体值,则路径选择问题即为依据预期后悔效用最大原则的方案选择问题.令  $E MU(T_{kS}^{(w)})$  表示风险环境下起讫点对  $w$  间路径  $k$  的基于 ART 的理解期望效用,显然  $E MU(T_{kS}^{(w)})$  是个随机项,不妨用以下形式表示

$$E MU(T_{kS}^{(w)}) = E mu(T_{kS}^{(w)}) + \varepsilon_k^{(w)} \quad (11)$$

其中  $\varepsilon_k^{(w)}$  是随机项,表明出行者对出行路径  $k$  的期望行程时间认识的误差.由此便可根据下述概率选择公式计算出路径  $k$  被选中的概率

$$p_k^{(w)} = \text{prob}\{E MU(T_{kS}^{(w)}) \geq E MU(T_{lS}^{(w)})\}, \quad \forall l \in K, l \neq k \quad (12)$$

式(11)中,若  $\varepsilon_k^{(w)}$  相互独立且服从相同的 Gumbel 分布,则可依据式(12)推导得到 Logit 路径选择模型

$$p_k^{(w)} = \frac{\exp(E mu(T_{kS}^{(w)}))}{\sum_{l \in K} \exp(E mu(T_{lS}^{(w)}))} \quad \forall k, l \in K \quad (13)$$

由于出行者对  $E MU(T_{kS}^{(w)})$  的认识存在偏差,出行者将选择理解  $E MU(T_{kS}^{(w)})$  最大的道路.在随机均衡状态,某条连接起讫点对  $w$  的路径  $k$  被选中的概率等于该路径的  $E MU(T_{kS}^{(w)})$  在所有连接的路径中为最大的概率.所有满足如下流量守恒条件的可行路径流均为基于 ART 的随机用户均衡的解,即

$$f_k^{(w)} = d_w p_k^{(w)} = d_w \frac{\exp(E mu(T_{kS}^{(w)}))}{\sum_{l \in K} \exp(E mu(T_{lS}^{(w)}))} \quad \forall k, l \in K \quad (14)$$

其中  $d_w$  表示起讫点对  $w$  间的交通需求量.

### 2.3 多风险规避出行特征的随机网络均衡

现实中,不同的出行者面对风险的态度是不一样的.有的出行者对待风险的态度是中立的,而有的出行者就可能是风险趋向或者规避型的.这些出行者混合在一起,他们之间相互影响,并各自按照自己理解的路径出行效用进行路径选择.假设网络中同时存在  $m$  类不同风险规避特征的出

行者,则根据以上的分析,可以方便地得到风险环境下基于 ART 的多风险规避出行特征的随机网络均衡条件,即

$$f_k^{(wi)} = d_w^{(i)} p_k^{(wi)} = d_w^{(i)} \frac{\exp(E mu_k^{(wi)})}{\sum_{l \in K} \exp(E mu_l^{(wi)})} \quad i = 1, 2, \dots, m; \forall k, l \in K \quad (15)$$

其中  $f_k^{(wi)}$  表示网络上起讫点对  $w$  间路径  $k$  上第  $i$  类风险趋向出行者的流量;  $d_w^{(i)}$  表示网络上起讫点对  $w$  间第  $i$  类风险趋向出行者需求量;  $E mu_k^{(wi)} = E mu_k^{(wi)}(f_k^{(w)})$  表示风险环境下网络上起讫点对  $w$  间路径  $k$  上第  $i$  类风险趋向出行者基于 ART 的期望效用.同时需满足流量约束

$$\sum_{w \in W} \sum_{a \in k} f_k^{(w)} \sigma_{ak}^{(w)} = v_a, \sum_{k \in K} f_k^{(wi)} = d_w^{(i)}, \sum_{i=1}^m f_k^{(wi)} = f_k^{(w)}, \sum_{i=1}^m d_w^{(i)} = d_w \quad (16)$$

式(16)第1项为路段路径流量约束;第2项为网络上起讫点对  $w$  间路径  $k$  上第  $i$  类风险趋向出行者的流量守恒约束;第3项为路径上多类型用户流量约束;第4项为网络上起讫点对  $w$  间所有类型出行者的流量守恒约束.

## 3 基于 ART 及多风险规避出行特征的交通网络均衡模型

### 3.1 模型构建

根据 2.3 节中的网络均衡条件,在基于 Logit 路径选择模型的假设下,具有固定需求的基于 ART 及多风险规避出行特征的交通网络均衡模型等价于求解有效路径流量  $f_k^{(wi)*}$ ,使得如下变分不等式成立,且满足约束条件(16)

$$\sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^m [E mu_k^{(wi)}(f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*}] \geq 0 \quad (17)$$

当  $m = 1, \delta \neq 0$  时,模型(17)便退化为仅考虑预期后悔效应的一般单类型出行者交通网络均衡模型,当  $m = 1, \delta = 0$  时模型退化为基于效用最大的一般单类型出行者交通网络均衡模型.

模型的等价性:首先令  $\sum_{k \in K} \sum_{i=1}^m f_k^{(wi)*} = d_w^{(i)*}$ ,由于需求是固定的(根据约束条件(16)第2项),显然有  $d_w^{(i)*} - d_w^{(i)} = 0$ .因此有

$$\sum_{w \in W} \sum_{i=1}^m \left[ \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_k^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) d_w^{(i)} - d_w^{(i)*} \right] \equiv 0 \quad (18)$$

上式可进一步写成

$$\sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^m \left[ \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) f_k^{(wi)} - f_k^{(wi)*} \right] \equiv 0 \quad (19)$$

因此模型(17)可进一步写成

$$\sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^m \left[ ( E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*} ) f_k^{(wi)} - f_k^{(wi)*} + \left( \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) f_k^{(wi)} - f_k^{(wi)*} \right) \right] \geq 0 \quad (20)$$

即

$$\sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^m \left[ E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*} + \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) f_k^{(wi)} - f_k^{(wi)*} \right] \geq 0 \quad (21)$$

根据变分不等式解的相关定理<sup>[27]</sup>, 变分不等式(21)的解等价于以下互补问题式(22)的解

$$\begin{cases} \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^m \left[ E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*} + \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) \right] \geq 0 \\ \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^m \left[ E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*} + \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) \right] \times f_k^{(wi)*} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

对于任一起讫点对  $w$  间的任意一条路径  $k$ , 式(22)又可写成

$$\begin{cases} ( E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*} + \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) ) \geq 0 \\ ( E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*} + \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) ) \times f_k^{(wi)*} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

由于  $f_k^{(wi)*} > 0$  故必有

$$\left( E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*} + \ln d_w^{(i)} - \ln \sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) ) \right) = 0 \quad (24)$$

由式(24)可以计算出

$$\frac{f_k^{(wi)*}}{d_w^{(i)}} = \frac{\exp( E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) )}{\sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) )} \Rightarrow f_k^{(wi)*} = d_w^{(i)} \frac{\exp( E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) )}{\sum_{l \in K} \exp( E mu_l^{(wi)} (f_l^{(w)*}) )} \quad (25)$$

这正是均衡条件(15). 由于  $E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*})$  及  $\ln f_k^{(wi)*}$  都是连续函数, 可知  $E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*}$  也是连续的. 根据前面对  $E mu_k^{(wi)} (\cdot)$  的构造过程可以判断  $E mu_k^{(wi)} (f_k^{(w)*}) - \ln f_k^{(wi)*}$  关于流量  $f_k^{(wi)*}$  严格单调, 于是根据变分不等式解的存在性判定定理<sup>[27]</sup>可知模型(17)有解且解唯一.

### 3.2 模型求解算法

MSA( method of successive averages) 算法最早由 Powell 和 Sheffi 提出, 并被成功地应用于求解交通网络随机分配中, 而以往大量的研究也表明 MSA 算法是用来求解多类型用户交通网络均衡的有效算法<sup>[9, 20-22]</sup>. 因此本模型也采用 MSA 算法进行求解. 算法具体过程如下.

步骤 0 初始化. 令  $n = 0$ , 对于任一  $OD$  对

$w$ , 计算风险环境下各条路径的基于 ART 的期望效用  $E mu_k^{(wi)n} = E mu_k^{(wi)} ( T_{kS}^{(w)}(0) )$ . 对于给定的各类风险出行需求  $d_w^{(i)} (i = 1, 2, \dots, m)$  根据式(15)将其加载到网络上, 产生各路径  $k$  的流量. 根据约束(16)中路径与路段流量的关系, 计算各种出行者的路段流量  $\{v_a^{(i)n}\}$  及各路段总流量

$$v_a^n = \sum_{i=1}^m v_a^{(i)n};$$

步骤 1 令  $n = n + 1$ , 依据  $v_a^n$  更新各路径的  $E mu_k^{(wi)n}$ ;

步骤 2 方向搜索. 根据新的  $E mu_k^{(wi)n}$ , 应用式(15)对各类型出行需求再执行 1 次流量加载, 产生新的路段流量  $\{y_a^{(i)n}\}$ , 并根据公式  $y_a^n =$

$$\sum_{i=1}^m y_a^{(i)n} \text{ 得到路段总流量 } \{y_a^{(i)n}\};$$

步骤3 搜索方向为  $\{y_a^n - v_a^n\}$  ,然后相继平均移动,获得更新流量  $v_a^{n+1} = v_a^n + (y_a^n - v_a^n) / (n + 1)$  ;

步骤4 收敛性检查,若  $sign = \sqrt{\sum_{a \in A} (y_a^n - v_a^n)^2} \leq \varepsilon$  则停止迭代,否则返回步骤1.

### 4 算例及分析

考虑具有2个起讫节点( $OD_1$ 和 $OD_2$ )5条路段组成的简单交通网络(如图1).  $OD_1$ 备选路径包括  $R_1(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$ 、 $R_2(1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3)$ 、 $R_3(1 \rightarrow 4 \rightarrow 3)$ ;  $OD_2$ 备选路径包括  $R_4(1 \rightarrow 2 \rightarrow 4)$ 、 $R_5(1 \rightarrow 4)$  如图1所示. 每条路段可能出于“好”与“差”两种状态(好状态用“0”表示,差状态用“1”来表示),即对于任意路段*i*,其状态出现的概率分别为  $P = \{p(X_i = 0) = p, p(X_i = 1) = 1 - p\}$ ,  $X_i$ 为路段*i*的状态;那么出行者可能面临的网络风险环境就有  $2^n$ 种( $n$ 为网络所包含的路

段数),即  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{32}\}$  不妨设  $s_1 = \{X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0, X_4 = 0, X_5 = 0\}$ 、 $s_2 = \{X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0, X_4 = 0, X_5 = 1\}$ 、 $\dots$ 、 $s_{32} = \{X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1, X_4 = 1, X_5 = 1\}$  则可求得各状态出现的概率(如表1所示). 假设网络上具有两类风险规避型出行者,风险规避参数分别为  $\theta_1 = 0$ (type1),  $\theta_2 = 0.5$ (type2);  $OD_1$ 交通需求量为  $d_1 = \{d_1^{(1)} = 15, d_1^{(2)} = 15\}$ ,  $OD_2$ 交通需求量为  $d_2 = \{d_2^{(1)} = 10, d_2^{(2)} = 10\}$ , 风险路径效用函数采用CRRA效用函数形式. 风险环境下各路段参数如表2所示.

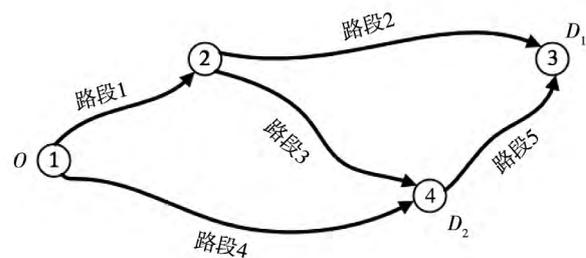


图1 算例网络

Fig. 1 Network for numerical analysis

表1 风险环境下各状态出现概率

Table 1 Probability of each state on risk environment

S	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$
P	$p^5(1-p)^0$	$p^4(1-p)^1$	$p^4(1-p)^1$	$p^3(1-p)^2$	$p^4(1-p)^1$	$p^3(1-p)^2$	$p^3(1-p)^2$	$p^2(1-p)^3$
S	$s_9$	$s_{10}$	$s_{11}$	$s_{12}$	$s_{13}$	$s_{14}$	$s_{15}$	$s_{16}$
P	$p^4(1-p)^1$	$p^3(1-p)^2$	$p^3(1-p)^2$	$p^2(1-p)^3$	$p^3(1-p)^2$	$p^2(1-p)^3$	$p^2(1-p)^3$	$p^1(1-p)^4$
S	$s_{17}$	$s_{18}$	$s_{19}$	$s_{20}$	$s_{21}$	$s_{22}$	$s_{23}$	$s_{24}$
P	$p^4(1-p)^1$	$p^3(1-p)^2$	$p^3(1-p)^2$	$p^2(1-p)^3$	$p^3(1-p)^2$	$p^2(1-p)^3$	$p^2(1-p)^3$	$p^1(1-p)^4$
S	$s_{25}$	$s_{26}$	$s_{27}$	$s_{28}$	$s_{29}$	$s_{30}$	$s_{31}$	$s_{32}$
P	$p^3(1-p)^2$	$p^2(1-p)^3$	$p^2(1-p)^3$	$p^1(1-p)^4$	$p^2(1-p)^3$	$p^1(1-p)^4$	$p^1(1-p)^4$	$p^0(1-p)^5$

注:表中参数的右上角数字为角标,不是方次.

表2 风险环境下各路段参数

Table 2 Link parameters on risk environment

路段编号	参数 $\alpha$		参数 $\beta$		$t_{as_i}(0)$		通行能力 $c$	
	$S = 0$	$S = 1$	$S = 0$	$S = 1$	$S = 0$	$S = 1$	$S = 0$	$S = 1$
1	0.5	1	0.2	0.3	10	20	600	400
2	0.5	1	0.2	0.3	25	35	600	400
3	0.5	1	0.2	0.3	10	20	400	200
4	0.5	0.5	0.2	0.2	25	25	600	600
5	0.5	0.5	0.2	0.2	20	20	600	600

当后悔度参数  $delt = 0.02$ ,  $p = 0.3$ , 收敛条件  $sign = 0.01$  时,利用以上模型及算法求得的网

络均衡流量如表3所示,算法的收敛情况如图3所示.

表 3 网络均衡流量

Table 3 Network equilibrium flow

		出行者类型	$v$ ( 路段 1)	$v$ ( 路段 2)	$v$ ( 路段 3)	$v$ ( 路段 4)	$v$ ( 路段 5)	$E mu$
$OD_1$	$R_1$	type1	2.505 6	2.505 6	—	—	—	-59.513 4
		type2	$8.551 8 \times 10^{-8}$	$8.551 8 \times 10^{-8}$	—	—	—	-228.429 6
	$R_2$	type1	0.002 1	—	0.002 1	—	0.002 1	-66.613 1
		type2	0.606 7	—	0.606 7	—	0.606 7	-212.654 7
	$R_3$	type1	—	—	—	12.492 3	12.492 3	-57.906 8
		type2	—	—	—	14.393 3	14.393 3	-209.488 3
$OD_2$	$R_4$	type1	0.001 5	—	0.001 5	—	—	-41.141 8
		type2	0.175 7	—	0.175 7	—	—	-127.757 0
	$R_5$	type1	—	—	—	9.998 5	—	-32.358 0
		type2	—	—	—	9.824 3	—	-123.733 2
路段总流量	type1	2.509 2	2.505 6	0.003 6	22.490 8	12.494 4	—	
	type2	0.782 4	$8.551 8 \times 10^{-8}$	0.782 4	24.217 6	15	—	
	type1 + type2	3.291 6	2.505 6	0.786 0	46.708 4	27.494 4	—	

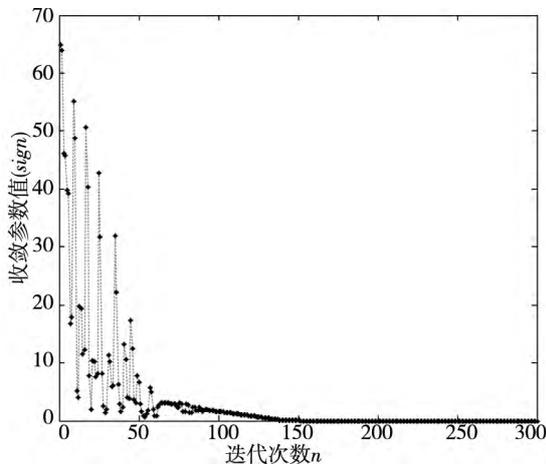
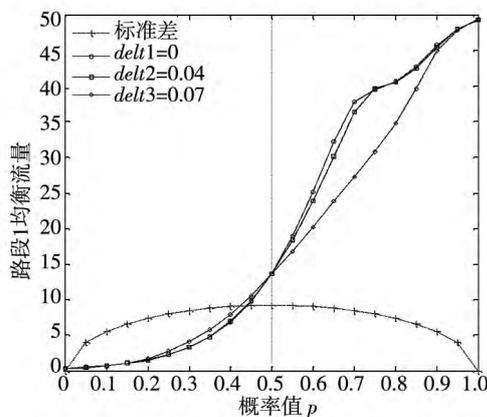


图 3 算法收敛过程

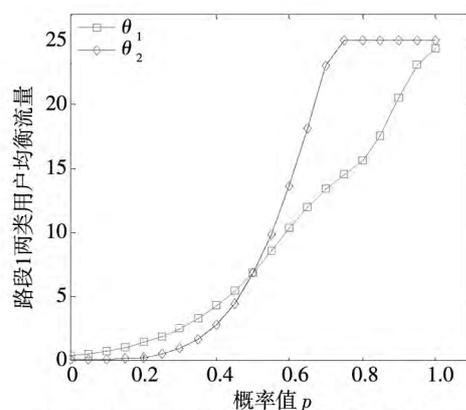
Fig. 3 Algorithm convergence process

为了检验后悔度与风险环境两者对网络均衡的影响,在不同的环境条件下(即分别取  $p = 0、0.05、1$ ) 当后悔度参数分别为  $delt = 0、0.04、0.07$  时,利用以上网络算例数据对流量进行分配,均衡后的各路段流量变化趋势如图 4 所示(图 4 中 a1、a2、a3、a4、a5 分别表示路段 1、2、3、3、4、5 在不同的后悔度参数条件下均衡流量变化情况; b1、b2、b3、b4、b5 分别表示在后悔度参数  $delt = 0.04$  时路段 1、2、3、3、4、5 上的两类出行者的均衡流量变化趋势)。



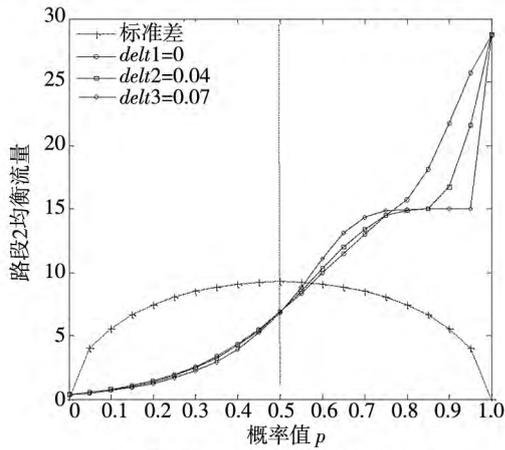
(a1) 路段1流量在不同后悔度条件下的变化趋势

(a1) a1 Flow change trend of link1 under different regret degree

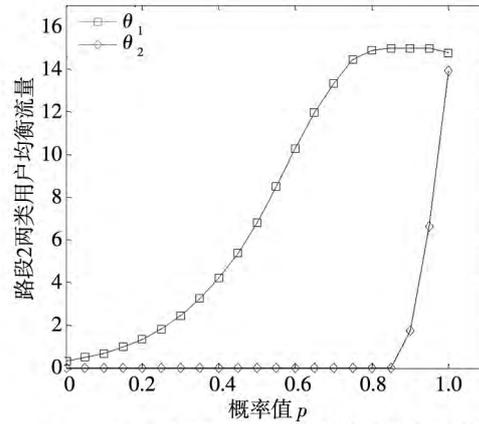


(b1)  $delt=0.4$ 时路段1上两类出行者流量变化趋势

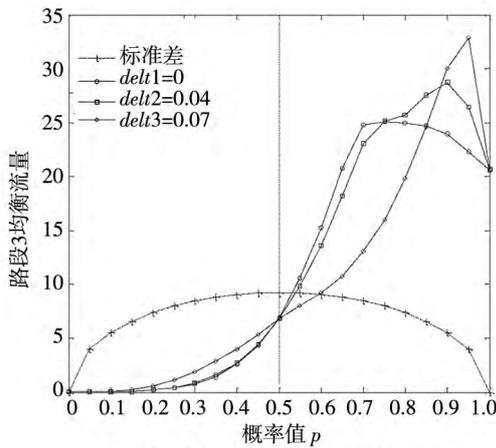
(b1) Flow change trend of the two types travelers on link1 with  $delt=0.4$



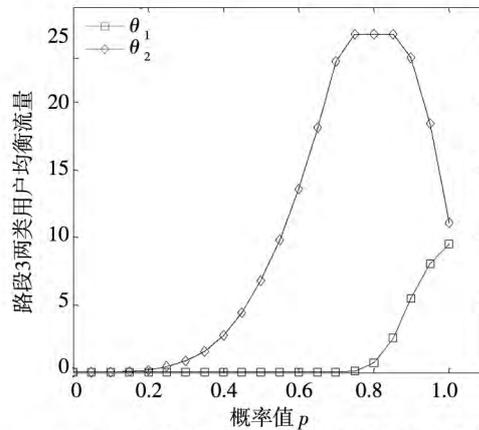
(a2) 路段2在不同条件下的变化趋势  
(a2) Flow change trend of link2 under different regret degree



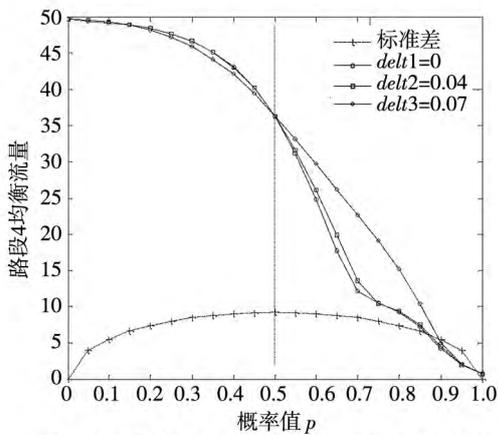
(b2)  $delt=0.4$ 时路段2上两类出行者流量变化趋势  
(b2) Flow change trend of the two types travelers on link2 with  $delt=0.4$



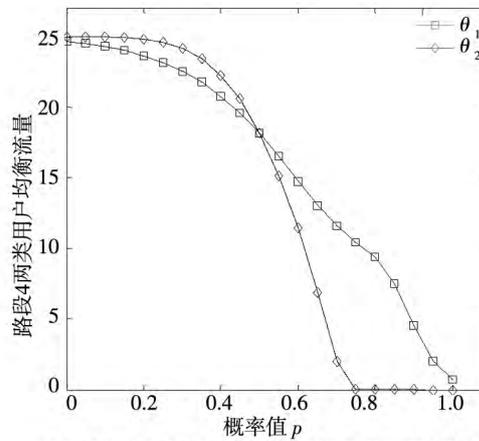
(a3) 路段3在不同条件下的变化趋势  
(a3) Flow change trend of link3 under different regret degree



(b1)  $delt=0.4$ 时路段1上两类出行者流量变化趋势  
(b1) Flow change trend of the two types travelers on link1 with  $delt=0.4$



(a4) 路段4流量在不同后悔度条件下的变化趋势  
(a4) a1 Flow change trend of link4 under different regret degree



(b4)  $delt=0.4$ 时路段4上两类出行者流量变化趋势  
(b4) Flow change trend of the two types travelers on link4 with  $delt=0.4$

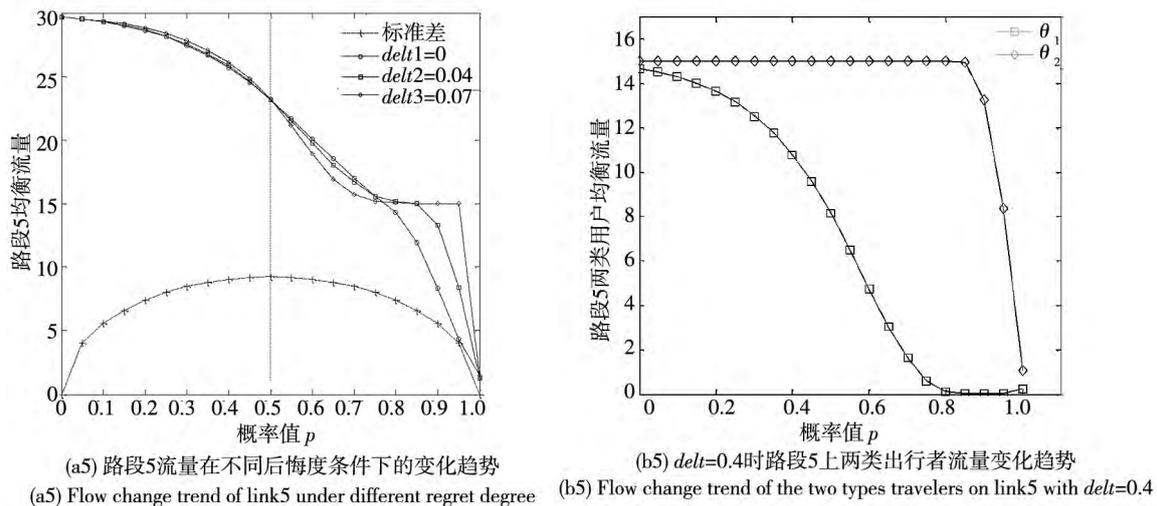


图 4 不同环境条件下的网络均衡流量变化趋势

Fig. 4 Network equilibrium flow change trend under different environmental conditions

图 4 a1、a2、a3、a4、a5 中,横坐标为算例网络 5 条路段各条路段可能出于“好”状态的概率值  $p$  纵坐标为各路段的均衡流量.图中“+”线条表示不同概率值  $p$  所对应的环境的标准差,用来反映路网变化的剧烈程度(风险程度),从图中可以看出,随着  $p$  值的增加,路网的变化先是增加,其标准差在  $p = 0.5$  时达到最大,表明此时路网处于极其风险的环境中;在  $p = 0$  和  $p = 1$  时其标准差为 0,表明此时路网处于非风险环境中.

从图 4 a1、a2、a3、a4、a5 中还可以看出随着环境参数  $p$  的变化各路段的均衡流量也发生了变化,特别是在  $p = 0$ 、 $p = 0.5$  以及  $p = 1$  三个点,当后悔度参数  $\delta$  从 0 变到 0.07 时,各路段的均衡流量并未发生明显变化,特别值得思考的是在  $p = 0.5$  时,也即环境风险程度最大的点上,各路段的均衡流量几乎并未随着后悔度参数的变化而发生变化,甚至交与一点.当  $p = 0$  及  $p = 1$  时可知对应的环境的方差为 0(这表示出行者面临的环境是确定的非风险环境),此时后悔心理对出行者路径选择的影响是微弱的.这可以解释为,当面临的是确定性的环境时,出行者对出行路径的效用都了如指掌,即使选择了一条相比之下较差的路径,也是心甘情愿,因为其所面临的是确定的环境.但值得注意的是当  $p = 0.5$  时,也就是说当出行者面临的环境是一个高风险环境时(此时环境标准差最大),后悔心理对出行者路径选择的影响同样是微弱的.这说明后悔心理并不像直觉

所想的那样“在越风险的环境中体现的越强烈”,可能后悔心理对出行者路径选择的影响存在一定的条件.

从图 4 a1、a2、a3、a4、a5 中还可以看出,在  $p$  的区间  $(0, 0.5)$  上随着后悔度参数  $\delta$  的变化各路段的均衡流量有微弱的变化;而在  $p$  的区间  $(0.5, 1)$  上随着后悔度参数  $\delta$  的变化各路段的均衡流量有非常明显的变化.这说明后悔心理对出行者路径选择存在明显的环境条件限制,在本算例中当环境处于“中”和“差”之间时,后悔心理对出行者的路径选择影响显著.

图 4 b1、b2、b3、b4、b5 中,横坐标为算例网络 5 条路段各条路段可能出于“好”状态的概率值  $p$  纵坐标为各路段的均衡流量,图中的两条曲线分别表示各路段上两类出行者的均衡流量变化规律(在  $\delta = 0.04$  时).从图中可以看出,当  $p = 0$  及  $p = 1$  时两类出行者( $\theta_1$ 、 $\theta_2$ ) 的流量基本一致,说明当出行环境为确定性环境时,出行者的风险规避心理对出行者路径选择影响是微弱的( $\theta$  表示风险规避的程度),这与日常经验是相符合的,表明了模型的合理性.同样,在本算例中在  $p = 0.8$  附近时,即当环境处于“中”和“差”之间时,风险规避心理对出行者的路径选择影响是显著的.

综上,可以得出如下结论,后悔心理对出行者的路径选择并不总是显著的,在非风险环境及极端风险环境中,后悔心理对出行者的路径选择影响是微弱的,但是当环境处于极端风险与非风险

之间时,后悔心理对出行者路径选择有着较为显著的影响;当环境处于“中”和“差”之间时,后悔心理和风险规避心理对出行者路径选择的影响体现的尤为明显.

## 5 结束语

近来,越来越多的心理学家证实在社会科学中存在后悔心理,并开始逐渐被应用在风险决策过程中.本文将这种预期后悔的行为引入到风险路径的选择中,并将这种预期后悔条件下的路径选择行为应用于网络均衡分析.首先从期望效用理论出发,考虑到后悔心理因素的影响,认为以往单因素的效用函数不能很好解释人们的非理性决策行为,进而将后悔-欣喜因素纳入效用函数,将Chorus<sup>[11]</sup>提出的后悔-欣喜度函数扩展到了多方案选择时的一般情形.不仅如此,还认为出行者面临的出行环境不是确定不变的,是随机变化的风险环境,而网络上同时存在多类不同风险规避特征的出行者,这些出行者混合在一起,他们之间相互影响,并各自按照自己理解的最佳方案进行路径选择.在此基础上构建了风险环境下基于具有多风险规避出行特征的交通网络均衡变分不等式模型,设计了求解算法,以一个简单的算例对算

法的有效性进行了验证,结果显示算法具有较好的收敛性.

利用本文所构建的模型及算法对后悔度与风险环境两者对网络均衡的影响进行了数值分析,结果显示后悔心理对网络均衡的影响是与环境条件相关的,在非风险环境及极端风险环境中,后悔心理对出行者的路径选择影响是微弱的,而在某特定程度的风险环境区间上,后悔心理和风险规避心理对出行者路径选择的影响会体现得尤为明显.这个发现为进行风险环境下的交通规划/交通流量预测分析等提供了借鉴,在具有极高和极低风险环境的区域中,对交通流进行分配时可以忽略出行者的后悔因素引起的均衡变化,但是在其余情况下就需要重视后悔因素的影响.

最后,本文仅仅是通过一个模型对风险环境下的网络均衡进行了探索,分析及模型还有很多需要继续研究及改进的部分.如,第1,现实中出行需求实际是弹性的,那么环境风险度、后悔度、风险规避度三者会对出行需求产生怎样的影响?第2,本文模型的实用性还需要在实际的交通网络中去证实.因此如何构建实验去实证本文所提的预期后悔行为及网络均衡变化规律,还需要在以后的研究中进一步深入.

## 参考文献:

- [1]曹麒麟,王文轲. 基于有限理性和技术战略的风险投资决策研究[J]. 管理科学学报, 2015, 18(11): 25-34.  
Cao Qilin, Wang Wenke. Venture capital dynamic decision based on limited rations and different technology strategies [J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(11): 25-34. (in Chinese)
- [2]Tang T Q, Luo X F, Liu K. Impacts of the driver's bounded rationality on the traffic running cost under the car-following model [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2016, 457(9): 316-321.
- [3]Radner R. Decision and Choice: Bounded Rationality A2 [M]// Wright J D. International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences (Second Edition), Oxford: Elsevier, 2015: 879-885.
- [4]龙雪琴,宋嘉琪,王建军,等. 面向有限理性决策的出行者行为研究[J]. 公路交通科技, 2016, 33(05): 105-110.  
Long Xueqin, Song Jiaqi, Wang Jianjun, et al. Study on traveler's behavior for bounded-rational decision-making [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2016, 33(05): 105-110. (in Chinese)
- [5]Song G, Frejinger E, Ben-Akiva M. Adaptive route choices in risky traffic networks: A prospect theory approach [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2010, 18(5): 727-40.
- [6]Tang T Q, Huang H J, Shang H Y. Influences of the driver's bounded rationality on micro driving behavior, fuel consumption and emissions [J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2015, 41(12): 423-432.
- [7]李雪岩,李雪梅,李学伟,等. 基于动态参照点的多主体有限理性路径选择模型[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2016, 13(02): 27-35.

- Li Xueyan, Li Xuemei, Li Xuewei, et al. Dynamic reference points based bounded rational multi-agent model of route choice [J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2016, 13(02): 27–35. (in Chinese)
- [8] Avineri E. The effect of reference point on stochastic network equilibrium [J]. *Transportation Science*, 2006, 40(4): 409–420.
- [9] 徐红利, 周晶, 徐薇. 基于累积前景理论的随机网络用户均衡模型 [J]. *管理科学学报*, 2011, 14(07): 1–7+54.
- Xu Hongli, Zhou Jing, Xu Wei. Cumulative prospect theory-based user equilibrium model for stochastic network [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(07): 1–7+54. (in Chinese)
- [10] 徐红利, 于新莲, 周晶. 诱导信息下考虑路段容量退化的流量演化研究 [J]. *管理科学学报*, 2015, 18(7): 39–47.
- Xu Hongli, Yu Xinlian, Zhou Jing. Day to day travel choice dynamics with guidance information in degradable transport network [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(7): 39–47. (in Chinese)
- [11] Chorus C G. Regret theory-based route choices and traffic equilibria [J]. *Transportmetrica*, 2012, 8(4): 291–305.
- [12] 袁媛, 刘洋, 樊治平. 考虑后悔规避的突发事件应急响应的风险决策方法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2015, (10): 2630–2636.
- Yuan Yuan, Liu Yang, Fan Zhiping. Risk decision making method for emergency response considering regret aversion [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2015, (10): 2630–2636. (in Chinese)
- [13] 孙洪杰, 周庭锐, 孙焱. 基于后悔理论的属性趋同效应机理研究 [J]. *管理学报*, 2015, 12(03): 417–423.
- Sun Hongjie, Chou Tingrui, Sun Yan. Mechanism of feature convergence effect based on regret theory [J]. *Chinese Journal of Management*, 2015, 12(03): 417–423. (in Chinese)
- [14] 张晓, 樊治平, 陈发动. 考虑后悔规避的风险型多属性决策方法 [J]. *系统管理学报*, 2014, 23(01): 111–117.
- Zhang Xiao, Fan Zhiping, Chen Fadong. Risky multiple attribute decision making with regret aversion [J]. *Journal of Systems & Management*, 2014, 23(01): 111–117. (in Chinese)
- [15] 张世涛, 朱建军, 刘小弟. 方案对多维偏好信息下基于后悔理论的群决策方法 [J]. *中国管理科学*, 2014, (S1): 33–41.
- Zhang Shitao, Zhu Jianjun, Liu Xiaodi. Group decision-making method based on regret theory under multidimensional preference information of pair-wise alternatives [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2014, (S1): 33–41. (in Chinese)
- [16] Loomes G, Sugden R. Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty [J]. *Economic Journal*, 1982, 92(368): 805–24.
- [17] Yuan P C, Juan Z C. Risk route choice analysis and the equilibrium model under anticipated regret theory [J]. *Promet-Traffic & Transportation*, 2014, 26(1): 33–43.
- [18] Van Cranenburgh S, Guevara C A, Chorus C G. New insights on random regret minimization models [J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2015, 74(4): 91–109.
- [19] Boeri M, Scarpa R, Chorus C G. Stated choices and benefit estimates in the context of traffic calming schemes: Utility maximization, regret minimization, or both? [J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2014, 61(3): 121–135.
- [20] Nagurney A. A multiclass, multicriteria traffic network equilibrium model [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2000, 32(3/4): 393–411.
- [21] Huang H-J, Li Z-C. A multiclass, multicriteria logit-based traffic equilibrium assignment model under ATIS [J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 176(3): 1464–1477.
- [22] 田丽君, 黄海军, 许岩. 具有异质参考点的多用户网络均衡模型 [J]. *管理科学学报*, 2014, 17(07): 1–9.
- Tian Lijun, Huang Haijun, Xu Yan. Modeling the multi-class network equilibrium for travelers with heterogeneous reference points [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(07): 1–9. (in Chinese)
- [23] 吴文祥, 黄海军. 固定需求交通网络的一般系统最优模型与性质 [J]. *管理科学学报*, 2015, 18(12): 58–67.
- Wu Wenxiang, Huang Haijun. Generalized system optimal model and properties in traffic networks with fixed demand [J].

- Journal of Management Sciences in China ,2015 ,18( 12) : 58 – 67. ( in Chinese)
- [24]陈星光. 交通流演化动力学研究的一般框架及性质分析[J]. 管理科学学报 ,2015 ,18( 6) : 58 – 69.  
Chen Xingguang. Traffic flow evolutionary dynamics: General research framework and its properties anslsis [J]. Journal of Management Sciences in China ,2015 ,18( 6) : 58 – 69. ( in Chinese)
- [25]Levy H. Absolute and relative risk aversion: An experimental study [J]. Journal of Risk and Uncertainty ,1994 ,8( 3) : 289 – 307.
- [26]Zhang S ,Zhu J ,Liu X ,et al. Regret theory-based group decision-making with multidimensional preference and incomplete weight information [J]. Information Fusion ,2016 ,31( 9) : 1 – 13.
- [27] Facchinei F , Pang J S. Finite-Dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems [M]. Berlin: Springer ,2010.

## Modelling traffic network equilibrium based on ART and multi-risk-aversion travel characteristics

*YUAN Peng-cheng*<sup>1</sup> , *JUAN Zhi-cai*<sup>2</sup>

1. Business School , University of Shanghai for Science and Technology , Shanghai 200093 , China;
2. Antai College of Economics and Management , Shanghai Jiao Tong University , Shanghai 200052 , China

**Abstract:** With more understanding of the uncertainty in the traffic system , researchers have realized that the ‘expected utility theory’ based on the absolute rationality shows limitation in analyzing route choice behavior under the risk environment and that the anticipated regret theory proposes an alternative framework to the traditional risk-taking in route choice behavior. In this paper , the anticipated regret theory ( ART) is applied to analyzing the route choice behavior under the risk environment , and the consistent risk aversion assumption of the travelers is extended to multiple risk aversion. Moreover , a stochastic user equilibrium model is established as well as its variational inequality expression and the solution algorithm is given. Both the model and the algorithm are demonstrated in a numerical example. The results show that the regret psychology is not always significant in the route choice process. In the non-risk and extreme risk environment , the travelers’ regret psychology on the route choice is weak. But when the environment is between non-risk and extreme risk , the travelers’ regret psychology has a significant impact on the route choice process.

**Key words:** anticipated regret; multi-risk-aversion; expected utility; risk decision; route choice